



WS 2009

Praktikum: **(P1)** (Mo/Di/Mi/ **Do**) Gruppen-Nr: **Do12**

Name: **Abzieher** Vorname: **Tobias**

Name: Vorname:

Versuch: **Elektr. Messverfahren** (**ohne**) Fehlerrechnung

Betreuer: Christian Böser Durchgeführt am: 03.12. 2009

Abgabe am: 10.12.09

Rückgabe am: Begründung:

2. Abgabe am:

Ergebnis: (+ / **0** / -)

Fehlerrechnung: **ja / nein**

Datum:

Handzeichen:

Bemerkungen:





Versuche P1-70,71,81:

Elektrische Messverfahren

Raum F2-17

Eine ganze Reihe von Messverfahren für Spannung, Strom, Widerstand, Induktivität und Kapazität werden in diesem Versuch vorgestellt. Dabei ist ein wichtiges Lernziel, die Problematik des Messens, nämlich die Veränderung der Werte der Messgrößen durch die Messgeräte zu erkennen und zu lernen, wie man durch geschickte Wahl von Meßgerät und Meßmethode Fehler möglichst vermeidet. Um durch das Meßgerät verfälschte Werte korrigieren zu können, ist es bei jeder Messung nötig, den Typ des Messgeräts und den gerade benutzten Messbereich zu notieren. Die Durchsicht der Zubehörliste, besonders der Angaben zu den Messinstrumenten, bewirkt Aha-Effekte und sollte bei der Vorbereitung nicht vergessen werden.

Aufgaben:

1.1 Messen Sie den Innenwiderstand R_i^I des μA -Multizets im 1mA-Bereich. Schließen Sie dazu das Strommessinstrument in Reihe mit einem festen $1\text{k}\Omega$ -Widerstand und einem $10\text{k}\Omega$ -Regelwiderstand an ($6\text{V}=\text{)$ an und stellen Sie 1mA ein. Notieren Sie sich den eingestellten Wert des Potentiometers. Schalten Sie dann ein Spannungsmessinstrument ($\text{AV}\Omega$ -Multizet im $0,3\text{V}$ -Bereich) zum Strommessinstrument parallel. Berechnen Sie aus den gleichzeitig angezeigten Werten von Strom und Spannung R_i^I .

1.2 Berechnen Sie aus den Messdaten von 1.1 auch den Innenwiderstand R_i^U des $\text{AV}\Omega$ -Multizets im $0,3\text{V}$ -Bereich. Nehmen Sie dazu an, daß das Parallelschalten von R_i^U zu R_i^I den Gesamtstrom im Kreis nur vernachlässigbar ändert. Prüfen Sie nachträglich diese Annahme und verbessern Sie in einem zweiten Rechenschritt mit Hilfe der ersten R_i^U -Näherung diesen Wert noch. Das ist ein häufig benutztes iteratives Näherungsverfahren, das hier die Aufstellung und Lösung einer quadratischen Gleichung ersetzt.

1.3 Bestimmen Sie aus Strom- und Spannungsmessungen einen unbekanntem Widerstandswert R_x . Schließen Sie, in Reihe geschaltet, einen $10\text{k}\Omega$ -Widerstand, den 'unbekannten' Widerstand R_x und ein Strommessinstrument (1mA -Bereich) an ($6\text{V}=\text{)$ an. Messen Sie mit einem Spannungsmessinstrument ($0,3\text{V}$ - oder 1V -Bereich) die Spannungen

a) an R_x (**spannungsrichtige Schaltung**) und

b) an der Reihenschaltung aus R_x und Strommessinstrument (**stromrichtige Schaltung**).

Wiederholen Sie diese beiden Messungen, wobei μA -Multizet und $\text{AV}\Omega$ -Multizet die Rollen getauscht haben. Berechnen Sie aus den vier Wertepaaren jeweils - zunächst ohne, dann mit Berücksichtigung der Instrumenteninnenwiderstände - den Widerstandswert R_x .

Frage: Welchen Innenwiderstand wünscht man sich bei einem Strom- und welchen bei einem Spannungsmessgerät?

1.4 Messen Sie den Widerstandswert R_x jetzt in einer Wheatstoneschen Brückenschaltung.

Benutzen Sie dafür das lineare $1\text{k}\Omega$ -Potentiometer und den recht genau bekannten $1\text{k}\Omega$ -Widerstand. Schalten Sie in die Anschlußleitung zwischen Brücke und ($6\text{V}=\text{)$ 220Ω als Strombegrenzungswiderstand. Als 'Nullinstrument' in der Brückendiagonale verwenden Sie das μA -Multizet, anfangs sehr unempfindlich (z.B. im 10V -Bereich) und dann zunehmend empfindlicher (schließlich z.B. im 30mV -Bereich).

Frage: Worin besteht der Vorteil einer Brückenschaltung?

1.5 Messen Sie den Widerstandswert R_x jetzt mit Hilfe des Ω -Messbereichs vom μA -Multizet. Wie funktioniert ein solches Ohmmeter? Wie funktioniert wohl ein Ohmmeter mit linearer Skala?

1.6 Messen Sie die Ursprungsspannung U_0 einer Trockenbatterie (ca. $1,5\text{V}$) mit Hilfe einer Kompensationschaltung. Überlegen Sie sich vorab, wie man mit Hilfe eines Potentiometers eine regelbare Spannungsquelle aufbauen kann.

Es wird die zu messende Spannung U_0 in Reihe mit einer entgegengesetzt gepolten gemessenen ($\text{AV}\Omega$ -Multizet) Hilfsspannung U_H an ein empfindliches Spannungsmessinstrument (μA -Multizet, anfangs 10V -, schließlich 30mV -Bereich) gelegt. U_H wird so eingestellt, daß die Differenzspannung Null, also $U_0=U_H$ ist. Wann ist eine solche Methode, anders als bei der Trockenbatterie, besonders nötig?

1.7 Messen Sie den Innenwiderstand der Trockenbatterie bei mäßigen Belastungen (220Ω; 110Ω; 47Ω; 22Ω). Beobachten Sie dazu die jeweilige Spannungserniedrigung ΔU direkt mit Hilfe einer Differenzspannungsmethode. Sie verwenden die Kompensationsschaltung von 1.6, indem Sie nach dem Abgleich im unbelasteten Zustand für die Ablesung von ΔU am μA -Multizet den Lastwiderstand kurzzeitig zuschalten.

2.1 Messen Sie den Gleichstromwiderstand der Spule L mit Hilfe des Ω -Messbereiches vom μA -Multizet. Dieser Widerstand ist ein Teil des bei Wechselstromanwendungen beobachteten Verlustwiderstandes der Spule.

2.2 Messen Sie bei kleiner Frequenz (30Hz) die Induktivität L und den Verlustwiderstand R der Spule. Dazu wird die Spule in Reihe mit einem 110 Ω -Vorwiderstand an den Sinusgenerator angeschlossen, dessen Ausgangsspannung im so belasteten Zustand auf etwa 0,2V eingestellt wird. Aus den gemessenen Spannungswerten am Generator (U_G), am 110 Ω -Widerstand (U_W) und an der Spule samt ihrem Verlustwiderstand (U_S) lassen sich anhand eines Zeigerdiagramms in der komplexen Ebene leicht ωL und R berechnen (Kosinussatz). Hinweise beachten!

2.3 Bestimmen Sie Induktivität L, Verlustwiderstand R und Kapazität C eines Parallelschwingkreises aus seinem Resonanzverhalten. Schalten Sie die Spule L und den Kondensator C_2 parallel und schließen Sie diesen Schwingkreis über den Vorwiderstand 1 M Ω an den Sinusgenerator an (**maximale Ausgangsspannung verwenden!**). Schließen Sie außerdem Oszilloskop und Keithley Multimeter an (siehe Schaltskizze 1, Hinweis beachten!). Messen Sie dann in Abhängigkeit von der Frequenz (etwa im Bereich 100Hz bis 400Hz in 20Hz- bis 5Hz-Schritten, je nach Resonanznähe):

(a) die Spannung am Resonanzkreis mit dem Multimeter und (b) die Phasenverschiebung (Δt) mit dem Oszilloskop. Das Multimeter liefert auch die genaue Frequenz f. Berechnen Sie aus f und Δt die Phase $\Delta \phi$.

Tragen Sie diese beiden Kurven (Spannung und Phase) gegen die Frequenz auf. Begründen Sie den Verlauf der Phasenkurve qualitativ. Ermitteln Sie die Größen Resonanzkreisfrequenz ω_0 , Halbwertsbreite $\Delta \omega$ (Differenz der Kreisfrequenzen, bei denen die Spannung am Kreis halb so groß ist wie im Maximum der Resonanz) und Resonanzwiderstand R_r . Das Zustandekommen der dann benötigten Beziehungen:

$$C = \sqrt{3} / (\Delta \omega R_r); \quad L = 1 / (\omega_0^2 \cdot C) \quad \text{und} \quad R = \Delta \omega L / \sqrt{3}$$

sollte Ihnen klar sein. Dabei ist R - möglichst realitätsnah - als Serienwiderstand zu L angesetzt worden. Nehmen Sie zunächst an und prüfen Sie nachträglich, daß Sie die Messung bei praktisch konstantem, vom 1M Ω -Widerstand bestimmten Strom vom Generator ausgeführt haben.

2.4 Bestimmen Sie die Wechselstromwiderstände von Spule L und Kondensator C_2 einzeln bei der Frequenz ω_0 von Aufgabe 2.3 jeweils durch Messung von Strom und Spannung. Berechnen Sie daraus Induktivität und Kapazität. Warum wird, um auch den Verlustwiderstand der Spule bei dieser Frequenz zu ermitteln, nicht eine Messung nach Art von Aufgabe 2.2 vorgeschrieben?

2.5 Bestimmen Sie den reell angenommenen Innenwiderstand des Sinusgenerators. Belasten Sie dazu den Ausgang mit einem passenden Widerstand (1k Ω -Potentiometer) so, daß die Ausgangsspannung gerade auf den halben Wert der Leerlaufspannung sinkt. Wie groß ist die maximale Ausgangsleistung des Sinusgenerators?

Zubehör:

Plexiglassteckplatine mit folgenden Elementen an Steckbuchsen:

Widerstände R1 bis R17: 2,2 Ω ; 4,7 Ω ; 10 Ω (1%); 22 Ω ; 47 Ω ; 110 Ω (1%); 220 Ω ; 470 Ω ; 1k Ω (1%); 10k Ω (1%); 22k Ω ; 47k Ω ; 100k Ω ; 330k Ω ; 1M Ω (1%); 3M Ω ; 10M Ω (alle 5%, wenn nicht anders angegeben); Kondensatoren C1 bis C4: 0,1 μF ; 0,47 μF ; 1 μF ; 4,7 μF (alle 5%); Spule L: 1H (10%); 2 zehngängige lineare Potentiometer 1k Ω und 10k Ω (3%; Linearität 0,25%);

Netzgerät (6V=);

Trockenbatterie (Mignon) mit Buchsen;

Sinusgenerator;

Universalmeßinstrument 'µA-Multizet' (Bereich/Innenwiderstand: 0,00001/3000; 0,00003/4330; 0,0001/1700; 0,0003/600; 0,001/180; 0,003/60; 0,01/18; 0,03/6; 0,1/1,8; 0,3/0,62 A/Ω; 0,03/3000; 0,1/10000; 0,3/30000; 1/100000; 3/300000; 10/1000000 V/Ω; nur =, ±1% SKE);

Universalmeßinstrument 'AVΩ-Multizet' (Bereich/Innenwiderstand: 0,001/100; 0,003/16,7; 0,01/5; 0,03/2; 0,1/0,6; 0,3/0,2 A/Ω; 0,1/100; 3/3000; 10/10000 V/Ω und weitere = - Bereiche mit ±1% SKE; außerdem Wechselstrom- und Wechselspannungsbereiche, bei 3V 333Ω/V, sonst 1000Ω/V, ±2% SKE);

Universalmeßinstrument 'Keithley 2100' für Frequenz- und Spannungsmessung

Hinweise:

Beim Sinusgenerator und beim Oszilloskop ist jeweils einer der Anschlüsse geerdet. Diese müssen gemeinsam am selben Punkt der Schaltung angeschlossen sein.

Zu Aufgabe 2.3: Exakt in Phase mit dem Strom ist die Spannung, die am $1\text{M}\Omega$ -Vorwiderstand R_V abfällt. Da jedoch der Eingangswiderstand des Oszilloskops nicht groß gegen $1\text{M}\Omega$ ist, würde der Anschluß hier die Messung stören. Deshalb wird nach der angegebenen Schaltskizze die Phase der Spannung U_G am Generator mit der Spannung U am Schwingkreis verglichen. Der dadurch auftretende Fehler ist klein, denn

(a) in der Gegend der Resonanzfrequenz (wo nicht gilt $R(\text{Kreis}) \ll 1\text{M}\Omega$), ist der Kreiswiderstand nahezu reell, und folglich sind U_G und I weitgehend phasenverschiebungsfrei, und

(b) in einiger Entfernung von der Resonanz, wenn aufgrund des vorherrschend induktiven bzw. kapazitiven Verhaltens des Parallelkreises eine Phasenverschiebung zwischen U_G und I auftreten könnte, ist $R(\text{Kreis}) \ll 1\text{M}\Omega$ und folglich I in guter Näherung nur von R_V bestimmt, also U_G und I wieder nahezu phasenverschiebungsfrei.

Literatur:

Alle Physik- und Elektrotechnik-Lehrbücher sind geeignet. Speziell über den benutzten Schwingkreistyp finden Sie Informationen z.B. in den Büchern

Bergmann, Schäfer: *Experimentalphysik*, Band 2, 6.Auflage, §45

Kohlrausch: *Praktische Physik*, Band 2, 20.Auflage, §6.4

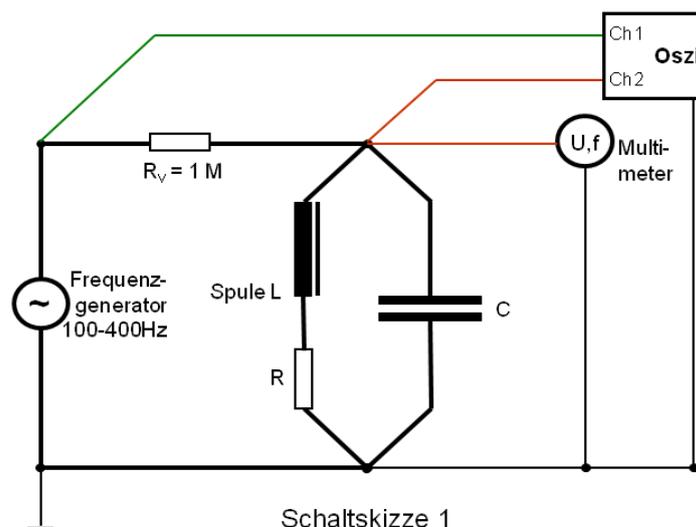
Liemann, Hassel: *Handbuch der HF-Technik*, Kapitel IV B

Etliche der gestellten Aufgaben sind beschrieben in

Walcher: *Praktikum der Physik*, 2.Auflage, Kap. 5

Nützliche zusätzliche Literatur:

Jacobowitz, H.: *How to solve Problems in Electricity and Electronics*



(zu Aufgabe 2.3)

Praktikumsvorbereitung:

Elektrische Messverfahren

- Versuche P1-70, 71,81 -

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung in die Versuchsgrundlagen

1.1 Einleitung.....	2
1.2 Handhabung eines Universalmessgeräts.....	2
1.2.1 Spannungsmessung	2
1.2.2 Strommessung.....	3
1.2.3 Widerstandsmessung	3

2 Elektrische Messverfahren zur Widerstandsbestimmung

2.1 Einleitung.....	4
2.2 Innenwiderstand eines Strommessinstruments (Amperemeter)	4
2.3 Innenwiderstand eines Spannungsmessinstruments (Voltmeter).....	4
2.4 Bestimmung eines unbekanntes Widerstands	5
2.5 Bestimmung eines unbekanntes Widerstands mit einer Messbrücke.....	6
2.6 Bestimmung eines unbekanntes Widerstands mit dem Ohmmeter	7

3 Elektrische Messverfahren an Batterien

3.1 Einleitung.....	8
3.2 Bestimmung der Ursprungung mit Kompensationsschaltung	8
3.3 Bestimmung des Innenwiderstands einer Batterie	8

4 Passive Bauelemente an Gleich- und Wechselspannung

4.1 Einleitung.....	9
4.2 Gleichstromwiderstand einer Spule	9
4.3 Spule an Wechselspannung kleiner Frequenzen	9
4.4 Messungen am Parallelschwingkreis	114
4.5 Wechselstromwiderstände von Spule und Kondensator	142
4.6 Innenwiderstand des Sinusgenerators.....	142



1 Einleitung in die Versuchsgrundlagen

1.1 Einleitung

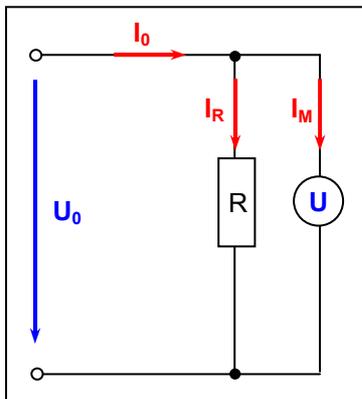
Die heutigen Versuche sollen vorrangig als eine Einführung in die Vielzahl von unterschiedlichen elektrischen Messverfahren verstanden werden. Als weiteres Konzept dieser Versuche soll aufgezeigt werden, dass ein Messvorgang immer auch einen Eingriff in eine Schaltung darstellt und diese dabei in einem gewissen Maße Spannungs-, Strom- und Widerstandswerte der Schaltung verändert.

Vor den eigentlichen Versuchsbeschreibungen soll an dieser Stelle kurz auf das wichtigste Messinstrument der heutigen Versuche, das Universalmessgerät, eingegangen werden.

1.2 Handhabung eines Universalmessgeräts

1.2.1 Spannungsmessung

Grundsätzlich erfolgt die Spannungsmessung in einem analogen Drehspulmessgerät indirekt über die Bestimmung des im Messgerät fließenden Stromes I_M . Dieser Stromwert verhält sich hierbei nach dem Ohm'schen Gesetz proportional zum eigentlichen Spannungswert. Die



Proportionalitätskonstante entspricht verständlicherweise dem Innenwiderstand des Messgerätes. Als Anzeigegerät fungiert ein elektromagnetisches System, das so genannte Drehspulmesswerk (siehe auch Kapitel 2.6), wobei über eine entsprechende Skaleneinteilung die Umrechnung zwischen Zeigerausschlag, d.h. dem Stromwert, und der Spannung erfolgt. Die Messung einer Spannung ist immer auf eine Potentialdifferenz zweier Punkte zurückzuführen, aus diesem Grund macht eine Spannungsmessung in Reihe im Allgemeinen keinen Sinn. Stattdessen wird das Messgerät parallel zum jeweiligen zu messenden Bauteil geschaltet. Der Stromfluss I_M durch das Messgerät ist wie oben beschrieben

als Zeigerausschlag ein Maß für die am Bauteil abfallende Spannung. Damit das Voltmeter bzw. dessen Innenwiderstand die Schaltung nicht zu stark beeinflusst, ist bei der Spannungsmessung ein möglichst hoher Innenwiderstand zu wählen. In diesem Fall ist der Strom I_M durch das Messgerät möglichst klein, der Großteil des Gesamtstromes I_0 fließt damit wie erwünscht in Form von I_R durch das zu messende Bauteil.

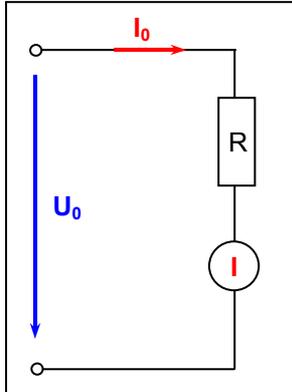
Der Innenwiderstand eines analogen Messgerätes ist eng verknüpft mit dem jeweiligen Messbereich, d.h. der maximal anzeigbaren Spannung oder anders gesagt dem maximalen Zeigerausschlag. Durch einen höheren Vorwiderstand vor dem Drehspulmesswerk wird entsprechend dem Ohm'schen Gesetzes der Strom I_M und damit der Zeigerausschlag abgeschwächt. Aus diesem Grund ist es ratsam die Spannungsmessung immer im größtmöglichen Messbereich durchzuführen um die Einflussnahme des Messgerätes weiter zu verringern. Als geeignetes Maß sollte der Zeigerausschlag ungefähr im oberen Drittel der Skala liegen.

Folgende Tabelle zeigt die für die jeweiligen Messbereiche typischen Innenwiderstände:

Messbereich	Innenwiderstand R_i
0,03 V	3.000 Ω
0,10 V	10.000 Ω
0,30 V	30.000 Ω
1,00 V	100.000 Ω
3,00 V	300.000 Ω
10,00 V	1.000.000 Ω

1.2.2 Strommessung

Bei der Strommessung mittels eines Drehspulmessgerätes erfolgt die Bestimmung direkt über den durch das Messgerät fließenden Strom I_0 . Eine indirekte Ermittlung wie im Falle der Spannungsmessung ist aus diesem Grund nicht von Nöten.



Auch hier wird die Stärke des Stromes wieder in Form des Zeigerausschlages auf einer entsprechend geeichten Skala dargestellt. Die Messung erfolgt hierbei in Reihe zum prüfenden Bauteil. In diesem Falle fließt durch das Bauteil und den Innenwiderstand R_i des Messgerätes derselbe Strom I_0 . Um auch hier möglichst keine Beeinflussung auf die Schaltung durch die Messung auszuüben, muss ein möglichst geringer Spannungsabfall am Innenwiderstand R_i des Messgerätes garantiert werden. Hieraus folgt, dass der Innenwiderstand R_i im Gegensatz zur oben erläuterten Spannungsmessung möglichst klein gehalten werden muss.

Aus diesem Grund ist für die Strommessung ein möglichst kleiner Messbereich von Vorteil. Als geeigneter Richtwert kann hier ein Zeigerausschlag im diesmal unteren Drittel der Skala dienen. Eine Parallelschaltung für die Strommessung macht somit ebenfalls keinen Sinn. Sie kann im Allgemeinen für das Messgerät sogar schädlich sein. Wird nämlich ein Strommessgerät parallel zum Bauteil geschaltet, so wird aufgrund des genannten geringen Innenwiderstandes R_i des Messgerätes ein Kurzschluss in der Schaltung verursacht. Somit resultiert bei einer gegebenen Spannung U_0 und einem Innenwiderstand des Messgerätes gegen Null nach dem Ohm'schen Gesetz ein enorm großer Strom I , vorausgesetzt die speisende Schaltung ist entsprechend niederohmig. Als Folge würde zunächst die Sicherung des Messgerätes anspringen, ggf. kann sich der Kurzschluss aber auch auf die Spannungsquelle rückwirken und dort zu Schädigungen bzw. hier ebenfalls zur Abtrennung der Schaltung vom Netz durch die Reaktion der Sicherung führen.

Auch hier seien die typischen Innenwiderstände der jeweiligen Messbereiche aufgelistet:

Messbereich	Innenwiderstand R_i
0,00001 A	3.000 Ω
0,00003 A	4.330 Ω
0,0001 A	1.700 Ω
0,0003 A	600 Ω
0,001 A	180 Ω
0,003 A	60 Ω
0,01 A	18 Ω
0,03 A	6 Ω
0,1 A	1,80 Ω
0,3 A	0,62 Ω

1.2.3 Widerstandsmessung

Auf die Widerstandsbestimmung mit Hilfe eines Universalmessgerätes wird im Kapitel 2.6 noch näher eingegangen. Aus diesem Grund erfolgt an dieser Stelle keine weitere Erläuterung hierzu.

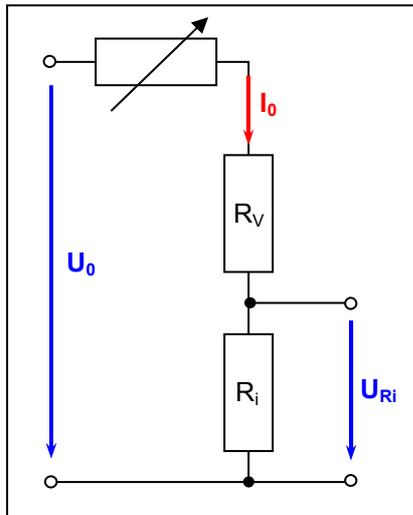
2 Elektrische Messverfahren zur Widerstandsbestimmung

2.1 Einleitung

Bei unseren ersten Versuchen beschäftigen wir uns zunächst mit verschiedensten Problemlösungen in Gleichstromsystemen. Dabei wird die Widerstandsbestimmung wie wir noch sehen werden eine zentrale Rolle einnehmen.

2.2 Innenwiderstand eines Strommessinstruments (Amperemeter)

Zunächst interessieren wir uns für den Innenwiderstand R_i^I eines Universalmessgeräts bei der Strommessung. Hierzu schalten wir das Strommessinstrument in Reihe mit einem festen $1\text{k}\Omega$ -Widerstand R_V und einem regelbaren $10\text{k}\Omega$ -Widerstand R_{Pot} , über den später der Stromfluss durch die Schaltung eingestellt werden kann. Die gesamte Schaltung wird anschließend an eine Spannung U_0 von 6V angeschlossen. Das zu untersuchende Messgerät wird hierbei auf einen Messbereich von 1mA eingestellt.



Der regelbare Widerstand wird hierbei so gewählt, dass am Strommessinstrument ein Stromwert I_0 von einem Milliampere angezeigt wird.

Ein zweites Messinstrument mit Messbereich $0,3\text{V}$, welches parallel zum Strommessinstrument geschaltet wird, misst uns den Spannungsabfall über selbigem und damit über dem Innenwiderstand R_i^I .

Aus dem resultierenden Stromwert I und dem am Voltmeter angezeigten Spannungswert, kann dann der Innenwiderstand R_i^I ohne weiteres bestimmt werden.

Der formelle Zusammenhang ergibt sich hierbei aus dem Ohm'schen Gesetz mit:

$$R_i^I = \frac{U_{Ri}}{I} \quad \text{Formel 2.2.1}$$

2.3 Innenwiderstand eines Spannungsmessinstruments (Voltmeter)

Weiterhin interessiert uns nun auch der Innenwiderstand R_i^U des parallel zum Amperemeter geschalteten Spannungsmessinstruments. Hierzu gehen wir zunächst davon aus, dass das Voltmeter bzw. dessen Innenwiderstand R_i^U lediglich einen vernachlässigbaren Einfluss auf die restliche Schaltung hat, d.h. wir gehen von einem verhältnismäßig großen Innenwiderstand R_i^U des Voltmeters aus.

In diesem Falle gilt für den Innenwiderstand R_i des Voltmeters folgende Beziehung:

$$R_i^U = \frac{U_{Ri}}{I_0 - I} \quad \text{Formel 2.3.1}$$

Obige Annahme ist allerdings lediglich eine Idealvorstellung, von der in der Praxis in aller Regel nicht ausgegangen werden kann bzw. darf.

Stattdessen verändert das Voltmeter aufgrund der Parallelschaltung der Innenwiderstände beider Messgeräte den Gesamtwiderstand der Schaltung und damit auch den Gesamtstrom I_0 . Der tatsächliche Innenwiderstand ist mathematisch gesehen zwar berechenbar, führt aber auf eine quadratische Gleichung, deren Lösung in der Praxis häufig durch ein iteratives

Nährungsverfahren umgangen wird, indem der zuvor berechnete ideale Innenwiderstand R_i^U des Voltmeters verwendet wird, um hieraus die erste Näherung des Innenwiderstands zu berechnen.

Dabei wird zunächst der Gesamtwiderstand nach folgender Formel berechnet:

$$R_{ges}^1 = \frac{R_i^l \cdot R_i^U}{R_i^l + R_i^U} + R_V + R_{Pot} \quad \text{Formel 2.3.2}$$

Bei fester Spannung folgt dann für den neuen Gesamtstrom I_0^1 :

$$I_0^1 = \frac{U_0}{R_{ges}^1} \quad \text{Formel 2.3.3}$$

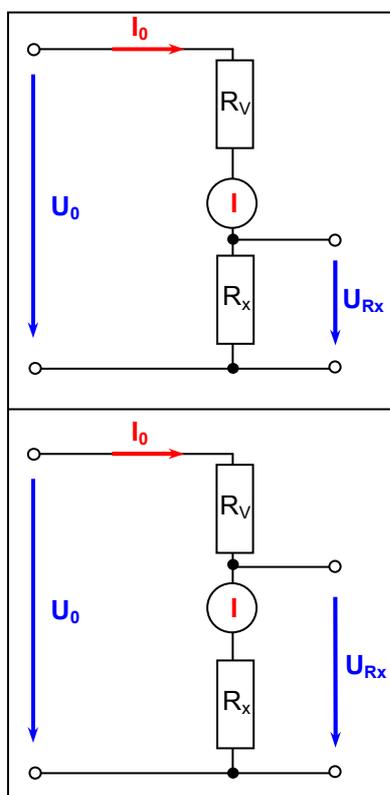
Und für die erste Näherung des Innenwiderstand R_i^{U1} dann nach Formel 2.3.1:

$$R_i^{U1} = \frac{U_{Ri}}{I_0^1 - I} \quad \text{Formel 2.3.4}$$

Dieses Verfahren kann nun mehrmals hintereinander durchgeführt werden, bis die gewünschte Genauigkeit, d.h. bis der Punkt an dem sich R_i^U im Vergleich zum vorhergehenden Wert nicht mehr ändert, erreicht wird.

2.4 Bestimmung eines unbekannten Widerstands

Weiterhin soll nun ein unbekannter Widerstand R_x mittels der so genannten spannungsrichtigen und der stromrichtigen Schaltungen bestimmt werden.



Hierzu schließen wir einen $10\text{k}\Omega$ -Widerstand R_V in Reihe zu einem noch unbekannten Widerstand R_x und einem Strommessinstrument mit einem Messbereich von 1mA an eine Betriebsspannung U_0 von 6V an.

Wird nun ein Voltmeter in die Schaltung eingebracht, so muss prinzipiell zwischen zwei Fällen unterschieden werden. Im Falle, dass das Voltmeter direkt parallel zum unbekannten Widerstand R_x geschaltet wird, messen wir den tatsächlichen Spannungsabfall am Widerstand R_x . Man spricht deshalb von der spannungsrichtigen Schaltung. Der Stromwert durch den Widerstand R_x wird durch den Einfluss des Innenwiderstandes des Voltmeters allerdings verfälscht. Die Schaltung ist deshalb gleichzeitig stromfalsch.

Wird hingegen der Spannungsabfall an der Reihenschaltung aus dem Widerstand R_x und dem Amperemeter gemessen, so ergibt sich nicht die tatsächlich Spannung am Widerstand R_x . Die Schaltung ist deshalb spannungsfalsch. Der Strom I , der durch den Widerstand R_x fließt wird hingegen vom Amperemeter korrekt angezeigt. Die Schaltung ist somit gleichzeitig stromrichtig.

Um zwei zusätzliche Wertepaare zu erhalten, vertauschen wir ferner auch die Rollen von Amperemeter und Voltmeter. D.h. also wir messen mit dem zuvor verwendeten Voltmeter nun den Strom I , mit dem Amperemeter dagegen die Spannung U . Die Messbereiche sind hierzu entsprechend neu einzustellen.

uns nun den gesuchten Widerstand R_x als Ergebnis des bekannten Ohm'schen Gesetzes.

Es gilt bei Vernachlässigung der Innenwiderstände der einfache Zusammenhang:

$$R_x = \frac{U}{I}$$

Formel 2.4.1

Als weitere Aufgabe sollen nun aber auch die Innenwiderstände der Messgeräte berücksichtigt werden. Bei der spannungsrichtigen Schaltung erhalten wir zwar den Richtigen Spannungswert, der Strom wird aber durch die Tatsache verfälscht, dass das Voltmeter eine zusätzliche Stromkomponente liefert.

Berücksichtigt man diese Komponente, so folgt aus der spannungsrichtigen Schaltung:

$$R_x = \frac{U}{I - I_U} = \frac{U}{I - \frac{U}{R_i^U}} = \frac{1}{\frac{1}{U} + \frac{1}{R_i^U}}$$

Formel 2.4.2

Bei der stromrichtigen Schaltung erhalten wir zwar den Richtigen Stromwert, die Spannung wird aber durch die Tatsache verfälscht, dass das Amperemeter eine zusätzliche Spannungskomponente liefert.

Berücksichtigt man auch diese Komponente, so folgt aus der stromrichtigen Schaltung:

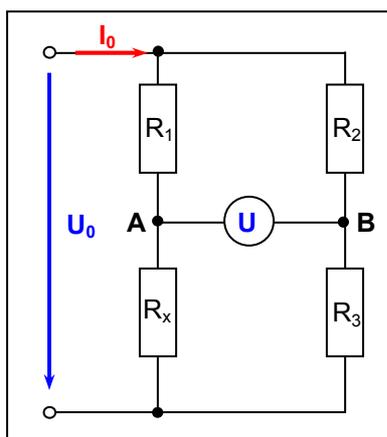
$$R_x = \frac{U - U_i'}{I} = \frac{U - I \cdot R_i'}{I} = \frac{U}{I} - R_i'$$

Formel 2.4.3

Die entsprechenden Innenwiderstände in Abhängigkeit vom gewählten Messbereich finden sich hierbei auf dem Aufgabenblatt. Ersatzweise können auch die zum Teil genäherten Werte aus den vorausgegangenen Aufgaben verwendet werden.

2.5 Bestimmung eines unbekannten Widerstands mit einer Messbrücke

Zur Bestimmung des unbekannten Widerstandes R_x soll nun als zweite Messmethode die so genannte Wheatstone'sche Messbrücke herangezogen werden.



Diese besteht aus zwei zueinander parallel geschalteten Spannungsteilern, die über die so genannte Brücke verbunden werden (siehe Skizze). In der Wheatstonebrücke wird ein hochohmiges Voltmeter eingesetzt, welches die Potentialdifferenz zwischen den Punkt A und B misst. Liegt am Punkt A und B das jeweils selbe Potential an, so nennt man die Schaltung abgeglichen, das Voltmeter verzeichnet keinen Ausschlag.

Für diesen Fall gilt die folgende Abgleichsbedingung:

$$\frac{R_1}{R_x} = \frac{R_2}{R_3}$$

Formel 2.5.1

Zur Bestimmung des unbekannten Widerstandes R_x muss das Verhältnis zwischen den Widerständen R_2 und R_3 so verändert werden, dass das Voltmeter keine Potentialdifferenz anzeigt. Über die bekannten Widerstände kann dann der gesuchte Widerstand R_x aus der Abgleichsbedingung bestimmt werden. Der große Vorteil dieser Schaltung ist offensichtlich, dass der Innenwiderstand R_i aufgrund der Tatsache, dass an der Brücke keine Spannung anliegt, unberücksichtigt bleiben kann. Im Versuch verwenden wir für R_1 einen festen 1kΩ-

Widerstand, für die Widerstände R_1 und R_2 hingegen ein regelbares Potentiometer mit Mittelabgriff. Anstelle der Spannung zwischen der Brücke bestimmen wir mittels eines Amperemeters den Ausgleichsstrom. Ist dieser Null, so ist die Abgleichsbedingung ebenfalls erfüllt. Um den Strom durch die Brücke im nicht abgeglichenen Zustand zu begrenzen schalten wir zusätzlich in die Brücke einen 220Ω -Widerstand. Die gesamte Schaltung wird wieder bei einer Spannung von $6V$ betrieben.

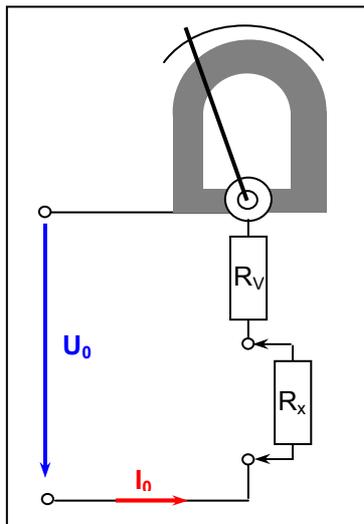
2.6 Bestimmung eines unbekanntes Widerstands mit dem Ohmmeter

Die einfachste Methode zur Bestimmung eines unbekanntes Widerstandes R_x ist sicherlich die Verwendung eines Ohmmeters. Die Handhabung solch eines Gerätes ist generell bekannt. Der zu bestimmende Widerstand R_x wird ohne angelegte Spannung an das Ohmmeter angeschlossen, je nachdem ob eine digitales oder ein analoges Ohmmeter verwendet wird, erfolgt die Angabe des Widerstandswerte über einen Zeigerausschlag oder in Form einer digitalen Anzeige.

An dieser Stelle soll nun noch kurz auf das grobe Messverfahren eines Ohmmeters eingegangen werden. Hierzu betrachten wir zunächst ein analoges Messgerät, anschließend transferieren wir diese Funktionsweise auf das digitale Gegenstück.

a) Analoges Ohmmeter

Ein analoges Ohmmeter besteht entsprechend der nebenstehenden Skizze aus einer internen Spannungsquelle, einem Zeigermessgerät mit Drehspulmesswerk und einem eingebauten Eichwiderstand R_V .



Wird an die Anschlüsse des Ohmmeters nun ein Widerstand R_x angeschlossen, so schließt sich der Stromkreis im Ohmmeter. Das Drehspulmesswerk, bestehend aus einem Dauermagnet und einer Metallfeder mit Zeiger, verzeichnet nach den Gesetzen der Magnetodynamik je nach Stärke des fließende Stromes I_0 einen mehr oder minder starken Ausschlag. Ein großer Ausschlag bedeutet hierbei einen kleinen Widerstand, eine kleiner Ausschlag dementsprechend einen großen Widerstand. Die Auftragung ist dementsprechen umgekehrt proportional. Dies ist bei der Auftragung der Skaleneinheiten zu berücksichtigen.

Der Eichwiderstand R_V wird vom Hersteller eingebaut und garantiert einen geeichten Ausschlag des Ohmmeters. Bei einigen Geräten kann mit Hilfe eines zusätzlichen Potentiometers der Messbereich des Ohmmeters über weite Bereiche hin variiert, und das Ablesen des Skalenwertes dementsprechend erleichtert werden.

Eine große Schwachstelle solcher analogen Geräten ist die nicht stabilisierte Spannungsquelle in Form einer Batterie. Ein alterungsbedingtes Abnehmen der Batteriespannung verfälscht so beispielsweise das Messergebnis.

b) Digitales Ohmmeter

Ein digitales Ohmmeter hingegen wird über eine Konstantstromquelle gespeist, die über eine entsprechende Schaltung realisiert werden kann. Wird der zu bestimmende Widerstand am Ohmmeter angeschlossen, so verzeichnet das Messgerät über den konstanten Strom einen Spannungsabfall, der digital in einen entsprechenden Widerstandswert umgerechnet wird.

Aus diesem Grund erfolgt beim digitalen Ohmmeter ($R \sim U$) im Gegensatz zum analogen Gegenstück ($R \sim 1/I$) eine lineare Messung des Widerstandes. Die Einstellung des Messbereiches erfolgt hier über unterschiedlich große Konstantstromwerte, die der Benutzer direkt am Gerät auswählen kann. Abschließend sei an dieser Stelle noch erwähnt, dass digitale Ohmmeter eine ca. 10-fach höhere Genauigkeit aufweisen als die analogen Geräte.

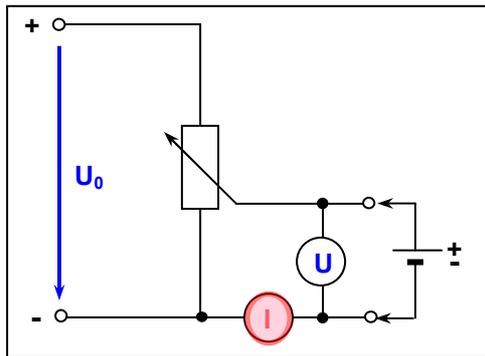
3 Elektrische Messverfahren an Batterien

3.1 Einleitung

Für viele Schaltungen liefern Batterien die benötigte Energie und wie oben gesehen auch in den von uns eingesetzten Messinstrumenten. Aus diesem Grund beschäftigt sich ein Abschnitt unseres Versuches mit den wichtigsten Messmethoden an Batterien.

3.2 Bestimmung der Ursprungung mit Kompensationsschaltung

Die Ursprungung U einer Ladungsquelle, insbesondere einer Batterie, ist diejenige Spannung, die an der Batterie ohne Stromfluss anliegt. Verständlicherweise kann diese Spannungen nicht direkt gemessen werden, sondern muss über entsprechende Hilfsschaltungen, wie in unserem Fall der Kompensationsschaltung nach Poggendorf (siehe Skizze), bestimmt werden.



Hierzu wird an die Spannungsquelle eine gleichgepolte Spannung U_0 angeschlossen und deren Wert so eingestellt, dass der Stromfluss von der Batterie vollständig unterbunden wird. In unserem Fall kann die Einstellung der jeweils benötigten Kompensationsspannung beispielsweise mittels eines Spannungsteilers in Form eines Potentiometers

erfolgen. Als Messinstrumente im Batteriestromkreis dienen uns ein empfindliches Spannungsmessinstrument mit Messbereich von 10V bis 30mV und ein entsprechendes Amperemeter.

Das hier beschriebene Verfahren der Kompensation eignet sich besonders für galvanische Elemente, bei denen mit steigendem Stromfluss die Spannung absinkt.

Formell gesehen gilt für die Ursprungung U :

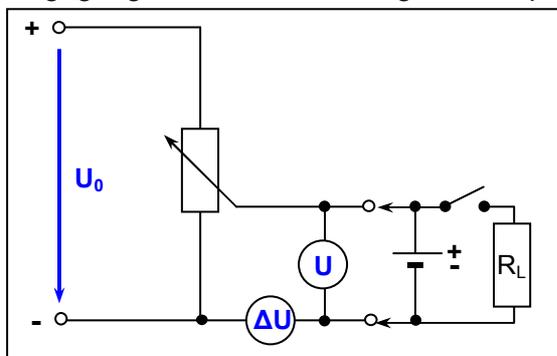
$$U = \frac{R_x}{R} \cdot U_0$$

Formel 3.2.1

Hierbei ist R der Gesamtwiderstand des Potentiometers, R_x der Widerstandswert direkt im Batteriestromkreis.

3.3 Bestimmung des Innenwiderstands einer Batterie

Als weitere wichtige Größe einer Batterie sei an dieser Stelle noch auf den Innenwiderstand R_i eingegangen. Zur Bestimmung dieser spezifischen Größe der Batterie verwenden wir obige Kompensationsschaltung, die mit einem zusätzlichen Widerstand entsprechend der nebenstehenden Skizze erweitert wird.



Wird im abgeglichenen Zustand, d.h. bei kompensiertem Stromfluss, kurzzeitig der Lastwiderstand R_L zugeschaltet, so verringert sich der gemessene Spannungsabfall am Differenzvoltmeter ΔU . Ursache für diesen Spannungsabfall ΔU ist die nun entstehende Reihenschaltung aus dem Innenwiderstand R_i der Batterie und dem Lastwiderstand R_L . Aus

den Angaben des Lastwiderstandes R_L , der zuvor bestimmten Ursprungung U der Batterie und dem entsprechend gemessenen Spannungsabfall ΔU kann schließlich mittels der allgemeinen Gesetzmäßigkeiten eine Formel für den Innenwiderstand R_i hergeleitet werden.

Für die Spannungen am Innenwiderstand R_i und am Lastwiderstand R_L folgen:

$$\Delta U = R_i \cdot I \quad \text{und} \quad U - \Delta U = R_L \cdot I \quad \text{Formel 3.3.1}$$

Damit folgt für den Innenwiderstand R_i :

$$R_i = \frac{R_L \cdot \Delta U}{U - \Delta U} \quad \text{Formel 3.3.2}$$

4 Passive Bauelemente an Gleich- und Wechselspannung

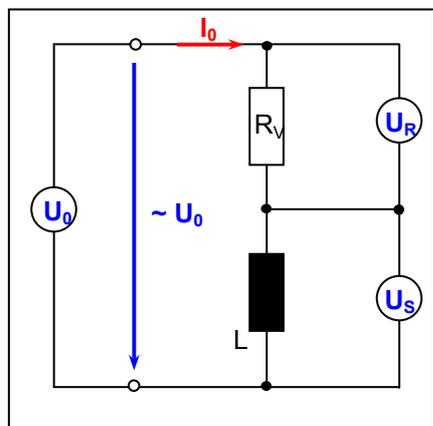
4.1 Einleitung

Im letzten Versuchsabschnitt sollen nun neben dem Widerstand auch weitere passive, d.h. nicht verstärkende, Bauteile untersucht werden. Dabei stehen die Spule mit der Induktivität L und der Kondensator mit der Kapazität C im Vordergrund der Betrachtungen. Hierbei führt gerade die Verwendung von Wechselspannung zu zusätzlichen Effekten, die bereits aus den Praktika Vierpole und Leitungen sowie der Ferromagnetisches Hysterisis bekannt sind.

4.2 Gleichstromwiderstand einer Spule

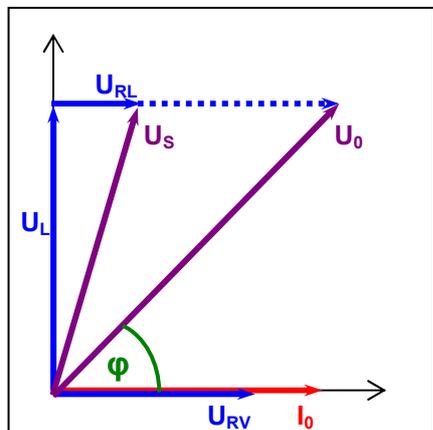
Aufgrund der großen Anzahl an Wicklungen n einer Spule und der damit verbundenen Leiterlänge, weist eine Spule einen dementsprechenden Leiterwiderstand auf. Dieser soll nun nach der Methode aus Kapitel 2.6 mit Hilfe eines Ohmmeters bestimmt werden. Die Tatsache, dass eine Spule nicht idealisiert verwendet werden kann, ist hauptsächlich auf diesen Widerstand zurückzuführen.

4.3 Spule an Wechselspannung kleiner Frequenzen



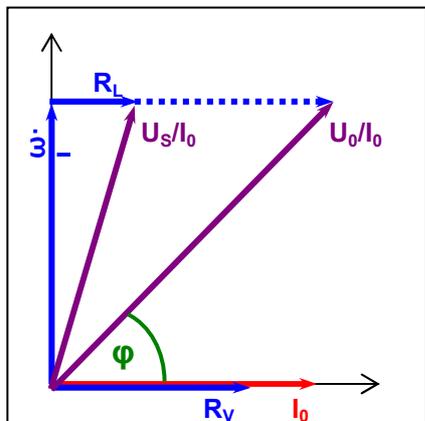
Obige Spule wird nun an Wechselspannung kleiner Frequenzen untersucht. Hierzu schalten wir die Spule zusammen mit einem in Reihe geschalteten Vorwiderstand R_V mit einem Ohmwert von 110Ω an einen Sinusgenerator.

Die Spannung U_0 am Sinusgenerator wird hierbei so eingestellt, dass am Vorwiderstand R_V eine Effektivspannung von $0,2V$ abfällt. Aus den hieraus resultierenden Spannungswerten am Sinusgenerator U_0 und an der Spule U_L können dann mittels eines Zeigerdiagramms leicht die Werte der Induktivität L und des Verlustwiderstands R_S der Spule bestimmt werden. Dieses Verfahren wurde bereits im Praktikum zur ferromagnetischen Hysterisis angewandt. Trotzdem soll an dieser Stelle das Verfahren kurz erörtert werden. Das Zeigerdiagramm beruht grundlegend auf der Tatsache, dass die unterschiedlichen passiven Bauelemente aufgrund ihrer Eigenschaften an Wechselspannung gewisse Phasenverschiebungen zwischen anliegender Spannung U und fließendem Strom I verursachen. Bei einem Widerstand an Wechselspannung sind Strom I und Spannung U beispielsweise in Phase. Bei einer Spule hingegen eilt die Spannung U dem Strom I um 90° voraus, bei einem Kondensator entsprechend umgekehrt. Werden die Effektivwerte von Spannung und Strom in einem Diagramm gemäß dieser Informationen aufgetragen so



können zusammen mit den Gesetzmäßigkeiten über die Wirk- und Blindwiderstände von passiven Bauteilen gesuchte Größen recht leicht bestimmt werden.

Für unsere zu untersuchende Reihenschaltung zeichnen wir zunächst den Strom I_0 , der durch alle Bauteile konstant ist, entlang der x-Achse ein. Da wir den Wert und die Phasenverschiebung, nämlich 0° , der Spannung U_{RV} am Widerstand kennen, können wir auch diese Größe entlang der x-Achse einzeichnen. Aufgrund der Verwendung einer Spule im Schaltkreis, weist das Zeigerdiagramm sicherlich, auch eine vertikale Komponente der Spannung auf, die wir im Folgenden als U_L bezeichnen. Zu beachten ist, dass es sich hierbei nicht um die gemessene Spannung an der Spule U_S handelt. Diese weist nämlich aufgrund des zusätzlichen Leiterwiderstandes R_L der Windungen eine zusätzliche Spannungskomponente U_{RL} auf, die wegen der Phasenverschiebung von 0° wieder parallel zur x-Achse eingezeichnet werden kann. Die Vektoraddition von U_L und U_{RL} führt schließlich auf die gemessene Spannung über der Spule U_S . Die vom Sinusgenerator gelieferte Gesamtspannung U_0 ergibt sich schließlich aus der Vektoraddition der Spannungen U_R und U_S .



Aufgrund der Reihenschaltung können nun sämtliche Spannungen durch den Strom I_0 geteilt werden. Mittels dieses Schrittes erhalten wir dann ein Zeigerdiagramm für die Wirk- und Blindwiderstände der einzelnen Bauteile. Über geometrische Überlegungen kann dann eine Formel für den Blindwiderstand der Spule $X_L = \omega L$ und deren Verlustwiderstand R_L bestimmt werden.

Aus dem Diagramm folgen die Beziehung (Kosinussatz):

Ferner gilt für die Phasenverschiebung φ :

Damit folgt schließlich für den Verlustwiderstand R_L aus *Formel 4.3.1* und *Formel 4.3.2*:

$$U_0^2 = U_S^2 + U_{RV}^2 - 2 \cdot U_S \cdot U_{RV} \cdot \cos \varphi \quad \text{Formel 4.3.1}$$

$$\cos \varphi = \frac{U_{RV} + U_{RL}}{U_0} = \frac{U_{RV} + I_0 \cdot R_L}{U_0} = \frac{U_{RV} + \frac{U_{RV}}{R_V} \cdot R_L}{U_0} \quad \text{Formel 4.3.2}$$

$$R_L = R_V \cdot \frac{U_0^2 - U_S^2 - U_{RV}^2}{2 \cdot U_{RV}^2} \quad \text{Formel 4.3.3}$$

Über die geometrische Überlegung:

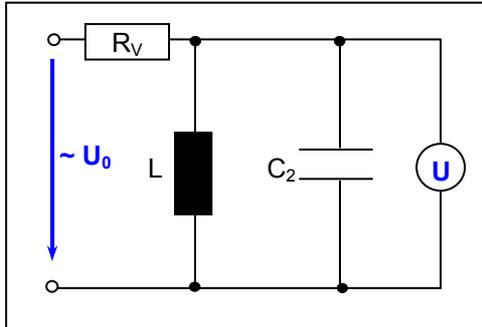
$$\frac{U_S}{I_0} = \frac{U_S}{U_{RV}} \cdot R_V = \sqrt{R_L^2 + (\omega \cdot L)^2} \quad \text{Formel 4.3.4}$$

Folgt dann schlussendlich für den Blindwiderstand X_L :

$$\omega \cdot L = \frac{R_V}{U_{RV}} \cdot \sqrt{U_S^2 - U_{RV}^2} \quad \text{Formel 4.3.5}$$

4.4 Messungen am Parallelschwingkreis

Als nächster Schritt soll nun ein Parallelschwingkreis, also eine Parallelschaltung aus Kondensator und Spule an Wechselspannung, auf seine Eigenschaften untersucht werden.



Hierzu schalten wir entsprechend nebenstehender Skizze den Schwingkreis in Reihe mit einem Vorwiderstand R_V der Größe $1\text{M}\Omega$ an den Sinusgenerator. Für eine detaillierte Skizze siehe auch das Aufgabenblatt.

Oszillographisch beobachten wir anschließend die Eingangsspannung U_0 sowie die Spannung U direkt im Schwingkreis. In Abhängigkeit von der Eingangsfrequenz ermitteln wir am Oszilloskop die Phasenverschiebung und über ein Voltmeter die

Spannung U im Schwingkreis. Der zu untersuchende Frequenzbereich beschränkt sich hierbei auf $100\text{Hz} - 400\text{Hz}$.

Als wichtige Kenngrößen des Schwingkreises ermitteln wir zusätzlich:

a) Resonanzkreisfrequenz ω_0

Die Resonanzkreisfrequenz ω_0 ist eng verknüpft mit der Resonanzfrequenz f_{res} . Diese wird als diejenige Frequenz bezeichnet, bei der die frequenzabhängigen Blindwiderstände der Spule und des Kondensators gleich groß sind.

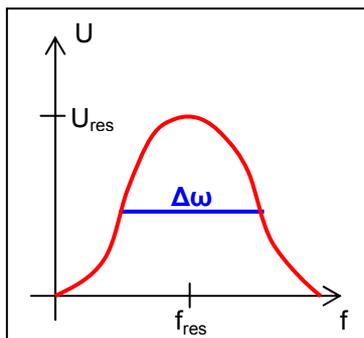
Es folgt der formale Zusammenhang:

$$\omega_0 \cdot L = \frac{1}{\omega_0 C} \Leftrightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C}}$$

Formel 4.4.1

Die Schaltung besitzt in diesem Fall die geringste Gesamtimpedanz Z . Das heißt also, man erwartet die maximale Spannung U im Resonanzfall.

b) Halbwertsbreite $\Delta\omega$:



Die Halbwertsbreite $\Delta\omega$ hingegen beschreibt den Frequenzabstand zwischen den beiden Frequenzen an denen der Spannungswert U der Hälfte der Spannung im Resonanzfall erreicht. Die Berechnung folgt über den Verlustwiderstand R und der Induktivität L der Schwingkreisspule.

Es gilt für die Halbwertsbreite $\Delta\omega$:

$$\Delta\omega = \frac{\sqrt{3} \cdot R}{L}$$

Formel 4.4.2

c) Resonanzwiderstand R_r

Unter dem Resonanzwiderstand R_r versteht man denjenigen Scheinwiderstand, der sich im Resonanzfall des Schwingkreises einstellt. Im Falle eines idealen Parallelschwingkreises strebt dieser Wert gegen unendlich.

Allgemein gilt für diesen Wert:

$$R_r = \frac{\sqrt{3}}{C \cdot \Delta\omega}$$

Formel 4.4.3

4.5 Wechselstromwiderstände von Spule und Kondensator

Nacheinander werden eine Spule und eine Kondensator jeweils an den Sinusgenerator angeschlossen und aus Spannung und Stromfluss bei der in Kapitel 4.4 bestimmten Resonanzfrequenz f_{res} der Wechselstromwiderstand X bestimmt.

Das formale Vorgehen richtet sich hierbei nach dem Ohm'schen Gesetz:

$$X = \frac{U}{I} \quad \text{Formel 4.5.1}$$

Theoretisch bestimmen sich die Werte bei idealen Bauteilen nach:

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} \quad \text{Formel 4.5.2}$$

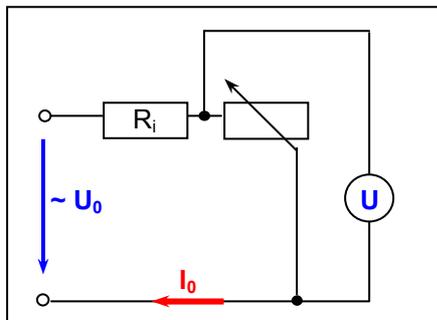
$$X_L = \omega \cdot L \quad \text{Formel 4.5.3}$$

Aus der Kombination von *Formel 4.5.1* und der *Formel 4.5.2* bzw. *Formel 4.5.3* können dann die Bauteilgrößen L und C leicht bestimmt werden.

Bei dieser Rechnung werden ideale Bauteile vorausgesetzt. In unserem Falle liegen uns aber solche Bauteile nicht vor, d.h. die Bauteile weisen einen reellen Verlustwiderstand auf. Wird aber beispielsweise eine Spule mit hohen Frequenzen betrieben, wie in unserem Fall die Resonanzfrequenz f_{res} , so folgt nach *Formel 4.5.3*, dass der Blindwiderstand verhältnismäßig groß ist. Der Verlustwiderstand kann in diesem Fall vernachlässigt werden.

4.6 Innenwiderstand des Sinusgenerators

Abschließend wollen wir nun noch den für reell angenommenen Innenwiderstand R_i des verwendeten Sinusgenerators bestimmen.



Hierzu wird der Ausgang des Sinusgenerators mit einem regelbaren $1\text{k}\Omega$ -Potentiometer belastet. Variieren wir den Widerstandswert des Potentiometers so, dass die Spannung U an diesem auf die Hälfte der Generatorleerlaufspannung U_0 abfällt, so gleichen sich Innenwiderstand R_i und der Widerstandswert des Potentiometers R .

Mit Hilfe dieses Wertes soll nun die maximale Ausgangsleistung P_{max} des Generators bestimmt werden.

Allgemein gilt für die Leistung eines elektrischen Systems, die folgende Formel:

$$P = U \cdot I \quad \text{Formel 4.6.1}$$

Die ausgegebene Spannung U ist hierbei:

$$U = U_0 - U_i = U_0 - R_i \cdot I \quad \text{Formel 4.6.2}$$

Der ausgegebene Strom I_0 ergibt sich aus:

$$I_0 = \frac{U_0}{R_i + R} \quad \text{Formel 4.6.3}$$

Aus Formel 4.6.1 bis Formel 4.6.3 folgt dann:

$$P = \left(U_0 - \frac{R_i \cdot U_0}{R_i + R} \right) \cdot \frac{U_0}{R_i + R} = U_0^2 \cdot R \cdot \frac{1}{(R_i + R)^2} \quad \text{Formel 4.6.4}$$

Die maximale Leistung des Sinusgenerators wird nun bestimmt, indem die Ableitung nach dem Widerstand R vorgenommen wird. Wird die Ableitung für ein gewisses R Null, so erhalten wir die gesuchte Größe. Der Vorgang entspricht also einem Extremwertproblem.

Wir bestimmen demnach den folgenden Ausdruck:

$$\frac{\partial P}{\partial R} \stackrel{!}{=} 0$$

$$\frac{\partial P}{\partial R} = U_0^2 \cdot \left[\frac{1}{(R_i + R)^2} - \frac{2 \cdot R}{(R_i + R)^3} \right] \stackrel{!}{=} 0 \quad \text{Formel 4.6.5}$$

Die Bedingung ist erfüllt wenn die Klammer Null wird:

$$0 = \frac{1}{(R_i + R)^2} - \frac{2 \cdot R}{(R_i + R)^3} = U_0^2 \cdot \frac{R_i - R}{(R_i + R)^3} \quad \text{Formel 4.6.7}$$

Die Bedingung in *Formel 4.6.7* ist nur dann erfüllt wenn der angelegte Widerstand R dem Innenwiderstand R_i entspricht, d.h. wie beispielsweise im obigen Fall bei der Bestimmung des Innenwiderstands R_i .

Für die maximale Leistung folgt mit dieser Lösung aus *Formel 4.6.6*:

$$P_{max} = P(R = R_i) = \frac{U_0^2}{4 \cdot R_i} \quad \text{Formel 4.6.8}$$

Bemerkung: Bei der Betrachtung von Wechselspannungen bzw. Wechselströmen stellt sich die Frage, welche Werte der periodischen Schwingung für die Berechnung der obigen Formel relevant sind.

Allgemein zieht man hierzu entweder den Spitze-Tal-Wert der Spannung/ des Stromes, also den Abstand zwischen Maximum und Minimum, oder die so genannten Effektivwerte heran. Diese bestimmen sich als quadratischer Mittelwert des sich zeitlich verändernden Signals. Sie lassen sich im Falle eines sinusförmigen Signalverlaufs relativ leicht aus deren Amplitude bestimmen. Für Spannungen U_{eff} gilt hierbei folgende Formel (für Ströme analog):

$$U_{eff} = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}} \quad \text{Formel 4.6.9}$$

Der Spitze-Tal-Wert findet vor allem bei grafischen Ermittlungen, wie beispielsweise an einem Oszilloskop seine Hauptanwendung. Allgemeine Angaben erfolgen in aller Regel aber in Effektivwerten (vgl. 230V-Netzspannung).

Praktikumsauswertung:

Elektrische Messverfahren

- Versuche P1-70, 71,81 -

Inhaltsverzeichnis

V Vorwort

1 Elektrische Messverfahren zur Widerstandsbestimmung

1.1 Innenwiderstand eines Amperemeters	2
1.1.1 Versuchsdurchführung.....	2
1.1.2 Auswertung	2
1.2 Innenwiderstand eines Voltmeters.....	3
1.2.1 Versuchsdurchführung.....	3
1.2.2 Auswertung	3
1.3 Bestimmung eines unbekanntes Widerstandes	4
1.3.1 Versuchsdurchführung.....	4
1.3.2 Auswertung	5
1.4 Bestimmung eines unbekanntes Widerstandes mit einer Brückenschaltung	6
1.4.1 Versuchsdurchführung.....	6
1.4.2 Auswertung	7
1.5 Bestimmung eines unbekanntes Widerstandes mit dem Ohmmeter	7
1.5.1 Versuchsdurchführung.....	7
1.5.2 Auswertung	7

2 Elektrische Messverfahren an Batterien

2.1 Bestimmung der Ursprungung mit Kompensationsschaltung.....	8
2.1.1 Versuchsdurchführung.....	8
2.1.2 Auswertung	8
2.2 Bestimmung des Innenwiderstandes einer Batterie	8
2.2.1 Versuchsdurchführung.....	8
2.2.2 Auswertung	8

3 Passive Bauelemente an Gleich- und Wechselspannung

3.1 Gleichstromwiderstand einer Spule	10
3.1.1 Versuchsdurchführung.....	10
3.1.2 Auswertung	10
3.2 Spule an Wechselspannung kleiner Frequenzen	10
3.2.1 Versuchsdurchführung.....	10
3.2.2 Auswertung	10
3.3 Messungen am Parallelschwingkreis.....	11
3.3.1 Versuchsdurchführung.....	11
3.3.2 Auswertung	12
3.4 Wechselstromwiderstände von Spule und Kondensator	16
3.4.1 Versuchsdurchführung.....	16
3.4.2 Auswertung	16
3.5 Innenwiderstand des Sinusgenerators	17
3.5.1 Versuchsdurchführung.....	17
3.5.2 Auswertung	17



V Vorwort

Diese Veruschsauswertung wurde unter Verwendung des Tabellenkalkulationsprogramms Microsoft Excel angefertigt. Es lieferte uns aus den im handgeschriebenen Versuchsprotokoll vermerkten Messwerten die entsprechenden Regressionsgeraden inklusive deren Funktionsvariablen. Die Berechnung dieser Größen erfolgt über die im Kapitel 6.2 des Skripts zur Fehlerrechnung (Dr. Peter Blüm, Universität Karlsruhe, August 2002) zugrundeliegenden Gleichungen. Die hier auftauchenden Formelverweise beziehen sich vorrangig auf die ebenfalls beiliegende Vorbereitung von T. Abzieher.

1 Elektrische Messverfahren zur Widerstandsbestimmung

1.1 Innenwiderstand eines Amperemeters

1.1.1 Versuchsdurchführung

Entsprechend der Erklärungen und Skizzen aus der Vorbereitung schließen wir einen regelbaren 10k Ω -Widerstand, einen festen 1k Ω -Widerstand und das Strommessgerät mit einem Messbereich von 1mA an eine Spannungsquelle von 7V an.

Der Widerstandswert des Potentiometers wird hierbei so variiert, dass durch das Amperemeter ein Strom von genau 1mA fließt, dieses also einen vollen Zeigerausschlag verzeichnet. Für die Spannungsmessung wird nun zusätzlich ein baugleiches Voltmeter mit Messbereich von 0,3V parallel zum Amperemeter geschaltet. Aus der Kombination aus angezeigtem Spannungs- und Stromwert kann dann über das Ohm'sche Gesetz der Innenwiderstand R_i^I des Amperemeters bestimmt werden.

1.1.2 Auswertung

Nach Einbringen des Voltmeters erhalten wir folgende Werte für Spannung und Strom. Für den Strom durch das Amperemeter wurde hierbei lediglich eine verhältnismäßig kleine und damit kaum messbare Abnahme des Stromes beobachtet.

Spannungswert [mV]	Stromwert [mA]
97,00	0,9975

Für den Innenwiderstand R_i^I gilt dann nach dem Ohm'schen Gesetz:

$$R_i^I = \frac{U}{I} = \frac{97\text{mV}}{1\text{mA}} = \underline{97,24\Omega}$$

Für den theoretischen Wert bei diesem Messbereich folgt aus der Literaturmappe:

$$R_i^I = \underline{180\Omega}$$

Wir sehen also einen deutlichen Unterschied von fast 50% zwischen dem experimentell bestimmten und dem tatsächlichen Theoriewert. Diese Diskrepanz ergab sich bereits durch die Tatsache, dass sich der Stromwert bei Anschließen des Voltmeters nur minder stark änderte und die Differenz damit nur sehr schwer bestimmbar war.

In diesem Zusammenhang konnte zudem ein weiteres Problem im Bezug auf das Amperemeter festgestellt werden. Wurde am Amperemeter kein Strom angeschlossen, so verzeichnete dies bereits einen Ausschlag von 2 Skaleneinheiten auf der 30-er Skala. Ein Eichen war uns hierbei wegen der offensichtlich fehlende Eichvorrichtung nicht möglich.

1.2 Innenwiderstand eines Voltmeters

1.2.1 Versuchsdurchführung

Zur Bestimmung des Innenwiderstandes des Voltmeters im Messbereich 0,3 V sind an dieser Stelle keine weiteren Messwerte mehr nötig. Wird davon ausgegangen, dass sich der Gesamtstrom durch Anschließen des Voltmeters nicht ändert, so berechnet sich der Innenwiderstand R_i^U aus der Stromdifferenz zwischen beschaltener und unbeschaltener Schaltung nach dem Ohmschen Gesetz. Anschließend wird über das in der Vorbereitung genannte iterative Näherungsverfahren versucht eine höhere Genauigkeit für diesen Wert zu errechnen.

1.2.2 Auswertung

Nach Einbringen des Voltmeters erhalten wir folgende Werte für Spannung und Stromdifferenz. Aufgrund des obigen Problems mit dem Amperemeter und dem minimal abfallenden Strom erwarten wir allerdings auch hier kein sonderlich genaues Ergebnis.

Spannungswert [mV]	Stromdifferenz [mA]
97,00	0,0025

Damit folgt nach dem Ohm'sche Gesetz:

$$R_i^U = \frac{U}{\Delta I} = \frac{97mV}{0,0025mA} = \underline{18.800\Omega}$$

Der Theoriewert ergibt sich wieder aus der Literaturmappe, zu:

$$R_i^U = \underline{30.000\Omega}$$

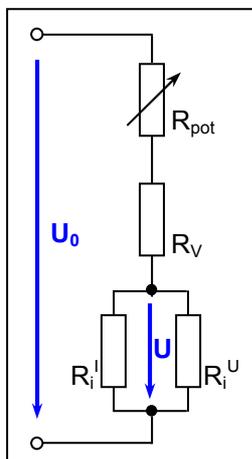
Im iterativen Näherungsverfahren geht es nun darum die Parallelschaltung aus den Innenwiderständen der beiden Messgeräte zu berücksichtigen, hieraus den tatsächlich fließenden Gesamtstrom I_0 und hierüber die erste Näherung des Innenwiderstands zu berechnen. Hierfür hatten wir in der Vorbereitung die Formeln *Formel 2.3.2* bis *Formel 2.3.4* hergeleitet.

Die benötigten Formeln lauten hierbei wie folgt:

$$R_{ges}^1 = \frac{R_i^I \cdot R_i^U}{R_i^I + R_i^U} + R_V + R_{pot}$$

$$I_0^1 = \frac{U_0}{R_{ges}^1}$$

$$R_i^{U1} = \frac{U_{Ri}}{I_0^1 - I}$$



Leider wurde an dieser Stelle der Widerstandswert R_{pot} des Potentiometers nicht bestimmt, weshalb die Rechnung so eigentlich nicht durchführbar wäre. Um diesen Schritt der Auswertung trotzdem durchführen zu können berechnen wir an dieser Stelle den Potentiometerwiderstand R_{pot} aus den bestimmten Innenwiderständen der Messgräte und dem gemessenen Spannungswert U in der Parallelschaltung. Dieses Verfahren halten wir wegen der aufgetretenen Probleme mit dem Amperemeter für die beste und vor allem genaueste Alternative.

Aus dem bekannten Spannungswert folgt für den Gesamtstrom I_0 :

$$I_0 = I_i^U + I_i^I = \frac{U}{R_i^U} + \frac{U}{R_i^I} = \frac{97mA}{18.800\Omega} + \frac{97mA}{97,2\Omega} = \underline{1,003mA}$$

Für den Gesamtwiderstand der Schaltung gilt dann:

$$R_{ges} = \frac{U_0}{I_0} = R_V + R_{pot} + \frac{R_i^U \cdot R_i^I}{R_i^U + R_i^I} \Leftrightarrow R_{pot} = \frac{U_0}{I_0} - R_V - \frac{R_i^U \cdot R_i^I}{R_i^U + R_i^I}$$

Mit den bekannten Größen folgt damit für den Potentiometerwiderstand R_{pot} :

$$R_{pot} = \frac{7V}{1,003mA} - 1k\Omega - \frac{97,2\Omega \cdot 18,8k\Omega}{97,2\Omega + 18,8k\Omega} = \underline{6.014,9\Omega}$$

Mit diesem Wert ist es uns nun möglich die gewünschte Näherung durchzuführen:

$$R_{ges}^1 = \frac{97,2\Omega \cdot 18,8k\Omega}{97,2\Omega + 18,8k\Omega} + 1k\Omega + 6,015k\Omega = \underline{7.111,7\Omega}$$

$$I_0^1 = \frac{7V}{7,11k\Omega} = \underline{0,9845mA}$$

$$R_i^{U1} = \frac{97mV}{(0,9845 - 0,9975)mA} = \underline{-7461,53\Omega}$$

Wegen dem kleinen Stromunterschied ΔI weist obiges Ergebnis für den Innenwiderstand R_i^U im idealisierten Fall ebenfalls einen enormen Unterschied zum theoretischen Wert auf. Die Größenordnung des Innenwiderstandes wird mit dieser Messung aber einigermaßen deutlich. Wir erhalten wegen der ungünstigen Stromwerte und dem nicht gemessenen Potentiometerwiderstandes R_{pot} dementsprechend auch bei der Näherung wieder ein für die Versuchsbedingungen unpassendes, negatives Ergebnis. Der Zweck dieser iterativen Näherungsmethode wird allerdings sichtbar. Durch die Parallelschaltung der beiden Innenwiderstände ~~verringert~~ sich der Gesamtstrom durch die gesamte Schaltung, und dementsprechend auch der Strom durch die Innenwiderstände. Damit nähert sich bei mehrmaliger Durchführung dieses Verfahrens der Widerstandswert immer weiter von unten dem eigentlichen Wert an.

Bemerkung: Beim nochmaligen Studieren der Versuchsunterlagen ist uns aufgefallen, dass die Spannungsmessung aller Wahrscheinlichkeit nach mit dem zweiten Messgerättyp durchgeführt werden sollte. Wegen dem nicht aufgedruckten Innenwiderstand im benötigten Messbereich, sind wir allerdings davon ausgegangen, dass derselbe Messgerättyp wie für die Strommessung verwendet werden sollte.

Rechnen wir dem zweiten Messgerät im entsprechenden Messbereich von 0,3V einen dreimal höheren Innenwiderstand zu als im Messbereich von 0,1V, so wäre obiger Stromunterschied viel deutlicher ausgefallen und die Messung dementsprechend im Ergebnis aussagekräftiger.

1.3 Bestimmung eines unbekanntes Widerstandes

1.3.1 Versuchsdurchführung

In den nächsten Versuchsabschnitten soll ein zunächst noch unbekannter 470 Ω -Widerstand auf unterschiedliche Methoden bestimmt werden. Zunächst beschränken wir uns auf die einfache Bestimmung mittels des Ohm'schen Gesetzes, indem gleichzeitig Strom und Spannung gemessen werden. Hierbei können wir uns zudem näher mit dem Unterschied zwischen strom- und spannungsrichtigen Schaltungen auseinandersetzen. Für die Messung

verwenden wir wieder die bereits oben eingesetzten Messgeräte, die entsprechend der Erklärungen aus der Vorbereitung für eine spannungsrichtige und eine stromrichtige Schaltung, eingesetzt werden. Um zwei zusätzliche Wertepaare zu erhalten, vertauschen wir nach abgeschlossener Messung die Funktionen der Messgeräte, messen also mit dem zuvor verwendeten Spannungsmessgerät den Strom und umgekehrt.

Aus den jeweils angezeigten Strom- und Spannungswerten soll dann der unbekannte Widerstand mit und ohne Berücksichtigung der Innenwiderstände bestimmt werden.

1.3.2 Auswertung

Für die jeweiligen Schaltungen ergeben sich folgende Messreihen. Hierbei resultiert die untere Spalte jeweils aus den getauschten Messgeräten. Die Widerstandswerte ergeben sich jeweils durch einfaches Anwenden des Ohm'schen Gesetzes innerhalb einer Zeile. Die genaue Rechnung ist deshalb offensichtlich und wird nicht weiter erörtert.

a) spannungsrichtige Messung:

Spannung [V]	Messbereich	Stromstärke [mA]	Messbereich	Widerstand [Ω]
0,315	1V	0,775	1mA	406,45
0,245	1V	0,700	1mA	350,00

b) stromrichtige Messung:

Spannung [V]	Messbereich	Stromstärke [mA]	Messbereich	Widerstand [Ω]
0,3825	1V	0,725	1mA	527,59
0,3000	1V	0,425	1mA	705,88

Wir sehen im Vergleich zwischen diesen beiden Messreihen, dass die spannungsrichtige Schaltung stets einen zu kleinen Widerstandswert liefert, die stromrichtige Schaltung hingegen einen jeweils zu großen.

Des Weiteren wird ersichtlich, dass, wenn wir zudem die unten folgenden Formeln heranziehen, jeweils ein Wertepaar bei jeder Messung eine größere Abweichung aufweist als das andere. Bei der spannungsrichtigen Messung wäre dies die zweite Messung bei der stromrichtigen die erste. Dies sind genau die Messreihen, in denen zur Strommessung das Messgerät verwendet wurden, welches sich bereits in den vorausgegangenen Versuchen als ungenau geeicht erwiesen hatte.

Betrachten wir die Innenwiderstände im jeweiligen Messbereich, so gelten folgende Formeln:

a)
$$R_x = \frac{U}{I - I_U} = \frac{U}{I - \frac{U}{R_i^U}} = \frac{1}{\frac{1}{U} - \frac{1}{R_i^U}}$$

b)
$$R_x = \frac{U - U_i'}{I} = \frac{U - I \cdot R_i'}{I} = \frac{U}{I} - R_i'$$

Die Innenwiderstände ergeben sich für die jeweiligen Messbereiche nach der Literaturmappe zu:

	Messbereich	Widerstand [Ω]
Spannungsmessung	1V	100.000
Strommessung	1mA	180

Mit Hilfe der obigen Formeln und der bekannten Innenwiderstände der beiden Messgeräte im jeweiligen Messbereich können nun die tatsächlichen Widerstandswerte für den unbekannten Widerstand R_x bestimmt und mit den obigen Werten genauer verglichen werden.

Aus den beiden obigen Formeln folgt dann mit den Innenwiderständen:

a) spannungsrichtige Messung:

Spannung [V]	Messbereich	Stromstärke [mA]	Messbereich	Widerstand [Ω]
0,315	1V	0,775	1mA	408,11
0,245	1V	0,700	1mA	351,23

b) stromrichtige Messung:

Spannung [V]	Messbereich	Stromstärke [mA]	Messbereich	Widerstand [Ω]
0,3825	1V	0,725	1mA	347,59
0,3000	1V	0,425	1mA	525,88

Wir sehen also, dass sich die Messwerte dem tatsächlichen Wert von 470Ω mehr oder weniger gut annähern. Diese Werte spiegeln nun die tatsächlich unter den jeweiligen Versuchsbedingungen gemessenen Widerstandswerte R_x wieder.

Bilden wir zudem den Mittelwert zwischen den beiden Werten bei denen das defekte Messgerät für Spannungsmessung eingesetzt wurde, so ergibt sich als schlussendlicher Messwert:

$$\bar{R}_x = \frac{1}{2} \cdot (408,11 + 525,88)\Omega = \underline{467,00\Omega}$$

Der verwendete Widerstand besitzt hierbei einen Toleranzbereich von:

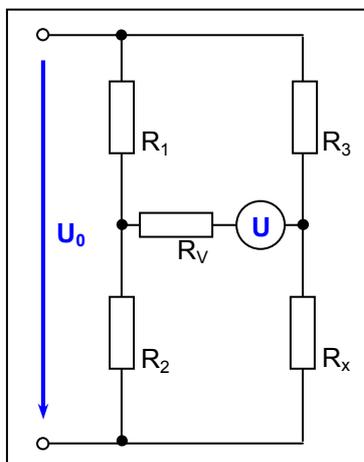
$$R_x = (470,0 \pm 23,5)\Omega$$

Der von uns bestimmte Wert liegt also im Toleranzbereich des theoretischen Wertes. Wir können also bei diesem Verfahren, wenn wir das Problem bei der Strommessung außer Acht lassen von einem recht präzisen Verfahren sprechen.

Bemerkung: Auch hier hätten eigentlich beide Messgerättypen verwendet werden sollen. Von unserer Seite wurden aber wieder die beiden μ A-Multizets eingesetzt. Für das Messergebnis macht dies aber bei Beachtung der jeweiligen Innenwiderstände im Gegensatz zur obigen Messung der Innenwiderstände keinen merklichen Unterschied.

1.4 Bestimmung eines unbekannten Widerstandes mit einer Brückenschaltung

1.4.1 Versuchsdurchführung



Selbiger Widerstand soll nun auch in einer Wheatstone'schen Messbrücke eingesetzt und als unbekannter Widerstand bestimmt werden.

Hierzu bauen wir eine Widerstandskombination entsprechend nebenstehender Skizze auf. Die Widerstände R_1 und R_2 sind hierbei in einem Potentiometer vereinigt, dessen Mittelabgriff mit der Brücke verbunden ist.

In die Brücke schalten wir neben dem zur Bestimmung des Abgleichpunktes benötigten Voltmeters einen zusätzlichen Widerstand R_v , der den Strom im nicht abgeglichenen Zustand begrenzen soll. Auf die weitere Messung hat dieser Widerstand keinen Einfluss. Als weiteren bekannten Widerstand schalten wir den bekannten Widerstand R_3 in Reihe zum unbekanntem Widerstand R_x . Bei angeschlossener Spannung wird das Potentiometer nun so variiert, dass zwischen der Brücke kein Spannungsabfall aufkommt,

das Voltmeter also keine Spannung mehr verzeichnet. Für die genaue Bestimmung dieses Punktes wird der Messbereich des Voltmeters nach und nach verringert und das Widerstandsverhältnis des Potentiometers entsprechend nachgestellt.

Für die Bestimmung der Widerstandswerte des Potentiometers im abgeglichenen Zustand verwenden wir ein Ohmmeter, mit dem im stromlosen Zustand jeweils zwischen den beiden Anschlusspunkten und dem Mittelabgriff die Widerstandswerte bestimmt werden können.

1.4.2 Auswertung

Im abgeglichenen Zustand messen wir nun folgende Widerstandswerte:

Widerstand	Widerstandswert [Ω]
R_1	740
R_2	335
R_3	1.075

Damit ergibt sich nach der Abgleichbedingung für den gesuchten Wert:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_x} \Leftrightarrow R_x = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1} = \frac{335\Omega \cdot 1075\Omega}{740\Omega} = \underline{486,66\Omega}$$

Wir sehen also, dass der hier experimentell bestimmte Wert ebenfalls innerhalb der Toleranzgrenze des angebenen Widerstandswerts liegt. Als großer Vorteil dieser Messung erweist sich die Tatsache, dass das Messgerät bzw. dessen Innenwiderstand in keinerlei Weise in die Messung eingeht. Die Probleme mit unserem verwendeten Messgerät blieben somit ebenfalls außen vor.

Nachteilig an diesem Messverfahren ist es indessen, dass die Widerstandswerte schlussendlich bekannt sein müssen. Eine Messung mit dem Ohmmeter wie in unserem Fall führt, aufgrund der ebenfalls zu beachtenden Messgenauigkeit dieses Instrumentes, allerdings wieder stückweise zu einem Fehler, der die Messung trotzdem in einem gewissen Maße verfälscht. Eine Schwierigkeit, die sich gegebenenfalls lediglich bei uns ergab, war es den Spannungswert durch Variation am Potentiometer genau auf Null zu bringen, was durch die großen Sprünge bei Veränderung des Potentiometers nicht 100%-ig genau bewerkstelligt werden konnte.

1.5 Bestimmung eines unbekanntes Widerstandes mit dem Ohmmeter

1.5.1 Versuchsdurchführung

Zu guter Letzt soll der unbekannte Widerstand R_x nun mit einem Ohmmeter bestimmt werden. Das Vorgehen hierbei ist offensichtlich. Die Wahl eines geeigneten Messbereiches erleichtert das Ablesen des Widerstandswertes auf der Skala.

1.5.2 Auswertung

Bei einem Messbereich von 1k Ω erhalten wir einen Widerstandswert R_x vom:

$$R_x = 485\Omega$$

Auch dieser Wert stimmt mit dem theoretischen Wert gut überein. Er überschneidet sich zudem besonders gut mit dem Wert der über das Verfahren nach Wheastone bestimmt wurde, weshalb an dieser Stelle eher von einem tatsächlichen Wert in dieser Größenordnung ausgegangen werden kann.

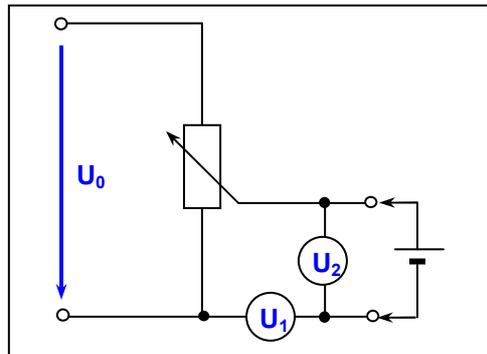
Alles in allem konnte durch die drei Verfahren der Wert von $(470 \pm 23,5)\Omega$ bestätigt und die Zuverlässigkeit dieser Verfahren aufgezeigt werden.

2 Elektrische Messverfahren an Batterien

2.1 Bestimmung der Urspannung mit Kompensationsschaltung

2.1.1 Versuchsdurchführung

Im nächsten Abschnitt werden wir uns nun näher mit den spezifischen Kenngrößen der Batterie beschäftigen. Zunächst soll hierfür die Urspannung, d.h. die Spannung im unbelasteten Zustand, bestimmt werden.



Die entsprechende Kompensationsschaltung ist uns aus der Vorbereitung her bekannt. Wir binden also die Batterie in den Stromkreis ein und variieren den 10kΩ-Potentiometerwiderstand so, dass die Kompensationsspannung der an der Batterie anliegenden Spannung vollständig entgegen wirkt. Dieser Punkt ist genau dann erreicht, wenn das Spannungsmessgerät U_1 eine Differenzspannung von Null Volt anzeigt. Das Messgerät U_2 liefert uns dann genau die zur vollständigen Kompensation nötige

Gegenspannung und damit die Urspannung U der Batterie. Um den Punkt der vollständigen Kompensation möglichst genau einzustellen, wird der Messbereich des Spannungsmessgerätes U_1 nach und nach verringerter und entsprechend des vorliegenden Zeigerausschlags der Potentiometerwiderstand weiter verändert.

2.1.2 Auswertung

Im Falle der vollständigen Kompensation liefert uns das Messgerät U_2 einen Wert von:

$$U = 1,45V$$

Die Urspannung einer vollgeladenen Baby-Batterie, wie sie in unserem Fall verwendet wurde beträgt in aller Regel 1,5V. Wir sehen also, dass wir mit unserem Versuch diesem Wert relativ nahe gekommen sind. Gegebenenfalls ist es auch möglich, dass die Batterie bereits um einen gewissen Wert entladen und die von uns gemessenen Urspannung damit dem korrekten Wert entspricht.

2.2 Bestimmung des Innenwiderstandes einer Batterie

2.2.1 Versuchsdurchführung

Obige Kompensationsschaltung wird nun dazu genutzt um den Innenwiderstand R_i der verwendeten Baby-Batterie zu bestimmen. Hierzu wird im kompensierten Zustand kurzzeitig ein Lastwiderstand an die Batterie angeschlossen und der Spannungswert am Messgerät U_1 beobachtet. Diese Differenzspannung ΔU entspricht hierbei dann genau der am Innenwiderstand der Batterie abgefallenen Spannung. Aus der in der Vorbereitung hergeleiteten Formel kann dann über den Wert des Lastwiderstandes R_L und den Wert der oben bestimmten Urspannung U der benötigte Innenwiderstand R_i bestimmt werden.

Als Lastwiderstand R_L verwenden wir hierbei nacheinander vier Ohm'sche Widerstände der Größe 22Ω, 47Ω, 110Ω und 220 Ω.

2.2.2 Auswertung

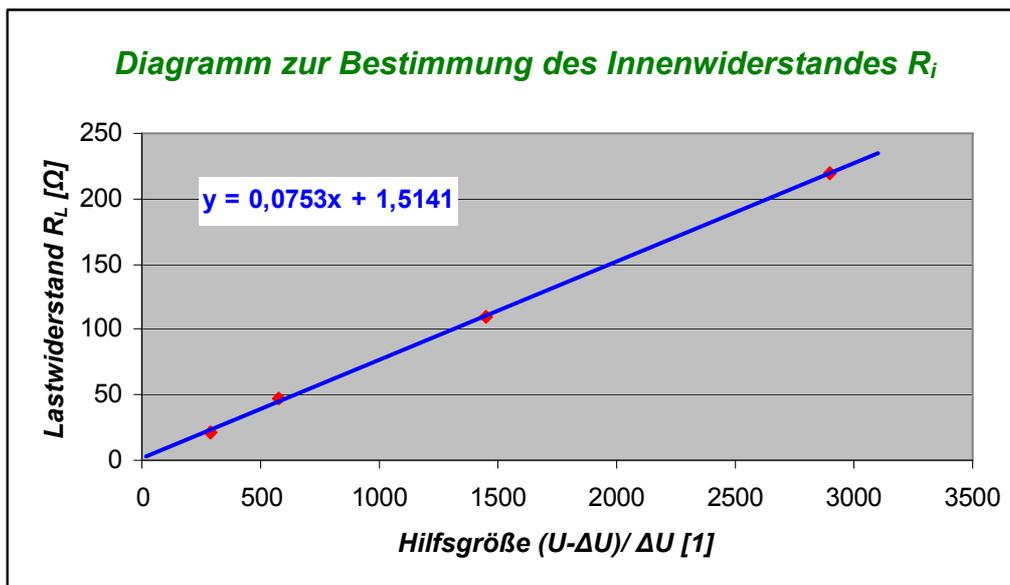
Für den Innenwiderstand gilt die hergeleitete *Formel 3.3.2*:

$$R_i = \frac{R_L \cdot \Delta U}{U - \Delta U} \Leftrightarrow R_i \frac{(U - \Delta U)}{\Delta U} = R_L$$

Aus dem Messdurchgang erhalten wir die folgende Tabelle für die Differenzspannungen:

Lastwiderstand R_L [Ω]	Spannungsdifferenz ΔU [mV]	Hilfsgröße $(U-\Delta U)/\Delta U$ [1]
22	5,0	289
47	2,5	579
110	1,0	1449
220	0,5	2899

Durch Auftragung des linearen Zusammenhangs aus Hilfsgröße und Lastwiderstand R_L kann nach einer linearen Regression der obigen Wertepaare der Innenwiderstand R_i der Batterie aus der Steigung der Regressionsgeraden bestimmt werden.



Aus dem Diagramm erhalten wir also einen Wert für den Innenwiderstand von:

$$R_i = 0,08\Omega$$

Bei der im Versuch verwendeten Batterie handelte es sich aller Wahrscheinlichkeit nach um eine Alkali-Mangan-Batterie. Diese zeichnet sich durch einen theoretischen Wert des Innenwiderstandes R_i von $0,1\Omega$ aus. Im Vergleich hierzu benutzte man früher vorrangig Zink-Kohle-Batterien deren Innenwiderstand rund 5-fach größer ist. In der Praxis bedeutet ein geringer Innenwiderstand R_i , dass die entsprechende Spannungsquelle einen ausreichend hohen Strom liefern kann ohne bei einer gewissen Last zusammenzubrechen. Bei der obigen Alkali-Mangan-Batterie wären das etwa 15A.

Unser im Experiment bestimmter Wert für den Innenwiderstand R_i entspricht also ungefähr dem vermuteten Theoriewert von $0,1\Omega$.

3 Passive Bauelemente an Gleich- und Wechselspannung

3.1 Gleichstromwiderstand einer Spule

3.1.1 Versuchsdurchführung

Analog zum Aufgabenteil 1.5 bestimmen wir nun den Gleichstromwiderstand R einer Spule mit Hilfe des Ohmmeters. Für das fehlerfreie Ablesen von der Skala ist wieder ein entsprechend sinnvoller Messbereich einzustellen.

3.1.2 Auswertung

Wir erhalten durch die Messungen einen Widerstand R von:

$$R = 69\Omega$$

Bei Gleichstrom ist dieser Wert lediglich (nach dem Einschalten!) auf den Leiterwiderstand der einzelnen Windungen zurückzuführen.

3.2 Spule an Wechselspannung kleiner Frequenzen

3.2.1 Versuchsdurchführung

Selbige Spule L wird nun zusammen mit einem in Reihe geschalteten Vorwiderstand R_V der Größe 110Ω an einen Sinusgenerator angeschlossen. Mittels eines digitalen Frequenz- und Spannungsmessgeräts stellen wir die Spannung U_0 am Sinusgenerator auf einen Wert von $0,2V$, die Frequenz auf einen Wert von $30Hz$ ein. Mittels der vorliegenden analogen Spannungsmessinstrumente messen wir nun zusätzlich die Spannung U_R am Vorwiderstand R_V sowie die Spannung U_S über der Spule L .

Aus den in der Vorbereitung hergeleiteten Formeln bestimmen wir mittels der drei gemessenen Spannungswerte den Verlustwiderstand R_S der Spule sowie deren induktiven Blindwiderstand X_L .

3.2.2 Auswertung

Für die drei Spannungen ergeben sich die folgenden Werte:

Spannung	Spannungswert [mV]	Messart
U_0	200,05	digital
U_R	71,00	analog
U_S	175,00	analog

Aus der Vorbereitung gilt für den Verlustwiderstand nach Formel 4.3.3:

$$R_S = R_V \cdot \frac{U_0^2 - U_S^2 - U_R^2}{2 \cdot U_R^2}$$

Mit den bestimmten Spannungswerten folgt:

$$R_S = 110\Omega \cdot \frac{(200,05mV)^2 - (175,00mV)^2 - (71,00mV)^2}{2 \cdot (71,00mV)^2} = 47,50\Omega$$

Für den induktiven Blindwiderstand gilt nach Formel 4.3.5:

$$X_L = \omega \cdot L = \frac{R_V}{U_R} \cdot \sqrt{U_S^2 - U_R^2}$$

Mit den bestimmten Spannungswerten folgt dann auch hier:

$$X_L = \omega \cdot L = \frac{110\Omega}{71,00mV} \cdot \sqrt{(175,00mV)^2 - (71,00mV)^2} = 247,8\Omega \Rightarrow L = \frac{X_L}{2\pi f} = 1,31H$$

Auf dem Aufgabenblatt ist ein theoretischer Wert für die Induktivität L gegeben mit dem Wert:

$$L = 1,00H$$

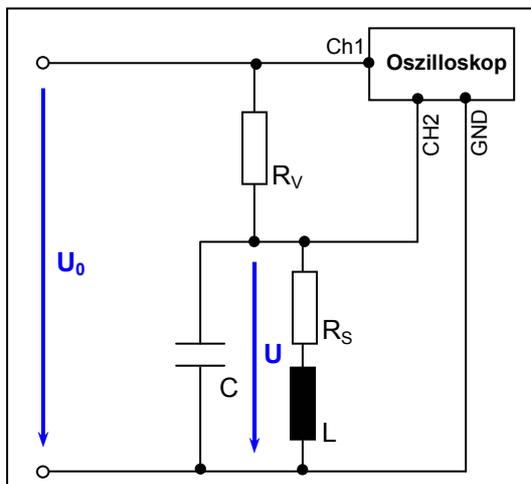
Wir sehen hiermit also, dass die experimentell bestimmte Induktivität L um ca. 30% vom angebenen Wert abweicht, d.h. das unser Wert nicht einmal innerhalb der Bauteiltoleranz von 10% liegt. Ebenso ist der hier berechnete Verlustwiderstand kleiner als der im Aufgabenteil 3.1 bestimmte Leiterwiderstand. Dies führt zu einem Widerspruch, da der Verlustwiderstand im Wechselstromfall zumindest schon mal aus dem Leiterwiderstand und gegebenenfalls zusätzlich aus einem Anteil, der auf beispielsweise die Abstrahlung zurückzuführen ist, besteht. Weiterhin zeigt sich durch Vergleich mit dem Schaltsymbol in der Literaturliste, dass es sich bei der verwendeten Spule um eine Eisenkernspule handelt. Damit sind im Wechselspannungsbetrieb zusätzlich auch Wirbelstromverluste zu beobachten, die den Verlustwiderstand um einen gewissen Faktor erhöhen.

Als Grund für diese beiden Widersprüche sind sicherlich größtenteils wieder die Einflüsse auf die Schaltung durch die verwendeten analogen Messgeräte zu nennen.

3.3 Messungen am Parallelschwingkreis

3.3.1 Versuchsdurchführung

Für die Messungen am Parallelschwingkreis schalten wir zur eben untersuchten Spule mit der Induktivität L parallel einen Kondensator mit der Kapazität C. Diese Parallelschaltung, auch Schwingkreis genannt, wird über einen in Reihe geschalteten $1M\Omega$ -Vorwiderstand R_V an den Sinusgenerator angeschlossen.



Die ausgegebene Spannung U_0 soll hierbei maximal sein. Über ein Oszilloskop vergleichen wir die Ausgangsspannung U_0 mit der Spannung im Schwingkreis U . Die Messung des Spannungswertes U im Schwingkreis erfolgt zusammen mit der Frequenzbestimmung über das oben bereits eingesetzte digitale Messgerät.

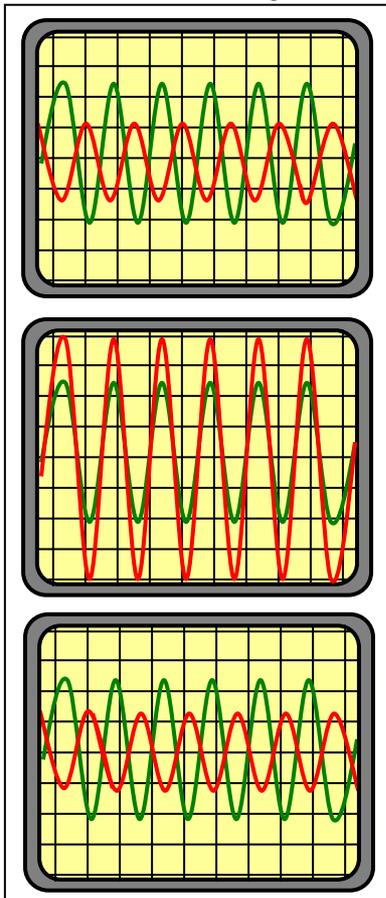
Im Weiteren sollen nun die Phasenverschiebung zwischen der Spannung U_0 und der Spannung U mit Hilfe des Oszilloskops in Abhängigkeit der Frequenz f bestimmt werden. Wegen der mangelhaften Eichung des Zeitbasisgenerators

des Oszilloskops und der damit verbundenen Ungenauigkeiten beim Ablesen entlang der Zeitachse, verzichten wir an dieser Stelle jedoch auf eine genaue Messreihe und beobachten hingegen den Phasengang der Spannung U lediglich qualitativ.

Anders gehen wir bei der Spannungsmessung vor. Da das digitale Frequenz und Spannungsmessgerät doch recht genau ist, legen wir für diese beiden Parameter eine Messreihe an. Der zu untersuchende Messbereich liegt hierbei zwischen 100Hz und 400Hz. Wegen der starken Spannungsänderungen in der Nähe des Resonanzbereiches erfolgt in diesem Bereich eine Untersuchung in 5Hz-Schritten. Außerhalb des Resonanzbereiches kann die Frequenzerhöhung hingegen in 20Hz-Schritten erfolgen. Aus den erhaltenen Messreihen soll dann das Resonanzverhalten dieses Schwingkreises in Form eines Diagramms dargestellt und die Eigenschaften dieser Schaltung näher beschrieben werden.

3.3.2 Auswertung

Bei der Betrachtung des Phasengangs eines Schwingkreises können entsprechend der



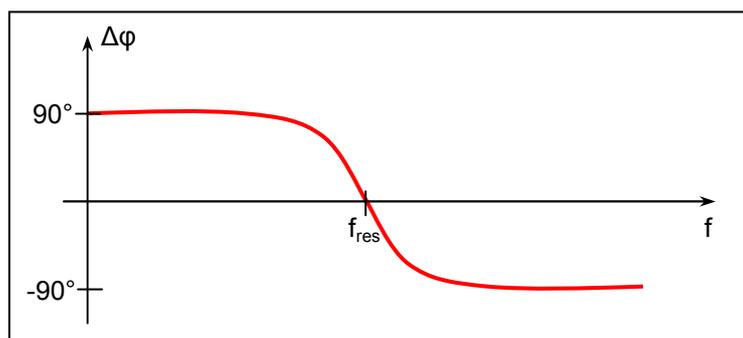
nebenstehenden Grafiken drei markante Bereiche unterschieden werden. Die grüne Kurve veranschaulicht hierbei die konstant gehaltene Ausgangsspannung U_0 des Sinusgenerators. Die rote Kurve hingegen zeigt den Verlauf der frequenzabhängigen Spannung U direkt im Resonanzkreis. Betrachten wir zunächst also den Fall geringer Frequenzen f , welcher in obiger Grafik dargestellt wird. Bei geringen Frequenzen wird der Blindwiderstand des Kondensators verhältnismäßig groß, der Blindwiderstand der Spule dagegen verhältnismäßig klein. Der größte Stromfluss stellt sich damit über die Spule ein, womit das Phasenverhalten größtenteils von der Spule bestimmt wird. Das heißt also, dass die Spannung U im Schwingkreis der angelegten Spannung U_0 bzw. dem angelegten Strom I_0 vorausseilt.

Wird die Frequenzen f weiter erhöht, so steigt der Einfluss des Kondensators immer weiter an, womit auch die Phasenverschiebung in ihrem Wert absinkt. Sie erreicht ihren Nullpunkt schließlich im Resonanzfall mit der Resonanzfrequenz f_{res} . In diesem Fall heben sich die Wirkungen der beiden Bauteile gegenseitig auf. Der Blindwiderstand der Schaltung strebt damit gegen Null, wodurch gleichzeitig der Stromwert gegen unendlich strebt. Für diesen Fall wurde zur Strombegrenzung der zusätzliche Vorwiderstand R_v in die Schaltung eingebaut. Im Resonanzfall erreicht schließlich auch die Spannung U ihr Maximum. Wird die Frequenz f weiter erhöht, so steigt der Einfluss des Kondensators weiter an, der der Spule hingegen fällt weiter ab. Damit erhöht sich

der Blindwiderstand der Schaltung wieder zu Gunsten des Kondensators. Damit muss nun die Spannung U der angelegten Spannung U_0 nacheilen. Die Spannung sinkt logischerweise wieder ab. In den beiden Grenzfällen f gegen Null und f gegen unendlich strebt die Phasenverschiebung gegen 90° bzw. gegen -90° . In diesen Fällen wird das Verhalten nur noch durch eines der Bauteile bestimmt. Im ersten Fall durch die Spule (Kondensator bei Gleichspannung) im zweiten somit durch den Kondensator (unendlich große Gegeninduktivität der Spule).

Der Schwingkreis zeigt also ein charakteristisches Dämpfungsverhalten, indem er alle Frequenzen, die nicht der Resonanzfrequenz f_{res} entsprechen, relativ stark herausfiltert. Ein Schwingkreis eignet sich deshalb besonders gut als Frequenzfilter für einen kleinen Frequenzbereich.

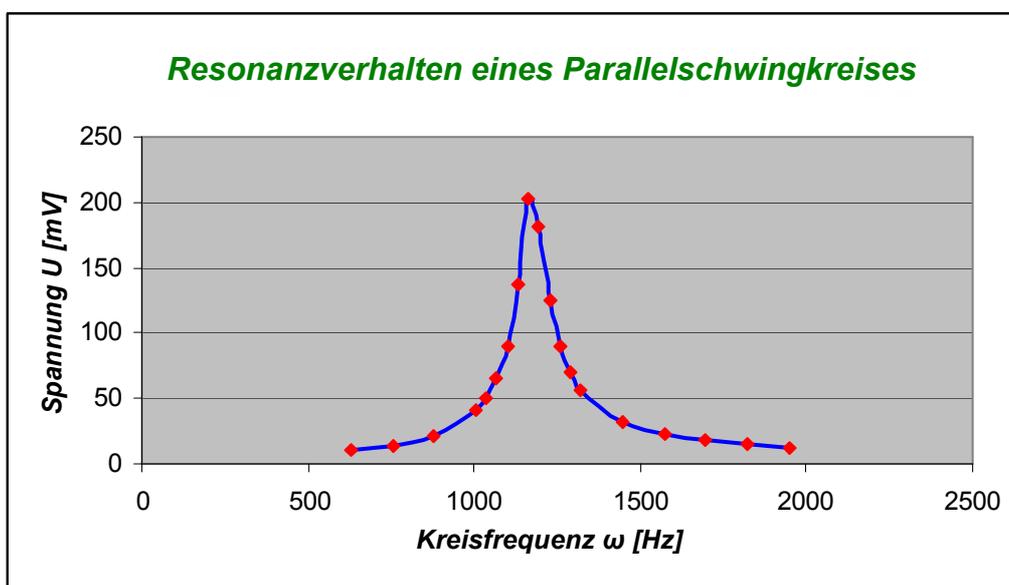
Folgende Skizze soll an dieser Stelle nochmals diesen Phasenverlauf grafisch aufzeigen:



Für den Spannungsverlauf in Abhängigkeit von der Frequenz f bzw. der Kreisfrequenz ω folgt:

Frequenz f [Hz]	Kreisfrequenz ω [Hz]	Spannung U_{eff} [mV]
100,001	628,325	9,997
120,005	754,014	14,138
140,073	880,105	21,998
160,020	1005,435	40,950
165,042	1036,989	50,640
170,035	1068,361	65,446
175,003	1099,576	90,644
180,009	1131,030	137,550
185,018	1162,502	203,460
190,022	1193,943	181,920
195,093	1225,805	125,670
200,050	1256,951	90,614
205,001	1288,059	69,787
210,022	1319,607	56,328
230,002	1445,145	32,104
250,018	1570,909	22,784
270,082	1696,975	17,860
290,057	1822,482	14,691
310,065	1948,196	12,726

Die Auftragung der Spannung U im Resonanzkreis über der Kreisfrequenz ω liefert uns dann eine typische Resonanzkurve untenstehender Form.



Hierbei sehen wir deutlich die Spannungsüberhöhung im Resonanzfall und das oben bereits zu Genüge beschriebene Verhalten in den unterschiedlichen Frequenzbereichen.

Die Resonanzfrequenz f_{res} wird an der Stelle des Spannungsmaximum bestimmt:

$$f_{\text{res}} = 185\text{Hz}$$

Allerdings können an diesen Wert keine allzu großen Genauigkeitsansprüche gestellt werden, da er sich lediglich nach dem von uns bestimmten Spannungsmaximum richtet. Es ist gut möglich, dass bei feineren Frequenzerhöhungen die Spannung ebenfalls noch um einen gewissen Faktor angestiegen und die Resonanzfrequenz f_{res} dementsprechend größer ausgefallen wäre.

Die theoretischen Werte liefern hingegen eine Resonanzfrequenz von:

$$f_{res} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{1}{L \cdot C}} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{1}{1H \cdot 0,47\mu F}} = \underline{232,15Hz}$$

Unser experimentell bestimmter Wert weist also wieder eine gewisse Abweichung zum theoretischen Wert der Resonanzfrequenz f_{res} auf. Man beachte hierbei aber, dass uns der theoretische Wert die Resonanzfrequenz f_{res} des idealen Schwingkreises liefert, d.h. hierbei bleiben die Verlustwiderstände von Spule und Kondensator unberücksichtigt. Wir können an dieser Stelle somit lediglich die Größenordnung des Wertes bestimmen und dieser scheint mit der unseren zu korrelieren.

Zusätzlich wurde die Resonanzfrequenz über die Methode der Phasenbeobachtung am Oszilloskop bestimmt. Nach obigen Erklärungen ist die Resonanzfrequenz f_{res} diejenige Frequenz bei der eine Phasenverschiebung zwischen der Eingangsspannung U_0 und der Spannung U von Null Grad auftritt. Wir verstellen die Frequenz also so lange bis wir genau diesen Fall am Oszilloskop beobachten.

Diese Methode liefert uns letztlich einen Wert von:

$$f_{res} = 186,07Hz$$

Damit zeigt sich, dass der von uns oben bestimmte experimentelle Wert doch recht genau zu sein scheint. Der Theoriewert erweist sich dagegen wegen der Vernachlässigung der Verlustwiderstände als recht ungenau.

Weiterhin können wir aus dem Diagramm direkt die ungefähre Halbwertsbreite $\Delta\omega$ ermitteln. Diese ergibt sich aus dem Abstand zwischen den beiden Frequenzen an denen jeweils eine Spannung U erreicht wird, die der halben Resonanzspannung entspricht.

In unserem Fall entspricht das einem Spannungswert von:

$$\frac{U_{res}}{2} = 101,73mV$$

Aus dem Diagramm ergibt sich dann eine ungefähre Halbwertsbreite $\Delta\omega$ von:

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = (1250 - 1110)Hz = 140Hz$$

Problematisch bei der Bestimmung dieses Wertes ist es, dass anhand des von Microsoft Excel erstellten Kurvenprofils abgelesen wurde. Es stellt sich deshalb die Frage wie genau dieser Verlauf dem tatsächlichen Verlauf entspricht. Da jedoch, wie gesehen, eine gewisse Anzahl an Wertepaaren aufgenommen wurde, können wir sicherlich von einer einigermaßen genauen Betrachtungsweise für die Halbwertsbreite $\Delta\omega$ ausgehen.

Als weitere Kenngröße des Parallelschwingkreises bestimmen wir im Folgenden nun den so genannten Resonanzwiderstand R_r . Dieser beschreibt den Widerstand des Schwingkreises im Resonanzfall.

Hierzu benötigen wir nach dem Ohm'schen Gesetz folgende Formel:

$$R_r = \frac{U_{res}}{I_{res}}$$

Die Spannung U_{res} im Resonanzfall ist uns aus obiger Messreihe bekannt. Der Strom I_{res} im Resonanzfall hingegen noch vorerst unbekannt. Allerdings wissen wir, dass die nahezu gesamte Spannung des Sinusgenerators in diesem Fall am Vorwiderstand R_v abfällt (1M Ω)

In einem noch folgenden Versuch bestimmten wir die Ausgangsspannung U_0 des Sinusgenerators auf einen Wert von 8,97V.

Damit folgt dann für den Strom I_{res} im Resonanzfall:

$$I_{res} = \frac{U_0}{R_V} = \frac{8,97V}{1M\Omega} = 8,97\mu A$$

Damit folgt für den Resonanzwiderstand R_r schließlich:

$$R_r = \frac{U_{res}}{I_{res}} = \frac{203,46mV}{8,97\mu A} = 22,86k\Omega$$

Eine Aussage über die Richtigkeit dieses Wertes können wir an dieser Stelle nicht liefern. Jedoch ist es uns möglich mit einer weiteren Formel, die in der Vorbereitung bereits erwähnt wurde, aus dem Resonanzwiderstand R_r und der Halbwertsbreite $\Delta\omega$ der verwendeten Schaltung die Kapazität C zu berechnen. Über den rückwirkenden Vergleich zwischen diesem berechneten und dem auf dem Aufgabenblatt gegebenen Wert kann dann auch eine ungefähre Aussage über die Richtigkeit dieses Wertes getroffen werden.

Die hier benötigte Formel lautet:

$$R_r = \frac{\sqrt{3}}{C \cdot \Delta\omega} \Leftrightarrow C = \frac{\sqrt{3}}{R_r \cdot \Delta\omega}$$

Mit den bestimmten Werten erhalten wir dann eine Kapazität C von:

$$C = \frac{\sqrt{3}}{22,86k\Omega \cdot 140Hz} = 0,54\mu F$$

Der hier berechnete Wert für die Kapazität C kommt dem theoretischen Wert von $0,47\mu F$ also schon recht nahe. Das spricht trotz der ungenauen Ablesemethode für die Halbwertsbreite $\Delta\omega$ aus dem Diagramm und der Näherung bei der Betrachtung des fließenden Stromes I_{res} im Resonanzfall für eine recht genaue Messung.

Als letzte Kenngröße des Parallelschwingkreises bestimmen wir nun noch den weiter oben schon angesprochenen Verlustwiderstand R der beiden beteiligten Bauteile. Dieser berechnet sich aus der Induktivität L und der Halbwertsbreite $\Delta\omega$ der Schaltung.

Es folgt also für den Verlustwiderstand R :

$$R = \frac{\Delta\omega \cdot L}{\sqrt{3}} = \frac{140Hz \cdot 1H}{\sqrt{3}} = 46,67\Omega$$

Dieser Wert ist ein Maß für die Dämpfung des Schwingkreises. Er liefert also eine Aussage über die durch Wärmeerzeugung aus dem System abgeführt Energie.

Als ein Maß für die Ausprägtheit des Resonanzextremes zieht man häufig die so genannte Güte Q des Schwingkreises heran.

Diese berechnet sich aus:

$$Q = \frac{f_0}{\Delta\omega}$$

f_0 setzt sich hierbei aus dem geometrischen Mittel der beiden Grenzfrequenzen f_1 und f_2 zusammen, bei denen die Spannung lediglich noch das 0,707-fache der Spannung im Resonanzfall beträgt. Dieser Wert wurde in der Aufgabenstellung jedoch nicht gefordert.

3.4 Wechselstromwiderstände von Spule und Kondensator

3.4.1 Versuchsdurchführung

In der vorausgegangenen Aufgabe wurden die Theoriewerte der Induktivität L und der Kapazität C bereits ohne weiteres für die Berechnungen eingesetzt. In diesem Versuch sollen diese Werte nun aber über das Wechselstromverhalten der betreffenden Bauteile ermittelt werden. Hierzu schließen wir das entsprechende Bauteil jeweils an die maximal vom Sinusgenerator lieferbare Spannung U_0 an und messen jeweils mittels einer spannungsrichtigen Messschaltung Spannung und Strom an der Spule. Um später einen Vergleich über die Richtigkeit der bestimmten Werte durchführen zu können, verwenden wir eine Frequenz f , die der oben bestimmten Resonanzfrequenz f_{res} entspricht.

3.4.2 Auswertung

Für die unabhängigen Messungen beider Bauteile ergeben sich folgende Werte:

Spule		Kondensator	
Stromstärke [mA]	Spannung [V]	Stromstärke [mA]	Spannung [V]
4,9 (10mA)	8,15 (10V)	5,65 (10mA)	8,15

Aus Aufgabe 1.3. folgt für den spannungsrichtigen Fall für den Widerstand X :

$$X = \frac{1}{\frac{I}{U} - \frac{1}{R_i^U}}$$

Bei einem Innenwiderstand R_i^U von $100\text{k}\Omega$ beim gegebenen Messbereich folgt dann:

$$X_L = \frac{1}{\frac{4,9\text{mA}}{8,15\text{V}} - \frac{1}{100\text{k}\Omega}} = 1.691\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\frac{5,65\text{mA}}{8,15\text{V}} - \frac{1}{100\text{k}\Omega}} = 1.464\Omega$$

Wir sehen, dass die beiden Widerstandswerte um ca. 15% voneinander abweichen. Bei der vorliegenden Resonanzfrequenz f_{res} müssten die beiden Werte wie bereits mehrfach erwähnt jedoch identisch sein. Gegebenenfalls wurde trotz möglichst präziser Bestimmung der Resonanzfrequenz f_{res} der Wert leicht verfehlt.

Aus den obigen Widerstandswerten sollen nun zuletzt noch die Induktivität L und die Kapazität C der verwendeten Bauteile ermittelt und mit den theoretischen Werten verglichen werden.

Es gelten hierbei die allgemein bekannten Formeln:

$$L = \frac{X_L}{2\pi \cdot f} = \frac{1.691\Omega}{2\pi \cdot 186,07\text{Hz}} = 1,45\text{H}$$

$$C = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot X_C} = \frac{1}{2\pi \cdot 186,07\text{Hz} \cdot 1.464\Omega} = 0,58\mu\text{F}$$

Wir sehen, dass die von uns bestimmten Werte beide jeweils einen zu großen Wert für die Induktivität L bzw. die Kapazität C liefern. Als Grund spielt hierbei sicherlich der zusätzlich gemessene Verlustwiderstand des jeweiligen Bauteiles eine tragende Rolle.

3.5 Innenwiderstand des Sinusgenerators

3.5.1 Versuchsdurchführung

Zu guter Letzt wollen wir nun noch den in den vorausgegangenen Versuchen des Öfteren eingesetzten Sinusgenerator näher untersuchen. Hierbei sollen wir zunächst den Innenwiderstand dieser Spannungsquelle bestimmen. Dafür wird anfangs die maximal auszubehende Spannung U_{\max} mit dem digitalen Spannungsmessgerät bestimmt.

Anschließend schließen wir an die Anschlussklemmen des Generators einen regelbaren $1k\Omega$ -Widerstand an und verändern dessen Wert solange, bis der Spannungsabfall am Potentiometer genau der Hälfte der Maximalspannung U_{\max} beträgt. Über ein Ohmmeter können wir dann den Potentiometerwiderstand bestimmen, der gleichzeitig dem Innenwiderstand R_i entspricht. Mittels dieses Innenwiderstandes R_i kann dann auch die maximale Ausgangsleistung P_{\max} bestimmt werden.

3.5.2 Auswertung

Für die maximale Spannung U_{\max} erhalten wir einen Wert von:

$$U_{\max} = 8,9704V$$

Für den Innenwiderstand R_i folgt dann nach Messung mit dem Ohmmeter:

$$R_i = R_{pot} = 600,87\Omega$$

Für die maximale Ausgangsleistung P_{\max} gilt schließlich mit der entsprechenden Formel:

$$P_{\max} = \frac{U_0^2}{4 \cdot R_i} = \frac{(8,9704V)^2}{4 \cdot 600,87\Omega} = \underline{33,48mW}$$