

Grundbegriffe der Informatik Musterlösung zu Aufgabenblatt 8

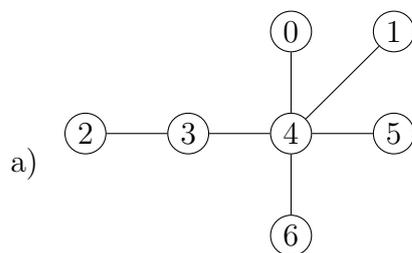
Aufgabe 8.1 (3+2 Punkte)

Ein ungerichteter Graph $G_n = (\mathbb{G}_n, E)$, $n \geq 5$, heißt ein Skorpion, falls er den folgenden Bedingungen genügt:

- Er hat einen Stachel, dies ist ein Knoten vom Grad 1.
- Er hat einen Körper, dies ist ein Knoten vom Grad $n - 2$.
- Er hat einen Hinterleib, dies ist ein Knoten vom Grad 2, welcher mit dem Stachel und mit dem Körper direkt verbunden ist.

- a) Zeichnen Sie einen möglichen Graphen G_7
- b) Wie lässt sich anhand der Adjazenzmatrix erkennen, ob ein gegebener Graph ein Skorpion ist?

Lösung 8.1



- b) In der Adjazenzmatrix A existiert eine Zeile i , die genau eine 1 bei Eintrag $A_{i,j}$ besitzt. Eine weitere Zeile j hat genau zwei Einsen (an den Einträgen $A_{j,i}$ und $A_{j,k}$).

Eine andere Zeile k hat entweder Eintrag $A_{k,k} = 0 = A_{k,i}$ und eine Kante zu allen anderen Knoten, oder aber $A_{k,k} = 1 = A_{k,j}$, $A_{k,i} = 0$ und $n - 5$ Kanten zu den übrigen Knoten.

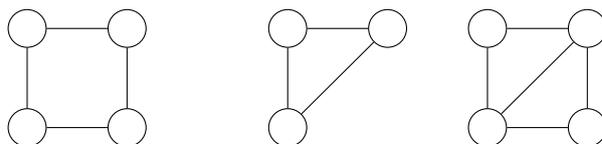
Hinweis: Schlingen sind in den gegebenen Bedingungen (außer am Stachel und Hinterleib) nicht ausgeschlossen.

Aufgabe 8.2 (3+2+3 Punkte)

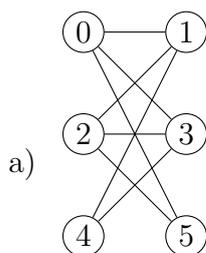
Gegeben sei der Graph $G = (\mathbb{G}_6, E)$ mit folgender Adjazenzmatrix A .

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- a) Zeichnen Sie den Graphen G .
 b) Berechnen Sie A^2 .
 c) Welcher der folgenden drei Graphen ist ein Teilgraph von G ? Begründen Sie Ihre Antwort.



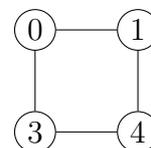
Lösung 8.2



b)

$$A^2 = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 3 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 3 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 3 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 3 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 2 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

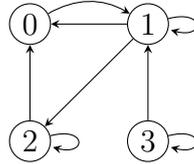
c) Der erste Graph ist Teilgraph, z.B. mit folgender Knotenbeschriftung:



Die anderen beiden Graphen sind keine Teilgraphen, da hier Kreise der Länge 3 existieren, dies in G aber nicht möglich ist.

Aufgabe 8.3 (2+4 Punkte)

Gegeben sei folgender Graph $G = (\mathbb{G}_4, E)$:



- a) Geben Sie die Adjazenzmatrix A zu G an.
- b) Wenden Sie den Warshall-Algorithmus an, um die Wegematrix zu bestimmen. Geben Sie dabei die Matrix W an, die sich nach Abschluss der Initialisierung ergeben hat, sowie die Matrizen W_0 , W_1 , W_2 , W_3 die sich jeweils nach dem ersten, zweiten, dritten und vierten Durchlauf der äußeren Schleife beim zweiten Teil des Algorithmus ergeben.

Lösung 8.3

$$\text{a) } A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } W = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad W_0 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & \mathbf{1} & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad W_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \mathbf{1} & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ \mathbf{1} & 1 & \mathbf{1} & 1 \end{pmatrix}$$

$$W_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad W_3 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Hinweis: Folgefehler werden nicht bestraft.