

## Elektronische Schaltungen SS 2020

### 5. Übungsblatt – Lösung

### Operationsverstärker

#### Aufgabe 1

a) Eigenschaften eines idealen Operationsverstärkers:

- $r_e \rightarrow \infty$
- $r_a \rightarrow 0$
- $A_D \rightarrow \infty$

b) Grundschialtung: invertierender Verstärker, da das Eingangssignal am invertierenden Eingang anliegt.

c) Die Ausgangsspannung berechnet sich mit  $U_0 = U_+ = 0 \text{ V}$  zu

$$U_a = A \cdot U_e \quad , \text{ mit } A = -\frac{R_2}{R_1} = -2$$

$$U_a = -2 \cdot U_e$$

d) Die Ausgangsspannung berechnet sich mit  $U_0 = U_+ = 5 \text{ V}$  zu

$$U_a = U_0 - R_2 \cdot I$$

$$U_e = U_0 + R_1 \cdot I \rightarrow I = \frac{U_e - U_0}{R_1}$$

$$U_a = U_0 - R_2 \cdot \frac{U_e - U_0}{R_1} = -U_e \frac{R_2}{R_1} + U_0 \cdot \left( \frac{R_1 + R_2}{R_1} \right)$$

$$= -2U_e + 15 \text{ V}$$

e) Die Aussteuergrenze beträgt  $\pm 15 \text{ V}$ . Damit ergibt sich mit den jeweiligen Übertragungskennlinien aus c) und d):

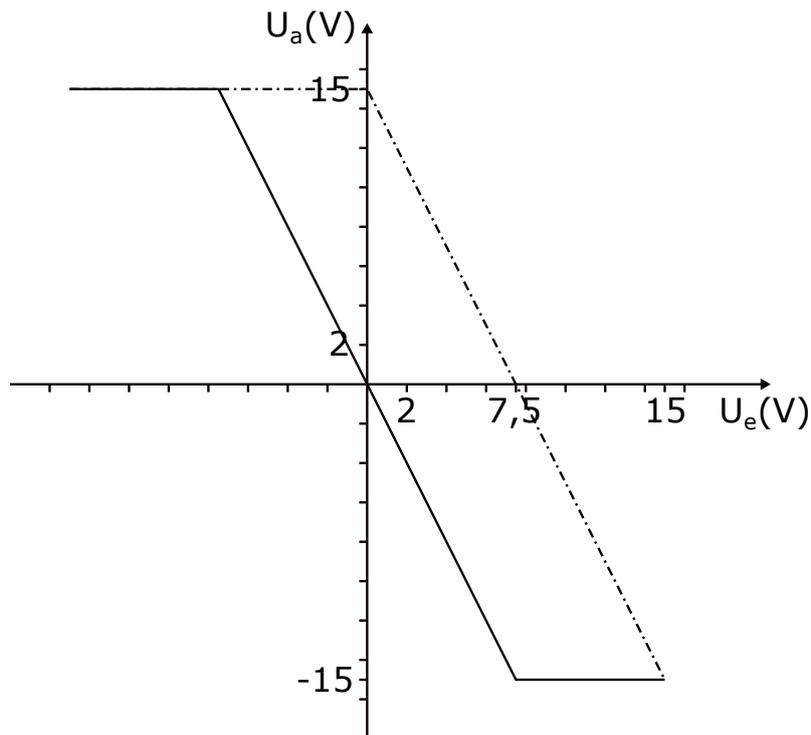


Abbildung 1: Durchgezogene Linie:  $U_0 = 0 \text{ V}$  (d), gestrichelte Linie:  $U_0 = 5 \text{ V}$  (d)

## Aufgabe 2

- a) Grundschialtung: invertierender Differenzierer
- b) Durch die Gegenkopplung ergibt sich:

$$u_+ = u_- = 0$$

$$i_- = 0 \rightarrow i_C = i_R$$

Damit berechnet sich die Ausgangsspannung in Abhängigkeit zur Eingangsspannung wie folgt:

$$u_a = -R \cdot i_R = -R \cdot i_C$$

$$\text{mit } i_C = C \frac{\partial u_e}{\partial t} = i_R$$

$$= -RC \frac{\partial u_e}{\partial t} = -10 \text{ ms} \frac{\partial u_e}{\partial t}$$

- c) Die Ausgangsspannung ergibt sich in den einzelnen Zeitabschnitten wie folgt: Daraus ergibt sich das Zeitdiagramm für  $u_a$  zu:

Zeitbereich	$\frac{\partial u_e}{\partial t}$	$u_{a2}$
$0 < t < 10 \text{ ms}$	0	0
$10 \text{ ms} < t < 20 \text{ ms}$	$\frac{-2 \text{ V}}{10 \text{ ms}}$	$-10 \text{ ms} \cdot \frac{-2 \text{ V}}{10 \text{ ms}} = 2 \text{ V}$
$20 \text{ ms} < t < 30 \text{ ms}$	$\frac{4 \text{ V}}{10 \text{ ms}}$	$-10 \text{ ms} \cdot \frac{4 \text{ V}}{10 \text{ ms}} = -4 \text{ V}$
$30 \text{ ms} < t < 60 \text{ ms}$	0	0

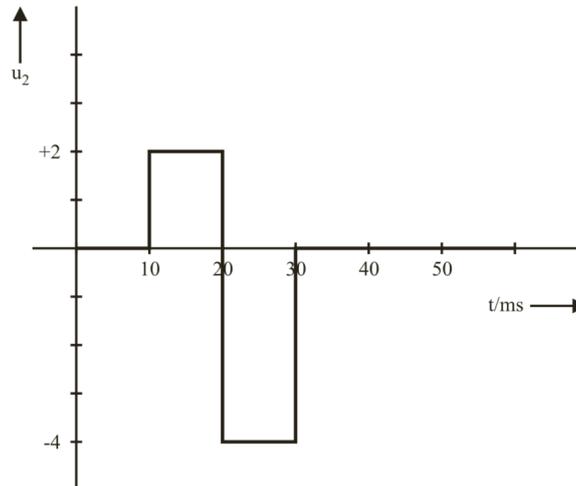


Abbildung 2

d) Mit folgenden Schlussfolgerungen

$$\text{Gegenkopplung} \rightarrow U_D = 0$$

$$C \text{ ungeladen} \rightarrow u_{C(t=0)} = 0$$

kann die Ausgangsspannung berechnet werden.

$$\begin{aligned}
 u_a &= -(u_R + u_C) \\
 &= -R_2 \cdot i - \frac{1}{C} \int_0^t i(\tilde{t}) d\tilde{t} + u_C(t=0), \text{ mit } u_C(t=0) = 0, i = \frac{u_e}{R_1} \\
 &= -\frac{R_2}{R_1} \cdot u_e - \frac{1}{R_1 C} \int_0^t u_e(\tilde{t}) d\tilde{t} \\
 &= -2u_e - \frac{1}{10 \text{ ms}} \int_0^t u_e(\tilde{t}) d\tilde{t}
 \end{aligned}$$

1. ( $0 < t < 10 \text{ ms}$ )

$$u_a(t) = -2 \cdot 0 \text{ V} - \frac{1}{10 \text{ ms}} \int_0^t u_e(\tilde{t}) d\tilde{t} = 0 \text{ V}$$

2. ( $10 \text{ ms} < t < 40 \text{ ms}$ )

$$\begin{aligned}
 u_a(t) &= -2 \cdot 1 \text{ V} - \frac{1}{10 \text{ ms}} \int_0^t u_e(\tilde{t}) d\tilde{t} \\
 &= -2 \text{ V} - \frac{1}{10 \text{ ms}} \left[ \int_0^{10 \text{ ms}} 0 \text{ V}(\tilde{t}) d\tilde{t} + \int_0^t u_e(\tilde{t}) d\tilde{t} \right] \\
 &= -2 \text{ V} - \frac{1}{10 \text{ ms}} [1 \text{ V} \tilde{t}]_{10 \text{ ms}}^t = -2 \text{ V} - \frac{1}{10 \text{ ms}} (1 \text{ V} \cdot t - 1 \text{ V} \cdot 10 \text{ ms}) \\
 u_a(t = 10 \text{ ms}^+) &= -2 \text{ V}, u_a(t = 40 \text{ ms}^-) = -5 \text{ V}
 \end{aligned}$$

3. ( $40 \text{ ms} < t < 50 \text{ ms}$ )

$$\begin{aligned}
 u_a(t) &= -2 \cdot 0 \text{ V} - \frac{1}{10 \text{ ms}} \left[ \int_0^{10 \text{ ms}} 0 \text{ V} d\tilde{t} + \int_{10 \text{ ms}}^{40 \text{ ms}} 1 \text{ V} d\tilde{t} + \int_{40 \text{ ms}}^t 0 \text{ V} d\tilde{t} \right] \\
 &= -\frac{1}{10 \text{ ms}} [1 \text{ V} \tilde{t}]_{10 \text{ ms}}^{40 \text{ ms}} \\
 &= -3 \text{ V} = u_a(t = 40 \text{ ms}^+) = u_a(t = 50 \text{ ms}^-)
 \end{aligned}$$

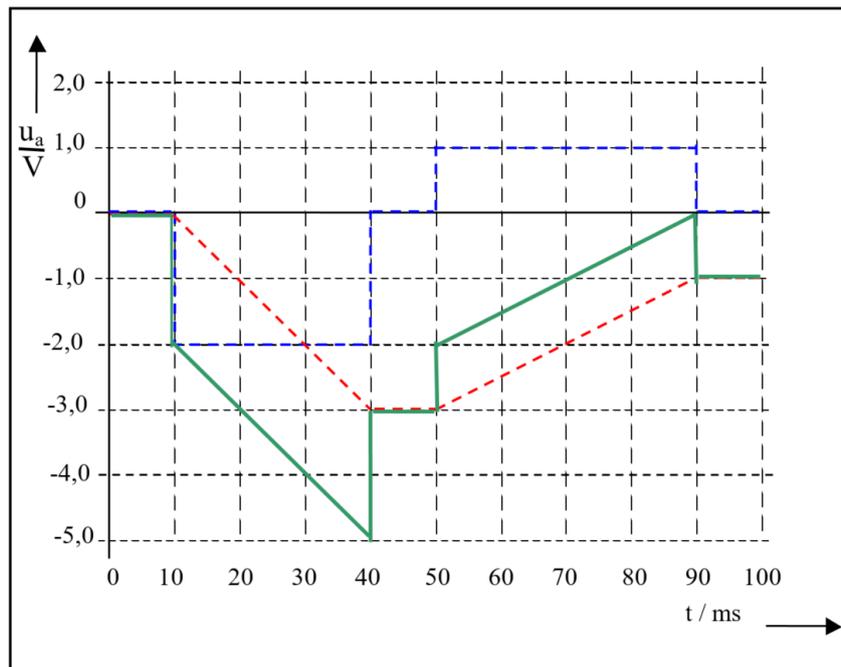
4. ( $50 \text{ ms} < t < 90 \text{ ms}$ )

$$\begin{aligned}
 u_a(t) &= -2 \cdot -0,5 \text{ V} - \frac{1}{10 \text{ ms}} \left[ 0 + 3 \text{ V} \cdot 10 \text{ ms} + 0 + \int_{50 \text{ ms}}^t -0,5 \text{ V} d\tilde{t} \right] \\
 &= 1 \text{ V} - \frac{1}{10 \text{ ms}} [3 \text{ V} \cdot 10 \text{ ms} - 0,5 \text{ V}(t - 50 \text{ ms})] \\
 u_a(t = 50 \text{ ms}^+) &= -2 \text{ V}, u_a(t = 90 \text{ ms}^-) = 0 \text{ V}
 \end{aligned}$$

5. ( $90 \text{ ms} < t < 100 \text{ ms}$ )

$$\begin{aligned}
 u_a(t) &= -2 \cdot 0 \text{ V} - \frac{1}{10 \text{ ms}} \left[ 0 + 3 \text{ V} \cdot 10 \text{ ms} + 0 - 0,5 \text{ V} \cdot 40 \text{ ms} + \int_{90 \text{ ms}}^t 0 \text{ V} d\tilde{t} \right] \\
 &= -\frac{1}{10 \text{ ms}} (3 \text{ V} \cdot 10 \text{ ms} - 0,5 \text{ V} \cdot 40 \text{ ms}) \\
 &= -1 \text{ V} = u_a(t = 90 \text{ ms}^+) = u_a(t = 100 \text{ ms}^-)
 \end{aligned}$$

Der zeitliche Verlauf ist in Abbildung 3 zu sehen.



- ..... Anteil invertierender Verstärker
- - - Anteil Integrator ( nach 40 ms ist der Kondensator auf -3 V geladen, bei 50 ms beginnt die Entladung, bei 90 ms ist  $u_c = -1V$  )
- Ausgangsspannung

Abbildung 3

## Aufgabe 3

a) Die folgenden Schaltungen sind realisiert:

### Schaltung a)

Invertierender Verstärker

$$u_a = -\frac{R_2}{R_1} u_e = -\frac{20 \text{ k}\Omega}{10 \text{ k}\Omega} u_e = -2u_e$$

### Schaltung b)

Nichtinvertierender Verstärker

$$u_a = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) u_e = \left(1 + \frac{20 \text{ k}\Omega}{10 \text{ k}\Omega}\right) u_e = 3u_e$$

Die Aussteuerungsgrenze beträgt  $\pm 12\text{ V}$ , woraus folgt

$$u_a = 12\text{ V für } u_e \geq 4\text{ V}$$

$$u_a = -12\text{ V für } u_e \leq -4\text{ V}$$

Daraus ergibt sich

$$u_a = 3u_e \text{ für } -4\text{ V} \leq u_e \leq 4\text{ V}$$

### Schaltung c)

Invertierender Differenzierer

$$u_a = -R_1 C_1 \frac{du_e}{dt} = -5\text{ ms} \frac{du_e}{dt}$$

mit

$$\frac{du_e}{dt} = \frac{2\text{ V}}{\text{ms}} (0\text{ ms} < t < 5\text{ ms})$$

$$\frac{du_e}{dt} = \frac{-2\text{ V}}{\text{ms}} (5\text{ ms} < t < 10\text{ ms})$$

ergibt sich

$$u_a = -10\text{ V} (0\text{ ms} < t < 5\text{ ms})$$

$$u_a = +10\text{ V} (5\text{ ms} < t < 10\text{ ms})$$

### Schaltung d)

Invertierender Integrierer bzw. Integrator

$$\begin{aligned} u_a &= -\frac{1}{RC} \int_0^t u_e(\tilde{t}) d\tilde{t} + u_a(t=0) \\ &= -\frac{1}{1 \cdot 10^4 \Omega \cdot 0,1 \cdot 10^{-6} \text{ F}} \int_0^t u_e(\tilde{t}) d\tilde{t} + 0\text{ V} \\ &= -\frac{1}{1\text{ ms}} \int_0^t u_e(\tilde{t}) d\tilde{t} + 0\text{ V} \end{aligned}$$

$t$ in ms	$u_a$ in V
0	0
1	4
2	6
2,5	6,25
3	6
4	4
5	0

Für  $0 \text{ ms} < t < 5 \text{ ms}$  gilt  $u_e = 2 \frac{\text{V}}{\text{ms}} t - 5 \text{ V}$ . Daraus ergibt sich für die Ausgangsspannung:

$$\begin{aligned}
 U_a &= -\frac{1}{1 \text{ ms}} \int_0^t \left( 2 \frac{\text{V}}{\text{ms}} \tilde{t} - 5 \text{ V} \right) d\tilde{t} \\
 &= -\frac{1}{1 \text{ ms}} \left[ \frac{1}{2} 2 \frac{\text{V}}{\text{ms}} \tilde{t}^2 - 5 \text{ V} \cdot \tilde{t} \right]_0^t \\
 &= -\frac{1}{1 \text{ ms}} \left[ 1 \frac{\text{V}}{\text{ms}} t^2 - 5 \text{ V} \cdot t \right]
 \end{aligned}$$

Damit ergibt sich: Für  $5 \text{ ms} < t < 10 \text{ ms}$  wiederholt sich die Berechnung mit negativem Vorzeichen, d.h.  $u_e = -2 \frac{\text{V}}{\text{ms}} t + 5 \text{ V}$  usw.

### Schaltung e)

Nichtinvertierender Schmitt-Trigger

Für die Einschaltsschwelle gilt  $U_D = 0$ ,  $u_{a-} = -12 \text{ V}$ :

$$U_{K1} = -\frac{R_1}{R_1} u_{a-} = -\frac{10 \text{ k}\Omega}{30 \text{ k}\Omega} u_{a-} = -\frac{1}{3}(-12 \text{ V}) = 4 \text{ V}$$

Für die Ausschaltsschwelle gilt  $U_D = 0$ ,  $u_{a-} = +12 \text{ V}$ :

$$U_{K2} = -\frac{10 \text{ k}\Omega}{30 \text{ k}\Omega} u_{a+} = -\frac{1}{3}(+12 \text{ V}) = -4 \text{ V}$$

### Schaltung f)

Invertierender Schmitt-Trigger

Für die Einschaltsschwelle gilt  $U_D = 0$ ,  $u_{a-} = -12 \text{ V}$ :

$$U_{K1} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} u_{a-} = \frac{10 \text{ k}\Omega}{10 \text{ k}\Omega + 30 \text{ k}\Omega} \cdot -12 \text{ V} = -3 \text{ V}$$

Für die Ausschaltsschwelle gilt  $U_D = 0$ ,  $u_{a-} = +12\text{ V}$ :

$$U_{K2} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} u_{a+} = \frac{10\text{ k}\Omega}{10\text{ k}\Omega + 30\text{ k}\Omega} \cdot 12\text{ V} = 3\text{ V}$$

### Schaltung g)

Subtrahierer

$$\begin{aligned} u_+ &= u_- = \frac{R_2}{R_1 + R_2} u_{e2} \\ i &= \frac{u_{e1} - u_+}{R_1} = \frac{u_1}{R_1} - \frac{R_2}{R_1(R_1 + R_2)} u_{e2} \\ u_a &= u_{e1} - \frac{R_1 + R_2}{R_1} u_{e1} + \frac{R_2}{R_1} u_{e2} \\ &= \frac{R_2}{R_1} (u_{e2} - u_{e1}) = \frac{20\text{ k}\Omega}{10\text{ k}\Omega} \cdot (u_{e2} - u_{e1}) = 2 \cdot (u_{e2} - u_{e1}) \end{aligned}$$

### Schaltung h)

Invertierender Addierer

Mit der Knotenregel folgt:

$$\begin{aligned} i_{R1} + i_{R3} &= i_{R2} \\ \frac{u_{e2}}{R_3} + \frac{u_e}{R_1} &= -\frac{u_a}{R_2} \end{aligned}$$

Daraus ergibt sich für die Ausgangsspannung:

$$u_a = - \left( u_{e1} \frac{R_2}{R_1} + u_{e2} \frac{R_2}{R_3} \right) = -(2u_{e1} + 1,5u_{e2})$$

### Schaltung i)

Komperator

Für die Ausgangsspannung gilt:

$$\begin{aligned} u_a &= A_D \cdot u_D \\ &= A_D \cdot (u_e - u_{\text{ref}}) \end{aligned}$$

Daraus folgt

$$u_a = 12 \text{ V für } u_e > u_{\text{ref}} = 2 \text{ V}$$

$$u_a = -12 \text{ V für } u_e < u_{\text{ref}} = 2 \text{ V}$$

**b)** Der zeitliche Verlauf der Ausgangsspannung ist in Abbildung 4 sehen.

Für Schaltung d) für  $u_e = u_{e2}$  ergibt sich:

$$u_a = -\frac{1}{1 \text{ ms}} \int_0^t u_{e2}(\tilde{t}) d\tilde{t} + 0 \text{ V} = -\frac{1}{1 \text{ ms}} \cdot u_{e2} \cdot \Delta t + u_C$$

1. ( $0 < t < 10 \text{ ms}$ )

$$u_a|_{t=5 \text{ ms}} = -\frac{1}{1 \text{ ms}} 4 \text{ V} \cdot 5 \text{ ms} + 0 = 20 \text{ V}$$

aber  $u_{\min} = -12 \text{ V} = u_C(t=5 \text{ ms})$ , deshalb folgt  $\frac{\Delta u_a}{\Delta t} = -\frac{1}{1 \text{ ms}} 4 \text{ V}$ . Daraus folgt, dass  $u_a$   $-12 \text{ V}$  nach  $3 \text{ ms}$  erreicht

2. ( $5 \text{ ms} < t < 10 \text{ ms}$ )

$$u_a|_{t=10 \text{ ms}} = -\frac{1}{1 \text{ ms}} (-2 \text{ V}) \cdot 5 \text{ ms} + (-12 \text{ V}) = -2 \text{ V} = u_C(t=10 \text{ ms})$$

3. ( $10 \text{ ms} < t < 15 \text{ ms}$ )

$$u_a|_{t=15 \text{ ms}} = -\frac{1}{1 \text{ ms}} (0 \text{ V}) \cdot 5 \text{ ms} + (-2 \text{ V}) = -2 \text{ V} = u_C(t=15 \text{ ms})$$

4. ( $15 \text{ ms} < t < 20 \text{ ms}$ )

$$u_a|_{t=20 \text{ ms}} = -\frac{1}{1 \text{ ms}} -4 \text{ V} \cdot 5 \text{ ms} + (-2 \text{ V}) = 18 \text{ V}$$

aber  $u_{\max} = 12 \text{ V} = u_C(t=20 \text{ ms})$ , deshalb folgt  $\frac{\Delta u_a}{\Delta t} = -\frac{1}{1 \text{ ms}} -4 \text{ V}$ . Daraus folgt, dass  $u_a$   $12 \text{ V}$  nach  $3,5 \text{ ms}$  erreicht

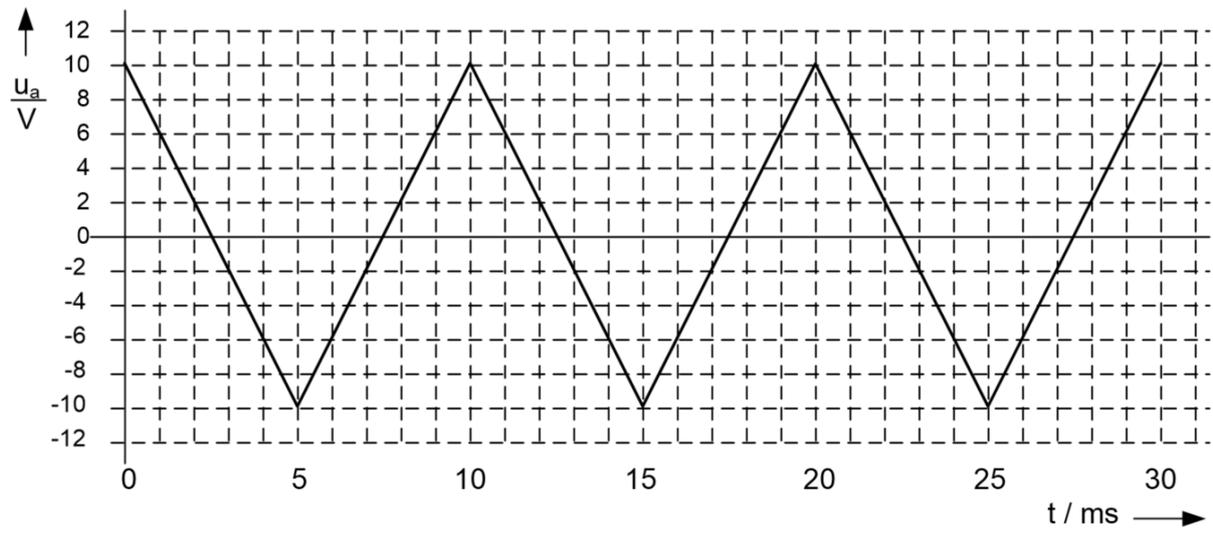
5. ( $20 \text{ ms} < t < 25 \text{ ms}$ )

$$u_a|_{t=25 \text{ ms}} = -\frac{1}{1 \text{ ms}} (4 \text{ V}) \cdot 5 \text{ ms} + (12 \text{ V}) = -8 \text{ V} = u_C(t=25 \text{ ms})$$

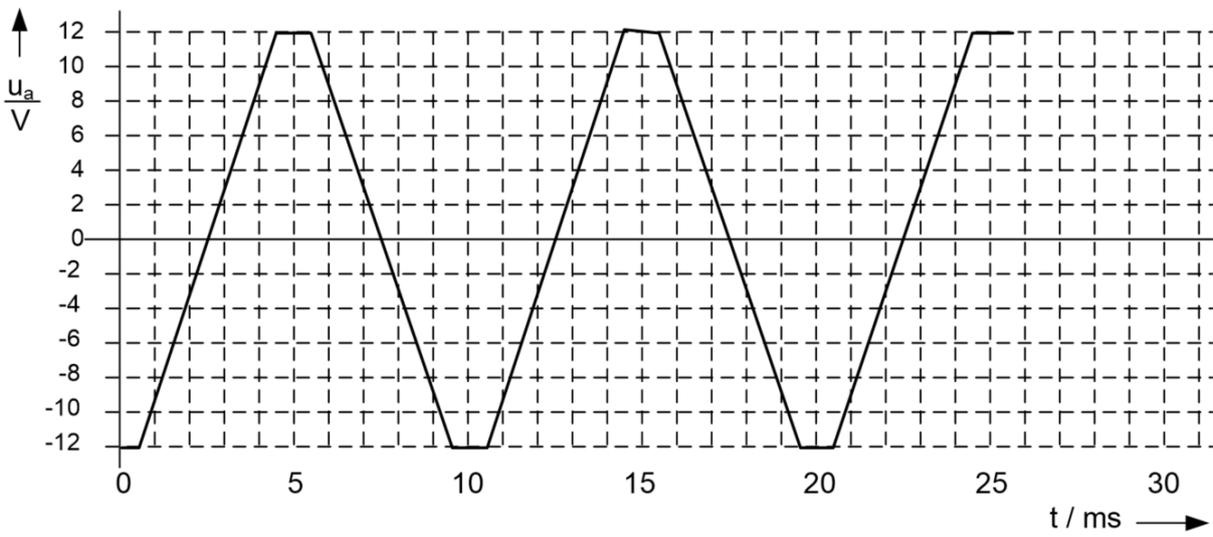
6. ( $25 \text{ ms} < t < 30 \text{ ms}$ )

$$u_a|_{t=30 \text{ ms}} = -\frac{1}{1 \text{ ms}} (0 \text{ V}) \cdot 5 \text{ ms} + (-8 \text{ V}) = -8 \text{ V} = u_C(t=30 \text{ ms})$$

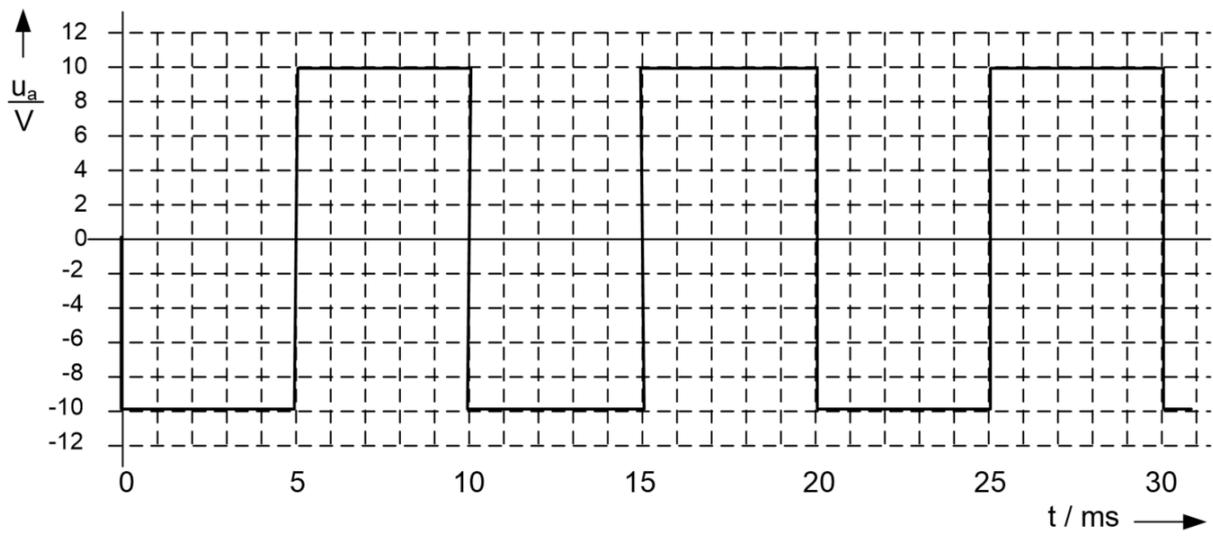
Der zeitliche Verlauf der Ausgangsspannung ist in Abbildung 5 zu sehen.



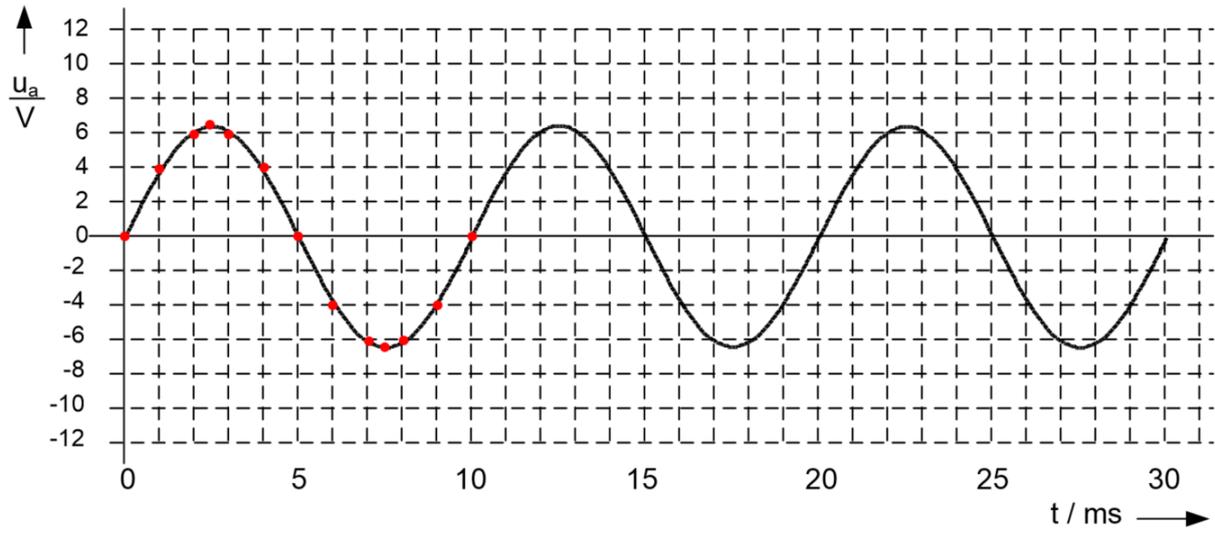
(a)



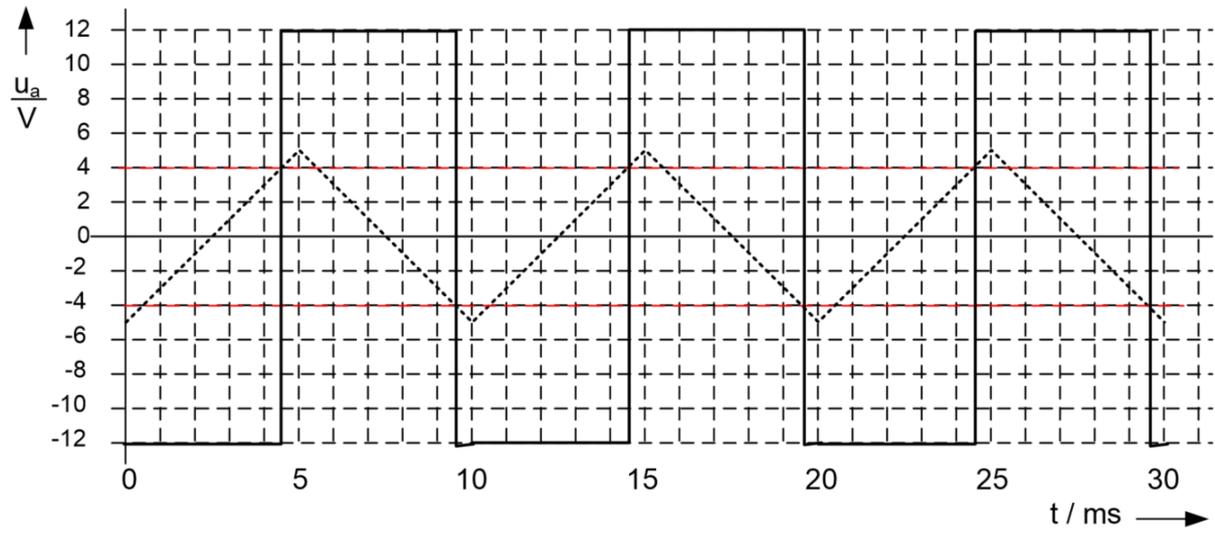
(b)



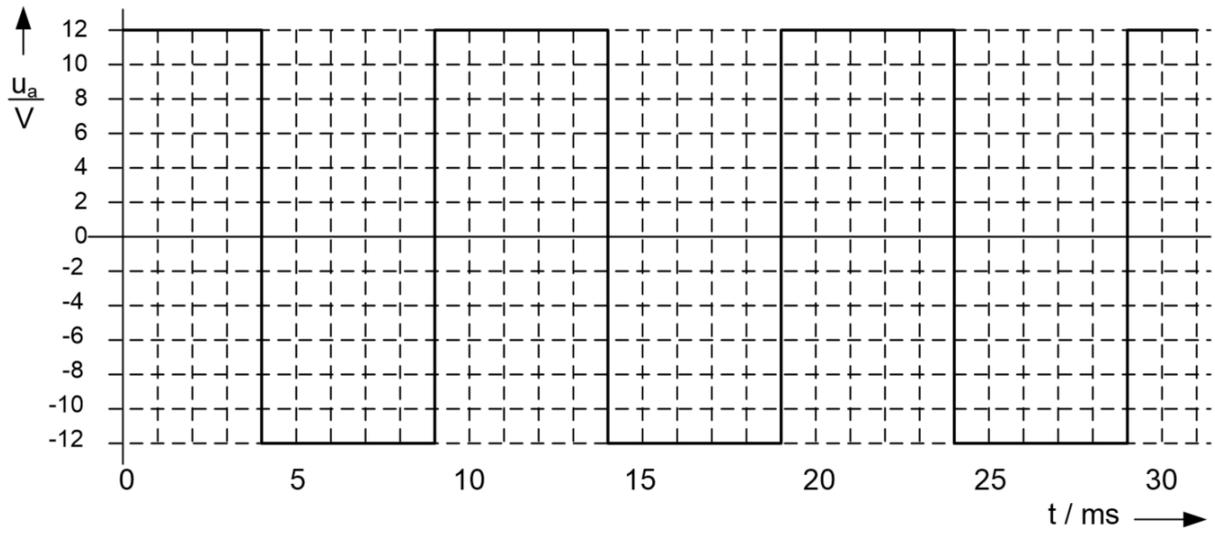
(c)



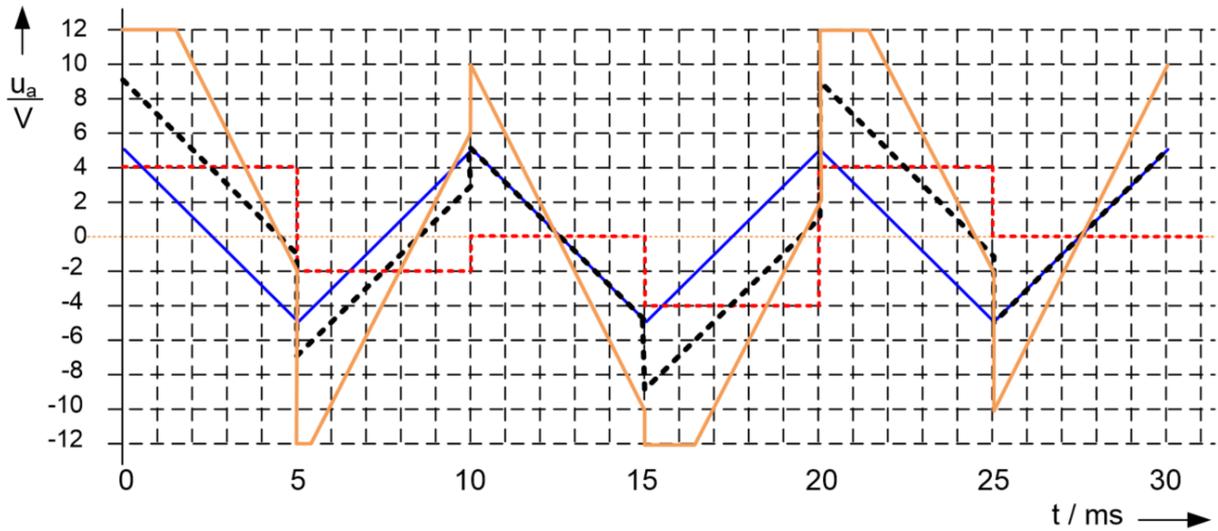
(d)



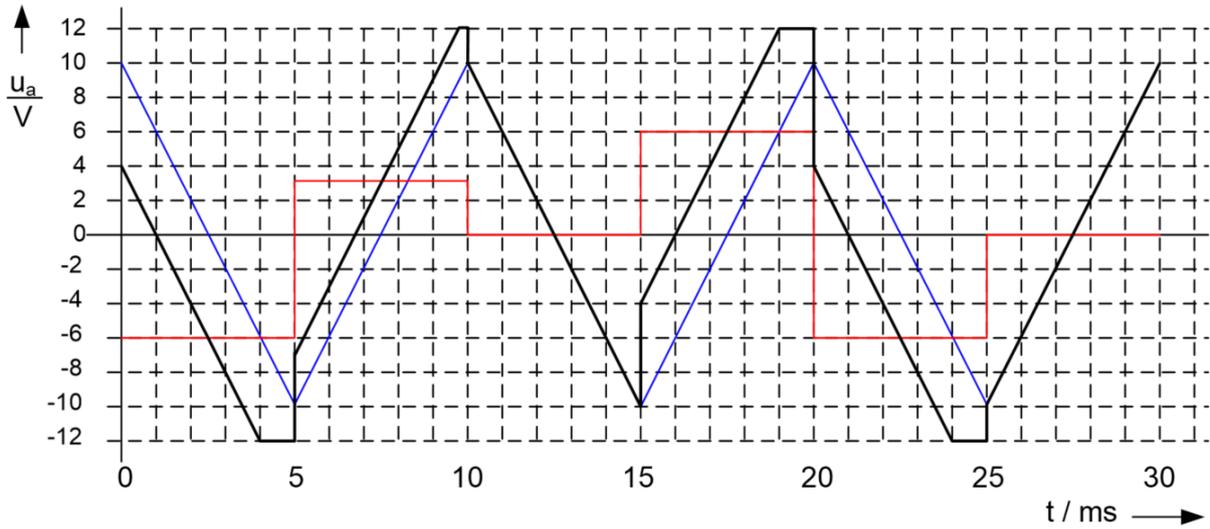
(e)



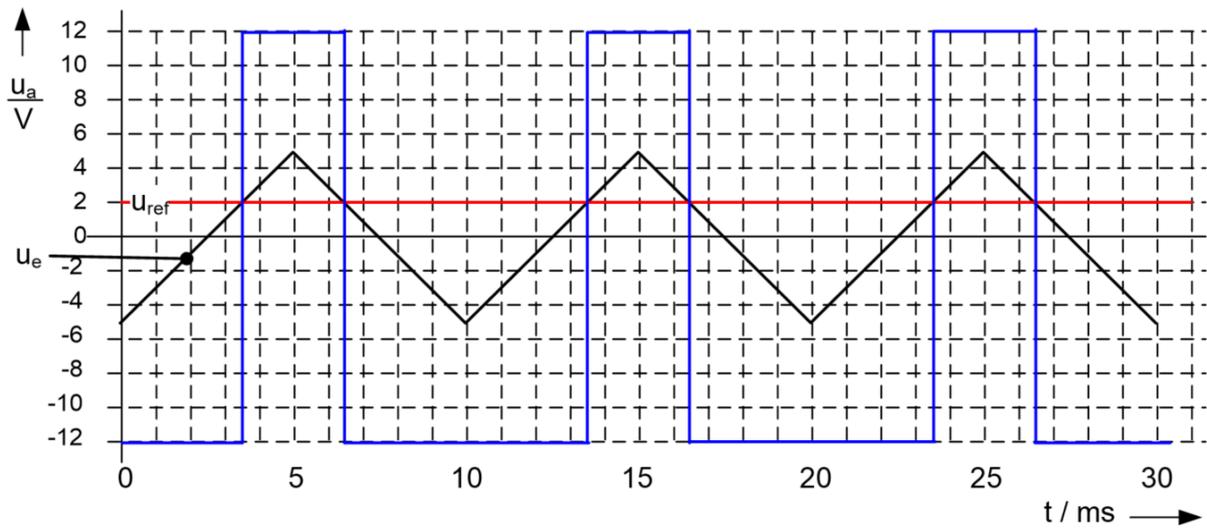
(f)



(g) rot:  $u_{e2}$ , blau:  $-u_{e1} = -u_e$ , schwarz:  $(u_{e2} - u_{e1})$ , orange:  $2(u_{e2} - u_{e1})$



(h)



(i)

**Abbildung 4:** Zeitlicher Verlauf der Ausgangsspannung der verschiedenen Schaltungen

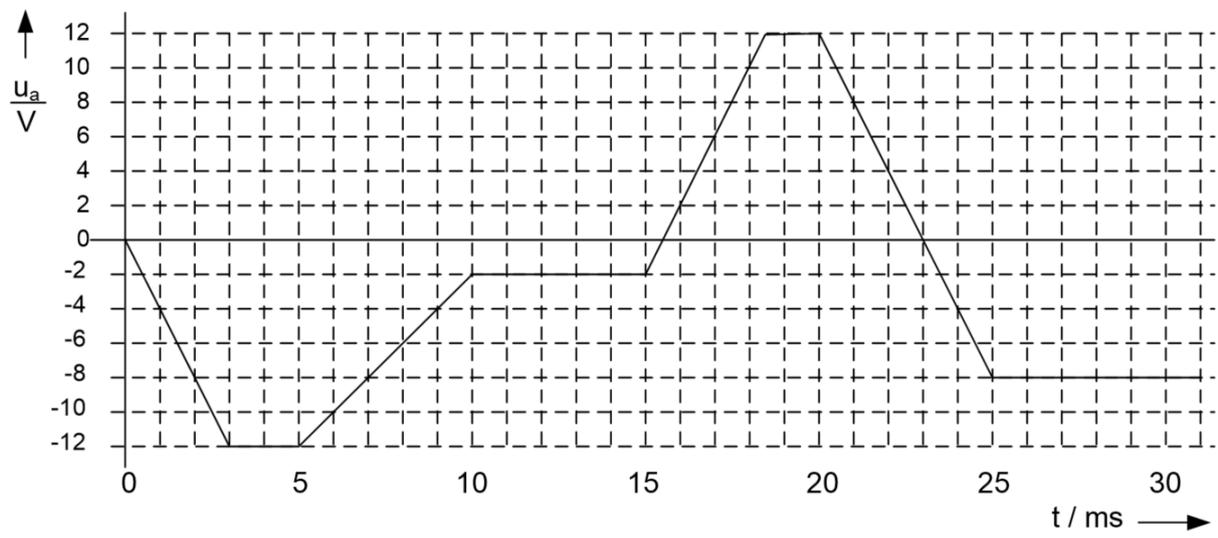


Abbildung 5