Grundbegriffe der Informatik
Aufgabenblatt 8

Matr.nr.:	
Nachname:	
Vorname:	
Tutorium:	Nr.
	Name des Tutors:

Ausgabe: 11. Dezember 2013

Abgabe: 20. Dezember 2013, 12:30 Uhr
im GBI-Briefkasten im Untergeschoss
von Gebäude 50.34

Lösungen werden nur korrigiert, wenn sie

- rechtzeitig,
- in Ihrer eigenen Handschrift,
- mit dieser Seite als Deckblatt und
- in der oberen **linken** Ecke zusammengetackert

abgegeben werden.

Vom Tutor auszufüllen:

erreichte Punkte

Blatt 8:	/ 17
Blätter 1 – 8:	/ 148

Aufgabe 8.1 (1+1+1+2=5 Punkte)
Es sei $U = (V, E)$ ein ungerichteter Graph. Eine *Zusammenhangskomponente* von U ist ein Teilgraph $Z' = (V', E')$ von U, der folgende Eigenschaften hat:

- Z' ist zusammenhängend.
- $E' = \{\{x, y\} \in E \mid x, y \in V'\}$.
- Für keinen Knoten $v'' \in V \setminus V'$ gibt es einen zusammenhängenden Teilgraphen $Z'' = (V' \cup \{v''\}, E'')$ von U.

a) Zeichnen Sie einen Graphen mit 5 Knoten, 4 Kanten und 2 Zusammenhangskomponenten.
b) Zeichnen Sie einen Graphen mit 5 Knoten, 2 Kanten und 4 Zusammenhangskomponenten.
c) Wieviele Zusammenhangskomponenten hat ein ungerichteter Graph $U = (V, E)$ mindestens und wieviele hat er höchstens?
d) Definieren Sie für alle $n \in \mathbb{N}_+$ ungerichtete Graphen $U_n^{\min} = (V_n^{\min}, E_n^{\min})$ und $U_n^{\max} = (V_n^{\max}, E_n^{\max})$, die die von Ihnen in Teilaufgabe c) behauptete minimale bzw. maximale Zahl von Zusammenhangskomponenten haben.

Aufgabe 8.2 (3 Punkte)
Es seien X und Y zwei Mengen und $f : X \to Y$ eine Abbildung. Auf X wird eine Relation $R \subseteq X \times X$ definiert als $R = \{(x_1, x_2) \mid x_1, x_2 \in X \land f(x_1) = f(x_2)\}$. Beweisen Sie, dass R eine Äquivalenzrelation ist.

Aufgabe 8.3 (1+2+3=6 Punkte)
Es sei $G = (V, E)$ ein gerichteter Graph. Für $v \in V$ sei $\hat{v} \subseteq V$ die Menge aller Knoten v', von denen ein Pfad zu v und zu denen ein Pfad von v führt. Der zu G gehörige Graph $\hat{G} = (\hat{V}, \hat{E})$ sei definiert durch:

- $\hat{V} = \{\hat{v} \mid v \in V\}$
- $\hat{E} = \{(\hat{x}, \hat{y}) \mid \hat{x}, \hat{y} \in \hat{V} \land \hat{x} \neq \hat{y} \land \exists x \in \hat{x}\ \exists y \in \hat{y} : (x, y) \in E\}$

Aufgaben:
a) Zeichnen Sie den Graphen $H = (\mathbb{G}_7, E)$ mit $E = \{(0, 1), (1, 2), (2, 0), (1, 3), (3, 4), (3, 5), (4, 5), (5, 6), (6, 5)\}$.
b) Zeichnen Sie den zugehörigen Graphen $\hat{H}$; geben Sie dabei für jeden Knoten von $\hat{H}$ an, welche Knoten von H er enthält.
c) Beweisen Sie, dass für jeden Graphen G der zugehörige Graph $\hat{G}$ keinen einfachen Zyklus der Länge 2 enthält.

Aufgabe 8.4 (1+2=3 Punkte)
Gegeben sei der Graph $H = (\mathbb{G}_7, E)$ mit $E = \{(0, 1), (1, 2), (2, 0), (3, 4), (3, 5), (4, 5), (5, 6), (6, 3), (6, 5)\}$.
a) Geben Sie die Adjazenzmatrix des Graphen an.
b) Geben Sie die Wegematrix des Graphen an.