

Elektronische Schaltungen SS 2022

2. Übungsblatt - Lösungen

Dioden

Aufgabe 1 (Großsignalanalyse – I/U Kennlinie, Arbeitspunkt)

a) Die I-U Kennlinie der Diode ist in Abbildung 1 zu sehen.

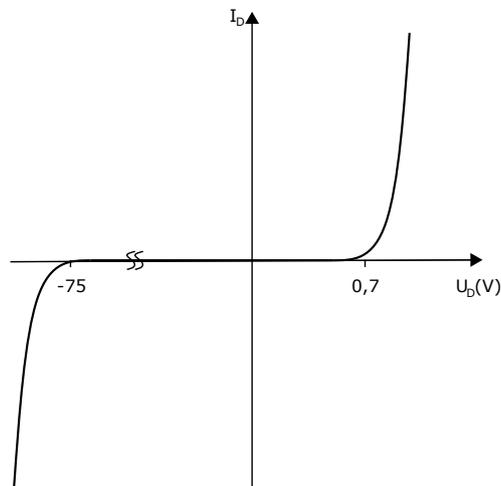


Abbildung 1: I-U Kennlinie der einzelnen Diode.

b) Die Formel für I_D lautet:

$$I_D = I_S \cdot e^{\frac{U_D}{U_T}}$$

Zuerst muss die Temperaturspannung U_T berechnet werden:

$$\begin{aligned} U_T &= \frac{k_B \cdot T}{e} \\ &= \frac{1,38 \cdot 10^{-23} \text{Ws/K} \cdot 300,15 \text{ K}}{1,602 \cdot 10^{-19} \text{ A s}} \\ &= 25,865 \text{ mV} \end{aligned}$$

Daraus ergibt sich im Arbeitspunkt der Strom

$$I_{D,AP} = 10 \text{ fA} \cdot e^{\frac{0,8 \text{ V}}{25,865 \text{ mV}}} \\ \approx 271 \text{ mA}$$

c) Die I-U Kennlinie der Parallelschaltung ist in Abbildung 2 zu sehen.

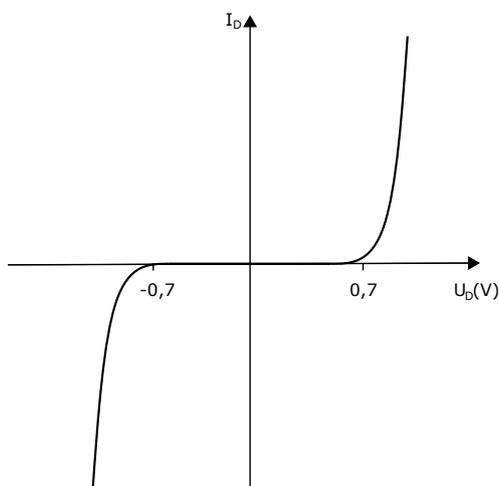


Abbildung 2: I-U Kennlinie der parallelen Diodenschaltung.

d) Die I-U Kennlinie einer Diode mit Bahnwiderstand R_B hat eine endliche Steigung, da durch den Bahnwiderstand R_B Verluste entstehen.

Die Spannung einer idealen Diode ergibt sich zu:

$$U_{D,i} = U_T \cdot \ln \frac{I_{D,i}}{I_S}$$

Das Ersatzschaltbild einer Diode mit Bahnwiderstand ist in Abbildung 3 zu sehen. Die Spannung einer Diode mit Bahnwiderstand ergibt sich daraus zu:

$$U_{D,r} = U_{D,i} + U_{R_B} = U_T \cdot \ln \frac{I_{D,r}}{I_S} + R_B \cdot I_{D,r}$$

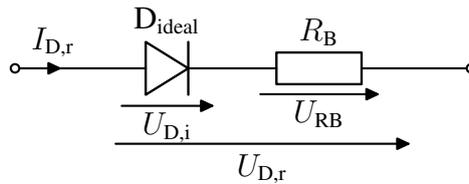


Abbildung 3: Ersatzschaltbild der Diode mit Bahnwiderstand.

Spice-Simulation

e) Um die I-U Kennlinie einer Diode zu erzeugen, muss eine Gleichspannungsanalyse (DC-Analyse) durchgeführt werden. Der Schaltplan der LTSpice-Simulation ist in Abbildung 4 zu sehen. Abbildung 5a zeigt die Kennlinie im Durchlassbereich und Abbildung 5b zeigt die Kennlinie um den Durchbruch der Diode.

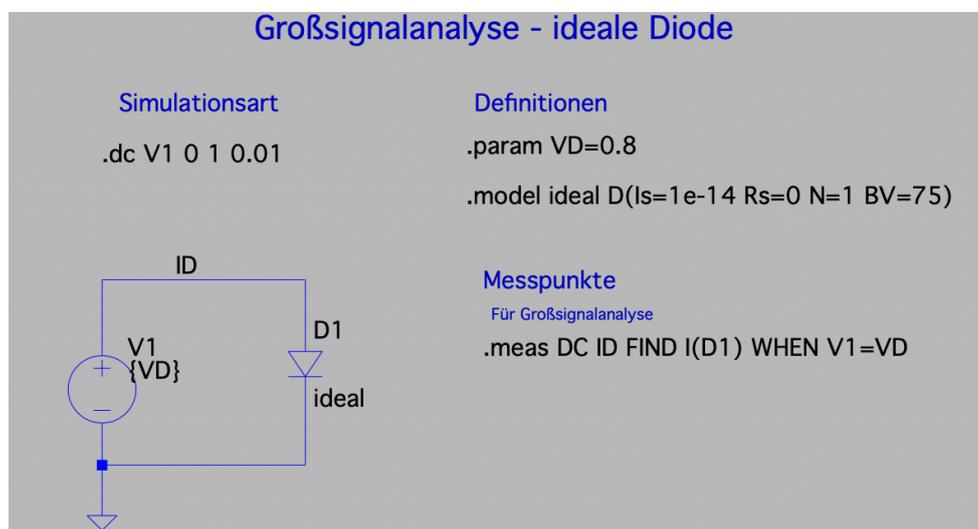


Abbildung 4: Schaltplan der idealen Dioden-Schaltung mit DC-Analyse.

f) Über die Spice-Anweisung

```
.meas DC ID FIND I (D1) WHEN V1=VD
```

(siehe Abbildung 4) kann I_D bei $U_D = 0,8 \text{ V}$ in der .log Datei ausgelesen werden. Dieser beträgt $270,8 \text{ mA}$. Das entspricht dem berechneten Wert aus Aufgabenteil b).

Hinweis: Um den genauen Wert für $I_{D,AP}$ zu erhalten, muss der Simulationsschritt klein genug gewählt werden.

g) Durch den Bahnwiderstand entstehen Verluste, weshalb I_D im gleichen Arbeitspunkt geringer sein wird als bei einer idealen Diode. Der Schaltplan der Schaltung ist in Abbildung 6a zu sehen.

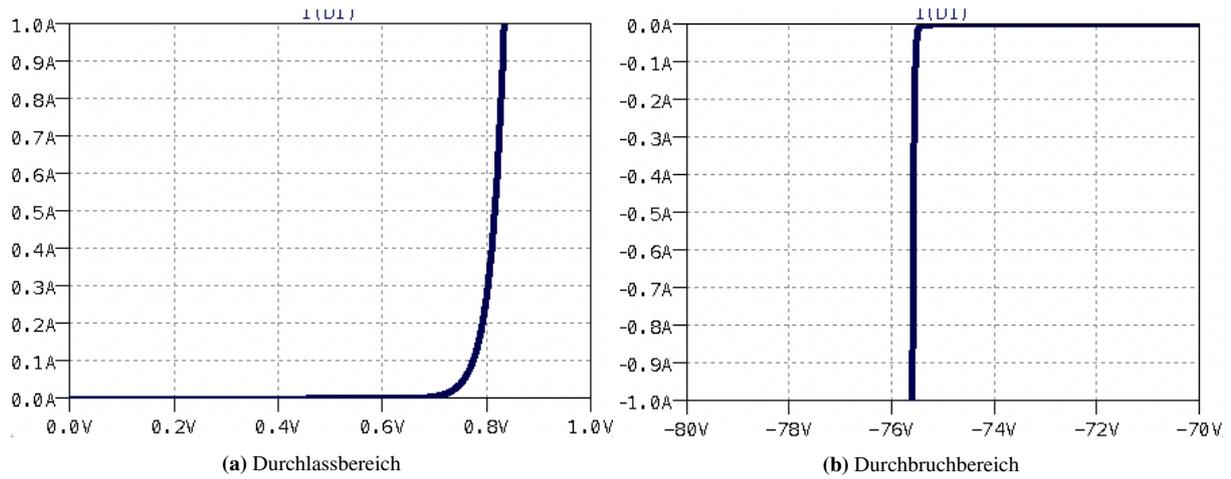
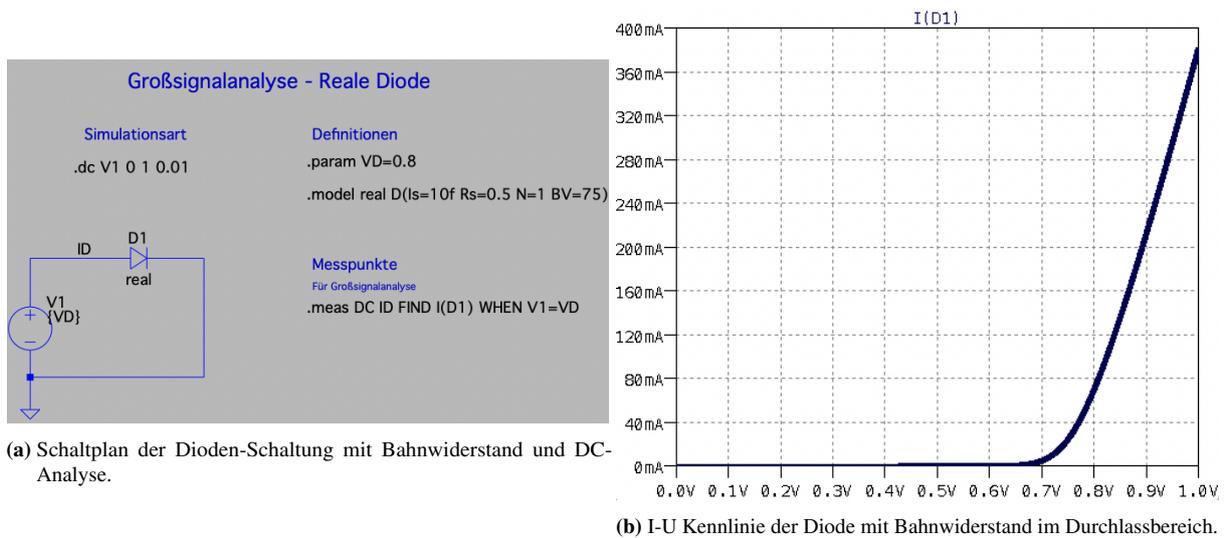


Abbildung 5: Simulierte I-U Kennlinie der Diode.

Die I-U Kennlinie der Diode mit Bahnwiderstand zeigt Abbildung 6b. Hier ist zu erkennen, dass die Kurve flacher verläuft als bei Abbildung 5a. Der Strom im Arbeitspunkt beträgt $I_{D,AP} = 70\text{ mA}$.



Aufgabe 2 (Kleinsignalanalyse – Zeitbereich)

a) Die Versorgungsspannung muss gleich der Spannung im Arbeitspunkt gewählt werden, d.h. $U_0 = U_{D,AP} = 0,8\text{ V}$. In Abbildung 7 ist der zeitliche Verlauf der Spannung über der Diode $u_D(t)$ zu sehen.

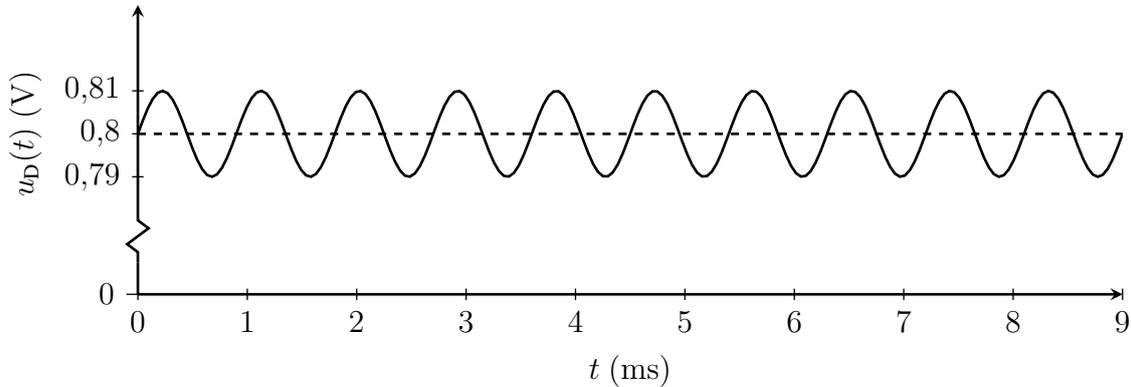


Abbildung 7: Zeitlicher Verlauf von $u_D(t)$.

b) Das Kleinsignalersatzschaltbild ist in Abbildung 8 zu sehen.

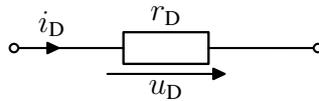


Abbildung 8: Kleinsignal Ersatzschaltbild einer Diode.

Der Kleinsignalwiderstand r_D berechnet sich i.A. zu:

$$r_D = \frac{\partial U_D}{\partial I_D}$$
$$\text{mit } \frac{\partial I_D}{\partial U_D} = \frac{I_S}{U_T} \cdot e^{\frac{U_D}{U_T}} = \frac{I_D}{U_T}$$

Da die Diode im Arbeitspunkt betrieben wird, gilt

$$r_D = \frac{U_T}{I_{D,AP}} = \frac{26\text{ mV}}{270\text{ mA}} \approx 96\text{ m}\Omega$$

c) Der Wechselstromanteil von $i_D(t)$ berechnet sich zu:

$$\begin{aligned} i_D(t) &= \frac{u_D(t)}{r_D} = \frac{0,01 \text{ V}}{96 \text{ m}\Omega} \cdot \sin(2\pi \cdot 1 \text{ kHz} \cdot t) \\ &= 104 \text{ mA} \cdot \sin(2\pi \cdot 1 \text{ kHz} \cdot t) \end{aligned}$$

Daraus ergibt sich der gesamte zeitliche Verlauf von $i_D(t)$ zu

$$i_D(t) = 270 \text{ mA} + 104 \text{ mA} \cdot \sin(2\pi \cdot 1 \text{ kHz} \cdot t)$$

Der zeitliche Verlauf von $i_D(t)$ ist in Abbildung 9 dargestellt.

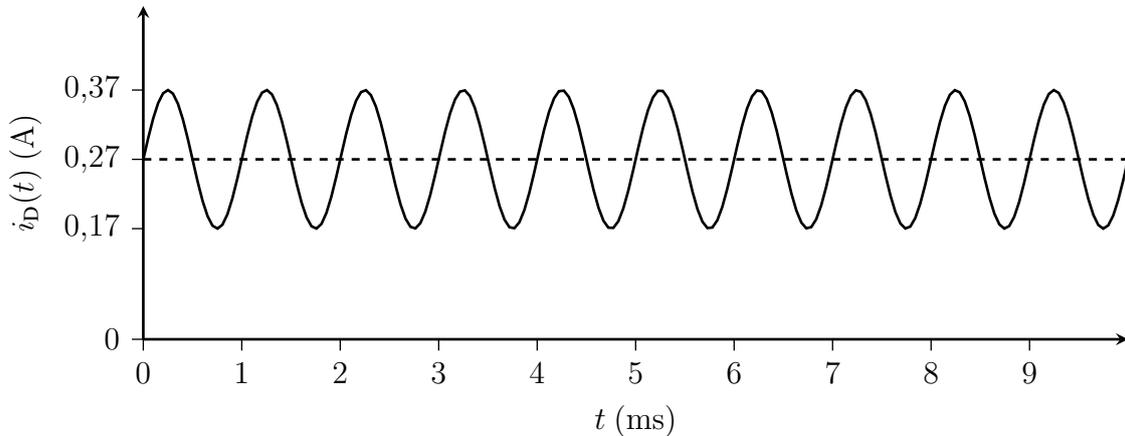


Abbildung 9: Zeitlicher Verlauf von $i_D(t)$.

d) Das Kleinsignalersatzschaltbild der Diode erweitert mit R_B sieht wie folgt aus.

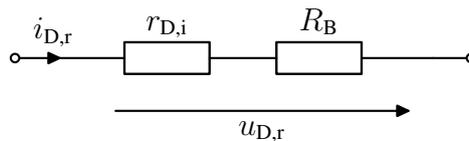


Abbildung 10: Kleinsignalersatzschaltbild der Diode mit Bahnwiderstand.

Der Kleinsignalwiderstand der Diode mit Bahnwiderstand ergibt sich damit zu (siehe hierzu

Abbildung 3):

$$r_{D,r} = \frac{\partial U_{D,r}}{\partial I_{D,r}} = \frac{\partial(U_{D,i} + U_{RB})}{\partial I_{D,r}}$$

$$\text{mit } \frac{\partial U_{D,i}}{\partial I_{D,r}} = r_{D,i} = \frac{U_T}{I_{D,r}}$$

$$\frac{\partial U_{RB}}{\partial I_{D,r}} = \frac{\partial(I_{D,r} \cdot R_B)}{\partial I_{D,r}} = R_B$$

$$r_{D,r} = r_{D,i} + R_B$$

Um $r_{D,i}$ berechnen zu können, muss der Strom $I_{D,r}$ aus der Kennlinie bei $U_{D,r} = 0,8 \text{ V}$ abgelesen werden. Dieser beträgt $I_{D,r} = 70 \text{ mA}$. Daraus ergibt sich für $r_{D,r}$:

$$r_{D,i} = \frac{26 \text{ mV}}{70 \text{ mA}} \approx 370 \text{ m}\Omega$$

$$r_{D,r} = r_{D,i} + R_B = 370 \text{ m}\Omega + 500 \text{ m}\Omega = 870 \text{ m}\Omega$$

Achtung hier ist der Wert für $r_{D,i}$ nicht gleich dem Wert aus Teilaufgabe b), da sich der Strom I_D im Arbeitspunkt durch den Bahnwiderstand geändert hat (siehe hierzu Aufgabe 1 f)).

Der zeitliche Verlauf des Stroms ergibt sich somit zu

$$i_{D,r}(t) = 70 \text{ mA} + \frac{0,01 \text{ V}}{870 \text{ m}\Omega} \cdot \sin(2\pi \cdot 1 \text{ kHz} \cdot t) = 70 \text{ mA} + 11,5 \text{ mA} \cdot \sin(2\pi \cdot 1 \text{ kHz} \cdot t)$$

und wird in Abbildung 11 dargestellt.

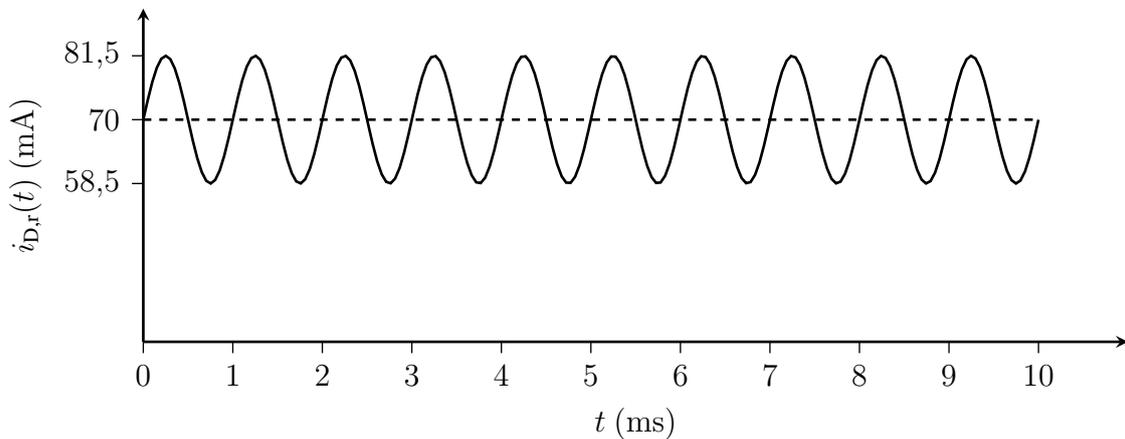


Abbildung 11: Zeitlicher Verlauf von $i_{D,r}(t)$.

Spice-Simulation

e) Die folgenden Schritte erklären, wie die Ergebnisse aus a) bis c) mittels einer LTSpice-Simulation ermittelt werden können.

1. Für die LTSpice-Simulation muss eine Sinusquelle ausgewählt werden. Hierbei kann direkt U_0 und u_e eingestellt werden. Der Schaltplan ist in Abbildung 12 zu sehen.

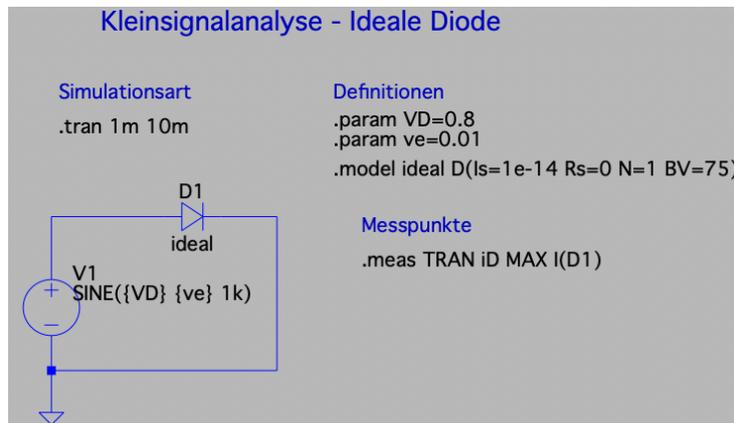


Abbildung 12: Schaltplan der Dioden-Schaltung mit Wechselspannungsquelle.

2. Der zeitliche Verlauf der Spannung $u_D(t)$ ist in Abbildung 13 zu sehen.

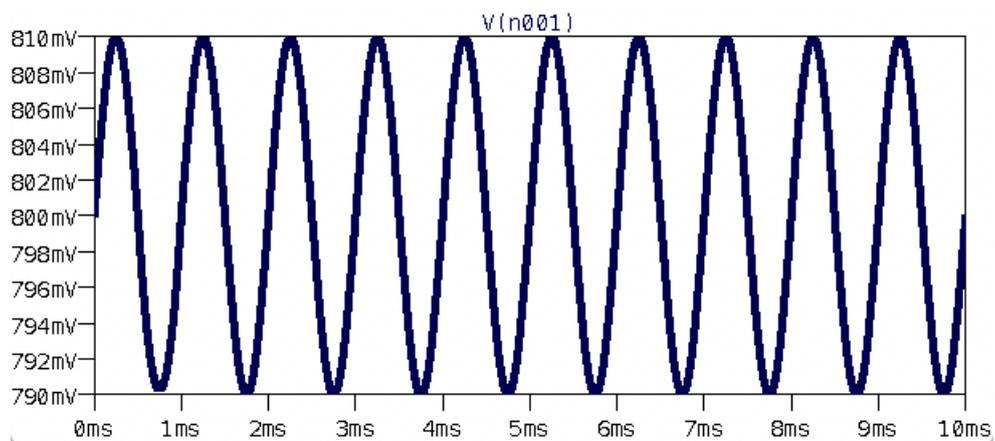


Abbildung 13: Zeitlicher Verlauf $u_D(t)$.

3. Der zeitliche Verlauf des Stroms $i_D(t)$ ist in Abbildung 14 zu sehen. Beim zeitlichen Verlauf des Stroms kann man erahnen, dass hier keine reine Sinusschwingung mehr vorliegt. Außerdem weisen die Ströme an den Extrema eine Abweichung von ca. 10% im Vergleich zu den berechneten Werten auf. Das kann dadurch erklärt werden, dass die Amplitude des Stroms mit 104 mA keine „kleine“ Auslenkung um den Arbeitspunkt mehr ist und dadurch die Beschreibung durch das Kleinsignalmodell zunehmend ungenauer wird.

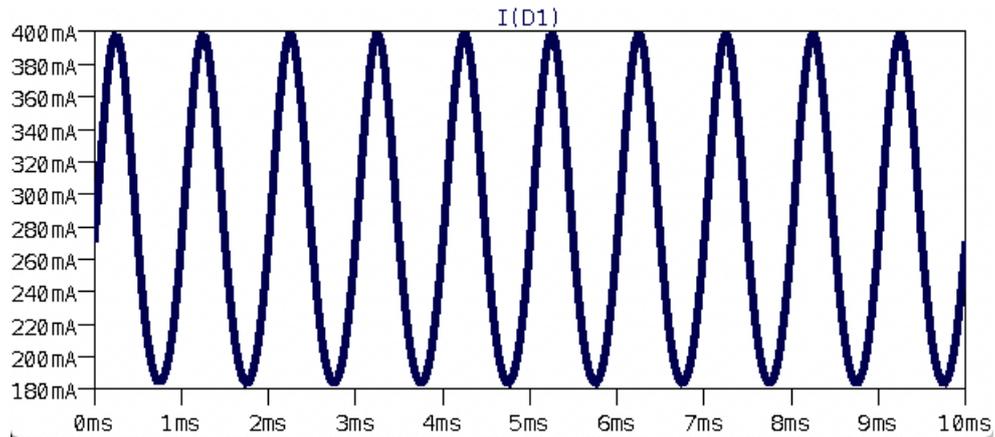


Abbildung 14: Zeitlicher Verlauf $i_D(t)$.

4. Um den differentiellen Widerstand der Diode zu erhalten, muss in einer DC-Simulation die Ableitung von U_D nach I_D gebildet werden. Dies kann durch die Spice-Anweisung

```
.meas DC rD FIND 1/D(I(D1)) WHEN V1=VD
```

umgesetzt werden. In der .log Datei kann der differentielle Widerstand zu ca. $r_D = 96 \text{ m}\Omega$ beim Arbeitspunkt $U_{D,AP} = 0,8 \text{ V}$ abgelesen werden.

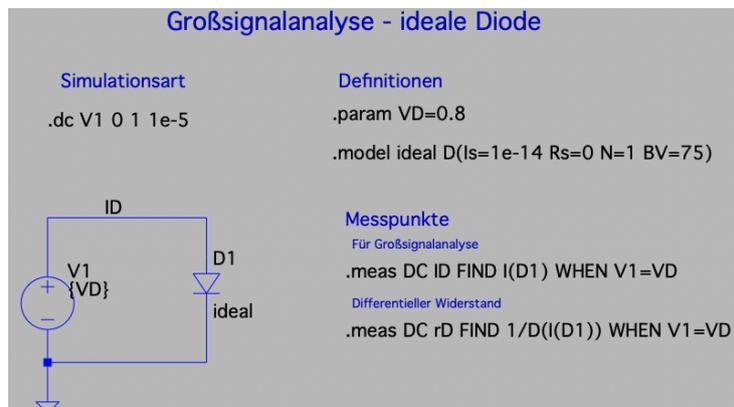


Abbildung 15: Schaltplan zur Bestimmung des differentiellen Widerstands der Diode.

Hinweis: Um den exakten Wert für r_D zu erhalten, muss ein ausreichend kleiner Zeitschritt gewählt werden, damit die Ableitung möglichst genau berechnet werden kann.

Aufgabe 3 (Arbeitspunkt-Bestimmung)

a) Um den Arbeitspunkt graphisch zu bestimmen, muss die Widerstandsgerade aufgestellt werden. Diese ergibt sich zu

$$U_0 = R \cdot I_D + U_D$$
$$I_D = \frac{U_0 - U_D}{R}$$

Um die Widerstandsgerade zu zeichnen, werden zwei Punkte berechnet, die dann eingezeichnet werden können.

$$U_D = 0 \rightarrow I_D = \frac{U_0}{R} = 3 \text{ mA}$$

$$I_D = 0 \rightarrow U_D = U_0 = 3 \text{ V}$$

(Liegt außerhalb des Diagramms, deshalb wird 3. Punkt berechnet.)

$$U_D = 1 \text{ V} \rightarrow I_D = 2 \text{ mA}$$

Der Arbeitspunkt kann am Schnittpunkt der Widerstandsgerade mit der Diodenkennlinie abgelesen werden (siehe Abbildung 16). Dieser beträgt $I_{D,AP} = 2,27 \text{ mA}$ und $U_{D,AP} = 0,74 \text{ V}$.

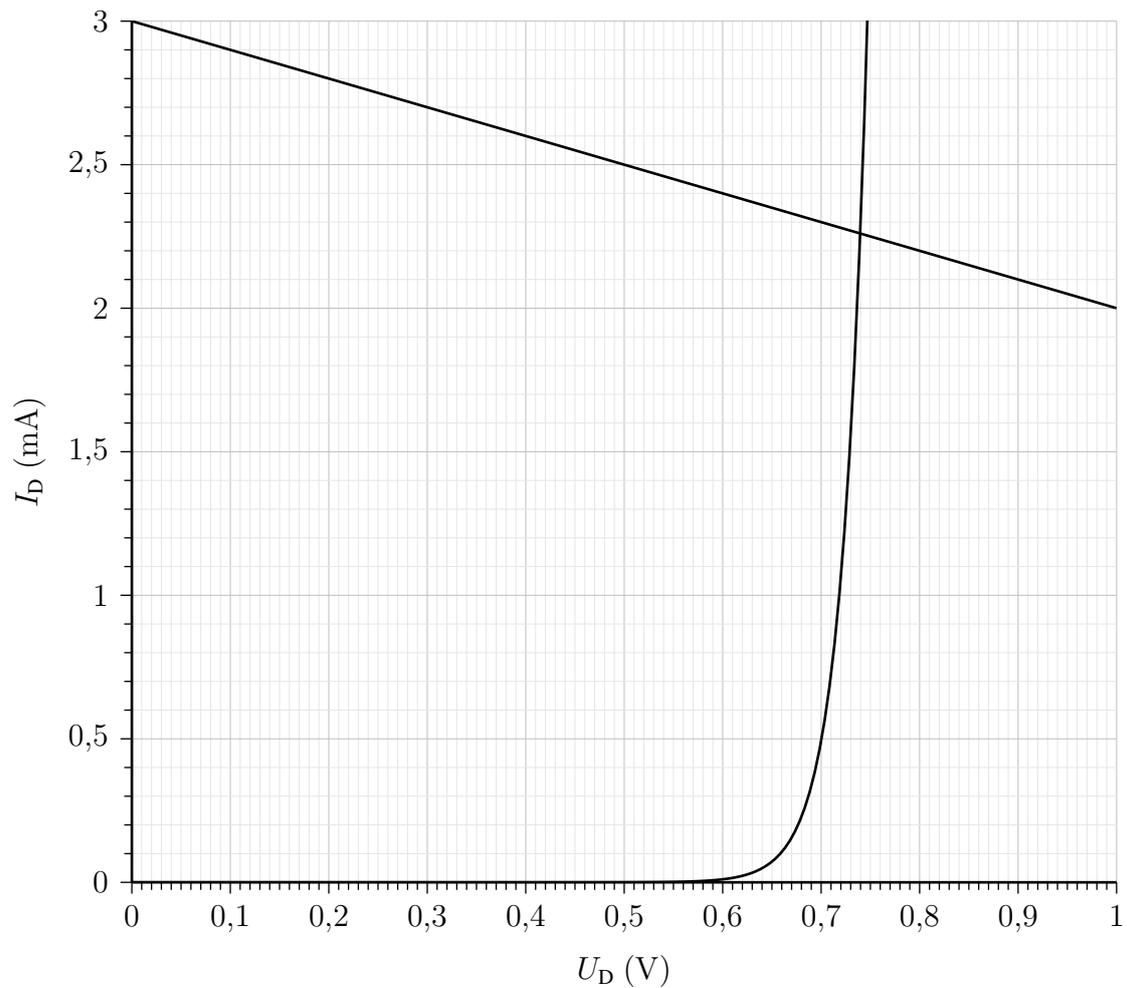


Abbildung 16: Graphische Bestimmung des Arbeitspunkts der Diode.

Zusatz: Der Arbeitspunkt der Diode kann auch rechnerisch bestimmt werden. Hierfür werden die Diodengleichungen und die Widerstandsgleichung benötigt.

$$I_D = I_S \cdot e^{\frac{U_D}{U_T}}$$

$$I_D = \frac{U_0 - U_D}{R}$$

Um den Arbeitspunkt aus den gegebenen Größen berechnen zu können, müsste entweder

$$I_S \cdot e^{\frac{U_D}{U_T}} - \frac{U_0 - U_D}{R} = 0$$

nach U_D oder

$$\underbrace{\frac{1}{R} (U_0 - U_T \cdot \ln(I_D/I_S))}_{f(I_D)} = I_D$$

nach I_D aufgelöst werden. Das ist i.A. nur numerisch möglich.

Um den Arbeitspunkt zu berechnen, werden einige Randbedingungen benötigt. In diesem Fall wird der Startpunkt zu $I_D^{(0)} = 1 \text{ mA}$ gewählt. Das Verfahren soll abgebrochen werden, wenn sich I_D um weniger als $1 \mu\text{A}$ von der vorherigen Iteration unterscheidet. Wir zeigen hier eine Fixpunktiteration in I_D . Hierbei wird in jeder Iteration $f(I_D)$ berechnet und als neuer Schätzwert für I_D verwendet.

Jedes andere iterative Verfahren (z.B. Newton-Verfahren) ist auch möglich, ggf. aber mit der Berechnung der Ableitung von f verbunden.

Die Werte für die Iteration sind in der folgenden Tabelle zu sehen.

n	$I_D^{(n)}$ (mA)	$f(I_D^{(n)})$ (mA)	$I_D^{(n)} - I_D^{(n-1)}$ (mA)
0	1	2,281 593	–
1	2,281 593	2,260 147	1,281 593
2	2,260 147	2,260 392	0,021 446
3	2,260 392	–	0,000 245

Die vierte Spalte zeigt die Veränderung der Schätzung zur vorherigen Iteration. Nach 3 Iterationen ist das Abbruchkriterium erreicht und U_D kann mithilfe einer der beiden obigen Gleichungen berechnet werden:

$$U_D = U_0 - I_D^{(3)} \cdot R = 3 \text{ V} - 2,260 392 \text{ mA} \cdot 1 \text{ k}\Omega = 0,739 608 \text{ V} \approx 0,740 \text{ V} \quad (1)$$

Hinweis: Simulationsprogramme wie LTspice berechnen den Arbeitspunkt auf ähnliche Weise.

b) Der Wert von R kann wieder über die Widerstandsgleichung berechnet werden.

$$R = \frac{U_0 - U_{D,AP}}{I_{D,AP}} = \frac{5 \text{ V} - 0,65 \text{ V}}{1,5 \text{ mA}} = 2,9 \text{ k}\Omega$$

Aufgabe 4 (Kleinsignalanalyse – Frequenzbereich)

a) Das vollständige Kleinsignalersatzschaltbild der Schaltung ist in Abbildung 17 zu sehen.

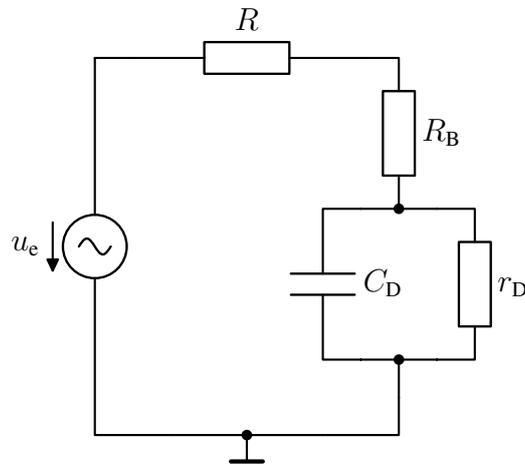


Abbildung 17: Vollständiges Kleinsignalersatzschaltbild der Diode.

b) Das Kleinsignalersatzschaltbild kann wie in Abbildung 18 vereinfacht werden. Da die Diode im Sperrbereich betrieben wird, kann $r_D \rightarrow \infty$ angenommen werden. Die Kapazität im Sperrbereich wird außerdem von der Sperrschichtkapazität C_S dominiert.

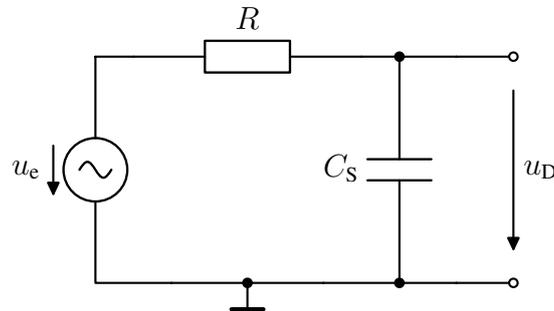


Abbildung 18: Vereinfachtes Kleinsignalersatzschaltbild der Diode.

Es ergibt sich ein Tiefpassverhalten aus dem seriellen Widerstand R und der Sperrschichtkapazität C_S . Der Betragsfrequenzgang der Übertragungsfunktion $\left| \frac{u_D}{u_e} \right|$ ist in Abbildung 19 zu sehen.

Da die Diode in Sperrrichtung betrieben wird, fließt durch R kein Gleichstrom und somit fällt die gesamte Gleichspannung $U_0 = 2 \text{ V}$ über der Diode ab. Die Sperrschichtkapazität kann somit bei $U_D = -2 \text{ V}$ zu $C_S = 4 \text{ pF}$ abgelesen werden. Die 3dB Bandbreite berechnet sich damit zu:

$$\begin{aligned} f_{3\text{dB}} &= \frac{1}{2\pi \cdot R \cdot C_S} = \frac{1}{2\pi \cdot 300 \Omega \cdot 4 \text{ pF}} \\ &= 132,6 \text{ MHz} \end{aligned}$$

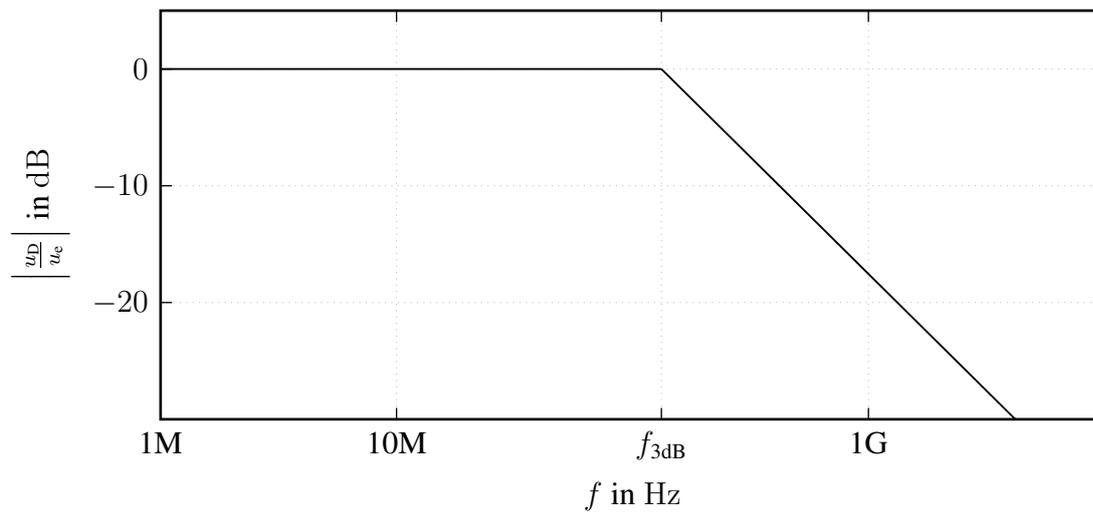


Abbildung 19: Betragsfrequenzgang der Übertragungsfunktion.

c) Mit zunehmender Frequenz wird die Impedanz der Sperrschichtkapazität immer geringer und somit wird die Diode zunehmend durchlässiger.