Musterlösung zum Übungsblatt 12 der Vorlesung “ Grundbegriffe der Informatik”

Aufgabe 12.1

a)

	z_0	z_1	e
0	$(z_0, 0, 1)$	$(e, 1, 0)$	-
1	$(z_0, 1, 1)$	$(z_1, 0, -1)$	-
$\square$	$(z_1, \square, -1)$	$(e, 1, 0)$	-

b) Idee: Abwechselnd wird die hintere und die vordere Zahl um 1 verringert (siehe 12. Übung). Falls eine der beiden Zahlen 0 ist, wenn sie um 1 verringert werden soll, erreicht der Kopf der Turingmaschine im “Verringern-Modus” das Zeichen a beziehungsweise b.

Falls der Kopf in diesem “Modus” zuerst a erreicht, war die erste Zahl kleiner als die zweite; falls zuerst b erreicht wird, muss überprüft werden, ob die erste Zahl ebenfalls 0 ist. Ist das der Fall, so waren beide Zahlen gleich groß, ansonsten war die erste Zahl größer.

In den folgenden Tabellen dieser Musterlösung wird die Überführungsfunktion der Endzustände nicht mit angegeben, da es für diese grundsätzlich keine Funktionswerte gibt.

	z_0	s	l	v
0	$(z_0, 0, 1)$	$(s, 1, -1)$	$(l, 0, -1)$	$(v, 0, -1)$
1	$(z_0, 1, 1)$	$(l, 0, -1)$	$(l, 1, -1)$	$(e_>, 1, 0)$
a	$(z_0, a, 1)$	$(e_<, a, 0)$	$(z_0, a, 1)$	$(e_=, a, 0)$
b	$(z_0, b, 1)$	$(v, b, -1)$	$(s, b, -1)$	–
$\square$	$(s, \square, -1)$	-	-	-

Aufgabe 12.2

a) Idee: Wir merken uns im Zustand der Turingmaschine, ob das letzte gelesene Zeichen ein b war. Falls das der Fall ist und das aktuelle Zeichen ein c ist, markieren wir diese Stelle und nehmen einen Zustand i_a an, der so viel bedeutet wie “füge ein a ein”. Wir löschen nun von links nach rechts jeweils das aktuelle Zeichen s, das wir uns im Zustand i_s merken, und ersetzen es durch das zuletzt gelesene Zeichen. Dadurch wird hinter der markierten Stelle ein a eingefügt und alle weiteren Zeichen danach um eins nach rechts verschoben.

Sobald man auf ein Blanksymbol trifft, ersetzt man es durch das zuletzt gelesene Zeichen und kehrt zu der markierten Stelle zurück.

	z_0	z_b	i_a	i_b	i_c	r
a	$(z_0, a, 1)$	$(z_0, a, 1)$	$(i_a, a, 1)$	$(i_a, b, 1)$	$(i_a, c, 1)$	$(r, a, -1)$
b	$(z_b, b, 1)$	$(z_b, b, 1)$	$(i_b, a, 1)$	$(i_b, b, 1)$	$(i_b, c, 1)$	$(r, b, -1)$
c	$(z_0, c, 1)$	$(i_a, \bar{c}, 1)$	$(i_c, a, 1)$	$(i_c, b, 1)$	$(i_c, c, 1)$	$(r, c, -1)$
$\bar{c}$	-	-	-	-	-	$(z_0, c, 1)$
$\square$	$(e, \square, 0)$	$(e, \square, 0)$	$(r, a, -1)$	$(r, b, -1)$	$(r, c, -1)$	-

b) Die Turingmaschine markiert zuerst alle Zeichen der Eingabe w; danach fügt es immer das letzte (am weitesten rechts stehende) Zeichen unmarkiert an das Ende des bisherigen Wortes hinzu und hebt die Markierung des markierten Zeichens auf.

   Somit wird die Spiegelung des Eingabewortes an die Eingabe hinzugefügt, und man erhält bei Eingabe w das Wort $wR(w)$ (siehe Übungsblatt 2).

Aufgabe 12.3

Wir definieren ein Zeichen $t \notin X$.
Man kann zu einem Endlichen Akzeptor $A = (Z, z_0, X, f, F)$ eine Turingmaschine $T = (Z \cup \{f_+\}, z_0, X \cup \{\square, t\}, f', g, m)$ konstruieren, deren Kopf einmal von links nach rechts fährt und sich dabei nach k überfahrenen Zeichen in dem Zustand befindet, in dem sich der Endliche Automat nach Einlesen der ersten k Zeichen befindet.
Sobald sich der Kopf auf einem Blanksymbol befindet, würde der Zustand dann zu f_+ wechseln, falls der aktuelle Zustand in F liegt, und gleich bleiben, falls der aktuelle Zustand nicht in F liegt. Außerdem wird das Blanksymbol durch das Zeichen t ersetzt, durch das die Berechnung terminiert wird.
Es gilt also:
$\forall z \in Z \forall x \in X : f'(z, x) = f(z, x)$
$\forall z \in F : f'(z, \square) = f_+$
$\forall z \notin F : f'(z, \square) = z$

$\forall z \in Z \forall x \in X : g(z, x) = x$
$\forall z \in Z : g(z, \square) = t$

$\forall z \in Z \forall x \in X : m(z, x) = 1$
$\forall z \in Z : m(z, \square) = 0$