Grundbegriffe der Informatik
Aufgabenblatt 2

Matr.nr.:	
Nachname:	
Vorname:	
Tutorium:	Nr.
	Name des Tutors:

Ausgabe: 26. Oktober 2010

Abgabe: 4. November 2010, 12:30 Uhr
im Briefkasten im Untergeschoss
von Gebäude 50.34

Lösungen werden nur korrigiert, wenn sie

- rechtzeitig,
- in Ihrer eigenen Handschrift,
- mit dieser Seite als Deckblatt und
- in der oberen **linken** Ecke zusammengeheftet

abgegeben werden.

Vom Tutor auszufüllen:

erreichte Punkte

Blatt 2:	/ 20
Blätter 1 – 2:	/ 40

Aufgabe 2.1 (3 Punkte)
Gegeben sind folgende Aussagen:

- Jeder Frosch ist glücklich, wenn alle seiner Kinder quaken können.
- Alle grünen Frösche können quaken
- Ein Frosch ist grün, wenn er Kind mindestens eines grünen Frosches ist.

Formalisieren Sie diese Aussagen mit Hilfe geeigneter Prädikate in Prädikatenlogik (4 Prädikate sollten ausreichen).

Aufgabe 2.2 (2 Punkte)
Zeigen oder widerlegen Sie die Äquivalenz der beiden prädikatenlogischen Aussagen A und B.
Aussage A : $\forall x : (P(x) \vee Q(x))$
Aussage B : $\forall x : P(x) \vee \forall x : Q(x)$

Aufgabe 2.3 (3+2 Punkte)
Zeigen Sie durch vollständige Induktion:

a) $\forall n \in \mathbb{N}_+ : n^3 + 5n$ ist durch 6 teilbar.

b) $\forall n \in \mathbb{N}_+ : 2^{2n+3} + 2 \cdot 5^{2n-1}$ ist durch 42 teilbar.

Aufgabe 2.4 (2+3 Punkte)
Gegeben sei folgende induktiv definierte Folge von Zahlen:

$$x_0 = 0$$
$$\forall n \in \mathbb{N}_0 : x_{n+1} = x_n + (n+1)^3$$

a) Berechnen Sie x_2, x_3, x_4, x_5.
b) Beweisen Sie durch vollständige Induktion: $x_n = \frac{n^2 \cdot (n+1)^2}{4}$.

Aufgabe 2.5 (2+2+1 Punkte)
In einem alten Kloster werden drei Stapel aus insgesamt 100 Holzscheiben mit jeweils unterschiedlichem Durchmesser aufbewahrt. Einst befanden sich alle Scheiben so auf einem Stapel, dass jeweils die nächstkleinere auf der vorhergehenden lag. Seither legen die Mönche am Ende jeder Stunde eine der obersten Scheiben um. Diese Scheibe legen sie immer auf eine größere, obenliegende Scheibe oder auf einen freien Platz. Es gibt allerdings nie mehr als drei Stapel. Die Sage geht, dass die Welt untergeht, sobald an einem anderen Ort der ursprüngliche Stapel wiederersteht.

a) Wie viele elementare Scheibenbewegungen benötigt man, um einen ursprünglichen Stapel mit n Scheiben an einem anderen Ort wiedererstehen zu lassen? Geben Sie eine rekursive und eine geschlossene Formel für den allgemeinen

Fall n Scheiben an ($n \in \mathbb{N}_+$). Unter einer geschlossenen Formel wollen wir einen arithmetischen Ausdruck verstehen, in dem nur Zahlen, n und mathematische Rechenoperationen vorkommen.

b) Beweisen Sie Ihre geschlossene Formel per vollständiger Induktion. Sie können dabei die rekursive Formel benutzen.

c) Nach wievielen Stunden und (näherungsweise) Jahrmillionen könnte demnach die Welt frühestens untergehen? Nehmen Sie an, dass jedes Jahr 365 Tage hat.