Probeklausur zur Vorlesung
Grundbegriffe der Informatik
7. Februar 2014

Hinweis: Diese Probeklausur wurde von Tutoren erstellt. Die An-/Abwesenheit bestimmter Aufgabentypen oder auch deren Schwierigkeit in der Probeklausur sagt nichts über die richtige Klausur aus. Diese Probeklausur wurde vor allem weder vom Übungsleiter noch vom Dozenten konzipiert. Sie dient nur Übungszwecken.

Name:	
Vorname:	
Matr.-Nr.:	
Tut.-Nr.:	

Aufgabe	1	2	3	4	5
max. Punkte	6	9	7	11	6
tats. Punkte					

Gesamtpunktzahl: / 39	Note:

Aufgabe 1 (6 Punkte)

Kreuzen Sie für die folgenden Aussagen an, ob sie wahr oder falsch sind. Hinweis: Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt, für jede falsche Antwort wird ein Punkt abgezogen. Wenn Sie kein Kreuz setzen, bekommen Sie weder Plus- noch Minuspunkt, für das Ankreuzen beider Möglichkeiten wird ein Punkt abgezogen. Die gesamte Aufgabe wird mit mindestens 0 Punkten bewertet.

(a) Es gilt $\log(n) \in \mathcal{O}\left(\sqrt{n}\right)$.

☐ wahr ☐ falsch

(b) Sei

$$L = \{w \in \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}^* \mid N_{\mathtt{a}}(w) = N_{\mathtt{b}}(w)\}$$

und

$$G = (\{S\}, \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}, S, \{S \to \mathtt{a}S\mathtt{b} \mid \mathtt{b}S\mathtt{a} \mid \varepsilon\})$$

gegeben. Dann gilt $L(G) = L$.

☐ wahr ☐ falsch

(c) Das leere Wort ϵ ist definiert als die Abbildung

$$\epsilon : \{\} \to \{\} \; .$$

☐ wahr ☐ falsch

(d) Seien L_1 und L_2 formale Sprachen. Dann gilt

$$L_1^* = L_2^* \Rightarrow L_1 = L_2 \; .$$

☐ wahr ☐ falsch

(e) $\exists x \in \mathbb{N}_0 : \forall y \in \mathbb{N}_0 : x = y$

☐ wahr ☐ falsch

(f) Der Graph mit der Adjazenzmatrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

ist schlingenfrei.

☐ wahr ☐ falsch

Aufgabe 2 (6+3 Punkte)

(a) Geben Sie einen endlichen Automaten an, welcher binär codierte Zahlen kleiner als $13_{10} = 1101_2$ akzeptiert. Beachten Sie hierbei auch, dass eine binär codierte Zahl führende Nullen besitzen kann. Geben Sie also einen Automaten an, welcher folgende Sprache akzeptiert:

$$L = \{w \mid w \in \{\mathtt{0}, \mathtt{1}\}^* \text{ und } \mathrm{Num}_2(w) < 13\}$$

(b) Gegeben Sei eine Grammatik $G = (\{X, Y, Z\}, \{\mathtt{i}, \mathtt{m}, \mathtt{p}, \mathtt{s}\}, X, P)$ mit

$$P = \{X \to ZX \mid \mathtt{i}X\mathtt{i} \mid \mathtt{i}Y\mathtt{i},\ Y \to YXY \mid ZZ,\ Z \to \mathtt{m} \mid \mathtt{p} \mid \mathtt{s} \mid \varepsilon\}$$

Geben Sie einen Ableitungsbaum für das Wort **`mississippi`** aus der Grammatik G an.

Weiterer Platz für Antworten zu Aufgabe 2:

Aufgabe 3 (6+1 Punkte)

Gegeben sei der folgende Algorithmus:

Eingabe: $a_0, b_0 \in \mathbb{N}_+$
$i \leftarrow 0$
while $a_i \neq b_i$ **do**
  if $a_i > b_i$ **then**
    $a_{i+1} \leftarrow a_i - b_i$
    $b_{i+1} \leftarrow b_i$
  else
    $a_{i+1} \leftarrow a_i$
    $b_{i+1} \leftarrow b_i - a_i$
  end if
  $i \leftarrow i + 1$
end while

(a) Beweisen Sie die folgende Schleifeninvariante durch vollständiger Induktion:

$$\forall i \in \mathbb{N}_0 \colon \forall d \in \mathbb{N}_+ \colon\ d \mid a_0 \text{ und } d \mid b_0 \Rightarrow d \mid a_i \text{ und } d \mid b_i$$

Erinnerung: $d \mid a$ bedeutet d teilt a, das heißt, $\exists r \in \mathbb{N}_0 \colon\ r \cdot d = a$.

(b) Begründen Sie kurz: Warum terminiert der Algorithmus für jede Eingabe $a_0, b_0 \in \mathbb{N}$?

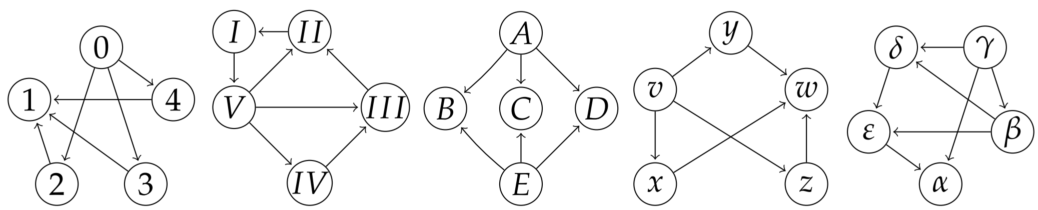
Weiterer Platz für Antworten zu Aufgabe 3:

Name: Matr.-Nr.:

Aufgabe 4 (1+7+3 Punkte)

(a) Definieren Sie, wann zwei gerichtete Graphen isomorph heißen.

(b) Für welche der folgenden Graphen G_1 bis G_5 gibt es einen Isomorphismus zu einem der anderen Graphen? Geben Sie jeweils einen zugehörigen Isomorphismus an.



G_1 G_2 G_3 G_4 G_5

(c) Gegeben sind die folgenden beiden Adjazenzmatrizen:

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Sind die zugehörigen Graphen G_{A1} und G_{A2} isomorph? Begründen Sie ihre Antwort kurz.

Weiterer Platz für Antworten zu Aufgabe 4:

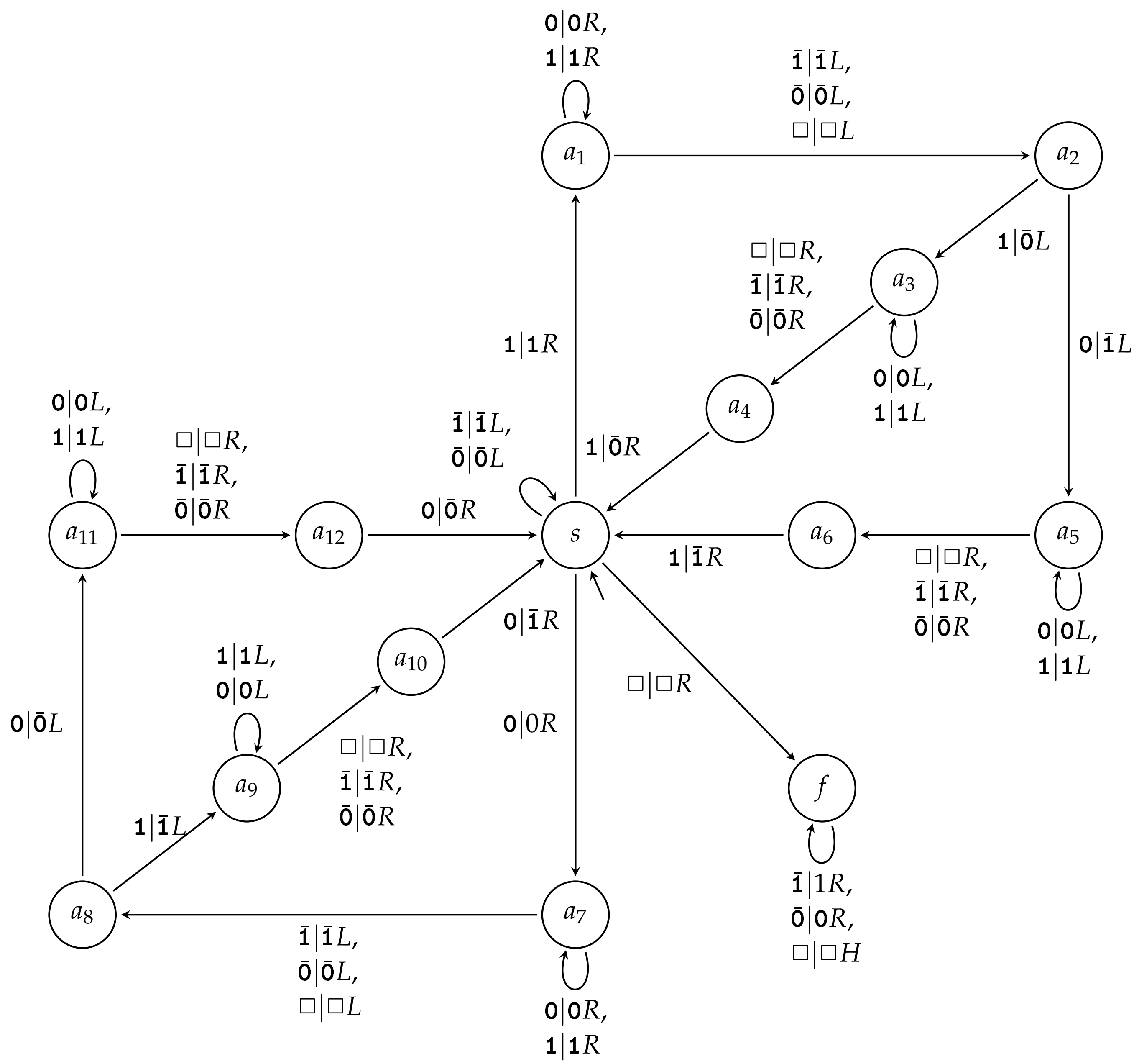
Name: Matr.-Nr.:

Aufgabe 5 (4+2 Punkte)

Gegeben sei eine Turingmaschine T mit

- Zustandsmenge $Z = \{s, a_1, \ldots, a_{12}, f\}$
- Anfangszustand s
- Bandalphabet $X = \{\square, \mathtt{0}, \mathtt{1}, \bar{\mathtt{0}}, \bar{\mathtt{1}}\}$

Die Arbeitsweise von T sei durch folgendes Diagramm festgelegt:



(a) Geben Sie für die Eingabe 1101 jeweils die Anfangskonfiguration, die Endkonfiguration und jede weitere Konfiguration an, welche sich nach einer Änderung der Bandbeschriftung ergibt.

(b) Für ein beliebiges Wort $w \in \{0,1\}^*$ bezeichne $T(w)$ die Ausgabe der Turingmaschine T bei Eingabe von w und $R(w)$ das von rechts nach links gelesene Wort w (wie in der Vorlesung definiert). Welche Beziehung gibt es zwischen $T(w)$ und $T(R(w))$?

Weiterer Platz für Antworten zu Aufgabe 5:

Notizen

Notizen