Grundbegriffe der Informatik
Aufgabenblatt 13
(dies ist das letzte Aufgabenblatt)

Matr.nr.:	
Nachname:	
Vorname:	
Tutorium:	Nr.
	Name des Tutors:

Ausgabe: 24. Januar 2013

Abgabe: 1. Februar 2013, 12:30 Uhr
im Briefkasten im Untergeschoss
von Gebäude 50.34

Lösungen werden nur korrigiert, wenn sie

- rechtzeitig,
- in Ihrer eigenen Handschrift,
- mit dieser Seite als Deckblatt und
- in der oberen **linken** Ecke zusammengeheftet

abgegeben werden.

Vom Tutor auszufüllen:

erreichte Punkte

Blatt 13:	/ 22
Blätter 1 – 13:	/ 260

Aufgabe 13.1 (4+4+2 Punkte)
Für $k \in \mathbb{N}_+$ sei die formale Sprache L_k über dem Alphabet $\{\mathtt{a},\mathtt{b}\}$ folgendermaßen definiert: Das k-letzte Zeichen eines Wortes $w \in L_k$ ist ein $\mathtt{a}$.

a) Bestimmen Sie alle Nerode-Äquivalenzklassen zu L_2 und geben Sie zu jeder Klasse einen regulären Ausdruck an.

b) Geben Sie einen endlichen Akzeptor A_3 an, für den gilt $L(A_3) = L_3$.

c) Wie viele Nerode-Äquivalenzklassen hat L_k?

Aufgabe 13.2 (4 Punkte)
Gegeben sei eine Relation $R \subseteq M \times M$. R^{-1} ist definiert als $\{(b,a) \mid (a,b) \in R\}$. Zeigen Sie durch vollständige Induktion: $\forall i \in \mathbb{N}_0 : (R \cup R^{-1})^i$ ist symmetrisch.

Aufgabe 13.3 (3+1 Punkte)
Die Relation $S \subseteq \mathbb{N}_+ \times \mathbb{N}_+$ sei gegeben durch:

$$nSm \iff n \text{ ist Primzahl} \land m \text{ ist Primzahl} \land \mathrm{Repr}_{10}(n) = R(\mathrm{Repr}_{10}(m))$$

a) Überprüfen Sie S jeweils auf Reflexivität, Symmetrie und Transitivität.

b) Für welche nichtleere Grundmenge M ist $S \subseteq M \times M$ eine Äquivalenzrelation?

Hinweis: Zur Erinnerung: $R(\varepsilon) = \varepsilon$, $\forall w \in A^* : \forall x \in A : R(xw) = R(w)x$

Aufgabe 13.4 (4 Punkte)
Gegeben sei die folgende Turingmaschine T:

- Zustandsmenge ist $Z = \{z_0, z_1, z_2, z_3, z_4, z_5\}$.
- Anfangszustand ist z_0.
- Bandalphabet ist $X = \{\Box, \mathtt{a}, \mathtt{b}\}$.
- Die Arbeitsweise ist wie folgt festgelegt:

	z_0	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5
a	$(z_1, \Box, 1)$	$(z_1, \mathtt{a}, 1)$	$(z_3, \mathtt{a}, -1)$	-	$(z_4, \mathtt{a}, -1)$	$(z_5, \mathtt{b}, 1)$
b	$(z_5, \mathtt{a}, 1)$	$(z_2, \mathtt{b}, 1)$	$(z_2, \mathtt{b}, 1)$	$(z_4, \mathtt{a}, -1)$	$(z_4, \mathtt{b}, -1)$	$(z_5, \mathtt{a}, 1)$
$\Box$	-	-	$(z_3, \Box, -1)$	-	$(z_0, \Box, 1)$	$(z_4, \Box, -1)$

Der Kopf der Turingmaschine stehe zu Beginn auf dem ersten Symbol von $w \in \{\mathtt{a},\mathtt{b}\}^*$ (sofern w nicht das leere Wort ist).
Geben Sie für die Eingabe aabbbb die Anfangskonfiguration, die Endkonfiguration und jede weitere Konfiguration an, die sich während der Berechnung nach einer Änderung der Bandbeschriftung ergibt.