

Aufgabe 1: Spannungs- und Dehnungsbegriff

Eine wichtige mechanische Größe in der Werkstoffkunde ist die mechanische Spannung. Diese ist definiert als:

$$\text{Spannung } \sigma = \frac{\text{Kraft } F}{\text{Fläche } A} [\text{MPa}]$$

Druckspannungen besitzen dabei ein negatives Vorzeichen, Zugspannungen ein positives.

Eine weitere mechanische Größe ist die Dehnung, die folgendermaßen definiert ist:

$$\text{Dehnung } \varepsilon = \frac{l - l_0}{l_0} = \frac{\Delta l}{l_0}$$

mit l_0 = Ausgangslänge und l = aktuelle Länge.

Die Beziehung zwischen der Spannung σ und der Dehnung ε im linear-elastischen Bereich wird mittels des Elastizitätsmoduls E durch das Hookesche Gesetz ausgedrückt:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

- Berechnen Sie die Druckspannung in einem Stuhlbein eines Stuhls mit vier Füßen bei einer Belastung mit der Masse 80 kg und einem Stuhlbeinquerschnitt von $5 \times 2,5 \text{ cm}^2$.
- Bei welcher Kraft reißt ein Draht mit 1 mm Durchmesser, wenn die maximal ertragbare Spannung 2000 MPa beträgt? Könnte daran ein Fahrzeug mit der Masse 1,5 t aufgehängt werden?
- Auf der idealisiert geraden Strecke Kronenplatz - Karlsruhe-Durlach mit einer Distanz von genau 4 km erfahren die Eisenbahnschienen aus Stahl durch eine Temperaturdifferenz zwischen Winter (-15°C) und Sommer (35°C) eine thermische Dehnung von 0,065 %. Wie groß wäre die Längendifferenz zwischen Sommer und Winter, wenn die Enden des betrachteten Schienenstrangs lose wären und sich frei bewegen könnten?
- In Wirklichkeit sind die Schienen fest mit der Erde verbunden und können ihre Länge auf geraden Streckenabschnitten nicht ändern. Wie hoch werden die Spannungen im Sommer und im Winter, wenn die Schienen bei 20°C spannungsfrei montiert wurden und ihre thermische Ausdehnung behindert werden würde, d.h. die Länge der Straßenbahnschienen auch bei Temperaturänderungen stets genau 4 km betragen würde? (Elastizitätsmodul von Stahl: 210 GPa)

Aufgabe 2: Ionenbindung

Der Gleichgewichtsabstand a_0 zwischen zwei entgegengesetzt geladenen Ionen eines Ionenpaares betrage 0,23 nm. Die Bindungsenergie U folgt dem Zusammenhang:

$$U(a) = -\underbrace{\frac{A}{a}}_{U_{an}} + \underbrace{\frac{B}{a^{10}}}_{U_{ab}}$$

wobei a der Abstand der Ionenzentren ist und A und B zwei positive Konstanten sind.

- a) Skizzieren Sie den Kurvenverlauf von $U(a)$ als Resultierende der anziehenden und abstoßenden Größen in Abbildung 1. Skizzieren Sie den Verlauf der Kraft $F(a)$ mit

$$F(a) = \frac{dU}{da}$$

- b) Berechnen Sie den Betrag der **abstoßenden** Kraft im Gleichgewicht mit $A = 2,3 \cdot 10^{-28} \text{ Nm}^2$ und $a_0 = 0,23 \text{ nm}$

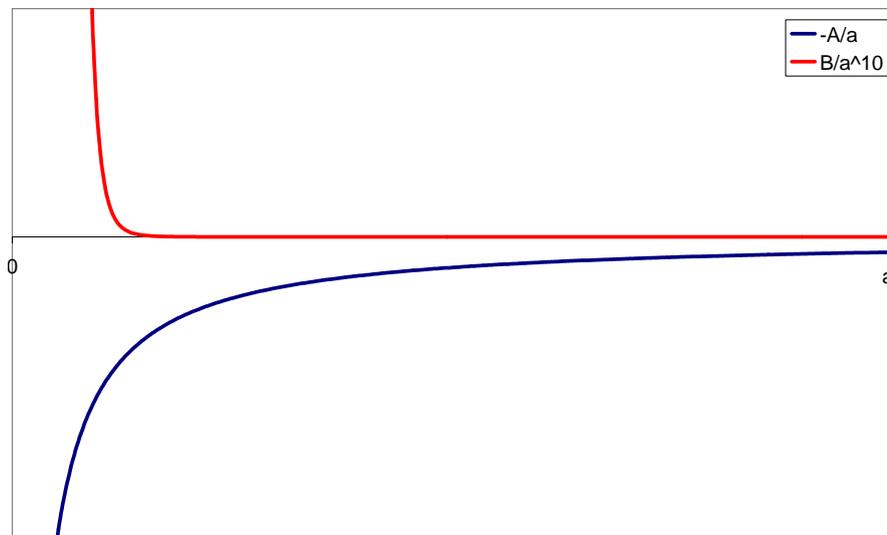


Abbildung 1: Abstoßungs- und Anziehungsterm des Bindungspotenzials

Aufgabe 3: Werkstoffverwendung

- a) Zum Bau einer steifen und zugleich leichten Konstruktion eignen sich Werkstoffe, die einen hohen Elastizitätsmodul E und eine geringe Dichte ρ besitzen. Man kann zeigen, dass für biegebeanspruchte Bauteile der "Werkstoffindex" $M_1 = \frac{\sqrt{E}}{\rho}$

entscheidend ist. Welcher der in Tab. 1 vorgestellten Werkstoffe eignet sich am Besten zur Konstruktion eines möglichst leichten und steifen Fahrradrahmens, der auf Biegung beansprucht wird?

- b) In Bauteile, die wechselnden Temperaturen unterworfen werden, herrschen thermische Spannungen. Die Höhe dieser Spannungen wird durch die Wärmeleitfähigkeit λ , den Elastizitätsmodul E und den thermischen Ausdehnungskoeffizienten α bestimmt. Entscheidend ist der Werkstoffindex $M_2 = \frac{\lambda}{\alpha \cdot E}$. Muss dieser Werkstoffindex möglichst hoch oder möglichst gering sein, damit die thermischen Spannungen unter einer gegebenen thermischen Beanspruchung gering bleiben? In welchem der in Tab. 1 genannten Werkstoffe entstehen die geringsten Spannungen?

Werkstoff	E-Modul in GPa	Dichte in g/cm ³	Wärmeleit- fähigkeit in W/mK	Therm. Ausdeh- nungskoeff. in 10 ⁻⁶ /K	$M_1 = \frac{\sqrt{E}}{\rho}$	$M_2 = \frac{\lambda}{\alpha \cdot E}$
Polystyrol	1,9	1,04	0,126	120		
Aluminiumoxid	370	3,9	32	7,5		
Aluminiumlegierung	80	2,6	120	20,5		
Ferritischer Stahl	210	7,85	50	12		
Nickel-Basis- Superlegierung	195	8,15	13	13		
Titanlegierung	115	4,6	10,5	9,3		
Kohlenstofffaserver- stärkter Verbund (CFK)	150	1,55	1,94	2,5		

Tabelle 1: Eigenschaften ausgewählter Werkstoffe (Mittelwerte)