

## Elektronische Schaltungen SS 2021

### 2. Tutoriumsblatt - Lösung

#### Dioden

**Infos zur Abgabe**

Abgabefrist: **06.06.2021** per E-Mail an zugewiesene\*n Tutor\*in

Abzugebende Aufgaben: **Aufgabe 1** (Handschriftlich, eingescannt als .pdf)

**Aufgabe 5** (Separate .pdf mit Screenshots + kurzer Beschreibung)

Hinweise: Die Lösungen sollen einen Weg aufzeigen, wie die Aufgaben gelöst werden können. Es gibt in einigen Fällen auch andere Wege, um zur richtigen Lösung zu kommen. Diese Wege können und sollen in den Tutorien angesprochen werden.

### – Teil I: Rechenaufgaben –

#### **Aufgabe 1** (Groß- und Kleinsignalanalyse)

a) In Abbildung 1 sind die I-U Kennlinien der Diodenschaltungen gegeben.

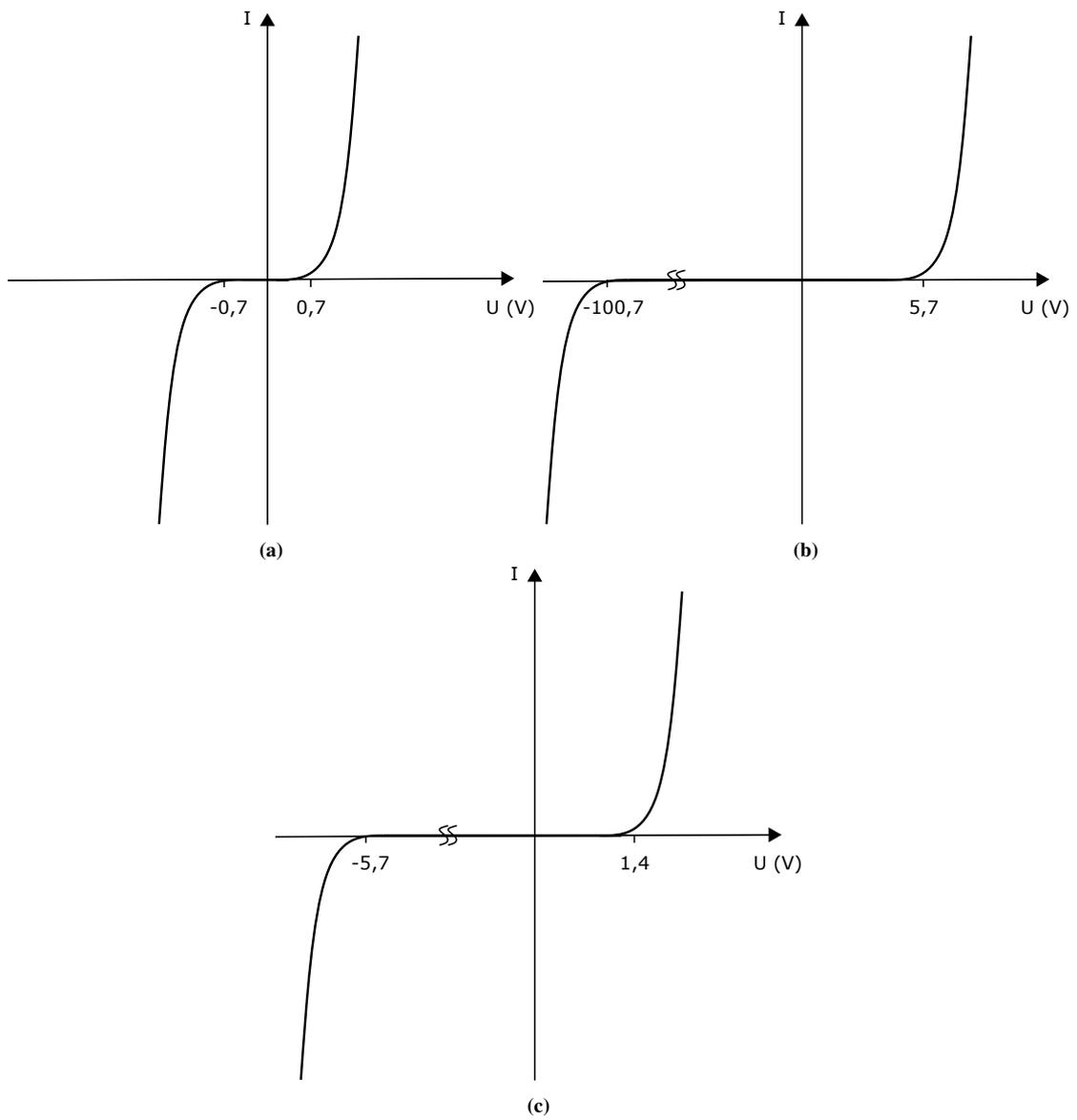
b) Da die Kleinsignalnäherungen gelten, kann der zeitliche Verlauf des Stroms durch die folgenden Schritte berechnet werden:

1. Gleichstrom im Arbeitspunkt berechnen:  $I_D = I_S \cdot e^{\frac{U_D}{U_T}}$

2. Kleinsignalwiderstand  $r_D$  berechnen:  $r_D = \frac{U_T}{I_D}$

3. Zeitlicher Verlauf des Stroms berechnen:  $i_D(t) = I_D + \frac{u_D(t)}{r_D}$

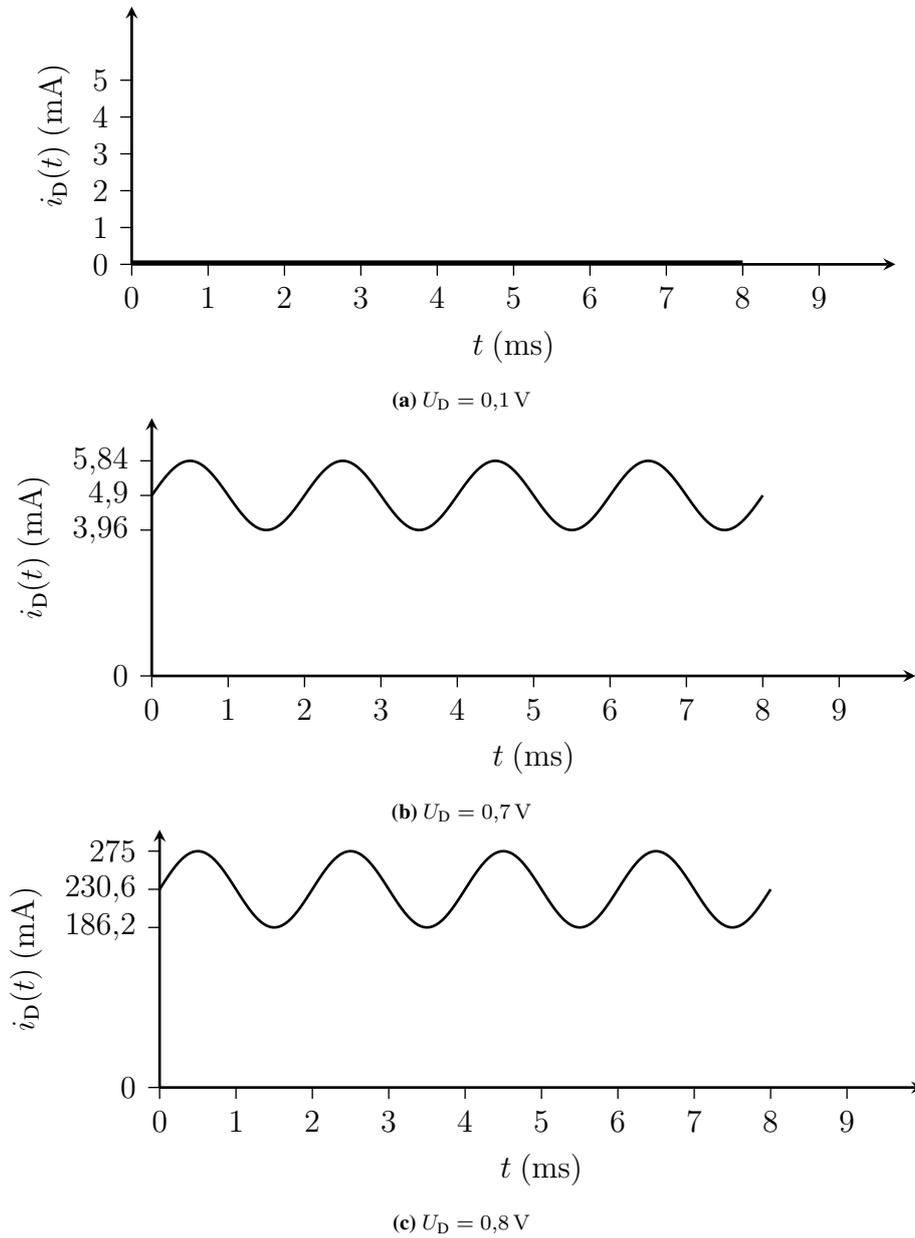
Die Ergebnisse sind in Tabelle 1 aufgelistet. In Abbildung 2 sind die zugehörigen zeitlichen Verläufe des Stroms gezeigt.



**Abbildung 1:** I-U Kennlinien der Diodenschaltungen.

$U_D$ (V)	$I_D$ (mA)	$r_D$ ( $\Omega$ )	$i_D(t)$ (mA)
0,1	$468,1 \text{ fA} \approx 0$	$55 \text{ G}\Omega$	$\approx 0$
0,7	4,9	5,3	$4,9 + 0,94 \cdot \sin(\omega t)$
0,8	230,6	0,11	$230,6 + 44,4 \cdot \sin(\omega t)$

**Tabelle 1:** Ergebnisse



**Abbildung 2:** Zeitlicher Verlauf von  $i_D(t)$ .

## Aufgabe 2 (Modelle der Diode)

a) Gesucht ist nach  $\Delta I_D = I_{D2} - I_{D,A}$ . Der Gleichstrom im Arbeitspunkt ist zu  $I_{D,A} = 1 \text{ mA}$  gegeben.

### Exponentielles Modell:

Die Diodengleichung muss zunächst nach  $U_D$  umgestellt werden.

$$I_D = I_S \cdot e^{\frac{U_D}{U_T}}$$
$$U_D = U_T \cdot \ln\left(\frac{I_D}{I_S}\right)$$

Die Änderung der Spannung  $\Delta U_D$  ist gegeben, d.h.

$$U_{D2} - U_{D,A} = \Delta U_D = U_T \cdot \left( \ln\left(\frac{I_{D2}}{I_S}\right) - \ln\left(\frac{I_{D,A}}{I_S}\right) \right)$$
$$\frac{\Delta U_D}{U_T} = \ln\left(\frac{I_{D2}}{I_{D,A}}\right)$$

Diese Gleichung muss noch nach  $I_{D2}$  umgeformt werden:

$$I_{D2} = I_{D,A} \cdot e^{\frac{\Delta U_D}{U_T}}$$

Daraus ergibt sich die Änderung des Stroms zu

$$\Delta I_D = I_{D,A} \cdot e^{\frac{\Delta U_D}{U_T}} - I_{D,A} = I_{D,A} \left( e^{\frac{\Delta U_D}{U_T}} - 1 \right)$$

### Kleinsignalmodell:

Die Änderung der Spannung berechnet sich zu:

$$U_{D2} - U_{D,A} = \Delta U_D = r_D \cdot I_{D2} - r_D \cdot I_{D,A}$$
$$\text{mit } r_D = \frac{U_T}{I_{D,A}} = \frac{26 \text{ mV}}{1 \text{ mA}} = 26 \Omega$$

Daraus ergibt sich für die Änderung des Stroms:

$$\Delta I_D = \frac{\Delta U_D}{r_D}$$

**Vergleich:** Die gegebenen Werte für  $\Delta U_D$  können in die beiden Gleichungen eingesetzt werden. Es ergeben sich die Werte aus Tabelle 2:

$\Delta U_D$ (mV)	$\Delta I_{D,Exp}$ (mA)	$\Delta I_{D,KS}$ (mA)
5	0,21	0,19
10	0,47	0,38
100	45,8	3,85

**Tabelle 2:** Ergebnisse

Die Aufgabe zeigt, dass die Nutzung des exponentiellen Modells rechenaufwändiger ist als das Kleinsignalmodell. Für große Änderungen der Spannung um den Arbeitspunkt zeigt sich allerdings, dass das Kleinsignalmodell ungenau wird, und nur noch das exponentielle Modell sinnvolle Ergebnisse liefert.

**b) Schaltung aus zwei Widerständen:**

Die Gleich- und Wechselspannung über dem Widerstand  $R_2$  kann über den Spannungsteiler berechnet werden:

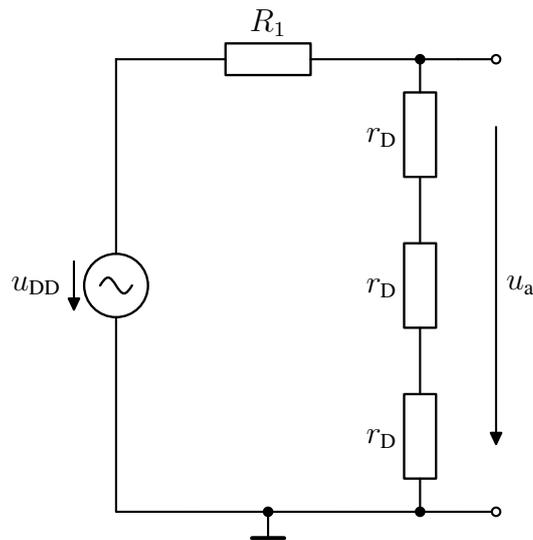
$$U_a = U_{DD} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 5 \text{ V} \cdot \frac{3,52 \text{ k}\Omega}{3 \text{ k}\Omega + 3,52 \text{ k}\Omega} = 2,7 \text{ V}$$

$$u_a = u_{DD} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 0,5 \text{ V} \cdot \frac{3,52 \text{ k}\Omega}{3 \text{ k}\Omega + 3,52 \text{ k}\Omega} = 0,27 \text{ V}$$

Es ergibt sich also eine Schwankung von 10 % um die Gleichspannung  $U_a = 2,7 \text{ V}$ .

Alternative Lösung: Da der Widerstand ein lineares Bauteil ist, überträgt sich die Schwankung der Versorgungsspannung linear auf den Ausgang. Da die Schwankung am Eingang 10 % beträgt, wird diese direkt auf den Ausgang übertragen.

**Schaltung aus seriellen Dioden:** Um die Schwankung der Ausgangsspannung zu berechnen, ist das Kleinsignal-Ersatzschaltbild aus Abbildung 3 hilfreich:



**Abbildung 3:** Kleinsignal Ersatzschaltbild der Schaltung.

Zuerst muss der Kleinsignal-Widerstand der Dioden bestimmt werden. Hierzu wird der Gleichstrom durch die Dioden benötigt. Über die Maschengleichung erhält man:

$$U_{DD} = I_{D,A} \cdot R_1 + 3 \cdot U_D$$

$$I_{D,A} = \frac{U_{DD} - 3 \cdot U_D}{R_1} = \frac{5 \text{ V} - 2,7 \text{ V}}{3 \text{ k}\Omega} = 0,77 \text{ mA}$$

Der Kleinsignal-Widerstand ergibt sich damit zu:

$$r_D = \frac{U_T}{I_{D,A}} = \frac{26 \text{ mV}}{0,77 \text{ mA}} = 33,77 \Omega$$

Daraus kann die Wechselfspannung  $u_a$  ebenfalls über einen Spannungsteiler berechnet werden:

$$u_a = u_{DD} \cdot \frac{3 \cdot r_D}{R_1 + 3 \cdot r_D} = 0,5 \text{ V} \cdot \frac{3 \cdot 33,77 \Omega}{3 \text{ k}\Omega + 3 \cdot 33,77 \Omega}$$

$$= 16,3 \text{ mV}$$

Das ergibt eine Schwankung in der Ausgangsspannung von 0,6 % um die Gleichspannung  $U_a = 2,7 \text{ V}$ . Zur Versorgung der Last eignet sich somit die Schaltung aus den seriellen Dioden besser.

### Aufgabe 3 (Gleichrichterschaltung)

a) Der zeitliche Verlauf der Ausgangsspannung des Halbwellengleichrichters ist in Abbildung 4 zu sehen. Die Diode leitet ab einer Spannung von  $U_F = 0,7 \text{ V}$ , d.h. ab der Eingangsspannung von  $0,7 \text{ V}$  steigt die Ausgangsspannung. Die Ausgangsspannung erreicht ihr Maximum bei

$$U_p = |u_e| - U_F = 1,6 \text{ V} - 0,7 \text{ V} = 0,9 \text{ V}.$$

Für Eingangsspannungen kleiner als  $0,7 \text{ V}$  sperrt die Diode und es fließt kein Strom mehr durch den Widerstand. Dementsprechend ist die Ausgangsspannung  $0$ .

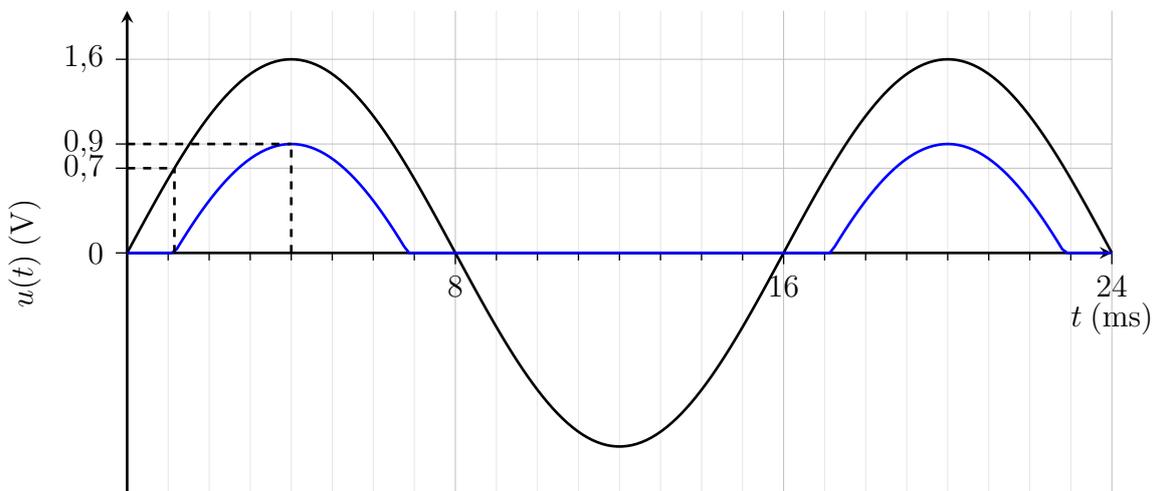


Abbildung 4: Zeitlicher Verlauf von  $u_a(t)$  ohne Kapazität.

b) In der Frequenzbereich-Betrachtung bildet die Kapazität  $C$  mit dem Widerstand  $R$  einen Tiefpassfilter. Die hohen Frequenzanteile des Ausgangssignals werden durch den Tiefpass entfernt. Im Zeitbereich entsprechen diese höheren Frequenzanteile der Welligkeit, die durch den Kondensator geglättet wird, entsprechend bezeichnet man das Bauteil als auch Glättungskondensator.

c) Die Ausgangsspannung mit Filterkapazität ist als rote Kurve in Abbildung 5 dargestellt. Die Diode leitet für  $0 < t < 4 \text{ ms}$  sowie für  $18,25 \text{ ms} < t < 20 \text{ ms}$ . Die Diode sperrt von  $4 \text{ ms} < t < 18,25 \text{ ms}$ .

d) Die Schaltung im Zeitbereich verhält sich folgendermaßen:

- Diode leitet: Der Kondensator wird aufgeladen.
- Diode sperrt: Der Kondensator entlädt sich über den Widerstand  $R$  mit der Zeitkonstante  $\tau = CR$ .

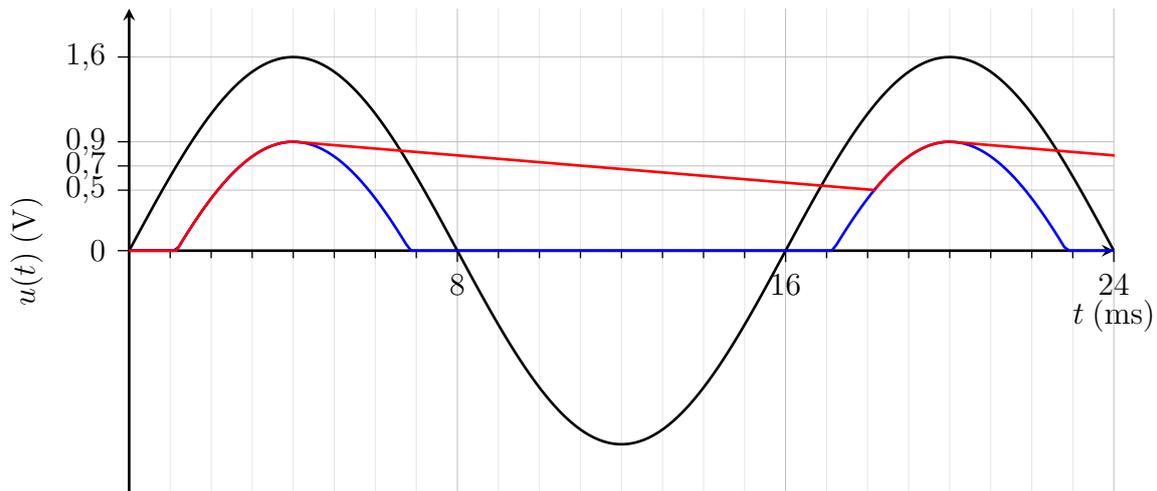


Abbildung 5: Zeitlicher Verlauf von  $u_a(t)$  mit Kapazität.

e) Die Ausgangsspannung kann im ausgeschalteten Zustand der Diode über

$$u_a = U_p \cdot e^{-t/(CR)}$$

beschrieben werden, wobei die Spannung  $U_p$  dem Maximalwert der Ausgangsspannung entspricht. Die Formel beschreibt die Entladung des Kondensators über den Widerstand mit der Zeitkonstante  $\tau = CR$ . Am Ende des Entladeintervalls gilt:

$$U_p - U_r \approx U_{\sim} = U_p - U_p \cdot e^{-T/(CR)}$$

wobei  $t = T$  angenommen werden kann, da die Aufladezeit der Kapazität laut Aufgabenstellung vernachlässigt werden kann. Die Spannung  $U_r$  ist dabei die Ausgangsspannung, die am Ende des Entladeintervalls anliegt und  $U_{\sim}$  beschreibt die Restwelligkeit. Wegen  $T \ll CR$  kann man die Exponentialfunktion durch ihre Taylorapproximation erster Ordnung ersetzen:

$$e^{-T/(CR)} \approx 1 - T/(CR).$$

Dadurch ergibt sich die Restwelligkeit zu

$$U_{\sim} = U_p - U_p \left(1 - \frac{T}{CR}\right) = U_p - \left(U_p - U_p \frac{T}{CR}\right) = U_p \cdot \frac{T}{CR} = \frac{U_p}{fCR}. \quad (1)$$

f) Die Gleichung (1) muss nach  $C$  umgeformt werden:

$$C = \frac{U_p}{R \cdot f \cdot U_{\sim}}$$

$$\text{mit } U_p = 1,6 \text{ V} - 0,7 \text{ V} = 0,9 \text{ V}$$

$$C = 150 \text{ nF}$$

g) Mit einem Vollwellenleichrichter kann die Restwelligkeit verringert werden, da die Entladezeit bei diesem nur  $T/2$  beträgt. Die Restwelligkeit ergibt sich dann zu

$$U_{\sim} = \frac{U_p}{2 \cdot f \cdot CR}$$

## Aufgabe 4 (Spannungsstabilisierung)

a) Ein einfacher Schaltungsaufbau ist in Abbildung 6 zu sehen.

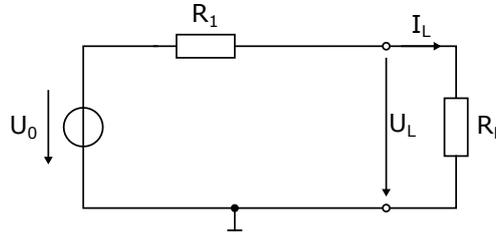


Abbildung 6: Schaltbild Aufgabe 4 a).

Berechnung von  $R_1$ :

$$R_1 = \frac{U_0 - U_L}{I_L} = \frac{12 \text{ V} - 5,1 \text{ V}}{10 \text{ mA}} = 690 \Omega$$

b) Um die minimale und maximale Spannung  $U_L$  zu berechnen, kann der Spannungsteiler berechnet werden.

$$U_{L,\min} = U_0 \cdot \frac{R_{L,\min}}{R_1 + R_{L,\min}} = 12 \text{ V} \cdot \frac{545 \Omega}{690 \Omega + 545 \Omega} = 5,3 \text{ V}$$
$$U_{L,\max} = U_0 \cdot \frac{R_{L,\max}}{R_1 + R_{L,\max}} = 12 \text{ V} \cdot \frac{1130 \Omega}{690 \Omega + 1130 \Omega} = 7,45 \text{ V}$$
$$\Delta U_L = U_{L,\max} - U_{L,\min} = 7,45 \text{ V} - 5,3 \text{ V} = 2,15 \text{ V}$$

Verlustleistung an  $R_1$  bei einem mittleren Lastwiderstand von  $\bar{R}_L = (545 \Omega + 1130 \Omega/2) = 837,5 \Omega$ .

$$P_{R1} = \frac{U_{R1}^2}{R_1}, \text{ mit: } U_{R1} = U_0 \cdot \frac{R_1}{R_1 + \bar{R}_L} = 5,38 \text{ V}$$
$$= \frac{(5,38 \text{ V})^2}{690 \Omega} = 41,9 \text{ mW}$$

c) Berechnung des belasteten Spannungsteilers:

$$\frac{U_L}{U_0} = \frac{R_2 \parallel R_L}{R_1 + R_2 \parallel R_L} = \frac{R_2 \cdot R_L}{R_1 R_2 + R_1 \cdot R_L + R_2 \cdot R_L}$$

Daraus ergibt sich für  $\Delta U_L$ :

$$U_{L,\min} = 12 \text{ V} \frac{30 \Omega \cdot 545 \Omega}{39 \Omega \cdot 30 \Omega + 39 \Omega \cdot 545 \Omega + 30 \Omega \cdot 545 \Omega} = 5,06 \text{ V}$$

$$U_{L,\max} = 12 \text{ V} \frac{30 \Omega \cdot 1130 \Omega}{39 \Omega \cdot 30 \Omega + 39 \Omega \cdot 1130 \Omega + 30 \Omega \cdot 1130 \Omega} = 5,14 \text{ V}$$

$$\Delta U_L = U_{L,\max} - U_{L,\min} = 0,08 \text{ V}$$

**d)** Am Spannungsteiler umgesetzte Leistung bei Annahme des mittleren Lastwiderstandes:

$$P_{R_1} = \frac{U_{R_1}^2}{R_1} = \frac{(6,89 \text{ V})^2}{39 \Omega} = 1,22 \text{ W}$$

mit  $U_{R_1} = U_0 \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2 \parallel \bar{R}_L} = U_0 \frac{R_1 \cdot (R_2 + \bar{R}_L)}{R_1 \cdot (R_2 + \bar{R}_L) + R_2 \bar{R}_L} = 6,89 \text{ V}$

$$P_{R_2} = \frac{U_{R_2}^2}{R_2} = \frac{(5,11 \text{ V})^2}{30 \Omega} = 0,867 \text{ W}$$

mit  $U_{R_2} = U_0 - U_{R_1} = 5,11 \text{ V}$

Leistungsaufnahme des Sensors bei Annahme des mittleren Lastwiderstandes:

$$P_{\bar{R}_L} = \frac{U_{\bar{R}_L}^2}{\bar{R}_L} = 0,03 \text{ W}$$

Der große Nachteil dieser Schaltung ist der Leistungsverbrauch des Spannungsteilers.

**e)** Die  $I(U)$  - Kennlinie (Lastgerade) des Sensor-Widerstandes kann folgendermaßen beschrieben werden:

$$I = I_0 - I_L = \frac{U_0 - U}{R_1} - \frac{U}{R_L} = -U \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_L} \right) + \frac{U_0}{R_1}$$

Um die Lastgeraden einzeichnen zu können, kann wie folgt vorgegangen werden.

1. Bestimmung der Schnittpunkte mit der x-Achse für die beiden Lastgeraden  $R_{L,\min}$  und  $R_{L,\max}$ :

$$I = 0 \rightarrow U_{L,\min} = \frac{U_0}{R_1} \cdot \frac{R_1 R_{L,\min}}{R_1 + R_{L,\min}} = 5,9 \text{ V}$$

$$\rightarrow U_{L,\max} = \frac{U_0}{R_1} \cdot \frac{R_1 R_{L,\max}}{R_1 + R_{L,\max}} = 8 \text{ V}$$

2. Bestimmung der Steigung der beiden Lastgeraden:

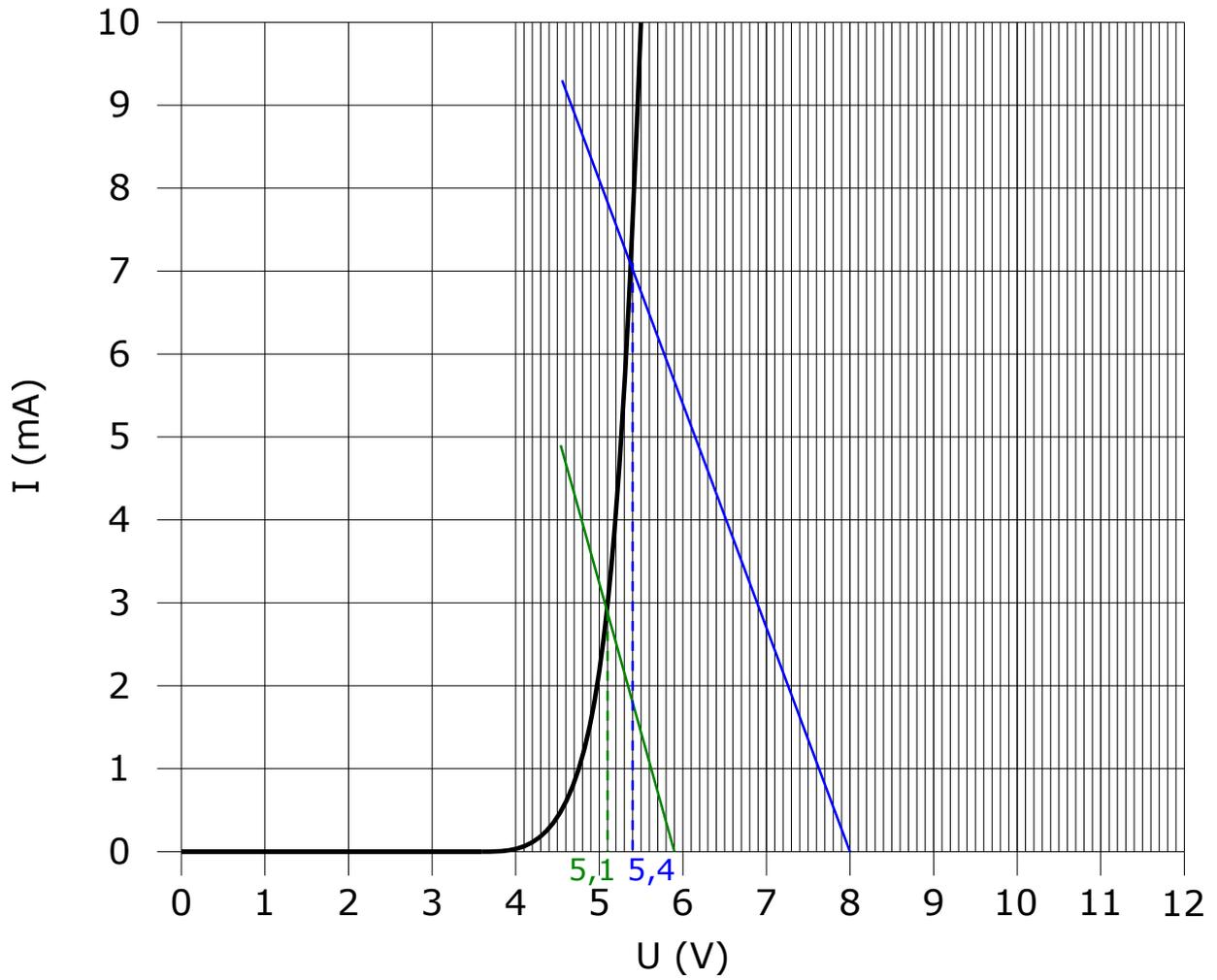
$$m_{L,\min} = - \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{L,\min}} \right) = -3,6 \text{ mS}$$
$$m_{L,\max} = - \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{L,\max}} \right) = -2,7 \text{ mS}$$

3. Eintragung der Lastgeraden in das Diagramm, siehe hierfür Abbildung 7, wobei die grüne Lastgerade  $R_{L,\min}$  und die blaue Lastgerade  $R_{L,\max}$  darstellt. Über die Schnittpunkte mit der Kennlinie der Z-Diode kann auf der x-Achse ein  $\Delta U$  von ca. 0,03 V abgelesen werden.

Leistungsverbrauch am Widerstand  $R_1$  und der Zener-Diode bei  $U_Z = 5,1 \text{ V}$ :

$$P_{R1} = \frac{U_{R1}^2}{R_1} = \frac{(6,9 \text{ V})^2}{560 \Omega} = 85 \text{ mW}$$

$$P_Z = I_Z \cdot U_Z = 3 \text{ mA} \cdot 5,1 \text{ V} = 15,3 \text{ mW}$$



**Abbildung 7:**  $I/U$  Diagramm zur Bestimmung von  $\Delta U$  der Spannungsstabilisierung mit Z-Diode, mit grüner Lastgerade für  $R_{L,min}$  und blauer Lastgerade für  $R_{L,max}$ .

## – Teil II: SPICE-Simulation –

### Aufgabe 5 (Kleinsignalanalyse – Zeit- und Frequenzbereich)

a) Der SPICE-Schaltplan ist in Abbildung 8 zu sehen. Die zeitlichen Verläufe von  $u_D(t)$  und  $i_D(t)$  bei den drei gegebenen Arbeitspunkten sind in Abbildung 9 dargestellt. Der Mittelwert des zeitlichen Verlauf des Stroms  $\overline{i_D(t)}$  und der Betrag des Wechselstroms  $|i_D|$  ist in Tabelle 3 gezeigt.

Die Werte aus der Simulation und der Berechnungen stimmen nicht ganz überein. Das liegt zum Einen daran, dass bei der Berechnung das zeitlichen Verlauf des Stroms die Näherungen des Kleinsignalverhaltens genutzt wurden. Bei einigen Arbeitspunkten führt dies aber schon zu leicht ungenauen Ergebnissen, da die Wechselstromamplitude nicht mehr unbedingt klein bezogen auf den Gleichstrom ist. Zum Anderen simuliert SPICE mit einer Temperatur von  $T = 27^\circ\text{C}$ . Dies entspricht nicht ganz der Temperaturspannung von  $U_T = 26\text{ mV}$ . Über den Dioden-Modellparameter  $T_{\text{nom}}$  könnte diese aber angepasst werden.

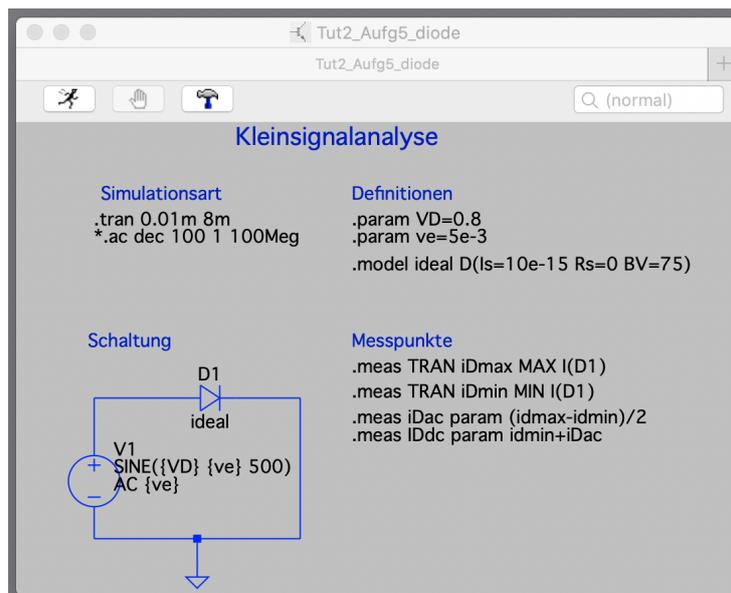
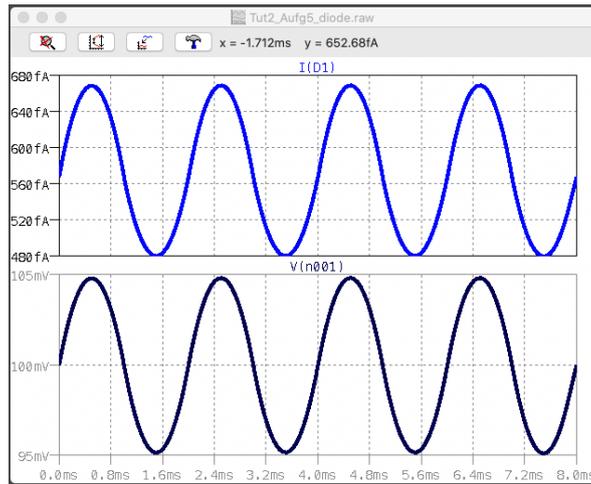
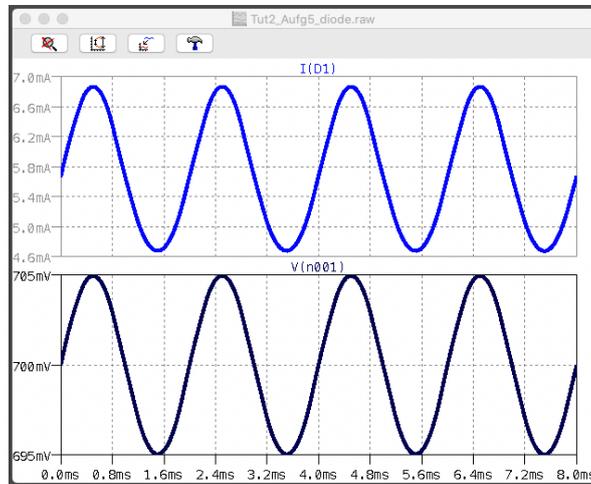


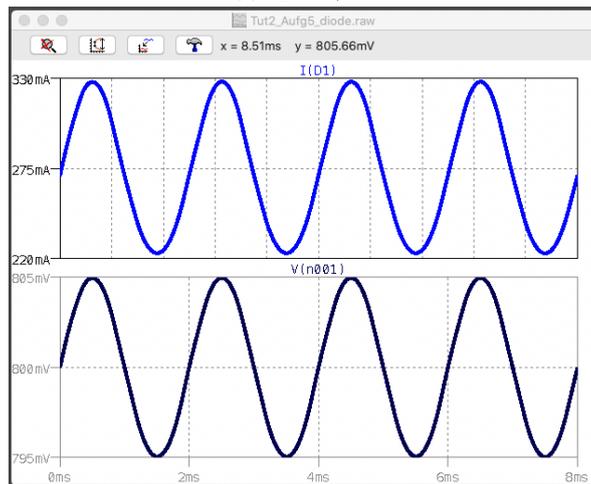
Abbildung 8: SPICE-Schaltplan zur Kleinsignalanalyse.



(a)  $U_D = 0,1 \text{ V}$



(b)  $U_D = 0,7 \text{ V}$



(c)  $U_D = 0,8 \text{ V}$

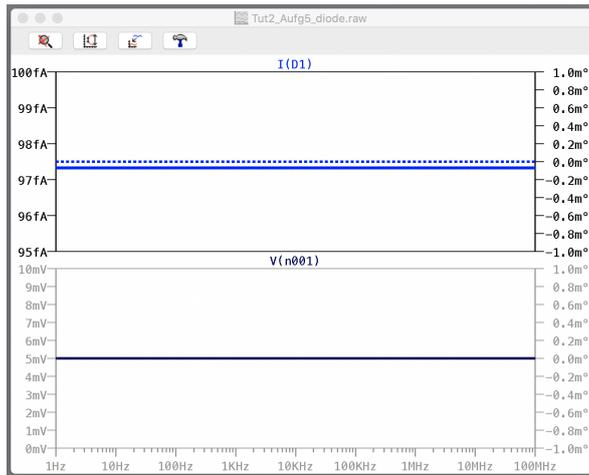
**Abbildung 9:** Zeitlicher Verlauf von  $u_D(t)$  und  $i_D(t)$ .

$U_D$ (V)	$\overline{i_D(t)}$	$ i_D $
0,1	574,6 fA	94,8 fA
0,7	5,8 mA	1,1 mA
0,8	275,8 mA	52,4 mA

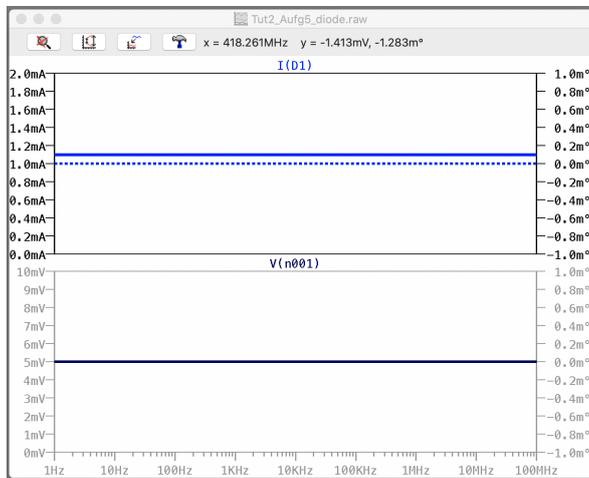
**Tabelle 3:** Ströme durch die Diode.

**b)** Die Frequenzverläufe von  $u_D(f)$  und  $i_D(f)$  sind in Abbildung 10 zu sehen.

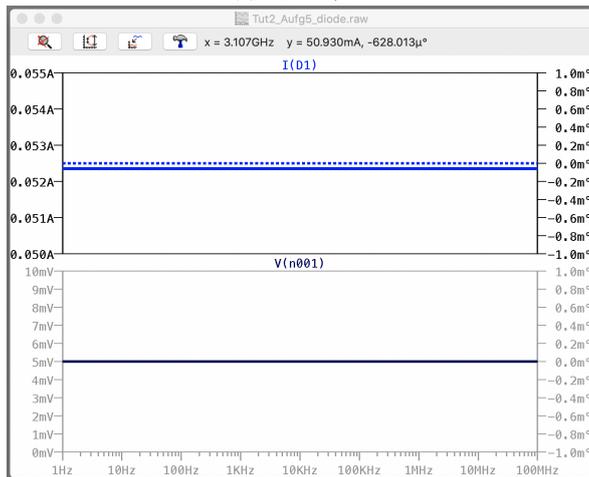
Aus der Frequenzanalyse erhält man lediglich den Betrag (in SPICE: durchgezogene Kennlinie) und Phase (in SPICE: gestrichelte Kennlinie) der Wechselspannung und des Wechselstroms. Für eine ideale Diode sind die Verläufe des Betrags und Phase über der Frequenz konstant. Da die Wechselspannung über der Diode der Eingangswchselspannung entspricht, ist diese für jeden Arbeitspunkt gleich. Der Betrag der Wechselströme entspricht den Werten aus der dritten Spalte der Tabelle 3.



(a)  $U_D = 0,1 \text{ V}$



(b)  $U_D = 0,7 \text{ V}$



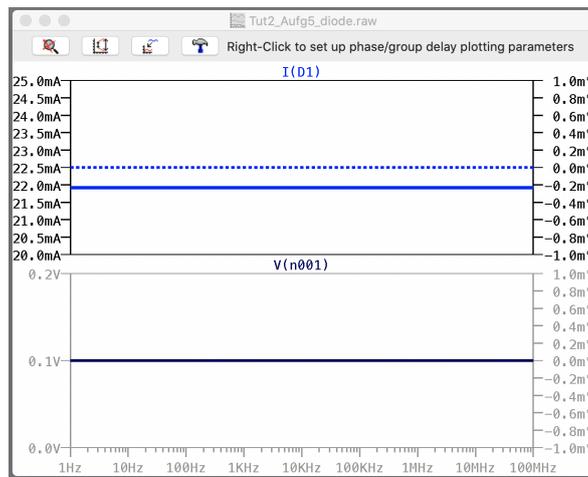
(c)  $U_D = 0,8 \text{ V}$

Abbildung 10: Betrag und Phase von  $u_D(f)$  und  $i_D(f)$  über der Frequenz.

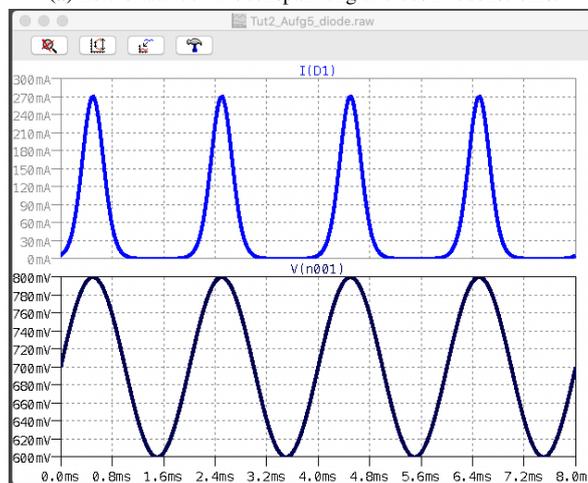
c) Die Verläufe sind in Abbildung 11 zu sehen.

Die AC-Analyse liefert für den Betrag des Wechselstroms über der Diode ca. 22 mA. Bei der Transientenanalyse sieht man, dass durch die Diode kein sinusförmiger Wechselstrom mehr fließt, da sich die Steigung der Diodenkennlinie über den Bereich der angelegten Wechselspannung (Betrag von 0,1 V) deutlich verändert und man somit nicht mehr von einer kleinen Auslenkung um den Arbeitspunkt sprechen kann.

Entsprechend liegt die Transientenanalyse näher an der Realität. Die AC-Analyse basiert auf dem Kleinsignalmodell der Diode, welches bei diesem relativ großen Betrag von  $u_e$  nicht mehr präzise ist.



(a) Zeitverlauf der Diodenspannung und des Diodenstroms.



(b) Frequenzverlauf der Diodenspannung und des Diodenstroms.

**Abbildung 11:** Diodenspannung und -strom bei einer Eingangsgleichspannung von  $U_E = 0,7V$  und Eingangswchselspannung von  $u_e = 100mV$ .