Grundbegriffe der Informatik
Aufgabenblatt 12

Matr.nr.:	
Nachname:	
Vorname:	
Tutorium:	Nr.
	Name des Tutors:

Ausgabe: 21. Januar 2015

Abgabe: 30. Januar 2015, 12:30 Uhr
im GBI-Briefkasten im Untergeschoss
von Gebäude 50.34

Lösungen werden nur korrigiert, wenn sie

- rechtzeitig,
- in Ihrer eigenen Handschrift,
- mit dieser Seite als Deckblatt und
- in der oberen **linken** Ecke zusammengeheftet

abgegeben werden.

Vom Tutor auszufüllen:

erreichte Punkte

Blatt 12:	/ 20 + 0
Blätter 1 – 12:	/ 208 + 21

Aufgabe 12.1 (1 + 1 + 3 = 5 Punkte)

Der ebenso geniale wie vorausschauende Wissenschaftler und Superbösewicht Doktor Meta ist ekstatisch. Er besitzt einige in Bernstein erhaltene Dinosaurierfossilien. In seinem geheimen Labor unter einer Tropeninsel sequenziert er die noch erhaltene DNA und plant, sich eine Armee tödlicher Velociraptoren zu klonen. DNA besteht aus einer Folge von Markern (`a` und `b`). In seinem unkonkreten Plan muss er peinlich darauf achten, keine DNA zu verwenden, die den Defekt `bba` enthält. Die entstehenden Wesen wären nicht etwa furchteinflößende Killer, sondern bestenfalls für einen Freizeitpark zu gebrauchen.

a) Geben Sie einen regulären Ausdruck R_1 an so, dass $\langle R_1 \rangle = \langle \texttt{(a|ba)*bb} \rangle \cap \langle \texttt{aa(b|ba)*} \rangle$.

b) Geben Sie einen regulären Ausdruck R_2 an so, dass $\langle R_2 \rangle$ die formale Sprache aller Wörter über $\{\texttt{a}, \texttt{b}\}$ ist, in denen das Wort `ba` *nicht* vorkommt.

c) Geben Sie einen regulären Ausdruck R_3 an so, dass $\langle R_3 \rangle$ die formale Sprache aller Wörter über $\{\texttt{a}, \texttt{b}\}$ ist, in denen das Wort `bba` *nicht* vorkommt.
Hinweis: Möglicherweise hilft es Ihnen zunächst einen endlichen Akzeptor zu konstruieren, der das Komplement der gewünschten formalen Sprache akzeptiert.

Lösung 12.1

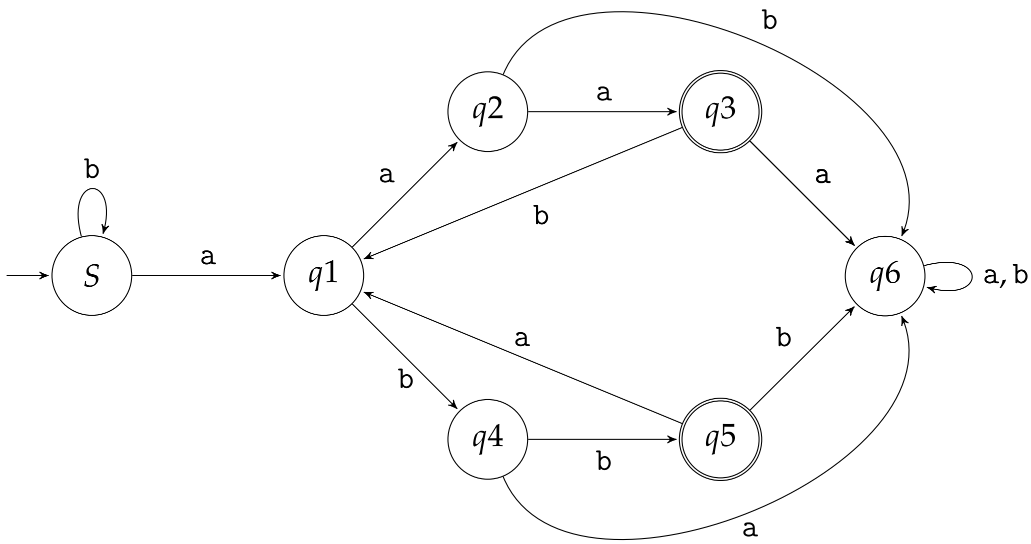
a) $R_1 = \texttt{aa(ba)*bb}$

b) $R_2 = \texttt{a*b*}$

c) Wir formulieren „das Wort `bba` kommt nicht vor“ so um, dass keine Negation mehr vorkommt: „vor jedem `a` steht höchstens ein `b`“. Das führt einen dann zu dem regulären Ausdruck: $R_3 = \texttt{(a|ba)*b*}$

Aufgabe 12.2 (2 + 2 + 2 = 6 Punkte)

Der endliche Akzeptor A_1 sei gegeben durch



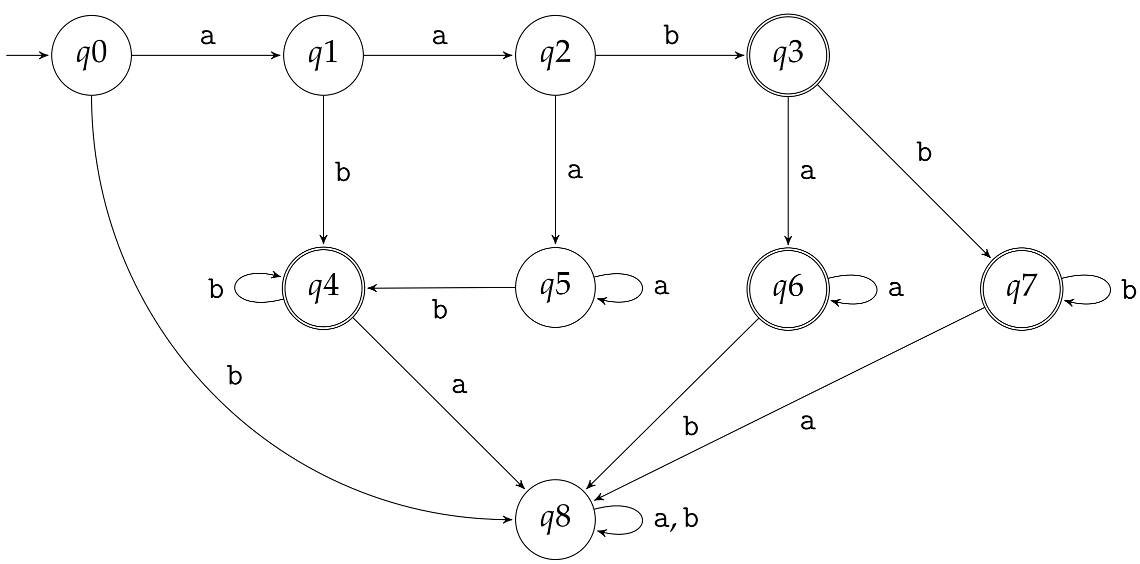
a) Geben Sie einen regulären Ausdruck R_1 an so, dass $\langle R_1 \rangle = L(A_1)$.
b) Geben Sie eine rechtslineare Grammatik G_1 an so, dass $L(G_1) = L(A_1)$.
c) Gegeben sei der reguläre Ausdruck $R_2 = \texttt{aa*bb*|aaba*}$. Geben Sie einen endlichen Akzeptor A_2 an so, dass $L(A_2) = \langle R_2 \rangle$.

Lösung 12.2

a) $R_1 = \texttt{b*a(aab|bba)*(aa|bb)}$
b) $G_1 = (\{\texttt{S}, \texttt{A}, \texttt{B}\}, \{\texttt{a}, \texttt{b}\}, \texttt{S}, P)$ mit

$$
\begin{aligned}
P = \{&\texttt{S} \rightarrow \texttt{bS} \mid \texttt{aA}, \\
&\texttt{A} \rightarrow \texttt{aabA} \mid \texttt{bbaA} \mid \texttt{B}, \\
&\texttt{B} \rightarrow \texttt{aa} \mid \texttt{bb}\}.
\end{aligned}
$$

c)



Aufgabe 12.3 (1 + 1 + 1 + 3 + 1 + 1 + 1 = 9 Punkte)
Es sei $A = (Z, z_0, X, f, \{z_1\})$ ein endlicher Akzeptor mit genau einem akzeptierenden Zustand z_1 und $X \cap \{0,1\} = \emptyset$. Weiter sei $Z_0 = \{z \in Z \mid \exists w \in X^* : f^*(z_0, w) = z\}$ und es sei $Z_1 = \{z \in Z \mid \exists w \in X^* : f^*(z, w) = z_1\}$. Ferner sei, für jeden Buchstaben $x \in X$, $Z_x = \{z \in Z_0 \cap Z_1 \mid f(z, x) \in Z_0 \cap Z_1\}$. Der endliche Akzeptor A heißt genau dann *umkehrbar*, wenn für jeden Buchstaben $x \in X$ die Abbildung

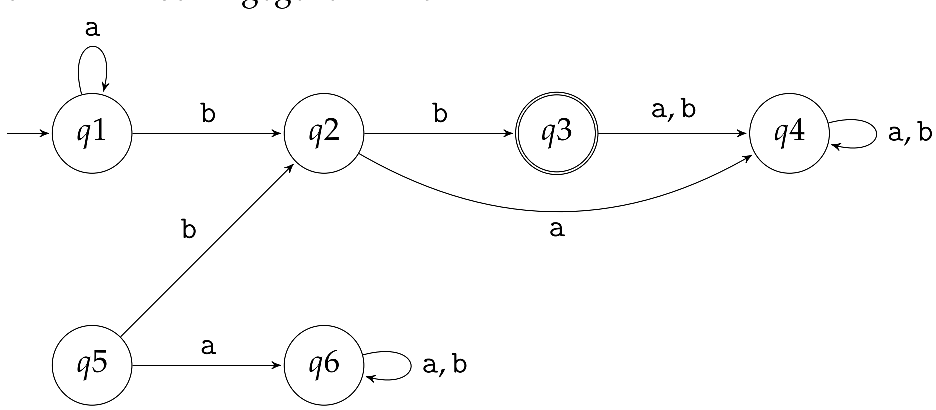
$$\begin{aligned} f_x \colon Z_x &\to Z_0 \cap Z_1, \\ z &\mapsto f(z, x), \end{aligned}$$

injektiv ist. Ist A umkehrbar, so ist der endliche Akzeptor $\tilde{A} = (Z \cup \{z_2\}, z_1, X, \tilde{f}, \{z_0\})$ mit $z_2 \notin Z$ und

$$\begin{aligned} \tilde{f} \colon Z \times X &\to Z, \\ (y, x) &\mapsto \begin{cases} z, & \text{falls } z \in Z_x \text{ und } f(z, x) = y, \\ z_2, & \text{sonst}, \end{cases} \end{aligned}$$

wohldefiniert und heißt *Umkehrung von A*.

Von nun an sei A gegeben durch



a) Geben Sie Z_0, Z_1 und $Z_0 \cap Z_1$ explizit an.
b) Geben Sie $Z_{\mathtt{a}}$ und $Z_{\mathtt{b}}$ explizit an.
c) Geben Sie $f_{\mathtt{a}}$ und $f_{\mathtt{b}}$ explizit an.
d) Ist A umkehrbar? Falls ja, geben sie die Umkehrung $\tilde{A}$ von A graphisch an.
e) Beschreiben Sie knapp in Ihren eigenen Worten $L(\tilde{A})$ anhand von $L(A)$.
f) Ist die Umkehrung $\tilde{\tilde{A}}$ von $\tilde{A}$ wieder A? Begründen Sie Ihre Antwort.
g) Ist $L(\tilde{\tilde{A}}) = L(A)$? Verzichten Sie auf eine Begründung.

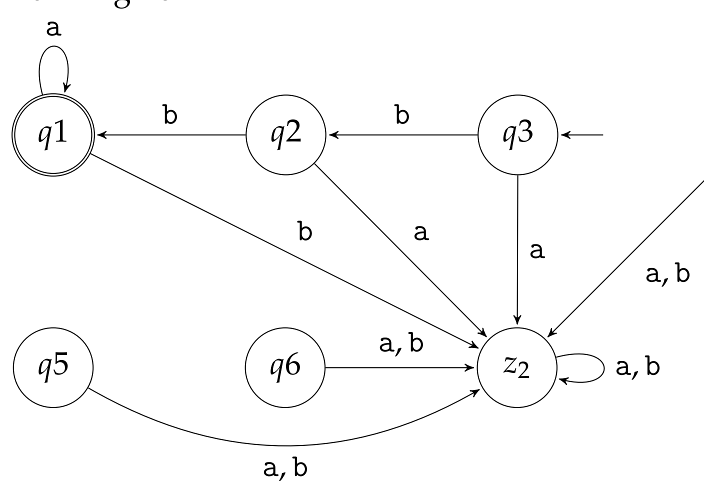
Lösung 12.3

a) $Z_0 = \{q_1, q_2, q_3, q_4\}$
$Z_1 = \{q_1, q_2, q_3, q_5\}$
$Z_0 \cap Z_1 = \{q_1, q_2, q_3\}$

b) $Z_{\mathtt{a}} = \{q_1\}$
$Z_{\mathtt{b}} = \{q_1, q_2\}$

c) $f_{\mathtt{a}} \colon q_1 \mapsto q_1$
$f_{\mathtt{b}} \colon q_1 \mapsto q_2, q_2 \mapsto q_3$

d) Ja.
Die Aufgabe ist nicht ganz sauber gestellt, weil $\tilde{f}(z_2)$ nicht definiert wurde. Wer in seiner Lösung keine Kante eingezeichnet hat, bekommt ausnahmsweise nichts abgezogen. Gemeint war $\tilde{f}(z_2) = z_2$. Dann ist die Umkehrung von A:



e) $L(\tilde{A})$ ist die formale Sprache der Spiegelbilder der Wörter in $L(A)$.

f) Nein. Beispielsweise wird bei jeder Umkehrung eines endlichen Akzeptors die Zustandsmenge größer.

g) Ja.