

Elektronische Schaltungen SS 2022

2. Tutoriumsblatt - Lösung

Dioden

Infos zur AbgabeAbgabefrist: **29.05.2022** online über IliasAbzugebende Aufgaben: **Aufgabe 1** (Handschriftlich, eingescannt als .pdf)**Aufgabe 5** (Separate .pdf mit Screenshots + kurzer Beschreibung)

Hinweise: Die Lösungen sollen einen Weg aufzeigen, wie die Aufgaben gelöst werden können. Es gibt in einigen Fällen auch andere Wege, um zur richtigen Lösung zu kommen. Diese Wege können und sollen in den Tutorien angesprochen werden.

– Teil I: Rechenaufgaben –

Aufgabe 1 (Groß- und Kleinsignalanalyse)

a) In Abbildung 1 sind die I-U Kennlinien der Diodenschaltungen gegeben.

b) Da die Kleinsignalnäherungen gelten, kann der zeitliche Verlauf des Stroms durch die folgenden Schritte berechnet werden:

1. Gleichstrom im Arbeitspunkt berechnen: $I_{D,AP} = I_S \cdot e^{\frac{U_{D,AP}}{U_T}}$

2. Kleinsignalwiderstand r_D berechnen: $r_D = \frac{U_T}{I_{D,AP}}$

3. Zeitlicher Verlauf des Stroms berechnen: $i_D(t) = I_{D,AP} + \frac{u_D}{r_D}$

Die Ergebnisse sind in Tabelle 1 aufgelistet. In Abbildung 2 sind die zugehörigen zeitlichen Verläufe des Stroms gezeigt.

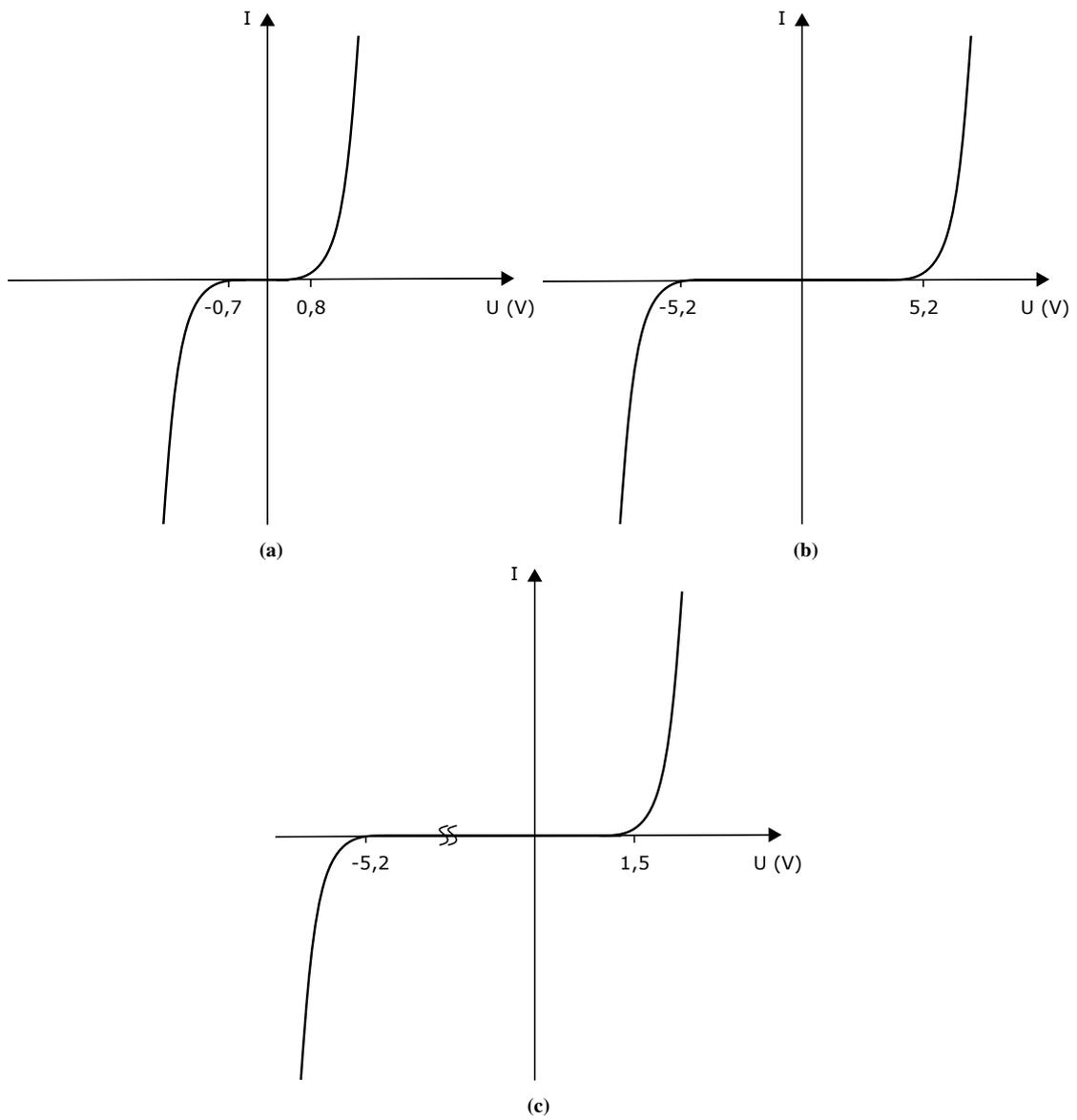


Abbildung 1: I-U Kennlinien der Diodenschaltungen.

U_D (V)	$I_{D,AP}$ (mA)	r_D (Ω)	$i_D(t)$ (mA)
0,1	234,1fA ≈ 0	111G	≈ 0
0,7	2,5	10,4	$2,5 + 0,2 \cdot \sin(\omega t)$
0,8	115,3	0,23	$115,3 + 8,7 \cdot \sin(\omega t)$

Tabelle 1: Ergebnisse

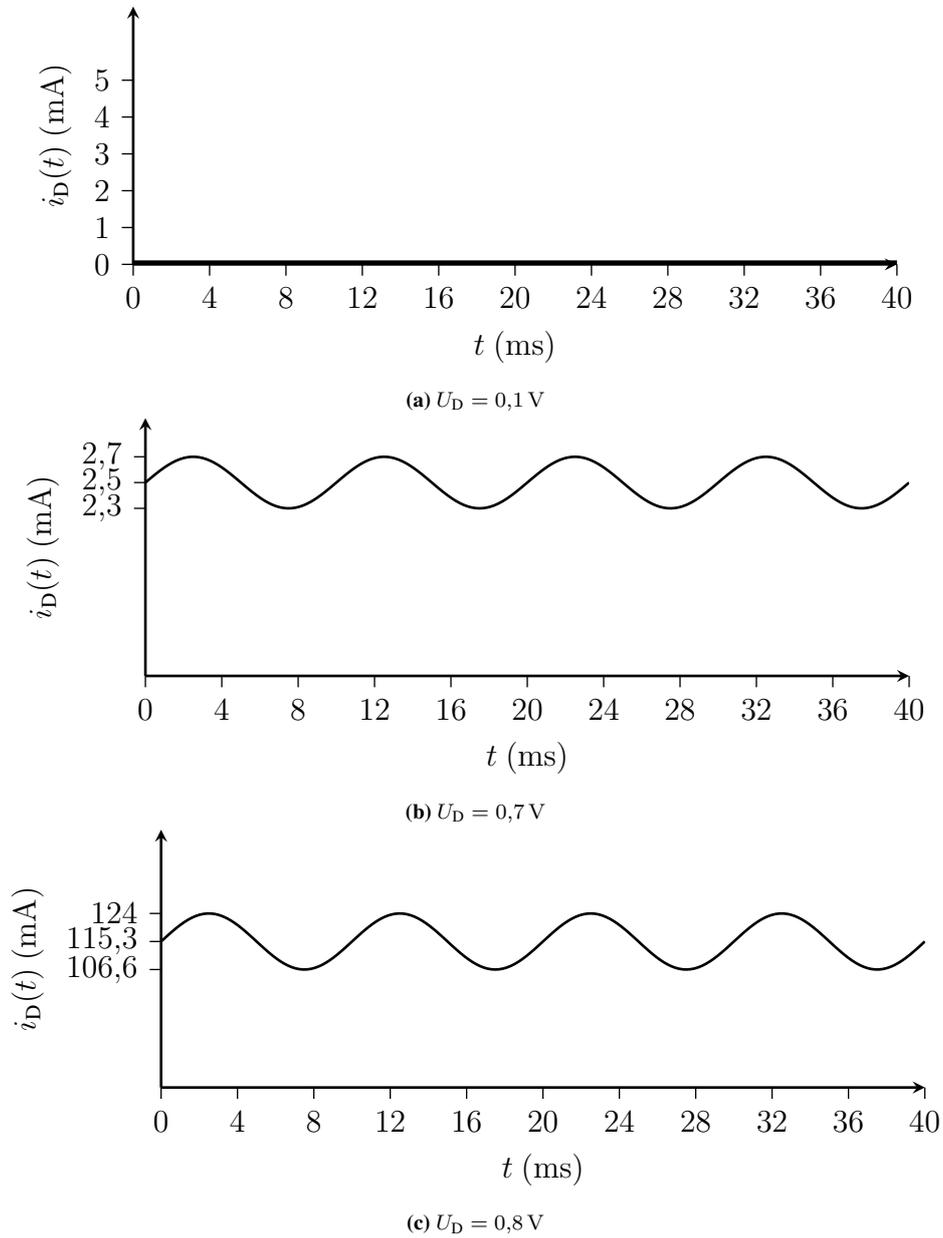


Abbildung 2: Zeitlicher Verlauf von $i_D(t)$.

Aufgabe 2 (Modelle der Diode)

a) Gesucht ist nach $\Delta I_D = I_{D2} - I_{D,AP}$. Der Gleichstrom im Arbeitspunkt ist zu $I_{D,AP} = 1 \text{ mA}$ gegeben.

Exponentielles Modell:

Die Diodengleichung muss zunächst nach U_D umgestellt werden.

$$I_D = I_S \cdot e^{\frac{U_D}{U_T}}$$
$$U_D = U_T \cdot \ln\left(\frac{I_D}{I_S}\right)$$

Die Änderung der Spannung ΔU_D ist gegeben, d.h.

$$U_{D2} - U_{D,AP} = \Delta U_D = U_T \cdot \left(\ln\left(\frac{I_{D2}}{I_S}\right) - \ln\left(\frac{I_{D,AP}}{I_S}\right) \right)$$
$$\frac{\Delta U_D}{U_T} = \ln\left(\frac{I_{D2}}{I_{D,AP}}\right)$$

Diese Gleichung muss noch nach I_{D2} umgeformt werden:

$$I_{D2} = I_{D,AP} \cdot e^{\frac{\Delta U_D}{U_T}}$$

Daraus ergibt sich die Änderung des Stroms zu

$$\Delta I_D = I_{D,AP} \cdot e^{\frac{\Delta U_D}{U_T}} - I_{D,AP} = I_{D,AP} \left(e^{\frac{\Delta U_D}{U_T}} - 1 \right)$$

Kleinsignalmodell:

Die Änderung der Spannung berechnet sich zu:

$$U_{D2} - U_{D,AP} = \Delta U_D = r_D \cdot I_{D2} - r_D \cdot I_{D,AP}$$
$$\text{mit } r_D = \frac{U_T}{I_{D,AP}} = \frac{26 \text{ mV}}{1 \text{ mA}} = 26 \Omega$$

Daraus ergibt sich für die Änderung des Stroms:

$$\Delta I_D = \frac{\Delta U_D}{r_D}$$

Vergleich: Die gegebenen Werte für ΔU_D können in die beiden Gleichungen eingesetzt werden. Es ergeben sich die Werte aus Tabelle 2:

ΔU_D (mV)	$\Delta I_{D,Exp}$ (mA)	$\Delta I_{D,KS}$ (mA)
5	0,21	0,19
10	0,47	0,38
100	45,8	3,85

Tabelle 2: Ergebnisse

Die Aufgabe zeigt, dass die Nutzung des exponentiellen Modells rechenaufwändiger ist als das Kleinsignalmodell. Für große Änderungen der Spannung um den Arbeitspunkt zeigt sich allerdings, dass das Kleinsignalmodell ungenau wird und nur noch das exponentielle Modell sinnvolle Ergebnisse liefert.

b) Schaltung aus zwei Widerständen:

Die Gleich- und Wechselspannung über dem Widerstand R_2 kann über den Spannungsteiler berechnet werden:

$$U_a = U_0 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 5 \text{ V} \cdot \frac{3,52 \text{ k}\Omega}{3 \text{ k}\Omega + 3,52 \text{ k}\Omega} = 2,7 \text{ V}$$

$$u_a = u_0 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 0,5 \text{ V} \cdot \frac{3,52 \text{ k}\Omega}{3 \text{ k}\Omega + 3,52 \text{ k}\Omega} = 0,27 \text{ V}$$

Es ergibt sich also eine Schwankung von 10 % um die Gleichspannung $U_a = 2,7 \text{ V}$.

Alternative Lösung: Da der Widerstand ein lineares Bauteil ist, überträgt sich die Schwankung der Versorgungsspannung linear auf den Ausgang. Da die Schwankung am Eingang 10 % beträgt, wird diese direkt auf den Ausgang übertragen.

Schaltung aus seriellen Dioden: Um die Schwankung der Ausgangsspannung zu berechnen, ist das Kleinsignalersatzschaltbild aus Abbildung 3 hilfreich:

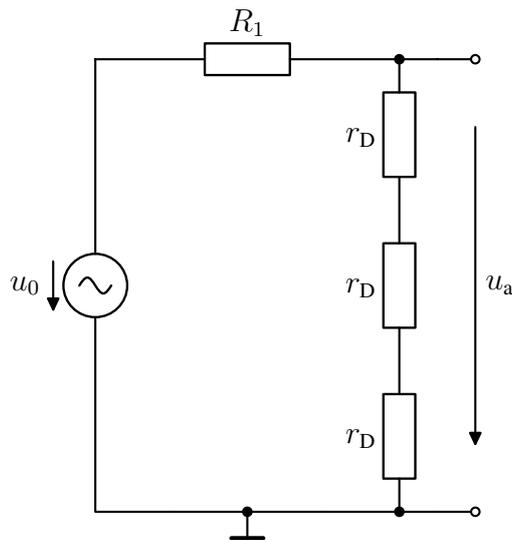


Abbildung 3: Kleinsignalersatzschaltbild der Schaltung.

Zuerst muss der Kleinsignalwiderstand der Dioden bestimmt werden. Hierzu wird der Gleichstrom durch die Dioden benötigt. Über die Maschengleichung erhält man:

$$U_0 = I_{D,AP} \cdot R_1 + 3 \cdot U_D$$

$$I_{D,AP} = \frac{U_0 - 3 \cdot U_D}{R_1} = \frac{5 \text{ V} - 2,7 \text{ V}}{3 \text{ k}\Omega} = 0,77 \text{ mA}$$

Der Kleinsignalwiderstand ergibt sich damit zu:

$$r_D = \frac{U_T}{I_{D,A}} = \frac{26 \text{ mV}}{0,77 \text{ mA}} = 33,77 \Omega$$

Daraus kann die Wechsellspannung u_a ebenfalls über einen Spannungsteiler berechnet werden:

$$u_a = u_{DD} \cdot \frac{3 \cdot r_D}{R_1 + 3 \cdot r_D} = 0,5 \text{ V} \cdot \frac{3 \cdot 33,77 \Omega}{3 \text{ k}\Omega + 3 \cdot 33,77 \Omega}$$

$$= 16,3 \text{ mV}$$

Das ergibt eine Schwankung in der Ausgangsspannung von 0,6% um die Gleichspannung $U_a = 2,7 \text{ V}$. Zur Versorgung der Last eignet sich somit die Schaltung aus den seriellen Dioden besser.

Aufgabe 3 (Gleichrichterschaltung)

a) Der zeitliche Verlauf der Ausgangsspannung des Halbwellengleichrichters ist in Abbildung 4 zu sehen (blaue Kurve). Die Diode leitet ab einer Spannung von $U_F = 0,7 \text{ V}$, d.h. ab der Eingangsspannung von $0,7 \text{ V}$ steigt die Ausgangsspannung. Die Ausgangsspannung erreicht ihr Maximum bei

$$U_p = |u_e| - U_F = 1,6 \text{ V} - 0,7 \text{ V} = 0,9 \text{ V}.$$

Für Eingangsspannungen kleiner als $0,7 \text{ V}$ sperrt die Diode und es fließt kein Strom mehr durch den Widerstand. Dementsprechend ist die Ausgangsspannung 0 .

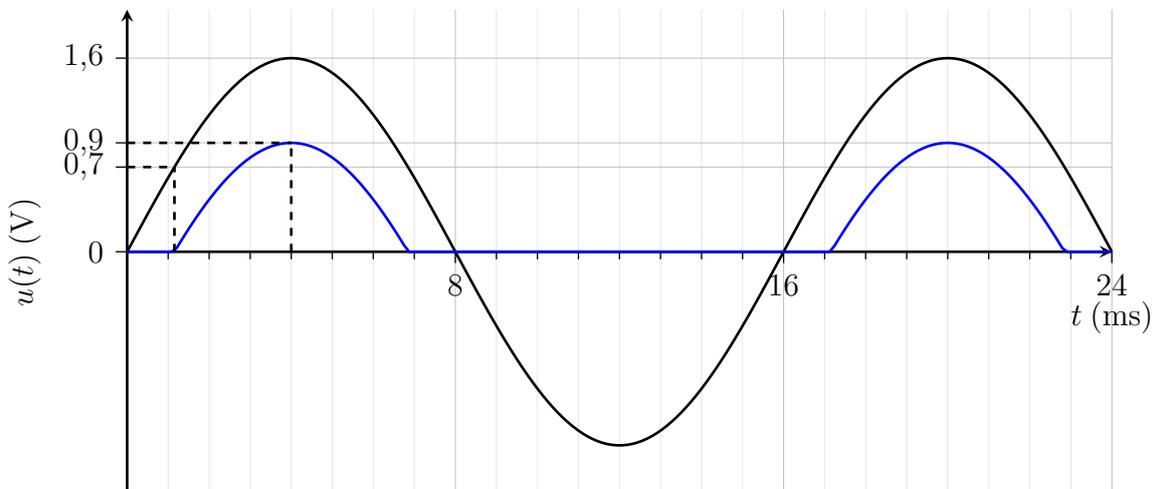


Abbildung 4: Zeitlicher Verlauf der Spannungen, schwarze Kurve: $u_e(t)$, blaue Kurve: $u_a(t)$ ohne Kapazität.

b) Die Ausgangsspannung mit Filterkapazität ist als rote Kurve in Abbildung 5 dargestellt. Die Diode leitet für $1,25 \text{ ms} < t < 4 \text{ ms}$ sowie für $18,25 \text{ ms} < t < 20 \text{ ms}$. Die Diode sperrt von $4 \text{ ms} < t < 18,25 \text{ ms}$.

c) Die Schaltung im Zeitbereich verhält sich folgendermaßen:

- Diode leitet: Der Kondensator wird aufgeladen.
- Diode sperrt: Der Kondensator entlädt sich über den Widerstand R mit der Zeitkonstante $\tau = CR$.

In der Frequenzbereich-Betrachtung bildet die Kapazität C mit dem Widerstand R einen Tiefpassfilter. Die hohen Frequenzanteile des Ausgangssignals werden durch den Tiefpass entfernt. Im Zeitbereich entsprechen diese höheren Frequenzanteile der Welligkeit, die durch den Kondensator geglättet wird, entsprechend bezeichnet man das Bauteil als auch Glättungskondensator.

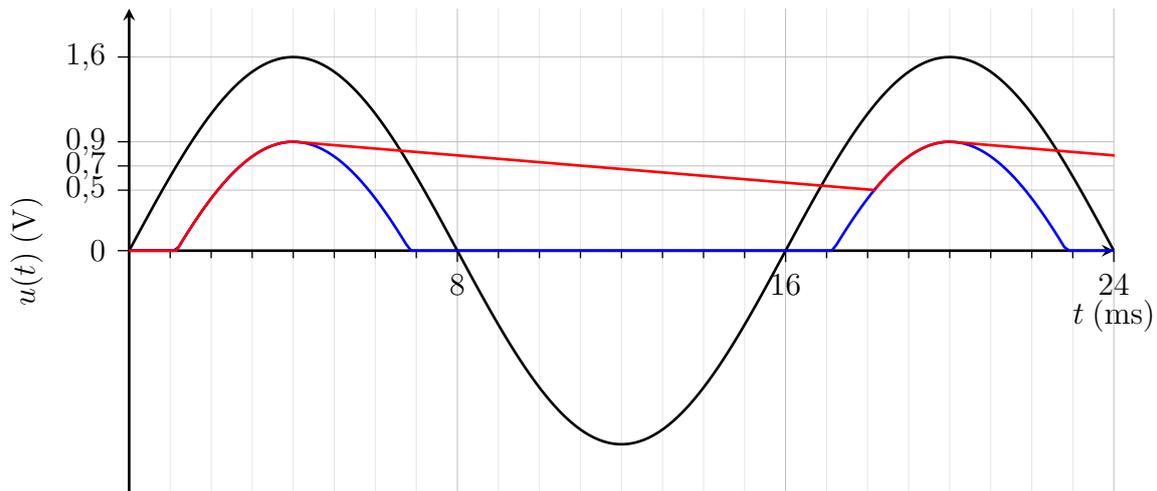


Abbildung 5: Rote Kurve: zeitlicher Verlauf von $u_a(t)$ mit Kapazität.

d) Die Ausgangsspannung kann im ausgeschalteten Zustand der Diode über

$$u_a = U_p \cdot e^{-t/(CR)}$$

beschrieben werden, wobei die Spannung U_p dem Maximalwert der Ausgangsspannung entspricht. Die Formel beschreibt die Entladung des Kondensators über den Widerstand mit der Zeitkonstante $\tau = CR$. Am Ende des Entladeintervalls gilt:

$$U_p - U_r \approx U_{\sim} = U_p - U_p \cdot e^{-T/(CR)}$$

wobei $t = T$ angenommen werden kann, da die Aufladezeit der Kapazität laut Aufgabenstellung vernachlässigt werden kann. Die Spannung U_r ist dabei die Ausgangsspannung, die am Ende des Entladeintervalls anliegt und U_{\sim} beschreibt die Restwelligkeit. Wegen $T \ll CR$ kann man die Exponentialfunktion durch ihre Taylorapproximation erster Ordnung ersetzen:

$$e^{-T/(CR)} \approx 1 - T/(CR).$$

Dadurch ergibt sich die Restwelligkeit zu

$$U_{\sim} = U_p - U_p \left(1 - \frac{T}{CR}\right) = U_p - \left(U_p - U_p \frac{T}{CR}\right) = U_p \cdot \frac{T}{CR} = \frac{U_p}{fCR}. \quad (1)$$

e) Die Gleichung (1) muss nach C umgeformt werden:

$$C = \frac{U_p}{R \cdot f \cdot U_{\sim}}$$

$$\text{mit } U_p = 1,6 \text{ V} - 0,7 \text{ V} = 0,9 \text{ V}$$

$$C = 150 \text{ nF}$$

g) Mit einem Vollwellenleichrichter kann die Restwelligkeit verringert werden, da die Entladezeit bei diesem nur $T/2$ beträgt. Die Restwelligkeit ergibt sich dann zu

$$U_{\sim} = \frac{U_p}{2 \cdot f \cdot CR}$$

Aufgabe 4 (Spannungsstabilisierung)

a) Ein einfacher Schaltungsaufbau ist in Abbildung 6 zu sehen.

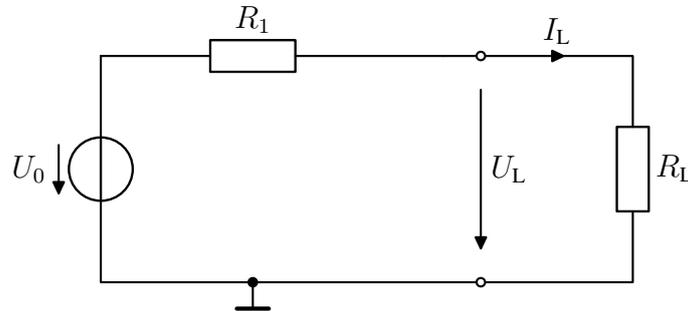


Abbildung 6: Schaltbild Aufgabe 4 a).

Berechnung von R_1 :

$$R_1 = \frac{U_0 - U_L}{I_L} = \frac{12 \text{ V} - 5,1 \text{ V}}{10 \text{ mA}} = 690 \Omega$$

b) Um die minimale und maximale Spannung U_L zu berechnen, kann der Spannungsteiler berechnet werden.

$$U_{L,\min} = U_0 \cdot \frac{R_{L,\min}}{R_1 + R_{L,\min}} = 12 \text{ V} \cdot \frac{545 \Omega}{690 \Omega + 545 \Omega} = 5,3 \text{ V}$$
$$U_{L,\max} = U_0 \cdot \frac{R_{L,\max}}{R_1 + R_{L,\max}} = 12 \text{ V} \cdot \frac{1130 \Omega}{690 \Omega + 1130 \Omega} = 7,45 \text{ V}$$
$$\Delta U_L = U_{L,\max} - U_{L,\min} = 7,45 \text{ V} - 5,3 \text{ V} = 2,15 \text{ V}$$

Verlustleistung an R_1 bei einem mittleren Lastwiderstand von $\bar{R}_L = (545 \Omega + 1130 \Omega / 2) = 837,5 \Omega$.

$$P_{R_1} = \frac{U_{R_1}^2}{R_1}, \text{ mit: } U_{R_1} = U_0 \cdot \frac{R_1}{R_1 + \bar{R}_L} = 5,38 \text{ V}$$
$$= \frac{(5,38 \text{ V})^2}{690 \Omega} = 41,9 \text{ mW}$$

c) Berechnung des belasteten Spannungsteilers:

$$\frac{U_L}{U_0} = \frac{R_2 \parallel R_L}{R_1 + R_2 \parallel R_L} = \frac{R_2 \cdot R_L}{R_1 R_2 + R_1 \cdot R_L + R_2 \cdot R_L}$$

Daraus ergibt sich für ΔU_L :

$$U_{L,\min} = 12 \text{ V} \cdot \frac{30 \Omega \cdot 545 \Omega}{39 \Omega \cdot 30 \Omega + 39 \Omega \cdot 545 \Omega + 30 \Omega \cdot 545 \Omega} = 5,06 \text{ V}$$

$$U_{L,\max} = 12 \text{ V} \cdot \frac{30 \Omega \cdot 1130 \Omega}{39 \Omega \cdot 30 \Omega + 39 \Omega \cdot 1130 \Omega + 30 \Omega \cdot 1130 \Omega} = 5,14 \text{ V}$$

$$\Delta U_L = U_{L,\max} - U_{L,\min} = 0,08 \text{ V}$$

d) Der große Nachteil ist der Leistungsverbrauch des Spannungsteilers. Die am Spannungsteiler umgesetzte Leistung bei Annahme des mittleren Lastwiderstandes ergibt sich zu:

$$P_{R_1} = \frac{U_{R_1}^2}{R_1} = \frac{(6,89 \text{ V})^2}{39 \Omega} = 1,22 \text{ W}$$

mit $U_{R_1} = U_0 \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2 \parallel \bar{R}_L} = U_0 \cdot \frac{R_1 \cdot (R_2 + \bar{R}_L)}{R_1 \cdot (R_2 + \bar{R}_L) + R_2 \bar{R}_L} = 6,89 \text{ V}$

$$P_{R_2} = \frac{U_{R_2}^2}{R_2} = \frac{(5,11 \text{ V})^2}{30 \Omega} = 0,867 \text{ W}$$

mit $U_{R_2} = U_0 - U_{R_1} = 5,11 \text{ V}$

Im Vergleich dazu ergibt sich die Leistungsaufnahme des Sensors bei Annahme des mittleren Lastwiderstandes zu:

$$P_{\bar{R}_L} = \frac{U_{\bar{R}_L}^2}{\bar{R}_L} = 0,03 \text{ W}$$

e) Die $I(U)$ - Kennlinie (Lastgerade) des Sensor-Widerstandes kann folgendermaßen beschrieben werden:

$$I = I_0 - I_L = \frac{U_0 - U}{R_1} - \frac{U}{R_L} = -U \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_L} \right) + \frac{U_0}{R_1}$$

Um die Lastgeraden einzeichnen zu können, kann wie folgt vorgegangen werden.

1. Bestimmung der Schnittpunkte mit der x-Achse für die beiden Lastgeraden $R_{L,\min}$ und $R_{L,\max}$:

$$I = 0 \rightarrow U_{L,\min} = \frac{U_0}{R_1} \cdot \frac{R_1 R_{L,\min}}{R_1 + R_{L,\min}} = 5,9 \text{ V}$$

$$\rightarrow U_{L,\max} = \frac{U_0}{R_1} \cdot \frac{R_1 R_{L,\max}}{R_1 + R_{L,\max}} = 8 \text{ V}$$

2. Bestimmung der Steigung der beiden Lastgeraden:

$$m_{L,\min} = - \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{L,\min}} \right) = -3,6 \text{ mS}$$
$$m_{L,\max} = - \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{L,\max}} \right) = -2,7 \text{ mS}$$

3. Eintragung der Lastgeraden in das Diagramm, siehe hierfür Abbildung 7, wobei die grüne Lastgerade $R_{L,\min}$ und die blaue Lastgerade $R_{L,\max}$ darstellt. Über die Schnittpunkte mit der Kennlinie der Z-Diode kann auf der x-Achse ein ΔU von ca. 0,03 V abgelesen werden.

Leistungsverbrauch am Widerstand R_1 und der Zener-Diode bei $U_Z = 5,1 \text{ V}$, wobei $I_Z = 3 \text{ mA}$ anhand der Kennlinie abgelesen werden kann:

$$P_{R1} = \frac{U_{R1}^2}{R_1} = \frac{(6,9 \text{ V})^2}{560 \Omega} = 85 \text{ mW}$$

$$P_Z = I_Z \cdot U_Z = 3 \text{ mA} \cdot 5,1 \text{ V} = 15,3 \text{ mW}$$

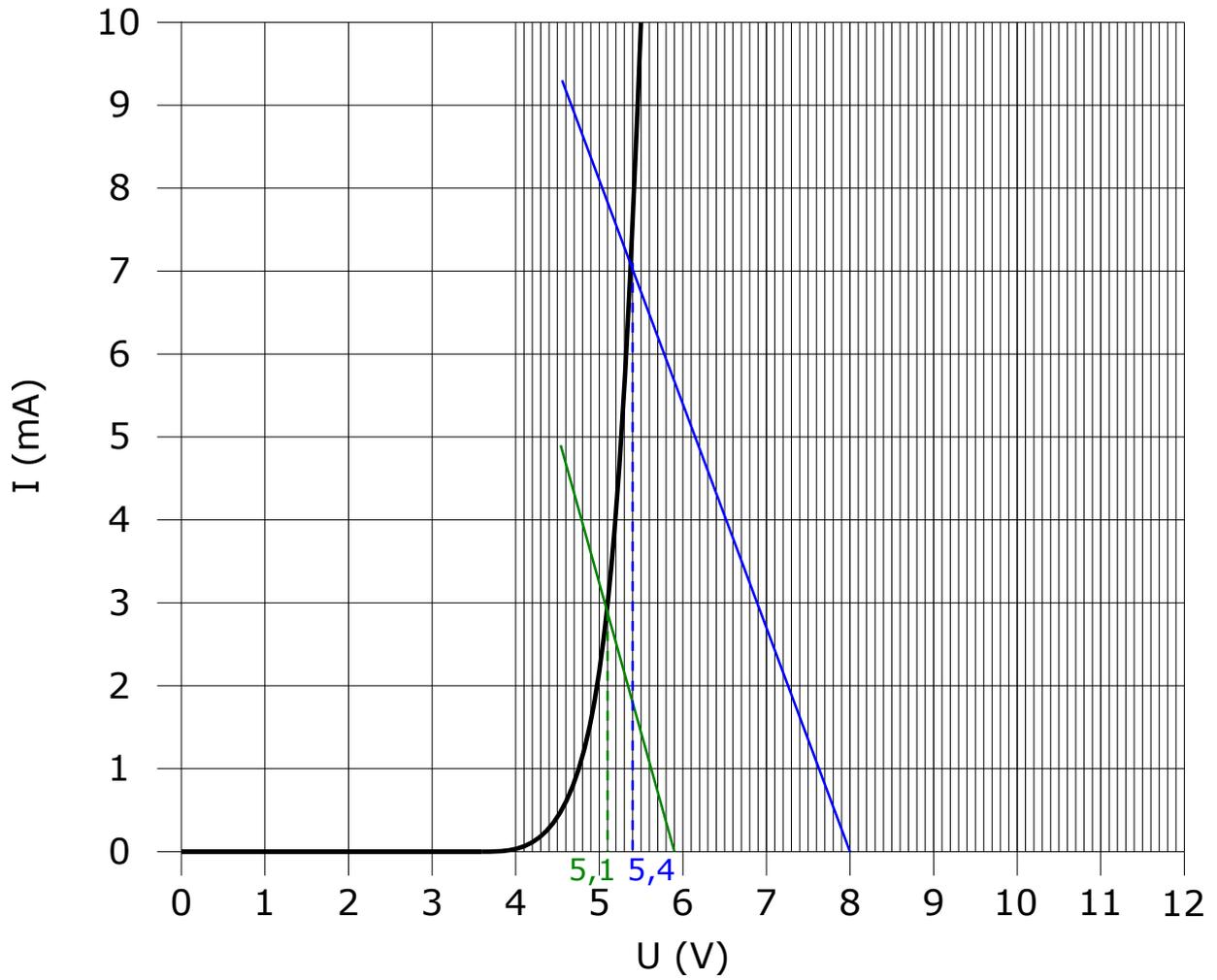


Abbildung 7: I/U Diagramm zur Bestimmung von ΔU der Spannungsstabilisierung mit Z-Diode, mit grüner Lastgerade für $R_{L,\min}$ und blauer Lastgerade für $R_{L,\max}$.

– Teil II: Spice-Simulation –

Aufgabe 5 (Kleinsignalanalyse – Zeit- und Frequenzbereich)

a) Der LTspice-Schaltplan ist in Abbildung 8 zu sehen. Die zeitlichen Verläufe von $u_D(t)$ und $i_D(t)$ bei den drei gegebenen Arbeitspunkten sind in Abbildung 9 dargestellt. Der Mittelwert des zeitlichen Verlauf des Stroms $\overline{i_D(t)}$ und der Betrag des Wechselstroms $|i_D|$ ist in Tabelle 3 gezeigt.

Die Werte aus der Simulation und der Berechnungen stimmen nicht ganz überein. Das liegt zum Einen daran, dass bei der Berechnung das zeitlichen Verlauf des Stroms die Näherungen des Kleinsignalverhaltens genutzt wurden. Bei einigen Arbeitspunkten führt dies aber schon zu leicht ungenauen Ergebnissen, da die Wechselstromamplitude nicht mehr unbedingt klein bezogen auf den Gleichstrom ist. Zum Anderen simuliert LTspice mit einer Temperatur von $T = 27^\circ\text{C}$. Dies entspricht nicht ganz der Temperaturspannung von $U_T = 26\text{ mV}$. Über den Dioden-Modellparameter T_{nom} könnte diese aber angepasst werden.

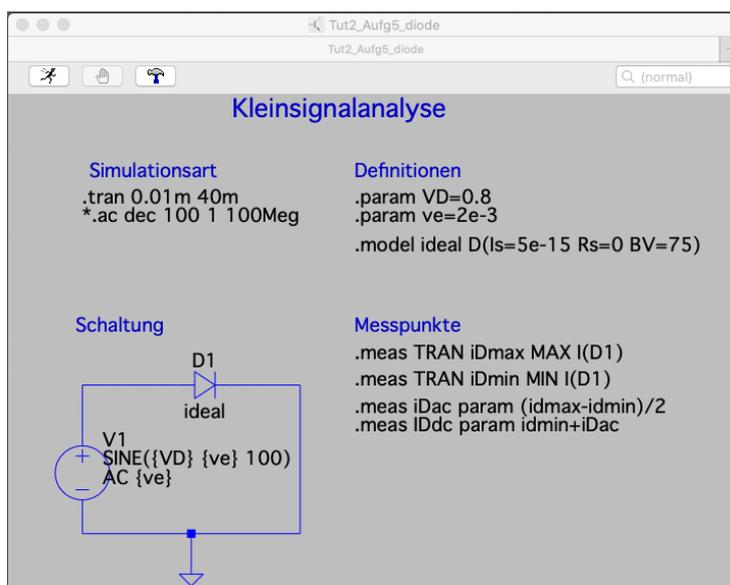
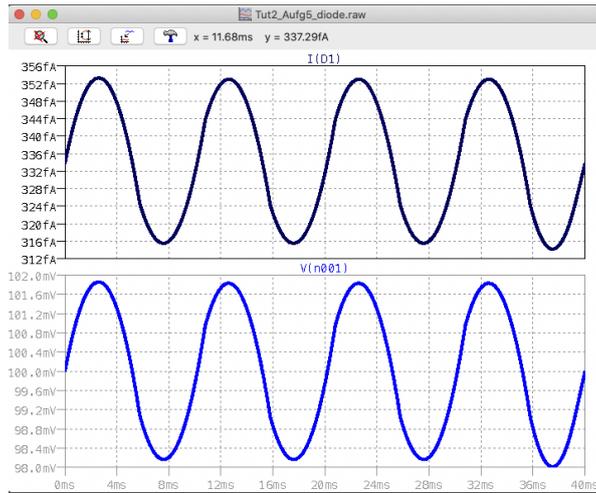
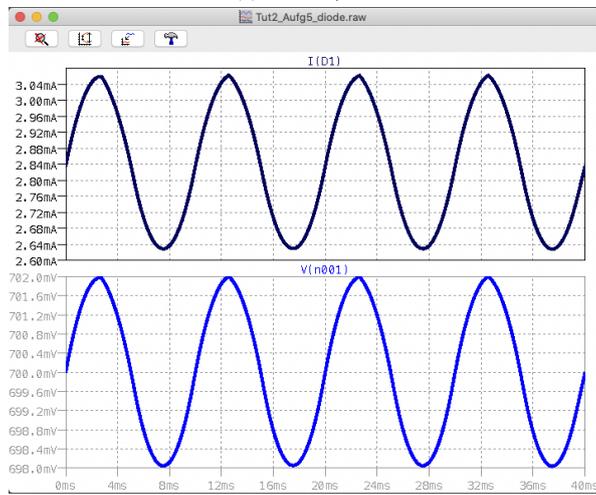


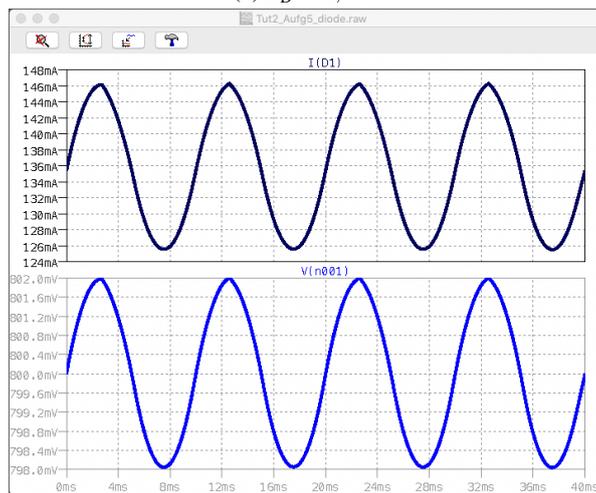
Abbildung 8: LTspice-Schaltplan zur Kleinsignalanalyse.



(a) $U_D = 0,1 \text{ V}$



(b) $U_D = 0,7 \text{ V}$



(c) $U_D = 0,8 \text{ V}$

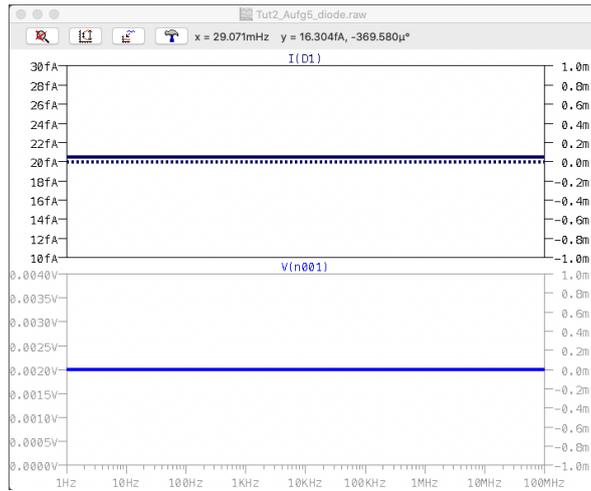
Abbildung 9: Zeitlicher Verlauf von $u_D(t)$ und $i_D(t)$.

U_D (V)	$\overline{i_D(t)}$	$ i_D $
0,1	333,8 fA	19,6 fA
0,7	2,8 mA	0,2 mA
0,8	136 mA	10,4 mA

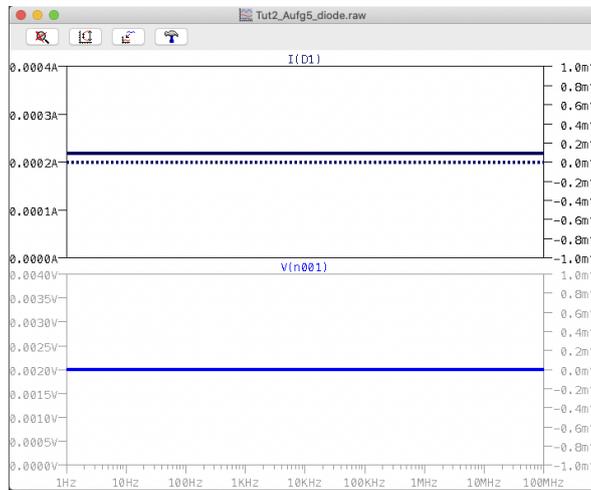
Tabelle 3: Ströme durch die Diode.

b) Die Frequenzverläufe von $u_D(f)$ und $i_D(f)$ sind in Abbildung 10 zu sehen.

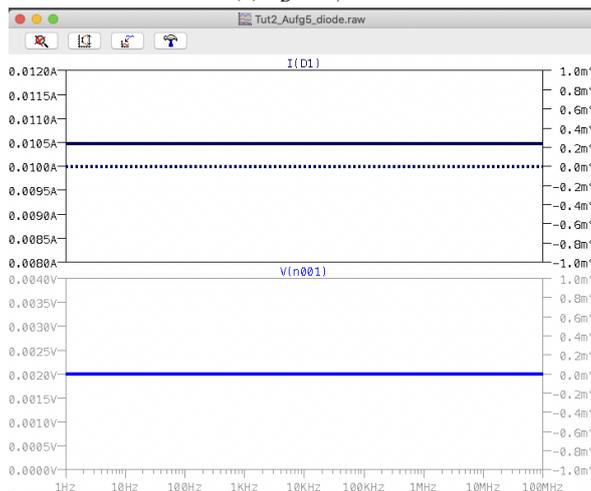
Aus der Frequenzanalyse erhält man lediglich den Betrag (in LTspice: durchgezogene Kennlinie) und Phase (in LTspice: gestrichelte Kennlinie) der Wechselspannung und des Wechselstroms. Für eine ideale Diode sind die Verläufe des Betrags und Phase über der Frequenz konstant. Da die Wechselspannung über der Diode der Eingangswchselspannung entspricht, ist diese für jeden Arbeitspunkt gleich. Der Betrag der Wechselströme entspricht den Werten aus der dritten Spalte der Tabelle 3.



(a) $U_D = 0,1 \text{ V}$



(b) $U_D = 0,7 \text{ V}$



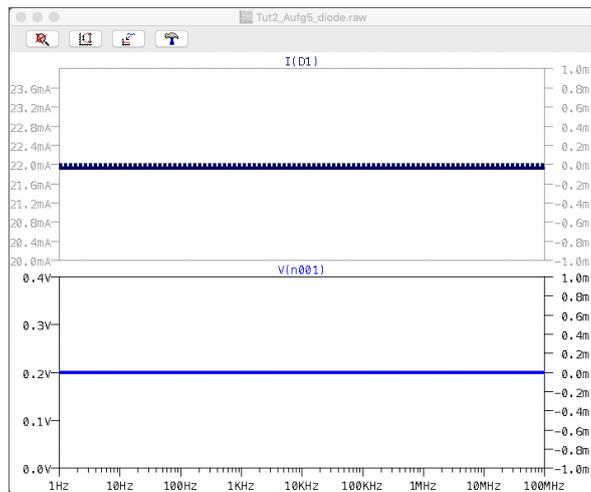
(c) $U_D = 0,8 \text{ V}$

Abbildung 10: Betrag und Phase von $u_D(f)$ und $i_D(f)$ über der Frequenz.

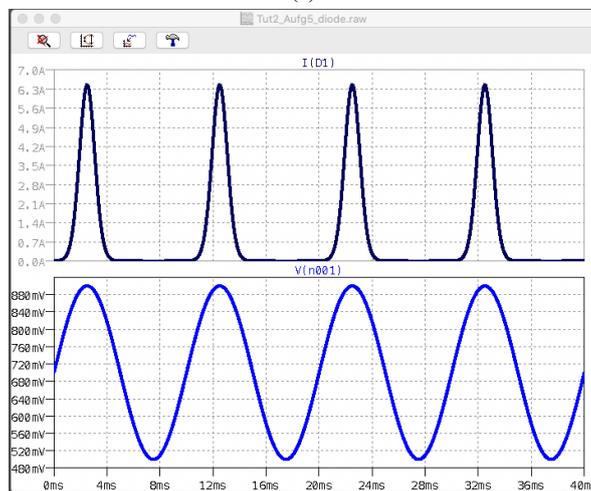
c) Die Verläufe sind in Abbildung 11 zu sehen.

Die AC-Analyse liefert für den Betrag des Wechselstroms über der Diode ca. 22 mA. Bei der Transientenanalyse sieht man, dass durch die Diode kein sinusförmiger Wechselstrom mehr fließt, da sich die Steigung der Diodenkennlinie über den Bereich der angelegten Wechselspannung (Betrag von 0,2 V) deutlich verändert und man somit nicht mehr von einer kleinen Auslenkung um den Arbeitspunkt sprechen kann.

Entsprechend liegt die Transientenanalyse näher an der Realität. Die AC-Analyse basiert auf dem Kleinsignalmodell der Diode, welches bei diesem relativ großen Betrag von u_e nicht mehr präzise ist.



(a)



(b)

Abbildung 11: Zeitverlauf der Diodenspannung und des Diodenstroms für a) AC-Analyse, b) Transienten-Analyse.