# Elektronische Schaltungen SS 2020

## 1. Übungsblatt

## Kirchhoffsche Gleichungen, Dioden

## Aufgabe 1 (Spannungsteiler)

**a)**

**Variante 1 - direkt mit Spannungsteilerformel:**

$$U_1 = U_0 \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 10\,\mathrm{V}\frac{2\,\mathrm{k\Omega}}{2\,\mathrm{k\Omega} + 8\,\mathrm{k\Omega}} = 2\,\mathrm{V} \tag{1}$$

$$U_2 = U_0 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 10\,\mathrm{V}\frac{8\,\mathrm{k\Omega}}{2\,\mathrm{k\Omega} + 8\,\mathrm{k\Omega}} = 8\,\mathrm{V} \tag{2}$$

Überprüfung mit Maschenregel:

$$U_0 = U_1 + U_2 \tag{3}$$

$$10\,\mathrm{V} = 2\,\mathrm{V} + 8\,\mathrm{V} \tag{4}$$

**Variante 2 - Ohmsches Gesetz**

$$I = \frac{U_0}{R_1 + R2} \tag{5}$$

$$U_1 = R_1 I = R_1 \frac{U_0}{R_1 + R_2} \tag{6}$$

$$U_2 = R_2 I = R_2 \frac{U_0}{R_1 + R_2} \tag{7}$$

**b)**

**Allgemein:**

Konstruktion der Widerstandsgeraden

$$I = \frac{1}{R} U \rightarrow \text{Gerade mit Steigung } \frac{1}{R} \tag{8}$$

**Graphische Bestimmung von $U_1$:**

1. für $R_1$ :

$$I = \frac{1}{R_1} U_1 = \frac{1}{2} \frac{\mathrm{mA}}{\mathrm{V}} \cdot U_1 \tag{9}$$

Gerade mit Steigung $1/2$ in I-U Diagramm einzeichnen.
2. für $R_2$

$$I = \frac{1}{R_2} U_2 = \frac{1}{R_2}(U_0 - U_1) = -\frac{1}{R_2}(U_1 - U_0) \tag{10}$$

Zur Konstruktion der Widerstandsgerade werden die Schnittpunkte mit der x- und y-Achse berechnet:

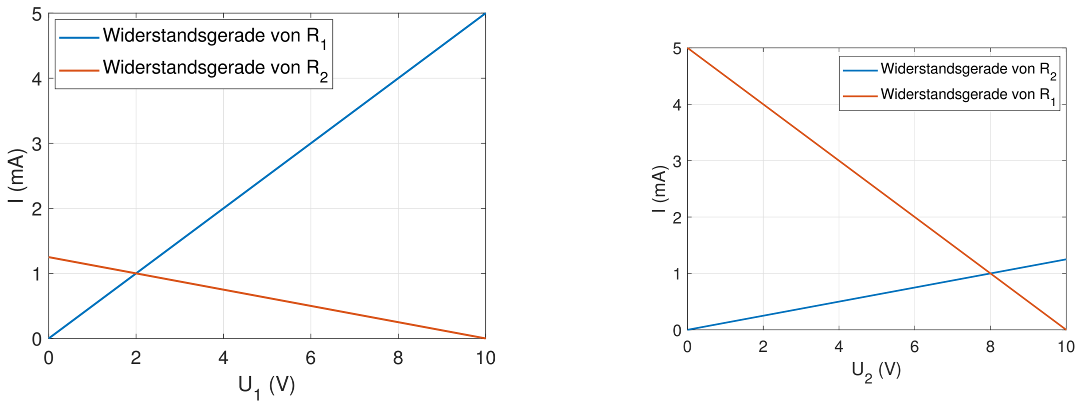
$$I = 0\,\mathrm{A} \rightarrow U_2 = U_0 = 10\,\mathrm{V}$$
$$U_2 = 0\,\mathrm{V} \rightarrow I_{max} = 1{,}25\,\mathrm{mA}$$

3. In Abbildung 1a ist das zugehörige I/U Diagramm zusehen. Der Schnittpunkt der beiden Widerstandsgeraden ergibt den gesuchten Spannungswert für $U_2 = 2\,\mathrm{V}$ bei einem Strom von $I = 1\,\mathrm{mA}$.

**Graphische Bestimmung von $U_2$:**

Gleiches Vorgehen wie bei $U_1$, hier müssen beide Widerstandsgeraden von der Spannung $U_2$ abhängen, d.h.
1. für $R_1$

$$I = -\frac{1}{R_1}(U_2 - U_0)$$




**(a)** **(b)**

**Abbildung 1:** I/U Diagramm zur Bestimmung von a) $U_1$ und b) $U_2$

mit

$$
\begin{aligned}
I = 0\,\mathrm{A} &\rightarrow U_2 = U_0 = 10\,\mathrm{V} \\
U_2 = 0\,\mathrm{V} &\rightarrow I_{\text{max}} = 5\,\mathrm{mA}
\end{aligned}
$$

2. für $R_2$

$$I = \frac{1}{R_2} U_2 = \frac{1}{8} \frac{\mathrm{mA}}{\mathrm{V}} \cdot U_1$$

3. Der Schnittpunkt der beiden Widerstandsgeraden ergibt den gesuchten Spannungswert für $U_2 = 8\,\mathrm{V}$ bei einem Strom von $I = 1\,\mathrm{mA}$.

**c)** 1. Berechnung von $Z = R_2 \parallel \frac{1}{j\omega C1}$:

$$Z = \frac{R_2 \cdot \frac{1}{j\omega C_1}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C_1}} = \frac{R_2}{1 + j\omega C_1 R_2}$$

Gleichspannung $\rightarrow f = 0 \rightarrow Z = R_2$ , da der Kondensator einen Leerlauf darstellt.

2. Berechnung von $|U_2|$:

$$
\begin{aligned}
|U_2| &= U_0 \cdot \frac{|Z|}{|R_1 + Z|} \\
&= U_0 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 8\,\mathrm{V}
\end{aligned}
\tag{11}
$$

**d)** Da $u_0$ einen Gleich- und Wechselspannungsanteil hat, muss der Betrag bzw. Amplitude von $u_2$ bei beiden Frequenzen berechnet werden.

Beim Gleichspannungsanteil $|u_0| = 10\,\mathrm{V}$ gilt:

$$|u_2| = |u_0| \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 10\,\mathrm{V} \cdot \frac{8\,\mathrm{k\Omega}}{2\,\mathrm{k\Omega} + 8\,\mathrm{k\Omega}} = 8\,\mathrm{V}$$

Beim Wechselspannungsanteil (Frequenz bei $\omega$) gilt für die Amplitude von $u_0$: $|u_0| = 2\,\mathrm{V}$. Daraus folgt für $u_2$:

$$|u_2| = |u_0| \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 2\,\mathrm{V} \cdot \frac{8\,\mathrm{k\Omega}}{2\,\mathrm{k\Omega} + 8\,\mathrm{k\Omega}} = 1{,}6\,\mathrm{V}$$

**e)** Hier ist nur nach dem Wechselspannungsanteil bei den Frequenzen $f_1$, $f_2$ und $f_3$ gefragt und nicht nach dem Gleichspannungsanteil.
Berechnung von $|Z|$

$$|Z| = R_2 \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi f C_1 R_2)^2}}$$

und $|R_1 + Z|$

$$R_1 + Z = R_1 + \frac{R_2}{1 + j\omega C_1 R_2} = \frac{R_1 + j\omega C_1 R_1 R_2 + R_2}{1 + j\omega C_1 R_2}$$

wobei $|R_1 + Z|$ direkt mit den jeweiligen Werten im Taschenrechner berechnet werden kann. Einsetzen in

$$|u_2| = |u_0| \cdot \frac{|Z|}{|R_1 + Z|}$$

mit $|u_0| = 2\,\mathrm{V}$ ergibt:

| | $f_1 = 1\,\mathrm{kHz}$ | $f_2 = 10\,\mathrm{kHz}$ | $f_3 = 100\,\mathrm{kHz}$ |
|---|---|---|---|
| $\lvert Z\rvert$ | $160\,\Omega$ | $16\,\Omega$ | $1{,}6\,\Omega$ |
| $\lvert R_1 + Z\rvert$ | $2010\,\Omega$ | $2000\,\Omega$ | $2000\,\Omega$ |
| $\lvert U_2\rvert$ | $0{,}16\,\mathrm{V}$ | $16\,\mathrm{mV}$ | $1{,}6\,\mathrm{mV}$ |

Zur Information: Bei Gleichspannung stellt der Kondensator einen Leerlauf dar, wie in Aufgabe 1c) schon berechnet. Dadurch wird die Impedanz $Z = R_2$ und der Betrag $|u_2|$ kann wie in 1 c) berechnet werden.

**f)** Hier gibt es verschiedene Lösungsansätze. Diese Aufgabe dient nur zur Abschätzung. Ab wann ein Kondensator als Kurzschluss betrachtet werden kann, hängt von dessen Kapazität und von der Schaltungstopologie ab. Ein Ansatz kann folgendermaßen aussehen:

$$C \text{ als Kurzschluss} \rightarrow |\frac{1}{j\omega C_1}| \ll R_2 \leftrightarrow f \gg \frac{1}{2\pi C_1 R_2} \approx 20\,\text{Hz}.$$

Das Ergebnis zeigt, dass die Frequenz einige Größenordnung größer sein muss als $20\,\text{Hz}$, damit der Kondensator einen Kurzschluss darstellt. Dies bestätigt Aufgabenteil e).

## Aufgabe 2 (Dioden)

**a)** Bei einer Diode hängt der Strom exponentiell von der Spannung ab.
Für den Strom einer normalen Si-Diode gilt folgende Formel (aus Formelsammlung):

$$I = I_\text{S} \cdot \left(\exp\left(\frac{U}{nU_\text{T}}\right) - 1\right)$$

**b)** Das I-U Diagramm einer Si-Diode mit einer Durchbruchspannung von $U_\text{Br} = -120\,\text{V}$ ist in Abbildung 2a zu sehen.

**c)** Das I-U Diagramm einer Z-Diode mit einer Zenerspannung von $U_\text{Z} = -3{,}3\,\text{V}$ ist in Abbildung 2b zu sehen.

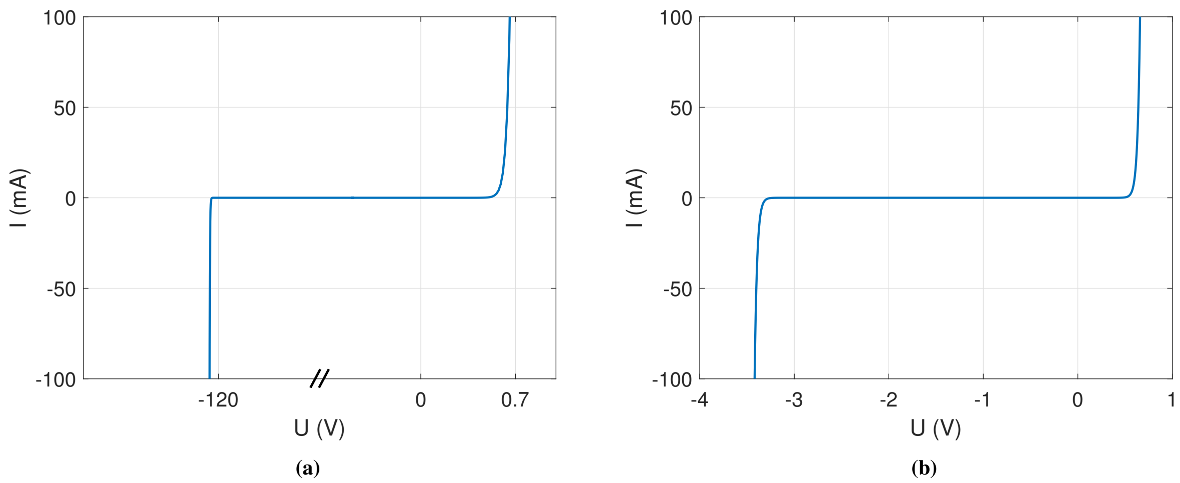



**Abbildung 2:** I-U Diagramm einer a) Si-Diode, b) Z-Diode.

# Aufgabe 3 (Spannungsstabilisierung)

**a)** Ein einfacher Schaltungsaufbau ist in Abbildung 3 zu sehen.

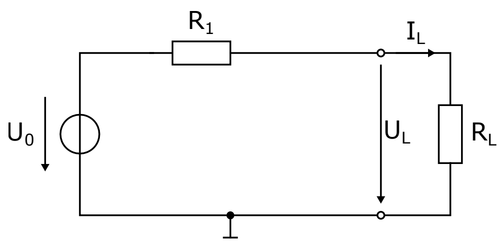



**Abbildung 3:** Schaltbild Aufgabe 3 a).

Berechnung von $R_1$:

$$R_1 = \frac{U_0 - U_\mathrm{L}}{I_\mathrm{L}} = \frac{12\,\mathrm{V} - 5{,}1\,\mathrm{V}}{10\,\mathrm{mA}} = 690\,\Omega$$

In der E24-Reihe kommt kein Widerstand mit dem Wert $690\,\Omega$ vor. Der nächstgelegene Wert beträgt $680\,\Omega$.

**b)** Um die minimale und maximale Spannung $U_\mathrm{L}$ zu berechnen, kann der Spannungsteiler berechnet werden.

$$U_\mathrm{L,min} = U_0 \cdot \frac{R_\mathrm{L,min}}{R_1 + R_\mathrm{L,min}} = 12\,\mathrm{V} \cdot \frac{545\,\Omega}{680\,\Omega + 545\,\Omega} = 5{,}34\,\mathrm{V}$$
$$U_\mathrm{L,max} = U_0 \cdot \frac{R_\mathrm{L,max}}{R_1 + R_\mathrm{L,max}} = 12\,\mathrm{V} \cdot \frac{1130\,\Omega}{680\,\Omega + 1130\,\Omega} = 7{,}49\,\mathrm{V}$$
$$\Delta U_\mathrm{L} = U_\mathrm{L,max} - U_\mathrm{L,min} = 7{,}49\,\mathrm{V} - 5{,}34\,\mathrm{V} = 2{,}15\,\mathrm{V}$$

Verlustleistung an $R_1$ bei einem mittleren Lastwiderstand von $\bar{R}_\mathrm{L} = (545\,\Omega + 1130\,\Omega/2) = 837{,}5\,\Omega$.

$$P_\mathrm{R1} = \frac{U_\mathrm{R1}^2}{R_1}, \text{mit: } U_\mathrm{R1} = U_0 \cdot \frac{R_1}{R_1 + \bar{R}_\mathrm{L}} = 5{,}38\,\mathrm{V}$$
$$= \frac{(5{,}38\,\mathrm{V})^2}{680\,\Omega} = 42{,}6\,\mathrm{mW}$$

**c)** Berechnung des belasteten Spannungsteilers:

$$\frac{U_\mathrm{L}}{U_0} = \frac{R_2 \parallel R_\mathrm{L}}{R_1 + R_2 \parallel R_\mathrm{L}} = \frac{R_2 \cdot R_\mathrm{L}}{R_1 R_2 + R_1 \cdot R_\mathrm{L} + R_2 \cdot R_\mathrm{L}}$$

Daraus ergibt sich für $\Delta U_\mathrm{L}$:

$$U_\mathrm{L,min} = 12\,\mathrm{V} \frac{30\,\Omega \cdot 545\,\Omega}{39\,\Omega \cdot 30\,\Omega + 39\,\Omega \cdot 545\,\Omega + 30\,\Omega \cdot 545\,\Omega} = 5{,}06\,\mathrm{V}$$
$$U_\mathrm{L,max} = 12\,\mathrm{V} \frac{30\,\Omega \cdot 1130\,\Omega}{39\,\Omega \cdot 30\,\Omega + 39\,\Omega \cdot 1130\,\Omega + 30\,\Omega \cdot 1130\,\Omega} = 5{,}14\,\mathrm{V}$$
$$\Delta U_\mathrm{L} = U_\mathrm{L,max} - U_\mathrm{L,min} = 0{,}08\,\mathrm{V}$$

**d)** Am Spannungsteiler umgesetzte Leistung bei Annahme des mittleren Lastwiderstandes:

$$P_\mathrm{R1} = \frac{U_\mathrm{R1}^2}{R_1} = \frac{(6{,}89\,\mathrm{V})^2}{39\,\Omega} = 1{,}22\,\mathrm{W}$$
$$\text{mit } U_\mathrm{R1} = U_0 \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2 \parallel \bar{R}_\mathrm{L}} = U_0 \frac{R_1 \cdot (R_2 + \bar{R}_\mathrm{L})}{R_1 \cdot (R_2 + \bar{R}_\mathrm{L}) + R_2 \bar{R}_\mathrm{L}} = 6{,}89\,\mathrm{V}$$
$$P_\mathrm{R2} = \frac{U_\mathrm{R2}^2}{R_2} = \frac{(5{,}11\,\mathrm{V})^2}{30\,\Omega} = 0{,}867\,\mathrm{W}$$
$$\text{mit } U_\mathrm{R2} = U_0 - U_\mathrm{R1} = 5{,}11\,\mathrm{V}$$

Leistungsaufnahme des Sensors bei Annahme des mittleren Lastwiderstandes:

$$P_{\bar{R}_\mathrm{L}} = \frac{U_{\bar{R}_\mathrm{L}}^2}{\bar{R}_\mathrm{L}} = 0{,}03\,\mathrm{W}$$

Der große Nachteil dieser Schaltung ist der Leistungsverbrauch des Spannungsteilers.

**e)** Die $I_\mathrm{Z}\,(U_\mathrm{Z})$ - Kennlinie (Lastgerade) des Sensor-Widerstandes kann folgendermaßen beschrieben werden:

$$I_\mathrm{Z} = I - I_\mathrm{L} = \frac{U_0 - U_\mathrm{Z}}{R_1} - \frac{U_\mathrm{Z}}{R_\mathrm{L}} = -U_\mathrm{Z}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_\mathrm{L}}\right) + \frac{U_0}{R_2}$$

Um die Lastgeraden einzeichnen zu können, kann wie folgt vorgegangen werden.
1. Bestimmung der Schnittpunkte mit der x-Achse für die beiden Lastgeraden $R_\mathrm{L,min}$ und $R_\mathrm{L,max}$:

$$I_\mathrm{Z} = 0 \rightarrow U_\mathrm{L,min} = \frac{U_0}{R_1} \cdot \frac{R_1 R_\mathrm{L,min}}{R_1 + R_\mathrm{L,min}} = 5{,}9\,\mathrm{V}$$
$$\rightarrow U_\mathrm{L,max} = \frac{U_0}{R_1} \cdot \frac{R_1 R_\mathrm{L,max}}{R_1 + R_\mathrm{L,max}} = 8\,\mathrm{V}$$

2. Bestimmung der Steigung der beiden Lastgeraden:

$$m_\mathrm{L,min} = -\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_\mathrm{L,min}}\right) = -3{,}6\,\mathrm{mS}$$
$$m_\mathrm{L,max} = -\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_\mathrm{L,max}}\right) = -2{,}7\,\mathrm{mS}$$

3. Eintragung der Lastgeraden in das Diagramm, siehe hierfür Abbildung 4, wobei die grüne Lastgerade $R_\mathrm{L,min}$ und die blaue Lastgerade $R_\mathrm{L,max}$ darstellt. Über die Schnittpunkte mit der Kennlinie der Z-Diode kann auf der x-Achse ein $\Delta U$ von ca. $0{,}03\,\mathrm{V}$ abgelesen werden.
Leistungsverbrauch am Widerstand $R_1$ und der Zener-Diode bei $U_\mathrm{Z} = 5{,}1\,\mathrm{V}$:

$$P_\mathrm{R1} = \frac{U_\mathrm{R1}^2}{R_1} = \frac{(6{,}9\,\mathrm{V})^2}{560\,\Omega} = 85\,\mathrm{mW}$$
$$P_\mathrm{Z} = I_\mathrm{Z} \cdot U_\mathrm{Z} = 3\,\mathrm{mA} \cdot 5{,}1\,\mathrm{V} = 15{,}3\,\mathrm{mW}$$

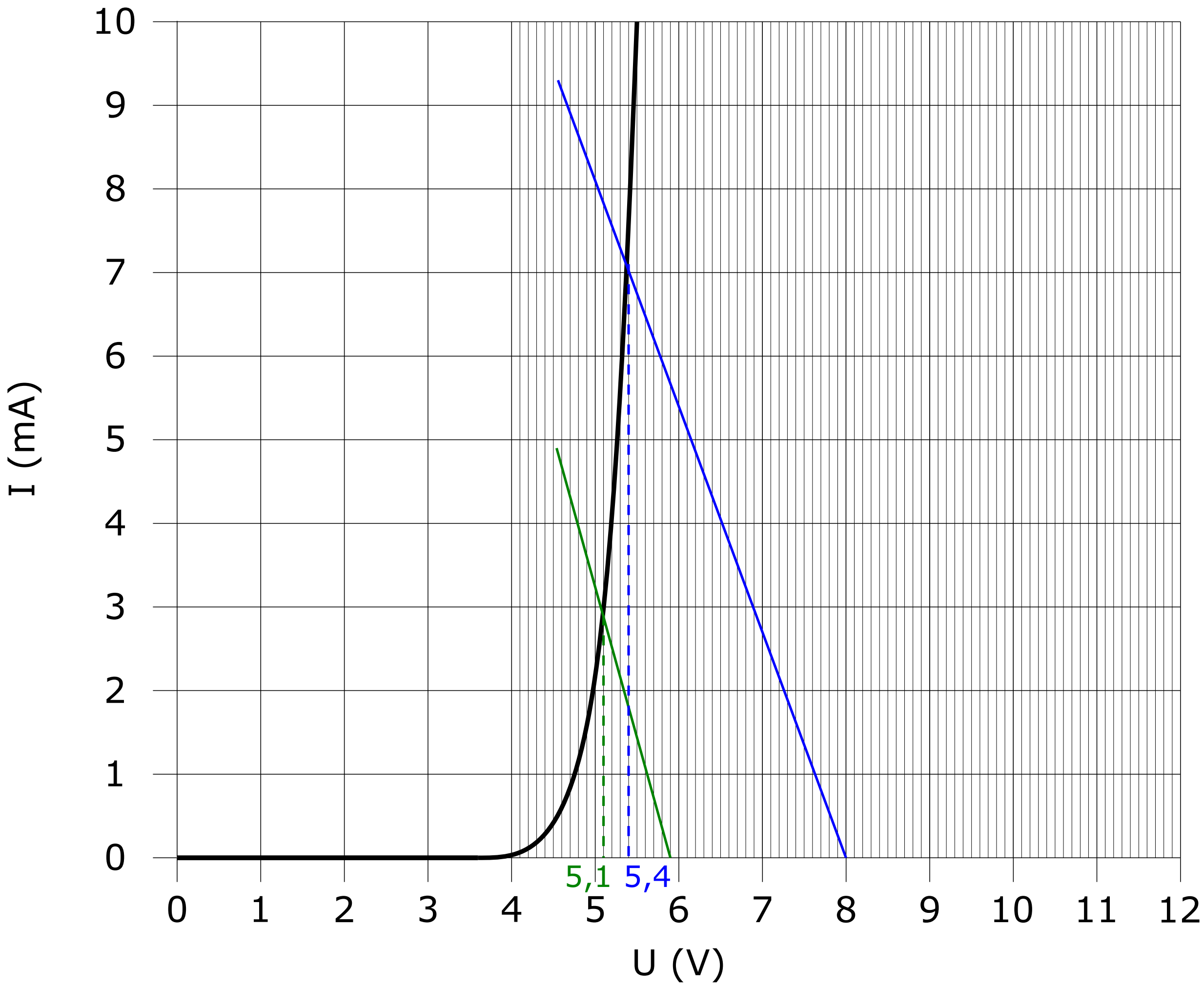



**Abbildung 4:** I/U Diagramm zur Bestimmung von $\Delta U$ der Spannungsstabilisierung mit Z-Diode, mit grüner Lastgerade für $R_{\mathrm{L,min}}$ und blauer Lastgerade für $R_{\mathrm{L,max}}$.