

Elektronische Schaltungen SS 2022

5. Tutoriumsblatt - Lösung

Grundlagen analoger Schaltungstechnik

Infos zur AbgabeAbgabefrist: **10.07.2022** online über IliasAbzugebende Aufgaben: **Aufgabe 2** (Handschriftlich, eingescannt als .pdf)**Aufgabe 4 a) - c)** (Handschriftlich, eingescannt als .pdf)

Hinweise: Die Lösungen sollen einen Weg aufzeigen, wie die Aufgaben gelöst werden können. Es gibt in einigen Fällen auch andere Wege, um zur richtigen Lösung zu kommen. Diese Wege können und sollen in den Tutorien angesprochen werden.

– Teil I: Rechenaufgaben –

Aufgabe 1 (Gegenkopplung)

a) Bei der Schaltung handelt es sich um eine Emitterschaltung mit Spannungsgegenkopplung.

b) Arbeitspunktbestimmung:

1. Bestimmung von I_B :

$$0 = U_b - I \cdot R_C - I_B \cdot R_F - 0,7 \text{ V} = 0$$

$$I = I_B + I_C \text{ mit } I_C = \beta \cdot I_B$$

$$I = I_B(1 + \beta)$$

$$I_B = \frac{U_b - 0,7 \text{ V}}{(1 + \beta)R_C + R_F} = 10 \mu\text{A}$$

2. Bestimmung von I_C

$$I_C = \beta \cdot I_B = 1,25 \text{ mA}$$

3. Bestimmung von U_{CE}

$$U_{CE} = U_b - I \cdot R_C = U_b - I_B(1 + \beta) \cdot R_C = 2,44 \text{ V}$$

c) Das Kleinsignalersatzschaltbild ist in Abb. 1 zu sehen.

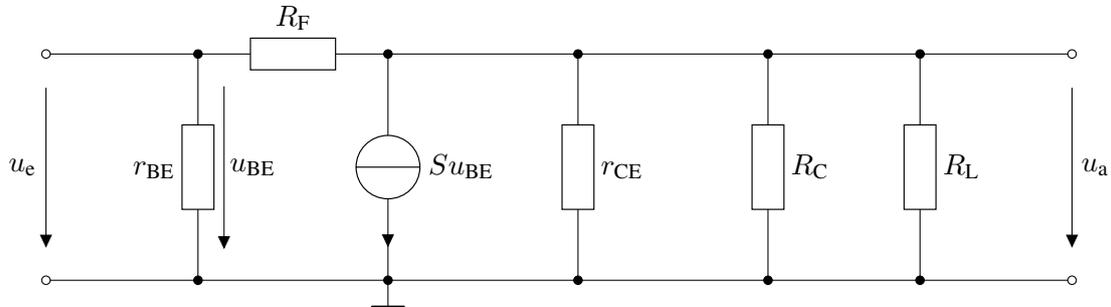


Abbildung 1

d) Der Vorteil der Emitterschaltung mit Spannungsgegenkopplung ist der sehr gut kontrollierbare Eingangswiderstand. Der Nachteil der Schaltung ist die oft verringerte Verstärkung im Vergleich zur „normalen“ Emitterschaltung.

e) Berechnung der Kleinsignal-Spannungsverstärkung A_0 ohne r_{BE} und r_{CE} :

$$A_0 = -S \cdot (R_F \parallel R_C \parallel R_L)$$

$$\text{mit } S = \frac{I_C}{U_T} = 48,1 \text{ mS}$$

$$\text{und } R_C \parallel R_L \approx 1,765 \text{ k}\Omega$$

$$A_0 \approx -84$$

f) Unter der Annahme, dass r_{BE} sehr groß ist (siehe Aufgabenstellung), kann dieser vernachlässigt werden. Dadurch ergibt sich für den Kleinsignal-Eingangswiderstand:

$$r_e = \frac{u_e}{i_e} = \frac{u_e}{\frac{u_e - u_a}{R_F}} = \frac{R_F}{1 - A_0} = 2,05 \text{ k}\Omega$$

Analog kann der Kleinsignal-Ausgangswiderstand ermittelt werden (Annahme: $r_{CE} \rightarrow \infty$):

$$r_a = \frac{A_0 \cdot R_F}{A_0 - 1} \parallel R_C \parallel R_L \approx 1,75 \text{ k}\Omega$$

Aufgabe 2 (Differenzverstärker)

a) Berechnung von I_C

$$0 = U_{BE1} + U_E + (U_{b-}) \rightarrow U_E = -U_{b-} - U_{BE1} = 5 \text{ V} - 0,84 \text{ V} = 4,16 \text{ V}$$

$$I_E = \frac{U_E}{R_E} = \frac{4,16 \text{ V}}{500 \Omega} = 8,32 \text{ mA}$$

da $\beta_1 = \beta_2 \rightarrow I_{E1} = I_{E2}$, außerdem gilt $I_E = I_{E1} + I_{E2}$

$$\text{da } I_C \gg I_B \rightarrow I_{C1} = I_{C2} = \frac{I_E}{2} = 4,16 \text{ mA}$$

Berechnung von U_{CE}

$$U_{CE1} = U_{CE2} = [+U_{b+} - U_{b-}] - U_E - R_C \cdot I_C = 10 \text{ V} - 4,16 \text{ V} - 2,08 \text{ V} = 3,76 \text{ V}$$

b) Das Kleinsignalersatzschaltbild für ein Gleichtaktsignal am Eingang ist in Abbildung 2 zu sehen.

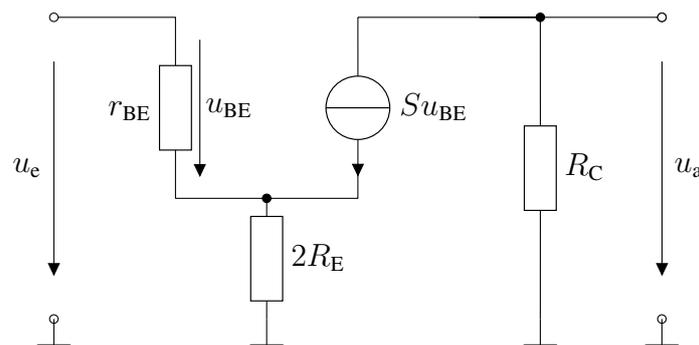


Abbildung 2

c) Der Gleichtakt-Eingangswiderstand r_e der Schaltung berechnet sich zu (Schaltung ist eine Emitterschaltung mit Stromgegenkopplung)

$$r_e = r_{BE} + \beta \cdot 2R_E,$$

$$\text{mit } r_{BE} = \frac{U_T}{I_B} = \frac{U_T \beta}{I_C} \approx 2,75 \text{ k}\Omega$$

$$r_e \approx 2,75 \text{ k}\Omega + 440 \cdot 2 \cdot 500 \Omega$$

$$= 442,75 \text{ k}\Omega$$

d) Die Gleichtakt-Verstärkung berechnet sich zu

$$A_G = \frac{u_{a1,2}}{u_G} = -\frac{R_C}{2 \cdot R_E}$$

$$= -\frac{500 \Omega}{2 \cdot 500 \Omega} = -0,5$$

e) Das Kleinsignalersatzschaltbild für ein Gegentaktsignal am Eingang ist in Abbildung 3 zu sehen. Im Vergleich zum Kleinsignal-ESB für ein Gleichtaktsignal am Eingang, kann im KS-ESB R_E für ein Gegentaktsignal am Eingang vernachlässigt werden, da am Emitter durch die Symmetrie-Eigenschaften eine virtuelle Masse liegt.

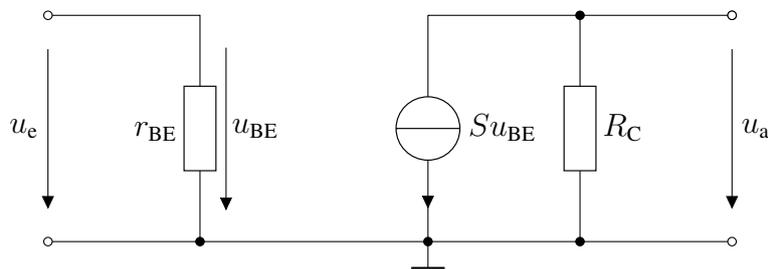


Abbildung 3

f) Die Gegentakt-Verstärkung berechnet sich zu

$$A_D = \frac{u_a}{u_D} = -S \cdot R_C$$
$$\text{mit } S = \frac{I_C}{U_T} = \frac{4,16 \text{ mA}}{26 \text{ mV}} \approx 160 \text{ mS}$$
$$= -160 \text{ mS} \cdot 500 \Omega = -80$$

g) Der Gleichtaktunterdrückungsfaktor berechnet sich zu

$$G = \frac{|A_D|}{|A_G|} = 2 \cdot S \cdot R_E = 160$$

Aufgabe 3 (Frequenzgang)

a) Das Kleinsignalersatzschaltbild ist in Abb. 4 zu sehen.

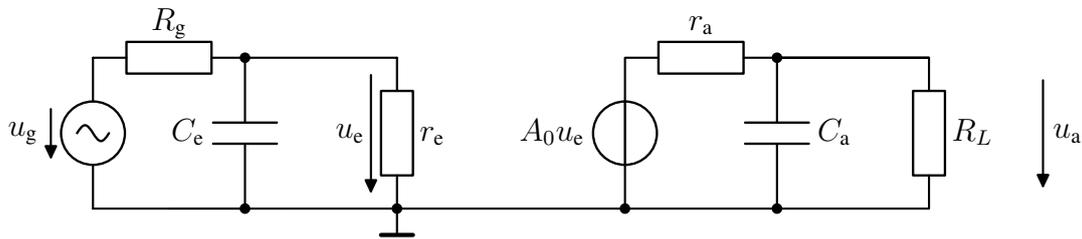


Abbildung 4: Kleinsignalersatzschaltbild.

b) Bei niedrigen Frequenzen kann der Einfluss der Kapazitäten vernachlässigt werden. So setzt sich die Kleinsignal-Spannungsverstärkung aus einem Eingangsspannungsteiler, der Verstärkung A_0 und einem Ausgangsspannungsteiler zusammen:

$$\begin{aligned} A_{\text{ges}} &= \frac{r_e}{r_e + R_g} \cdot A_0 \cdot \frac{R_L}{R_L + r_a} \\ &= \frac{25 \text{ k}\Omega}{25 \text{ k}\Omega + 50 \Omega} \cdot (-20) \cdot \frac{20 \Omega}{20 \Omega + 1 \Omega} \\ &= -18,6 \end{aligned}$$

Beide Spannungsquellen können zu äquivalenten Stromquellen umgewandelt werden (siehe Abb. 5). Dieser Zwischenschritt vereinfacht die Herleitung der Polstellen, denn der Quellenwiderstand R_g ist nun parallel zu C_e und r_e . Die Spannung am Eingang des Verstärkers ist dann $u_e = i_e Z_e$.

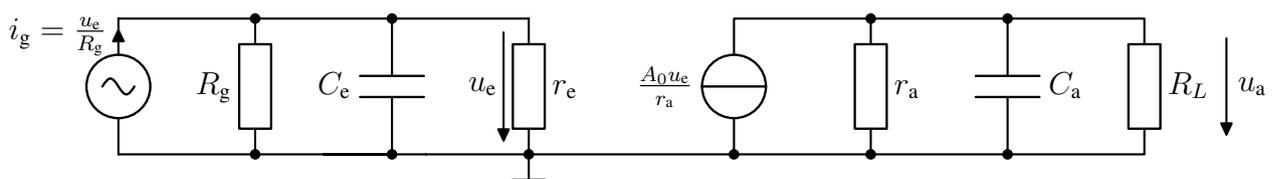


Abbildung 5: Kleinsignalersatzschaltbild mit Stromquellen.

Die Pole ergeben sich nun aus der Eingangs- und Ausgangsimpedanz der Schaltung:

$$\begin{aligned} f_{p,e} &= \frac{1}{2\pi C_e (R_g \parallel r_e)} = \frac{1}{2\pi \cdot 15,9 \text{ pF} \cdot 49,9 \Omega} = 200,6 \text{ MHz} \\ f_{p,a} &= \frac{1}{2\pi C_a (R_L \parallel r_a)} = \frac{1}{2\pi \cdot 2 \text{ pF} \cdot 0,95 \Omega} = 83,6 \text{ GHz} \end{aligned}$$

Alternativ kann die Übertragungsfunktion auch aus dem komplexen Spannungsteiler am Eingang und Ausgang bestimmt werden.

c) Das Bode-Diagramm der Schaltung ist in Abb. 6 zu sehen. Der Betrag der Niederfrequenz-Spannungsverstärkung in dB ergibt sich zu:

$$|A_{\text{ges}}| = 20 \cdot \log(18,6) = 25,4$$

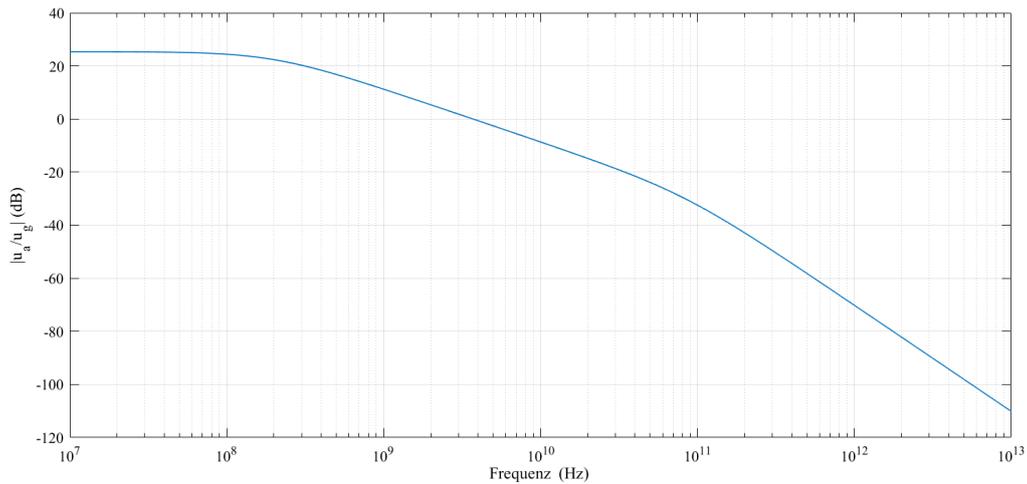
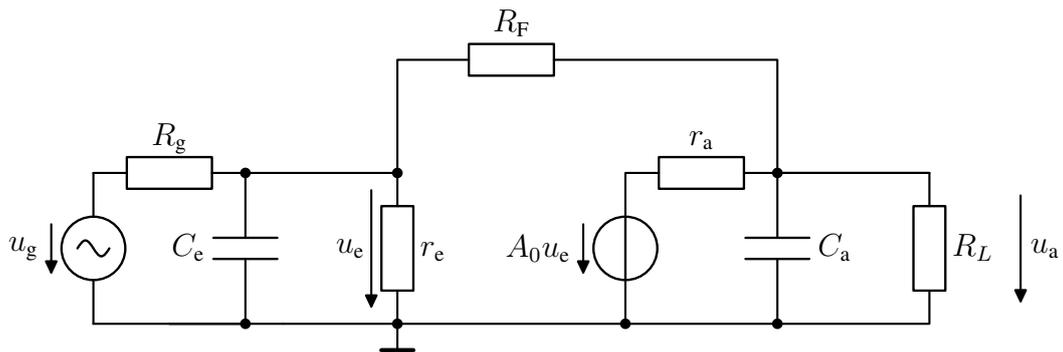


Abbildung 6: Amplitudengang der Schaltung.

d) Mit der Rückkopplung ergibt sich folgendes ESB:



Nach dem Miller-Theorem kann R_F in zwei äquivalente Widerstände $R_{F,e}$ und $R_{F,a}$ umgewandelt

werden. Hierfür muss die Spannungsverstärkung $A_F = \frac{u_a}{u_e}$ berechnet werden.

$$A_F = A_0 \cdot \frac{(R_L \parallel R_{F,a})}{(R_L \parallel R_{F,a}) + r_a}$$

Mit der Annahme, dass $A_F = u_a/u_e \gg 1$ ergibt sich für $R_{F,a}$:

$$R_{F,a} = \frac{R_F}{1 - \frac{1}{A_F}} \approx R_F = 200 \Omega$$

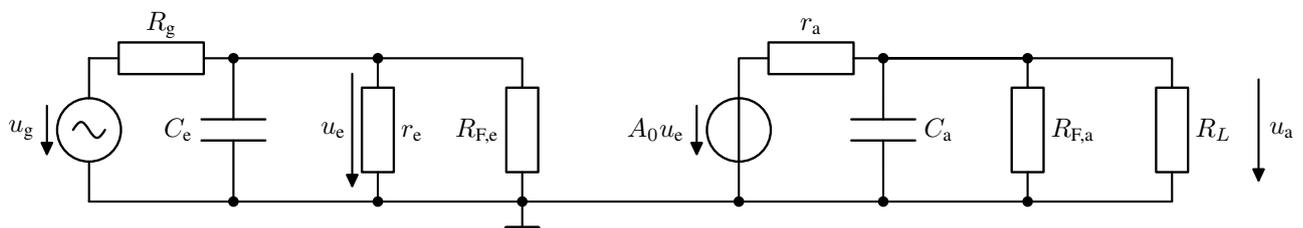
und damit folgt mit $R_L \parallel R_{F,a} \approx 18,2 \Omega$:

$$\begin{aligned} A_F &= -20 \cdot \frac{18,2 \Omega}{18,2 \Omega + 1 \Omega} \\ &= -18,96 \end{aligned}$$

Für $R_{F,e}$ folgt somit

$$R_{F,e} = \frac{R_F}{1 - A_F} = 10 \Omega$$

Daraus resultiert folgende äquivalente Schaltung:



e) Die neue Verstärkung ergibt sich aus:

$$\begin{aligned} A_{\text{ges}} &= \frac{(r_e \parallel R_{F,e})}{(r_e \parallel R_{F,e}) + R_g} \cdot A_0 \cdot \frac{(R_L \parallel R_{F,a})}{(R_L \parallel R_{F,a}) + r_a} \\ &= \frac{10 \Omega}{10 \Omega + 50 \Omega} \cdot (-20) \cdot \frac{18,2 \Omega}{18,2 \Omega + 1 \Omega} = -3,16 \end{aligned}$$

Der Betrag in dB ergibt sich zu:

$$|A_{\text{ges}}| = 20 \cdot \log(3,16) = 10$$

Die Polstellen ergeben sich wieder aus der Parallelschaltung der Widerstände und der Kapazitäten:

$$f_{p,e} = \frac{1}{2\pi C_e (R_g \parallel r_e \parallel R_{F,e})} = \frac{1}{2\pi \cdot 15,9 \text{ pF} \cdot 8,3 \Omega} = 1,2 \text{ GHz}$$

$$f_{p,a} = \frac{1}{2\pi C_a (R_L \parallel r_a \parallel R_{F,a})} = \frac{1}{2\pi \cdot 2 \text{ pF} \cdot 0,95 \Omega} = 83,8 \text{ GHz}$$

Anhand der Rückkopplung wird die Bandbreite versechsfacht. Dagegen ist die Verstärkung um ca. den Faktor 6 kleiner geworden.

Das resultierende Bode-Diagramm ist in Abb. 7 zu sehen.

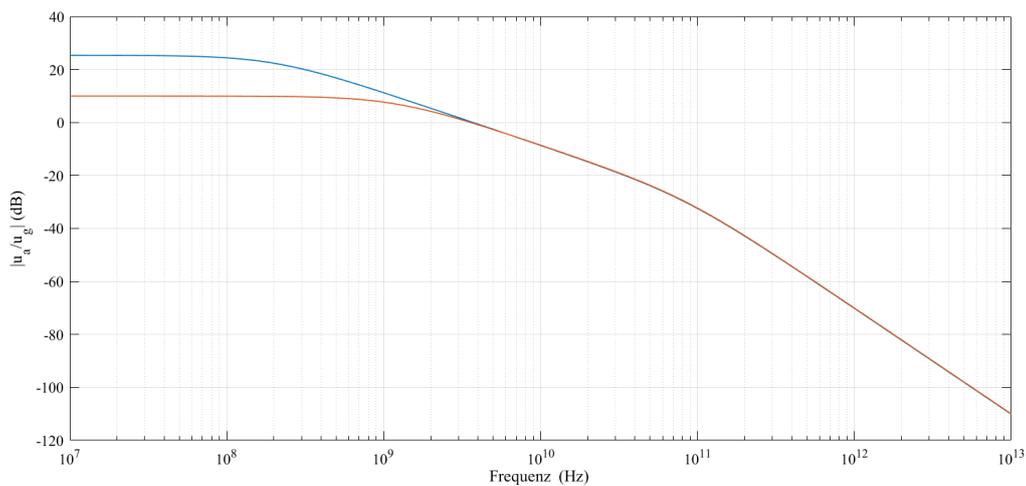


Abbildung 7: Amplitudengang der Schaltung ohne Rückkopplung (blau), und mit Rückkopplung (rot)

Aufgabe 4 (Operationsverstärker 741)

a) Die Eigenschaften eines idealen Operationsverstärkers lauten:

- $r_e \rightarrow \infty$
- $r_a \rightarrow 0$
- $A_D \rightarrow \infty$

b) Die Stufen ergeben sich nach Tabelle 1.

Stufe	Transistoren	Grundschialtung
1	T ₁ , T ₂	Kollektorschaltung als differentielles Paar
2	T ₃ , T ₄	Basisschialtung als differentielles Paar
3	T ₅	Kollektorschaltung
4	T ₆	Emitterschialtung mit Stromgegenkopplung
5	T ₇ , T ₈	Kollektorschaltung in Push-Pull Konfiguration

Tabelle 1

c)

Der Gegentakt-Eingangswiderstand $r_{e,D}$ des OpAmps entspricht dem Kleinsignal-Eingangswiderstand der ersten Stufe. Diese ist eine Kollektorschaltung, wodurch sich der Kleinsignal-Eingangswiderstand wie folgt berechnet:

$$\begin{aligned}
 r_{e,D} &= r_{BE,T2} + \beta_{npn} \cdot r_{e,T4} = r_{BE,T2}(1 + S_{T2} \cdot r_{e,T4}) \\
 \text{mit } r_{e,T4} &\approx \frac{1}{S_{T4}} \\
 r_{e,D} &= r_{BE,T2} \left(1 + S_{T2} \cdot \frac{1}{S_{T4}}\right), \text{ mit } S_{T2} = S_{T4}, \text{ da } I_{C,T2} = I_{C,T4} \\
 &= \frac{U_T \cdot \beta_{npn}}{I_{C,T2}} \cdot 2 = \frac{U_T \cdot \beta_{npn}}{I_9/2} \cdot 2 = \frac{26 \text{ mV} \cdot 200}{30 \mu\text{A}/2} \cdot 2 \approx 693 \text{ k}\Omega
 \end{aligned}$$

d) Die Kleinsignal-Spannungsverstärkungen der einzelnen Stufen ergeben sich zu:

Stufe 1

Die Gegentakt-Verstärkung der ersten Stufe berechnet sich zu

$$A_{0,T2} = \frac{S_{T2} \cdot r_{e,T4}}{1 + S_{T2} \cdot r_{e,T4}} = \frac{S_{T2} \cdot \frac{1}{S_{T4}}}{1 + S_{T2} \cdot \frac{1}{S_{T4}}} = 0,5$$

Stufe 2

Die Verstärkung der 2. Stufe ergibt sich zu

$$\begin{aligned} A_{0,T4} &= S_{T4} \cdot (r_{CE,T4} \parallel r_{CE,12} \parallel r_{e,T5}) & (1) \\ S_{T4} &= \frac{I_{C,T4}}{U_T} = 577 \mu\text{S} \\ r_{CE,T4} &\approx \frac{U_{A,\text{pnp}}}{I_{C,T4}} = \frac{50 \text{ V}}{15 \text{ mA}} = 3,33 \text{ M}\Omega \end{aligned}$$

Da der Kleinsignal-Eingangswiderstand der 3. Stufe als Kleinsignal-Ausgangswiderstand der 2. Stufe wirkt, muss dieser für $A_{0,T4}$ berechnet werden.

$$\begin{aligned} r_{e,T5} &= r_{BE,T5}(1 + S_{T5} \cdot R_{E,T5}) & (2) \\ r_{BE,T5} &= \frac{\beta_{\text{nnp}} \cdot U_T}{I_{C,T5}} \\ \text{mit } I_{C,T5} &= \frac{U_{R=50 \text{ k}\Omega}}{50 \text{ k}\Omega} = \frac{U_{BE,T6} + 1 \text{ mA} \cdot 50 \Omega}{50 \text{ k}\Omega} = \frac{0,7 \text{ V} + 1 \text{ mA} \cdot 50 \Omega}{50 \text{ k}\Omega} = 15 \mu\text{A} \\ r_{BE,T5} &= 346,67 \text{ k}\Omega \\ S_{T5} &= \frac{I_{C,T5}}{U_T} = 577 \mu\text{A} \\ R_{E,T5} &= r_{e,T6} \parallel 50 \text{ k}\Omega & (3) \end{aligned}$$

Da der Kleinsignal-Eingangswiderstand der 4. Stufe parallel zum Emitterwiderstand der 3. Stufe wirkt muss auch $r_{e,T6}$ berechnet werden.

$$\begin{aligned} r_{e,T6} &= r_{BE,T6}(1 + S_{T6} \cdot 50 \Omega) \\ \text{mit } r_{BE,T6} &= \frac{\beta_{\text{nnp}} \cdot U_T}{I_{C,T6}} = \frac{200 \cdot 26 \text{ mV}}{1 \text{ mA}} = 5,2 \text{ k}\Omega \\ \text{mit } S_{T6} &= \frac{1 \text{ mA}}{26 \text{ mV}} = 38,46 \text{ mS} \\ r_{e,T6} &= 15,2 \text{ k}\Omega \end{aligned}$$

Nun können die fehlenden Werte mit (3)

$$R_{E,T5} = r_{T6} \parallel 50 \text{ k}\Omega = 11,7 \text{ k}\Omega$$

und (2)

$$R_{E,T5} = r_{e,T6} \parallel 50 \text{ k}\Omega = 11,7 \text{ k}\Omega$$

$$r_{e,T5} = r_{BE,T5}(1 + S_{T5} \cdot R_{E,T5}) = 346,67 \text{ k}\Omega(1 + 577 \mu\text{A} \cdot 11,7 \text{ k}\Omega) = 2,7 \text{ M}\Omega$$

berechnet werden. Damit ergibt sich für die Kleinsignal-Spannungsverstärkung aus Gleichung (1)

$$A_{0,T4} = S_{T4} \cdot (r_{CE,T4} \parallel r_{CE,12} \parallel r_{e,T5}) = 577 \mu\text{S} \cdot (3,33 \text{ M}\Omega \parallel 100 \text{ M}\Omega \parallel 2,7 \text{ M}\Omega) = 847,7$$

Stufe 3

Die 3. Stufe besteht wieder aus einer Kollektorschaltung und die Kleinsignal-Spannungsverstärkung kann wie folgt berechnet werden.

$$A_{0,T5} = \frac{S_{T5} \cdot (50 \text{ k}\Omega \parallel r_{e,T6})}{1 + S_{T5} \cdot (50 \text{ k}\Omega \parallel r_{e,T6})} = \frac{577 \mu\text{A} \cdot 11,7 \text{ k}\Omega}{1 + (577 \mu\text{A} \cdot 11,7 \text{ k}\Omega)} = 0,87$$

Stufe 4

Die 4. Stufe besteht aus einer Emitterschaltung mit Stromgegenkopplung und ihre Kleinsignal-Spannungsverstärkung wird nur durch ihre äußere Beschaltung bestimmt. Da in der Aufgabenstellung gegeben ist, dass der Kleinsignal-Eingangswiderstand der 5. Stufe als unendlich groß angenommen werden kann, muss nur $r_{CE,11}$ berücksichtigt werden.

$$A_{0,T6} = -\frac{r_{CE,11}}{50 \Omega} = -1000$$

Stufe 5

Die beiden Transistoren T_7 und T_8 sind in einer sogenannten Push-Pull Konfiguration geschaltet, sodass immer nur einer der beiden Transistoren leitet. Hier wird beispielhaft die Verstärkung von T_7 berechnet.

$$A_{0,T7} = \frac{S_{T7} \cdot R_L}{1 + S_{T7} \cdot R_L}$$

mit $S_{T7} = \frac{I_L}{U_T} = 0,96 \text{ S}$

$$A_{0,T7} = \frac{0,96 \text{ S} \cdot 100 \Omega}{1 + 0,96 \text{ S} \cdot 100 \Omega} = 0,99$$

Gesamtverstärkung

Die Gegentakt-Gesamtspannungsverstärkung ergibt sich aus der Kaskadierung der Einzelverstärkungen, d.h.

$$A_{0,\text{ges}} = 0,5 \cdot 847,7 \cdot 0,87 \cdot (-1000) \cdot 0,99 = -365\text{k}$$

e) Der Gegentakt-Ausgangswiderstand des OpAmps ergibt sich aus der letzten Stufe, d.h. zu $r_{a,T7}$ oder $r_{a,T8}$, je nachdem welcher Transistor gerade leitet. Da durch beide Transistoren im leitenden Fall der gleiche Strom fließt und die Annahme $U_A \gg U_{CE}$ gilt, sind die Kleinsignal-Ausgangswiderstände gleich groß $r_{a,T7} = r_{a,T8}$. Der Ausgangswiderstand einer Kollektorschaltung berechnet sich zu

$$r_a \approx \frac{1}{S_{T7}} = \frac{U_T}{I_L} \approx 0,96 \Omega.$$

– Zusatz –

Aufgabe 5 (Konstantstromquelle)

a) Bestimmung von $R_2 = \frac{U_{R2}}{I_D}$

$$U_{R2} + U_D = U_{BE} + U_{RE}$$

$$\text{mit: } U_D = U_{BE}, I_E = I_B + I_C = I_C \left(1 + \frac{1}{\beta}\right)$$

$$\begin{aligned} U_{R2} &= R_E \cdot I_C \left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \\ &= 1 \text{ k}\Omega \cdot 2 \text{ mA} \left(1 + \frac{1}{400}\right) = 2 \text{ V} \end{aligned}$$

$$I_D = I_B = \frac{I_C}{\beta} = 5 \mu\text{A}$$

$$R_2 = \frac{U_{R2}}{I_D} = \frac{2 \text{ V}}{5 \mu\text{A}} = 400 \text{ k}\Omega$$

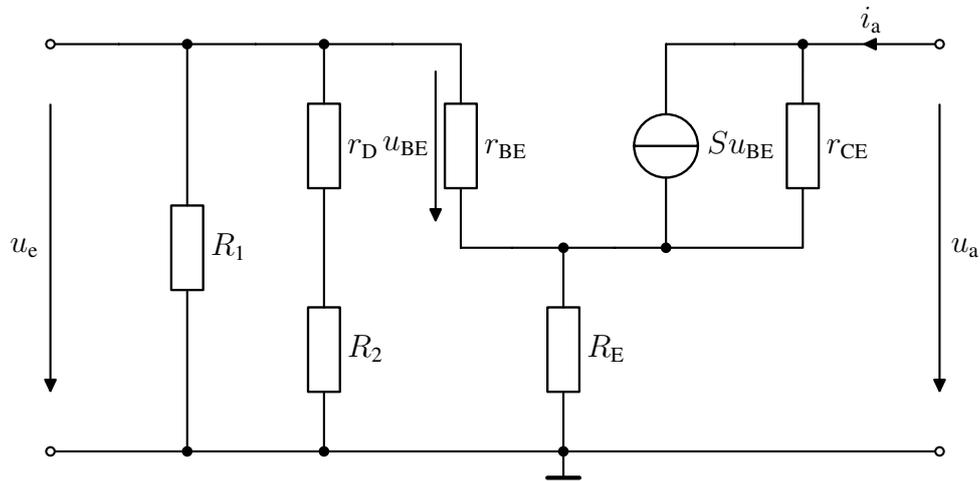
Bestimmung von I_q

$$I_q = I_D + I_B = 10 \mu\text{A}$$

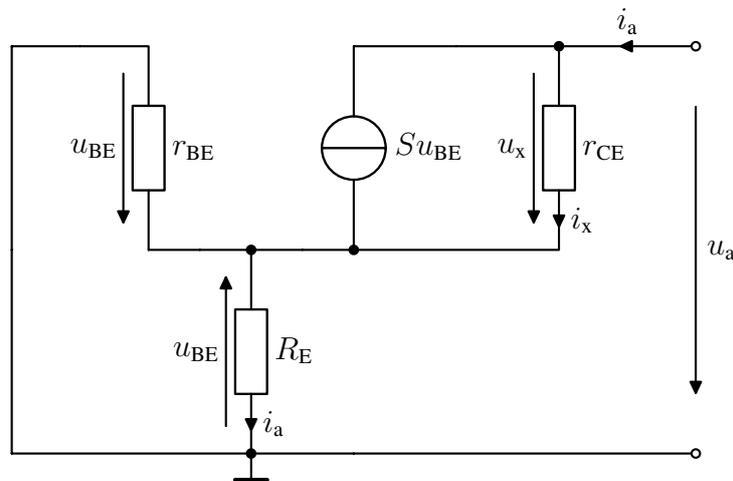
Bestimmung von R_1

$$R_1 = \frac{U_b - 0,7\text{ V} - U_{R2}}{I_q} = \frac{12,3\text{ V}}{10\ \mu\text{A}} = 1,23\ \text{M}\Omega$$

b) Das allgemeine Kleinsignalersatzschaltbild ist in Abb. 8a zu sehen und 8b zeigt das vereinfachte Kleinsignal-ESB für den Fall $u_e = 0$.



(a)



(b)

Abbildung 8

Um den Ausgangswiderstand zu berechnen, kann die folgende Knotengleichung aufgestellt werden.

$$i_a = i_x + S \cdot u_{BE} \quad (4)$$

Außerdem können die folgenden Maschengleichungen aufgestellt werden.

$$u_{BE} = -i_a \cdot R_E \quad (5)$$

$$u_a + u_{BE} = u_x \quad (6)$$

$$u_x = i_x \cdot r_{CE} \quad (7)$$

In Gleichung (4) kann nun Gl. (7) und Gl. (5) eingesetzt werden.

$$i_a = \frac{u_x}{r_{CE}} - S \cdot i_a \cdot R_E$$

Einsetzen von Gl. (6) ergibt

$$i_a = \frac{u_a + u_{BE}}{r_{CE}} - S \cdot i_a \cdot R_E$$

Umstellen der Gleichung ergibt dann

$$\begin{aligned} i_a \cdot r_{CE} &= u_a + u_{BE} - S \cdot R_E \cdot r_{CE} \cdot i_a \\ i_a \cdot r_{CE} &= u_a + i_a \cdot R_E - S \cdot R_E \cdot r_{CE} \cdot i_a \\ u_a &= i_a \cdot (r_{CE} + R_E + S \cdot R_E \cdot r_{CE}) \\ \frac{u_a}{i_a} &= r_{CE}(1 + SR_E) + R_E \end{aligned}$$

Berechnung der Werte:

$$r_{CE} = \frac{|U_a| + U_{CE,A}}{I_{C,A}} = \frac{(300 + 3)V}{2 \text{ mA}} = 151,5 \text{ k}\Omega$$

$$S = \frac{I_C}{U_T} = 76,9 \text{ mS}$$

$$r_a = 11,8 \text{ M}\Omega$$

c) Durch die Diode wird die Temperaturabhängigkeit verringert. Die Diode wird üblicherweise durch einen identischen Transistor mit einer kurzgeschlossenen Basis-Kollektor-Diode realisiert und hat damit die gleiche Temperaturabhängigkeit wie die Basis-Emitter-Diode des Transistors wodurch diese temperaturabhängige Spannungsänderung kompensiert wird.