Musterlösung zum Übungsblatt 6 der Vorlesung " Grundbegriffe der Informatik"

Aufgabe 6.1

a) Ein Jahr hat 365,25 Tage, das sind $365,25 \cdot 24$ Stunden, das sind $365,25 \cdot 24 \cdot 3600$ Sekunden, was 31,5576 Megasekunden entspricht.

Alter	19	20	21	22	23	24	25
Alter am Geburtstag	20	21	22	23	24	25	26
Gigasekunden	0,631	0,662	0,694	0,725	0,757	0,788	0,820

b) Eine Sekunde enthält 1000 ms, das heißt, in einer Sekunde werden 100 Byte geschrieben.

Um von den Gigasekunden zu den geschriebenen Gibibyte zu kommen, muss der Wert mit $\frac{100 \cdot 10^9}{1024^3} = 93,132$ multipliziert werden.

Beispiel: Alter: 21 Jahre → 0,694 Gigasekunden → 64,658 Gibibyte.

Aufgabe 6.2

a) Das Wort `acab` wird auf 001000001 abgebildet.

b) Das Wort `baab` wird auf 0010000001 abgebildet.

c) So ein Wort gibt es nicht: Da die ersten drei Zeichen 000 sind, muss das erste Zeichen ein `a` sein. Die nächsten beiden Zeichen nach dem codierten `a` wären 01; dies würde den Möglichkeiten `a, b, c` für das zweite Zeichen widersprechen.

d) So ein Wort gibt es nicht: Da 00101 mit 1 aufhört, muss auch das letzte codierte Zeichen mit 1 aufhören und somit muss das letzte Zeichen `b` sein. Dann müssten vor der letzten 1 jedoch zwei Nullen stehen, was nicht der Fall ist.

e) Angenommen, es gäbe zwei Wörter $w_1, w_2 \in \{\mathtt{a},\ \mathtt{b},\ \mathtt{c}\}^*$, für die $w_1 \neq w_2$ und $C(w_1) = C(w_2)$ gilt.

Sei $i \in \mathbb{N}_0$ die erste Stelle, an der sich w_1 und w_2 unterscheiden, für die also gilt: $w_1(i) \neq w_2(i)$.

Da beide Wörter die gleiche Codierung besitzen, muss eines der Zeichen $w_1(i), w_2(i)$ ein Präfix des anderen Zeichens sein.

Dies geht nur, wenn ohne Beschränkung der Allgemeinheit $w_1(i) = \mathtt{a}$ und $w_2(i) = \mathtt{b}$ gilt.

Da beide Wörter die gleiche Codierung besitzen, muss $w_1(i+1) = \texttt{c}$ gelten, da auf die beiden Nullen, durch die $\texttt{a}$ codiert wird, wegen der Codierung von $w_2(i) = \texttt{b}$ durch 001 eine 1 folgen muss.

Wir betrachten die Anzahl der Nullen, die auf diese 1 folgen, bis entweder das codierte Wort zu Ende ist oder eine weitere 1 enthält:

Falls auf $w_1(i+1)$ k mal das Zeichen $\texttt{a}$ und dann das Zeichen $\texttt{b}$ folgt, ist diese Anzahl an Nullen $1 + 2k + 2 = 2(k+1) + 1$, was eine ungerade Zahl ist.

Falls auf $w_1(i+1)$ k mal das Zeichen $\texttt{a}$ und dann das Zeichen $\texttt{c}$ folgt, ist diese Anzahl an Nullen $1 + 2k = 2(k+1) + 1$, was ebenfall eine ungerade Zahl ist.

Falls auf $w_2(i)$ k mal das Zeichen $\texttt{a}$ und dann das Zeichen $\texttt{b}$ folgt, ist diese Anzahl an Nullen $2k + 2 = 2(k+1)$, was eine gerade Zahl ist.

Falls auf $w_2(i)$ k mal das Zeichen $\texttt{a}$ und dann das Zeichen $\texttt{c}$ folgt, ist diese Anzahl an Nullen $2k$, was ebenfalls eine gerade Zahl ist.

Dies ist ein Widerspruch, weshalb es keine zwei Wörter $w_1, w_2 \in \{\texttt{a, b, c}\}^*$ geben kann, für die $w_1 \neq w_2$ und $C(w_1) = C(w_2)$ gilt.

Alternativ: Angenommen, es gäbe zwei Wörter $w_1, w_2 \in \{\texttt{a, b, c}\}^*$, für die $w_1 \neq w_2$ und $C(w_1) = C(w_2)$ gilt.

Sei $i \in \mathbb{N}_0$ die letzte Stelle, an der sich w_1 und w_2 unterscheiden, für die also gilt: $w_1(i) \neq w_2(i)$.

Für jedes der drei möglichen Zeichen sind die letzten beiden Stellen der Codierung verschieden; da alle darauf folgenden Zeichen gleich sind, können die beiden Codierungen nicht gleich sein.

Aufgabe 6.3

a) Zerlegen in Viererblöcke: 0000 0001 0011 0001 0011 0000 0000 1110 0001 0000

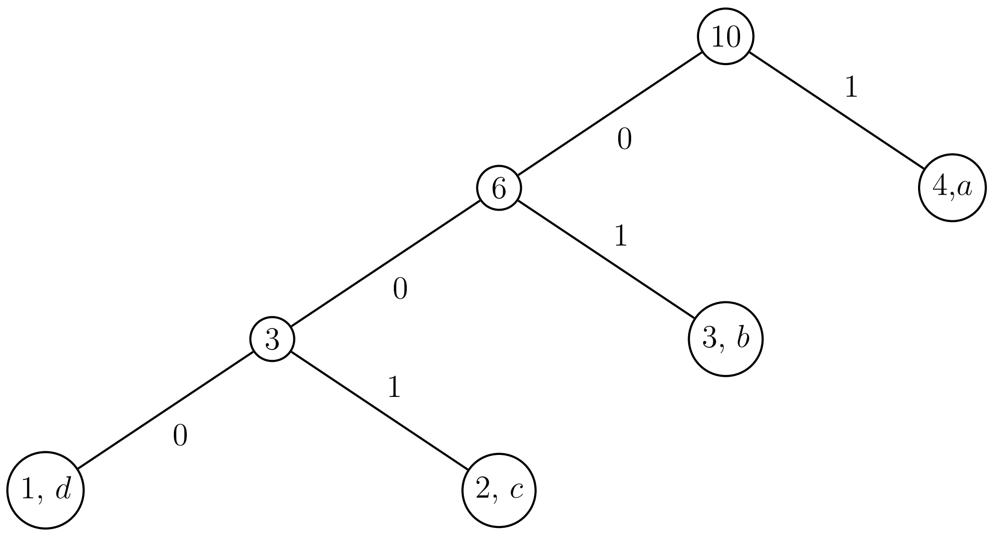
Absolute Häufigkeiten:

0000	0001	0011	1110
4	3	2	1

Relative Häufigkeiten:

0000	0001	0011	1110
0,4	0,3	0,2	0,1

b) Aus Platzgründen definieren wir die Variablen $a = 0000, b = 0001, c = 0011, d = 1110$.



c) 0000 0001 0011 0001 0011 0000 0000 1110 0001 0000 $\rightarrow$ 1 01 001 01 001 1 1 000 01 1 $\rightarrow$ 101001010011100001