

Vorbereitung

Elektrische Messverfahren

Carsten Röttele

20. Dezember 2011

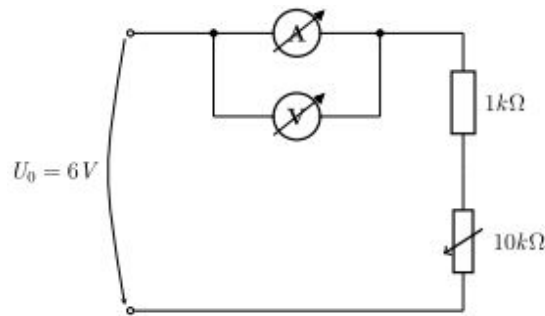
Inhaltsverzeichnis

1	Messungen bei Gleichstrom	2
1.1	Innenwiderstand des μA -Multizets	2
1.2	Innenwiderstand des $\text{AV}\Omega$ -Multizets	2
1.3	Bestimmung eines unbekannten Widerstandes	3
1.3.1	Spannungsrichtige Schaltung	3
1.3.2	Stromrichtige Schaltung	4
1.4	Wheatstonesche Brückenschaltung	4
1.5	Widerstandsmessung mit einem μA -Multizet	5
1.6	Ursprung einer Trockenbatterie durch Kompensationsschaltung	5
1.7	Innenwiderstand einer Trockenbatterie	6
2	Messungen bei Wechselstrom	6
2.1	Gleichstromwiderstand einer Spule	7
2.2	Induktivität L und Verlustwiderstand R einer Spule	7
2.3	Parallelschwingkreis und Resonanzverhalten	8
2.4	Wechselstromwiderstände von Spule und Kondensator	9
2.5	Innenwiderstand des Sinusgenerators	10
3	Quellen	10

1 Messungen bei Gleichstrom

1.1 Innenwiderstand des μA -Multizets

Zunächst soll der Innenwiderstand R_i^I eines Strommessinstrumentes bestimmt werden. Dazu muss folgende Schaltung aufgebaut werden:



Wie man anhand der Schaltskizze erkennen kann, werden zwei Widerstände in Reihe mit einem Strommessgerät in Reihe geschaltet. Hierbei hat man laut Aufgabenstellung einen festen $1k\Omega$ -Widerstand und einen $10k\Omega$ -Regelwiderstand. Zudem legen wir eine Gleichspannung von $6V$ an, um anschließend den Strom mithilfe des Potentiometers auf $I_0 = 1mA$ regeln. Man liest nun den Wert des Potentiometers ab und schaltet danach ein $AV\Omega$ -Multizet parallel zum Strommessinstrument, um die daran anliegende Spannung zu messen. Schließlich erhält man den Innenwiderstand über die Beziehung:

$$R_i^I = \frac{U}{I}$$

1.2 Innenwiderstand des $AV\Omega$ -Multizets

Als nächstes wird nun der Innenwiderstand des $AV\Omega$ -Multizets gemessen. Hierzu wird angenommen, dass der Strom sich fast nicht ändert, wenn man das Spannungsmessgerät in Aufgabe 1.1 anschließt. Durch den uns am Strommessgerät angezeigten Strom I können wir dann den Widerstand wie folgt berechnen:

$$R_i^U = \frac{U}{I_0 - I}$$

Diese Vorgehensweise stimmt jedoch nicht genau, da wir durch das Parallelschalten des Strommessinstrumentes den Gesamtwiderstand und dadurch auch I_0 verändert haben. Wenn man das Ganze genauer betrachtet, so erhält man:

$$R_{ges} = R_{Pot} + R + \frac{R_i^I \cdot R_i^U}{R_i^I + R_i^U}, \text{ wobei } R = \frac{U_0}{I_0}$$

Dadurch lässt sich nun I_0 , neu bestimmen mit:

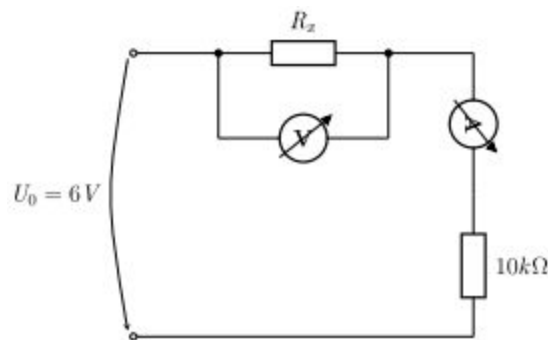
$$I_1 = \frac{U}{R_{ges}}$$

Diesen Wert kann man nun in die obige Formel für I_0 einsetzen und man erhält einen neuen Wert für den Widerstand. Diese Vorgehensweise lässt sich beliebig oft wiederholen und man erhält immer einen genaueren Wert, welcher konvergieren sollte.

1.3 Bestimmung eines unbekannten Widerstandes

Hierzu wird ein unbekannter Widerstand R_X in Reihe mit einem $10k\Omega$ -Widerstand und mit dem in Aufgabe 1.1 verwendeten Strommessgerät geschaltet. Wieder soll eine Spannung von $6V$ angelegt werden. Dabei soll der Widerstand mit zwei verschiedenen Methoden bestimmt werden:

1.3.1 Spannungsrichtige Schaltung



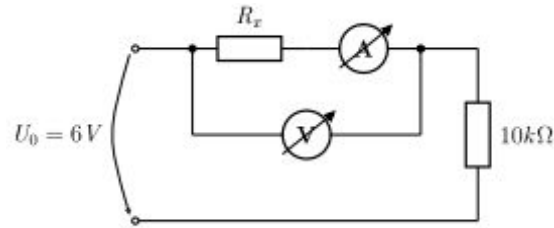
Wie man anhand des Schaltplans erkennt, wird hier die Spannung nur am unbekannten Widerstand gemessen. Man erhält dadurch zwar eine genaue Spannung, dafür ist die Stromstärke aber nicht mehr genau. Deshalb ist diese Methode vor allem für kleine Widerstände gut.

Wenn man dann die Spannung und den Strom misst, so ergibt sich:

$$I_x = I - I_U$$

$$\Rightarrow R_x = \frac{U}{I - \frac{U}{R_i}}$$

1.3.2 Stromrichtige Schaltung

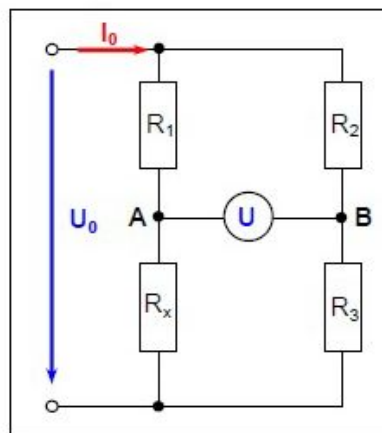


Nun misst man die Spannung am Ampèremeter und am Widerstand, anstatt nur am unbekannten Widerstand. Wir haben nun einen Messfehler bei der Spannung. Deshalb eignet sich diese Methode für große Widerstände. Man erhält:

$$U_x = U - IR_i$$
$$\Rightarrow R_x = \frac{U}{I} - R_i^I$$

Anschließend soll man noch die Messgeräte tauschen und das ganze nochmal durchführen. Anhand der Formeln kann man sehen, dass der Innenwiderstand eines Strommessgerätes möglichst klein sein sollte, damit da fast keine Spannung abfällt und dagegen sollte der Innenwiderstand eines Spannungsmessgerätes möglichst groß sein, da an ihm kein Strom abfallen soll.

1.4 Wheatstonesche Brückenschaltung



Bei der Wheatstoneschen Brückenschaltung wollen wir wieder den uns unbekannten Widerstand R_x messen. Wir verwenden hierfür einmal ein lineares $1k\Omega$ Potentiometer und einen bekannten, festen $1k\Omega$ Widerstand, welcher mit unserem unbekannten Widerstand

R_x in Reihe geschlossen ist. Zudem bauen wir einen Strombegrenzungswiderstand mit 220Ω ein. Nun muss man das Potentiometer über das μA -Multizet mit den zwei in Reihe geschlossenen Widerständen verbinden.

Wenn man nun den Potentiometer regelt, sodass am Spannungsmessgerät $0V$ angezeigt wird, so können wir den Widerstand bestimmen durch:

$$R_x = \frac{R_1}{R_2} \cdot R_3$$

Der Vorteil der Apparatur ist natürlich, dass hier der Innenwiderstand des Messgerätes keine Rolle spielt, was man auch anhand der Formel ablesen kann.

1.5 Widerstandsmessung mit einem μA -Multizet

Jetzt soll der Widerstand mithilfe des Ohmmeters des Strommessgerätes bestimmt werden. Hierbei ist das Ohmmeter durch eine Reihenschaltung zwischen der Spannungsquelle, des Strommessgerätes und dem Widerstand aufgebaut. Man hat nun eine konstante Spannung und misst den Strom. Über das Ohmsche Gesetz erhält man dann für den Widerstand:

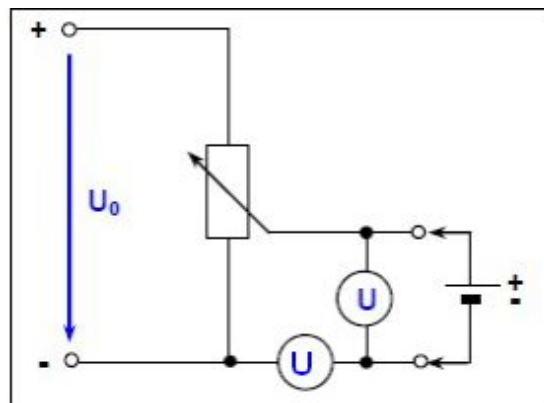
$$R_x = \frac{U}{I}$$

Es ist offensichtlich, dass der Widerstand umgekehrt proportional zum gemessenen Strom ist.

Will man jetzt aber eine lineare Skala haben, so muss man einen konstanten Strom haben und man misst stattdessen die Spannung.

1.6 Ursprungung einer Trockenbatterie durch Kompensationsschaltung

In diesem Aufgabenteil wird die Ursprungung einer Trockenbatterie gemessen. Dazu wird folgende Schaltung aufgebaut:

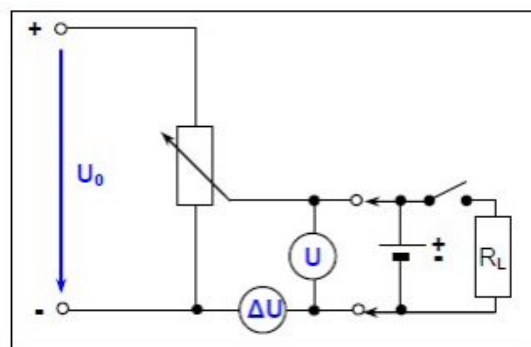


Man hat hier wieder ein Potentiometer, welches man so einstellen soll, damit das Spannungsmessgerät 0V anzeigt. Wenn man das erreicht hat, sind beide Spannungen auf dem gleichen Potential und man kann dadurch auf dem $\text{AV}\Omega$ -Messgerät die Spannung der Batterie ablesen.

Diese Methode ist vor allem sinnvoll, wenn man eine Spannungsquelle hat, deren Innenwiderstand nicht vernachlässigbar klein ist.

1.7 Innenwiderstand einer Trockenbatterie

Hierzu wird die selbe Schaltung aufgebaut, wie im vorherigen Aufgabenteil, man schaltet jetzt nur noch kurzzeitig Lastwiderstände R_L von 220Ω , 110Ω , 47Ω und 22Ω parallel zur Trockenbatterie. Hierdurch ergibt sich folgender Aufbau:



Es ist wichtig, dass man den neuen Widerstand erst hinzu schaltet, wenn sich wie in Aufgabenteil 1.6 die beiden Spannungen kompensiert haben. Nachdem der neue Widerstand angebracht wurde liest man am Spannungsmessgerät die Differenzspannung ΔU ab und kann dadurch dann den Innenwiderstand folgendermaßen berechnen:

$$\begin{aligned}\Delta U &= R_{bat} \cdot I \\ U_0 - \Delta U &= R_L \cdot I \\ \Rightarrow R_{bat} &= R_L \cdot \frac{\Delta U}{U_0 - \Delta U}\end{aligned}$$

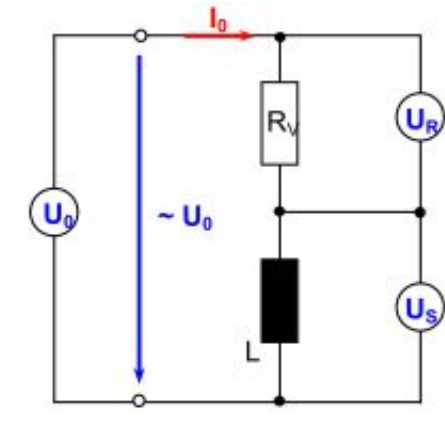
2 Messungen bei Wechselstrom

Im Unterschied zum Gleichstrom, bei dem es nur reelle Widerstände gibt, muss man bei Wechselstrom jetzt noch die Phasenverschiebung dazu nehmen. Hier spricht man jetzt von sogenannten Impedanzen, welche jetzt auch einen Imaginärteil haben können. Zudem ist es nützlich zu wissen, was bei den von uns benutzten Bauelementen passiert, nämlich bei einer Spule und bei einem Kondensator. Bei einer Spule eilt die Spannung dem Strom um 90° voraus, während beim Kondensator der umgekehrte Fall eintritt; die Spannung hinterher "hängt".

2.1 Gleichstromwiderstand einer Spule

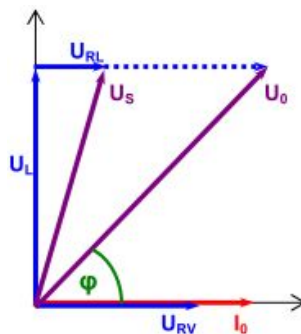
Der Widerstand der Spule bei Gleichstrom lässt sich genau gleich wie in Aufgabe 1.5 mit Hilfe des Ω -Messbereichs des μA -Multizets bestimmen.

2.2 Induktivität L und Verlustwiderstand R einer Spule



Jetzt wird eine Spule mit einem 110Ω -Vorwiderstand in Reihe geschaltet und an einen Sinusgenerator angeschlossen. Dieser soll auf etwa $0,2\text{V}$ eingestellt werden. Außerdem sollen die Spannungen an der Spule, am Generator und am Widerstand gemessen werden.

Um auf die Induktivität L und den Widerstand R_L zu kommen, ist es sinnvoll sich das zugehörige Zeigerdiagramm anzuschauen:



Man erkennt mit Hilfe des Kosinussatzes, dass gilt:

$$U_L^2 = U_0^2 + U_R^2 - 2U_0 \cdot U_R \cdot \cos \varphi$$

$$\Rightarrow \cos \varphi = \frac{U_0^2 + U_R^2 - U_L^2}{2U_0 \cdot U_R}$$

Außerdem gilt für die Phasenverschiebung:

$$\cos \varphi = \frac{U_R + U_S}{U_0} = \frac{U_R + I_0 \cdot R_L}{U_0} = \frac{U_R + \frac{U_R}{R_V} \cdot R_L}{U_0}$$

Indem man diese beiden Gleichungen gleichsetzt erhält man für den Widerstand der Spule:

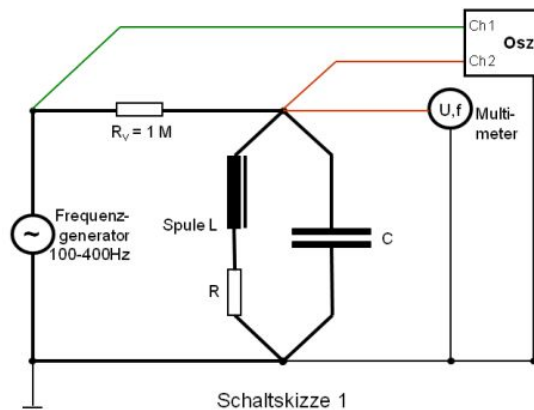
$$R_L = R_V \cdot \frac{U_0^2 - U_L^2 - U_R^2}{2 \cdot U_R^2}$$

Da nun der ohmsche Widerstand R_L bekannt ist, können wir nun die Induktivität bestimmen:

$$\begin{aligned} \omega L &= \sqrt{Z^2 - R_L^2} = \sqrt{\left(\frac{U_L}{U_R}\right)^2 \cdot R_V^2 - R_L^2} \\ \Rightarrow L &= \frac{1}{\omega} \frac{R_V}{U_R} \sqrt{4U_L^2 - \frac{1}{U_R^2}(U_0^2 - U_L^2 - U_R^2)^2} \end{aligned}$$

2.3 Parallelschwingkreis und Resonanzverhalten

Der Aufbau der Schaltung kann man dem Aufgabenblatt entnehmen:



Man schaltet hier eine Spule mit einem Kondensator parallel, wobei man zusätzlich wieder einen Vorwiderstand an den Sinusgenerator einbaut. Außerdem benötigt man auch noch ein Spannungsmessgerät und ein Oszilloskop. Die Aufgabe ist es nun die Spannung am Resonanzkreis und die Phasenverschiebung bei verschiedenen Frequenzen messen. Diese soll man dann jeweils in einem Diagramm über die Frequenz auftragen. Nun sollen zuerst die Resonanzkreisfrequenz ω_0 und die Halbwertsbreite $\Delta\omega$ bestimmt

werden. Hierbei berechnet sich die Resonanzkreisfrequenz über:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Im Normalfall erhält man wenn man die Spannung über die Frequenz aufträgt einen Hochpunkt an der Stelle ω_0 bei einer gemessenen Spannung U_{max} . Die Halbwertsbreite ist jetzt der Abstand zwischen den beiden Schnittpunkten wenn man eine zur x-Achse parallele Gerade durch $U_{max}/2$ macht.

Auch sollen die Induktivität, der Verlustwiderstand und die Kapazität berechnet werden. In der Vorbereitungshilfe wurden die Formeln dafür schon hergeleitet, nämlich:

$$C = \frac{\sqrt{3}}{\Delta\omega R_r}; \quad L = \frac{1}{\omega_0^2 \cdot C} \quad \text{und} \quad R = \frac{\Delta\omega L}{\sqrt{3}}$$

2.4 Wechselstromwiderstände von Spule und Kondensator

Hier sollen die Induktivität von einer Spule und die Kapazität eines Kondensators bestimmt werden. Hierzu werden zwei separate Schaltungen aufgebaut, bei denen man jeweils den Strom und die Spannung am jeweiligen Bauelement misst bei der eben bestimmten Frequenz ω_0 .

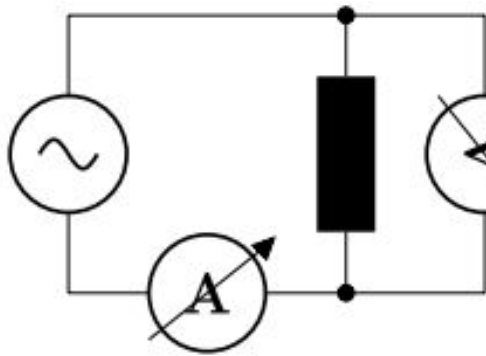


Abbildung 1: Spule

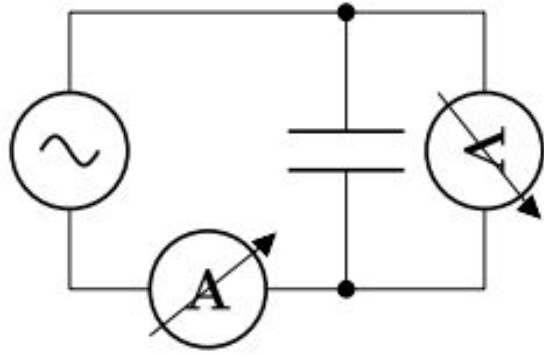


Abbildung 2: Kondensator

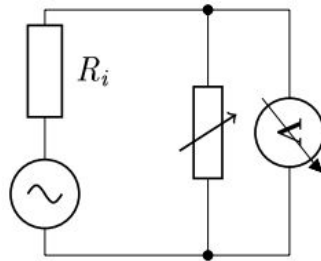
Mit dem Ohmschen Gesetz $X = \frac{U}{I}$ ergibt sich dann:

- Spule: $X_L = \omega L \Rightarrow L = \frac{X_L}{\omega}$, wobei $X_L = \sqrt{Z_L^2 - R_L^2}$
- Kondensator: $X_C = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega X_C}$

Wie schon oben erwähnt gilt in unserem Fall $\omega = \omega_0$.

Es ist nicht sinnvoll eine Messung, wie in Aufgabenteil 2.2 durchzuführen, da die Frequenz von 30Hz zu klein ist. Da bei hohen Frequenzen die Impedanz einer Spule sehr groß ist, wird der Verlustwiderstand vernachlässigbar klein. Somit ist die Messung des Verlustwiderstandes sehr schwierig.

2.5 Innenwiderstand des Sinusgenerators



Zum Schluss soll noch der Innenwiderstand des Sinusgenerators bestimmt werden. Man muss nun das $1\text{k}\Omega$ -Potentiometer so einstellen, dass dort die halbe Leerlaufspannung $\frac{U_0}{2}$ abfällt, da in diesem Fall der Innenwiderstand des Generators genau so groß ist wie der Widerstand des eingestellten Potentiometers.

Zudem soll noch die maximale Ausgangsleistung berechnet werden. Für die Leistung gilt allgemein:

$$P = U_P \cdot I = R_R \cdot I^2 = R_P \cdot \frac{U_0^2}{(R_P + R_I)^2}$$

Um ein Maximum zu erhalten, muss man natürlich die Ableitung gleich null setzen:

$$\frac{dP}{dR_P} = U_0^2 \frac{R_I - R_P}{(R_P + R_I)^3} \stackrel{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow R_I = R_P$$

Damit ergibt sich für unsere maximale Ausgangsleistung des Sinusgenerators:

$$P_{max} = \frac{U_0^2}{4R_I^2} = \frac{U_0^2}{4R_P^2}$$

3 Quellen

- Musterprotokolle
- Literaturnmappe

Vorbereitung

Elektrische Messverfahren

Stefan Schierle

Versuchsdatum: 20. 12. 2011

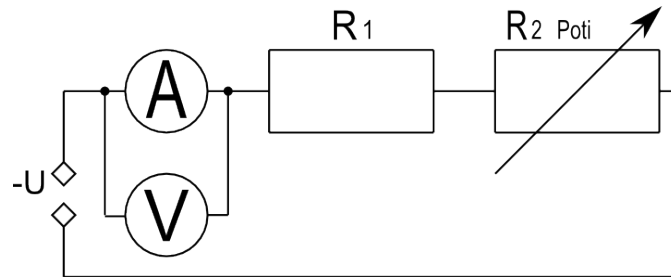
Inhaltsverzeichnis

1	Widerstandsmessung	2
1.1	Messung des Innenwiderstands R_i^I des μA -Multizets	2
1.2	Berechnung des Innenwiderstandes R_i^U des V-Multizets	2
1.3	Bestimmung eines unbekannten Widerstandes	3
1.4	Wheatstonesche Brückenschaltung	5
1.5	Messung von R_x durch den Ω -Messbereich des μA -Multizets	6
1.6	Urspannung einer Trockenbatterie (mit Kompensationsschaltung)	6
1.7	Messung des Innenwiderstandes der Trockenbatterie	7
2	Kondensator und Spule im Wechselstromkreis	8
2.1	Messung des Gleichstromwiderstandes der Spule mit dem μA -Multizet	8
2.2	Messung der Induktivität L und des Verlustwiderstandes R der Spule	8
2.3	Parallelschwingkreis	10
2.4	Wechselstromwiderstände	11
2.5	Innenwiderstand des Sinusgenerators	12

1 Widerstandsmessung

1.1 Messung des Innenwiderstands R_i^I des μA -Multizets

Für die Messung des Innenwiderstands bauen wir die Schaltung wie in der Aufgabenstellung beschrieben auf.



Schaltskizze

Aufgrund der konstanten Stromstärke der Reihenschaltung der Widerstand des Multizets ermitteln, indem man die an ihm angelegte Spannung misst.

Um die geforderten $1mA$ bei $6V$ Eingangsspannung zu erhalten muss der Regelwiderstand entsprechend eingestellt werden. Nachdem dies geschehen ist, wird das Spannungsmessinstrument dazugeschaltet, mit dem die am Strommessgerät anliegende Spannung ermittelt werden kann.

Durch das Ohmsche Gesetz lässt dich nun der Innenwiderstand R_i^I des Messinstrumentes Berechnen (I_A ist der angezeigte Strom):

$$R_i^I = \frac{U_i}{I_A}$$

1.2 Berechnung des Innenwiderstandes R_i^U des V-Multizets

Durch das Parallelschalten des Spannungsmessinstrumentes bleibt zwar die an den Knoten zufließende und abfließende Ladung pro Zeit konstant (Kirchhoffsche Knotenregel), jedoch teilt sich der der Strom im Parallelabschnitt bei konstanter Spannung auf. Es ist also zu erwarten, dass die angezeigte Stromstärke aus 1.1 beim zuschalten des Spannungsmessinstrumentes ab nimmt.

Da der Strom von ursprünglich einem Milli-Ampère in der Parallelschaltung konstant sein müsste, muss die Differenz der am Strommessgerät angezeigten Stromstärken dem Strom durch das Spannungsmessgerät entsprechen:

$$R_i^U = \frac{U_i}{\Delta I}$$
$$R_i^U = \frac{U_i}{I - I'}$$

Diese Annahme ist aber nur bei einer minimalen Änderung des Gesamtstromes durch das Anschließen des Messgerätes möglich. Da dies hier nicht garantiert werden kann,

wird die Formel auf den allgemeinsten Fall angepasst, indem man unter Zuhilfenahme des oben ermittelten Widerstandes den Gesamtstrom neu berechnet:

$$R_{ges} = R_1 + R_2 + R_{parallel}$$

$$R_{ges} = R_1 + R_2 + \left(\frac{1}{R_i^I} + \frac{1}{R_i^U} \right)^{-1}$$

$$I_{ges} = \frac{U}{R_{ges}}$$

Durch diese iterative Lösung erhält man einen neuen, genaueren Wert für den gesuchten Innenwiderstand.

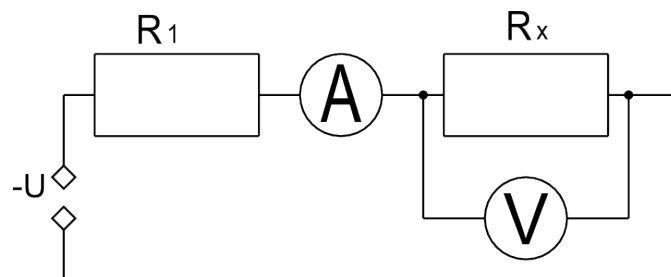
Bei den gesamten Messungen bleibt die angelegte Spannung an der Gesamtschaltung konstant bei 6V.

1.3 Bestimmung eines unbekannten Widerstandes

Es sollen ein $10k\Omega$ -Widerstand (R_1), der unbekannte Widerstand R_x und ein Strommessgerät in Reihe geschaltet werden. Nun soll die Spannung strom- und spannungsrichtig gemessen werden. Angelegt wird eine Spannung von 6V

spannungsrichtig

Bei der spannungsrichtigen Messung wird direkt am unbekannten Widerstand R_x die Spannung gemessen.



Spannungsrichtige Messung

Bei dieser Messmethode ist zu beachten, dass sich der Strom durch die Gesamtschaltung ändert, da der Widerstand R_x in einer Parallelschaltung verbaut ist, deren Gesamtwiderstand $R_{ers} = \left(\frac{1}{R_x} + \frac{1}{R_i^U} \right)^{-1}$ durch den Innenwiderstand des Messgerätes beeinflusst wird.

Zunächst soll der Innenwiderstand der Messgeräte vernachlässigt werden. Der gesuchte Widerstand lässt sich dann wie folgt berechnen:

$$R_x = \frac{U_x}{I}$$

Sollen die Innenwiderstände der Messapparaturen berücksichtigt werden, so muss der Strom, der tatsächlich am Widerstand anliegt (I_R) durch den Gesamtstrom (I_A), der am Strommessgerät angezeigt wird, und den zu berechnenden Strom am Spannungsmessgerät (I_V) ermittelt werden:

$$I_A = I_R + I_V$$

$$I_R = I_A - I_V$$

$$= I_A - \frac{U_x}{R_i^U}$$

$$I_V = \frac{U_x}{R_i^U}$$

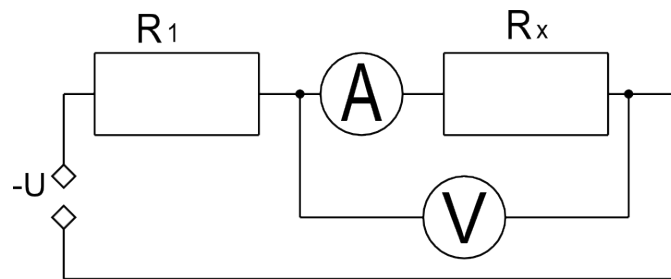
Damit ergibt sich für den unbekannten Widerstand:

$$R_x = \frac{U_x}{I_R}$$

$$R_x = \frac{U_x}{I_A - \frac{U_x}{R_i^U}}$$

stromrichtig

Bei der stromrichtigen Messung wird das Spannungsmessgerät so geschaltet, dass es die Spannung von Strommessgerät und Widerstand misst. Stromrichtig daher, da das Strommessinstrument nun den tatsächlichen Strom durch den Widerstand misst. Die angezeigte Spannung aber ist die Summe aus den am Innenwiderstand des Ampèremeters und am Widerstand abfallenden Spannungen.



Stromrichtige Messung

Hier soll nun analog zur spannungsrichtigen Messung der unbekannte Widerstand mit und ohne Innenwiderstände der Messgeräte ermittelt werden.

$$R_x = \frac{U}{I_x}$$

Unter Berücksichtigung der Innenwiderstände muss man die Formel wie folgt erweitern, da auch Spannung am Strommessgerät abfällt:

$$\begin{aligned}
U_V &= U_A + U_R \\
U_R &= U_V - U_A \\
U_A &= R_i^I \cdot I_x \\
R_x &= \frac{U_R}{I_x} \\
R_x &= \frac{U_V - R_i^I \cdot I_x}{I_x}
\end{aligned}$$

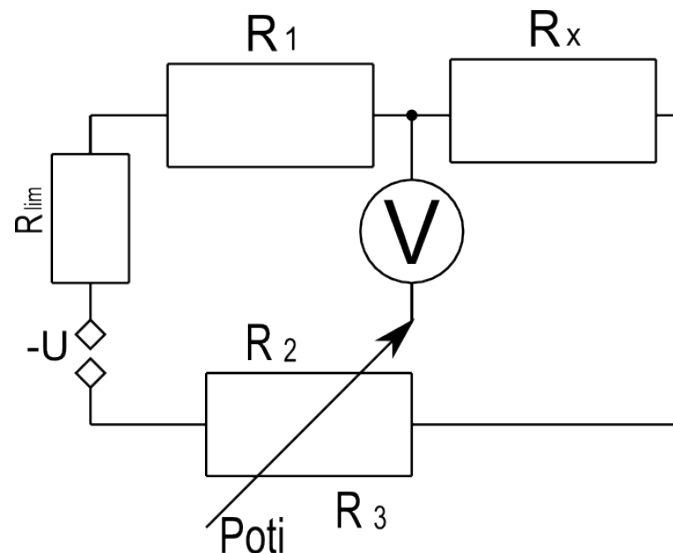
Es soll eine zweite Messung nach dem Vertauschen der Multizets durchgeführt werden.

Somit ist auch zweifelsfrei ersichtlich, dass für ein spannungsrichtige Messung ein möglichst großer Innenwiderstand R_i^U und bei der stromrichtigen Messung ein möglichst kleiner Innenwiderstand R_i^I vorteilhaft sind, da für diese Bedingung die jeweiligen verfälschenden Terme minimal werden.

1.4 Wheatstonesche Brückenschaltung

Hier soll nochmals ein unbekannter Widerstand bestimmt werden, und zwar mit Hilfe der Wheatstoneschen Brückenschaltung.

In die Schaltung soll ein Strombegrenzungswiderstand ($R_{lim} = 220\Omega$) eingebaut werden. R_1 ist ein bekannter Widerstand der Größe $1k\Omega$, das lineare Potentiometer hat ebenfalls den Maximalwiderstand von einem $k\Omega$. Das Potentiometer ist so geschaltet, dass die Brücke am Teiler des Widerstandes angeschlossen ist. Somit kann das Potentiometer als zwei Widerstände (R_2 und R_3) betrachtet werden, deren Verhältnis regelbar ist.



Aufbau der Wheatstoneschen Brückenschaltung

Der unbekannte Widerstand kann nun bestimmt werden, indem man das Potentiometer so einstellt, dass am Spannungsmessgerät keine Spannung mehr angezeigt wird (Daher bei der Versuchsdurchführung vom großen zum kleinen Messbereich gehen).

Damit das Spannungsmessgerät 0 anzeigt, darf zwischen den Messpunkten keine Potentialdifferenz vorhanden sein, somit müssen die verwendeten Widerstände in folgendem Verhältnis zueinander stehen, aus dem R_x ermittelt werden kann:

$$\frac{R_2}{R_3} = \frac{R_1}{R_x}$$

$$R_x = \frac{R_3}{R_2} \cdot R_1$$

Der eindeutige Vorteil einer solchen Brückenschaltung ist, dass der Innenwiderstand der Messgeräte nicht berücksichtigt werden muss. Jedoch müssen für das Ermitteln des Widerstandes alle drei anderen bekannt sein.

Bei unserer Messung genügt es das Verhältnis $\frac{R_3}{R_2}$ am Potentiometer und den Widerstand $R_1 = 1k\Omega$ zu kennen.

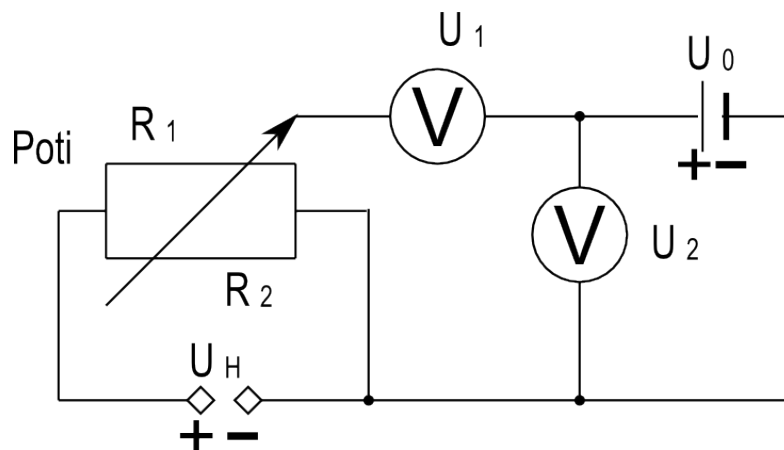
1.5 Messung von R_x durch den Ω -Messbereich des μA -Multizets

Die Messung eines Widerstandes durch den Ω -Messbereich des μA -Multizets wird möglich, indem das Messgerät selbst nach dem Ohmschen Gesetz $R = \frac{U}{I}$ den Wert des Widerstandes berechnet. Dabei wird die Anzeigeskala durch die Wahl der festen und gemessenen Größe bestimmt.

- Lineare Skala: Dies wird erreicht, indem bei einem konstanten Strom die Spannung am Widerstand gemessen wird.
- Antiproportionale Skala: Diese wird erzeugt, indem konstantem Spannung die Stromstärke am Widerstand gemessen wird.

1.6 Ursprung einer Trockenbatterie (mit Kompensationsschaltung)

Bei der Kompensationsschaltung verwenden wir eine Gleichspannungsquelle und ein Potentiometer, damit die Spannung reguliert werden kann. Nun muss der Widerstand R_1 so eingestellt werden, dass die Spannung $U_1 = 0V$ ist. so lässt sich die Ursprung (U₀) am Messgerät 2 ablesen ($\Rightarrow U_2 = U_0$).

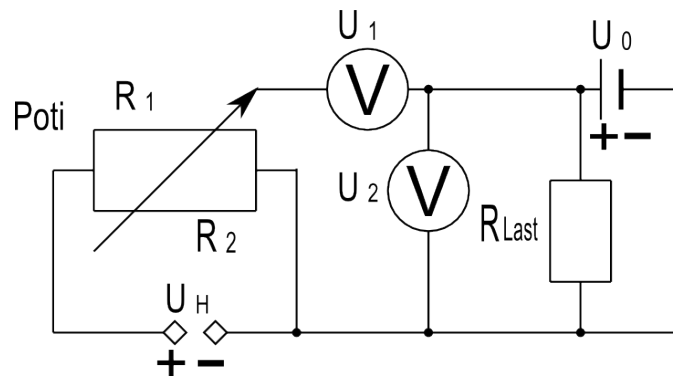


Kompensationsschaltung zur Bestimmung von U_0

Dieser ganze Aufwand ist nötig, da durch den Innenwiderstand der Trockenbatterie die ausgegebene Spannung mit steigender Stromausgabe sinkt. Um trotzdem die Ursprungsspannung messen zu können, muss man durch die Kompensationsschaltung dafür sorgen, dass von der Batterie kein Strom fließt.

1.7 Messung des Innenwiderstandes der Trockenbatterie

Zur Bestimmung des Innenwiderstandes der Trockenbatterie schaltet man einen "mäßigen" Lastwiderstand parallel zur Batterie. Die Werte der zu verwendenden Widerstände sind in der Aufgabenstellung vorgegeben: 220Ω , 110Ω , 47Ω , 22Ω .



Aufbau der Schaltung

An U_1 wird ein Spannungsunterschied ΔU zu erkennen sein, über diesen Wert lässt sich der Innenwiderstand (R_i) der Batterie bestimmen.

$$\Delta U = R_i \cdot I$$

$$U_0 - \Delta U = R_{Last} \cdot I$$

$$R_i = R_L \cdot \frac{\Delta U}{U_0 - \Delta U}$$

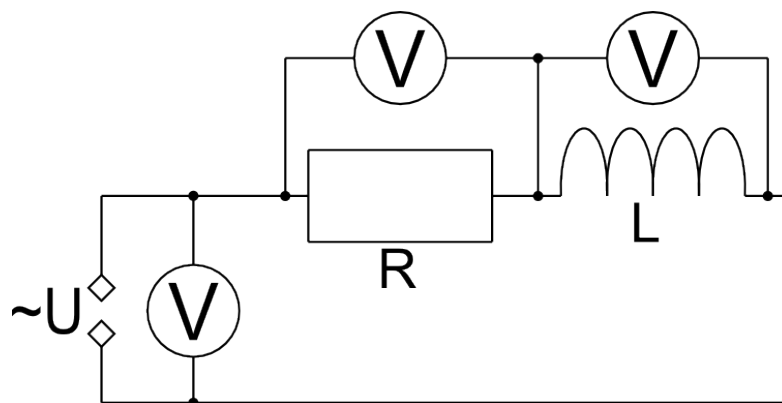
2 Kondensator und Spule im Wechselstromkreis

2.1 Messung des Gleichstromwiderstandes der Spule mit dem μA -Multizet

Der Ohmsche Widerstand einer Spule (bei Wechselstromkreisen Wirkwiderstand genannt) soll durch den in Aufgabe 1.5 beschriebenen Messbereich des μA -Multizets bestimmt werden.

2.2 Messung der Induktivität L und des Verlustwiderstandes R der Spule

Bei diesem Versuch sollen eine Spule (L), ein 110Ω -Widerstand (R) in Reihe an einen Wechselstromgenerator (G) (0,2 V) angeschlossen und an den Bauteilen die jeweils abfallende Spannung gemessen werden.



Schaltplan

Durch die messbaren Werte U_G , U_R und U_L kann nun durch ein Zeigerdiagramm ωL und R bestimmt werden.

Besonderheiten im Wechselstromkreis

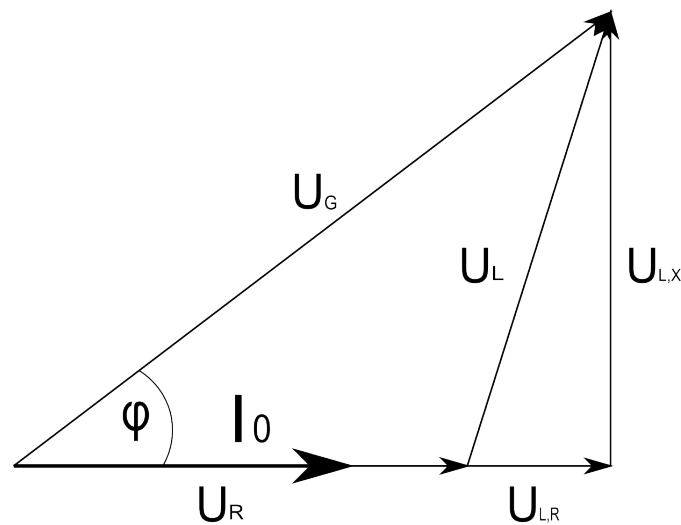
Bei Wechselstrom verhalten sich ideale Spulen und Kondensatoren wie Blindwiderstände. Das heißt, an ihnen fällt Spannung abhängig von der Wechselstromfrequenz ab.

Spannungs- und Stromverlauf bei der Spule und beim Kondensator: Bei der Spule fällt zuerst eine hohe Spannung ab, die benötigt wird, damit sich ein Magnetfeld

in deren Innerem aufbauen kann. Dies kann natürlich nicht instantan geschehen. Wenn sich das Magnetfeld aufgebaut hat, kann der Strom fließen. Daraus folgt, dass die Spannung um $\frac{\pi}{2}$ gegenüber dem Strom phasenverschoben ist.

Beim Kondensator fließt zu Beginn des Ladevorgangs ein großer Strom bei einer minimalen Spannung, was sich nach kurzer Zeit umkehrt. Daher ist die Spannung beim Kondensator um $-\frac{\pi}{2}$ phasenverschoben.

Dies und diese Strom- Spannungsverhältnisse und die daraus resultierenden Widerstandsbeziehungen lassen sich in einem Zeigerdiagramm der komplexen Ebene darstellen. Von nun an wird nur noch das explizite Problem der Aufgabenstellung dargestellt:



Zeigerdiagramm in der komplexen Ebene

Hierbei lässt sich über den Cosinussatz und einen Wert des Cosinus der Verlustwiderstand der Spule berechnen:

Cosinussatz: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$, wobei γ von a und b eingeschlossen ist.

$$\begin{aligned}
 U_L^2 &= U_G^2 + U_R^2 - 2 \cdot U_G \cdot U_R \cdot \cos \varphi \\
 \cos \varphi &= \frac{U_R + U_{L,R}}{U_G} \\
 U_L^2 &= U_G^2 + U_R^2 - 2 \cdot U_G \cdot U_R \cdot \frac{U_R + U_{L,R}}{U_G} \\
 U_{L,R} &= \frac{U_L^2 - U_G^2 - U_R^2 + 2 \cdot U_R^2}{-2 \cdot U_R} \\
 U_{L,R} &= \frac{U_G^2 - U_L^2 - U_R^2}{2 \cdot U_R}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_L &= \frac{U_{L,R}}{I} \\
 &= \frac{\frac{U_G^2 - U_L^2 - U_R^2}{2 \cdot U_R}}{I} \\
 &= \frac{U_G^2 - U_L^2 - U_R^2}{2 \cdot \frac{U_R}{R_R} U_R} \\
 &= \frac{U_G^2 - U_L^2 - U_R^2}{2 \cdot U_R^2} \cdot R_R
 \end{aligned}$$

$$I = \frac{U_R}{R_R}$$

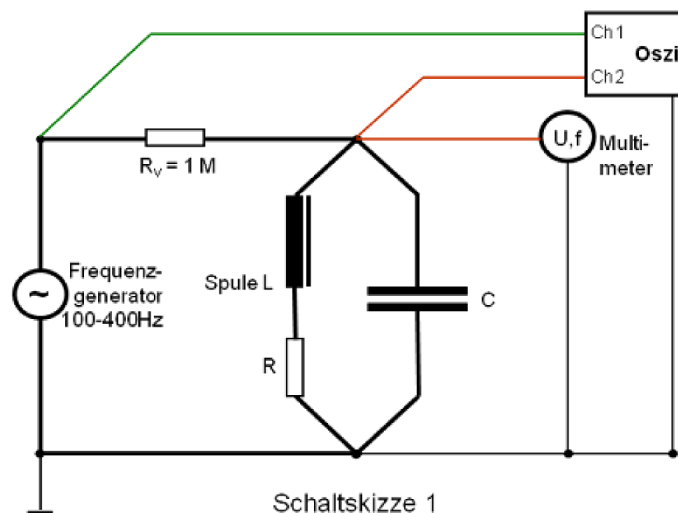
Außerdem gilt an der Spule:

$$\begin{aligned}
 I &= \frac{U_L}{\sqrt{X_L^2 + R_L^2}} \\
 \sqrt{X_L^2 + R_L^2} &= \frac{U_L}{I} \\
 X_L^2 &= \frac{U_L^2}{I^2} - R_L^2 \\
 L &= \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{U_L^2}{I^2} - R_L^2}
 \end{aligned}$$

$$X_L^2 = \omega^2 L^2$$

2.3 Parallelschwingkreis

Hier werden Kondensator und Spule wie in der aus der Vorbereitungshilfe entnommenen Skizze parallel hinter einen Vorwiderstand geschaltet. Da Generator und Oszilloskop einen geerdeten Anschluss haben, muss jede Erdungsverbindung am selben Punkt angreifen.



Nun soll im Bereich von 100 bis 400 Hz (5 bis 20 Hz-Schritte) jeweils in Abhängigkeit von der Frequenz gemessen werden:

- Resonanzkreissspannung (U_{RK}) und die Frequenz (f) mit dem Multimeter.
- Phasenverschiebung Δt mit Hilfe des Oszilloskopes, das die Sinusschwingung am Vorwiderstand (da hier keine Phasenverschiebung ist) und die des Schwingkreises erfasst.

Es soll die Phase ($\Delta\varphi$) aus f und Δt bestimmt werden, die mit der Spannung (U_{RK}) gegen die Frequenz in einem Diagramm aufgetragen werden soll.

Nun bleibt außerdem zu bestimmen:

- die Resonanzkreisfrequenz $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

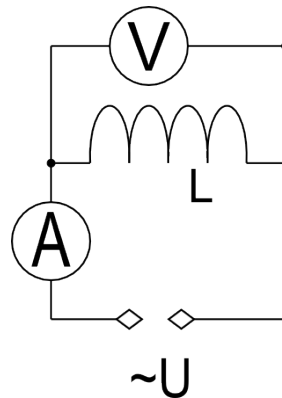
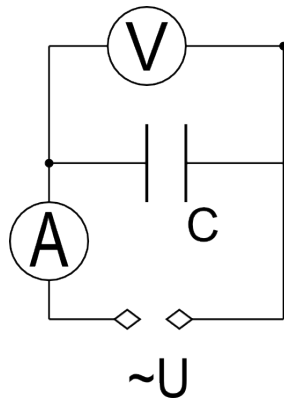
$\Rightarrow$ woraus sich $L = \frac{1}{\omega^2 C}$ ableiten lässt.

- die Halbwertsbreite $\Delta\omega = \sqrt{3} \frac{R}{L}$

- die Kapazität $C = \frac{\sqrt{3}}{\Delta\omega R_r}$

- der Resonanzwiderstand $R_r = \frac{\Delta\omega L}{\sqrt{3}}$

2.4 Wechselstromwiderstände



Der Generator bleibt bei auf der in 2.3 ermittelten Resonanzfrequenz ω_0 . Mit den Messgeräten und dem Ohmschen Gesetz lässt sich die Reaktanz, der Blindwiderstand von

Spule, bzw. Kondensator ermitteln.

$$X_L = \frac{U_L}{I_L}$$

$$X_L = \omega L$$

$$L = \frac{X_L}{\omega}$$

$$L = \frac{U_L}{\omega I_L}$$

$$X_C = \frac{U_C}{I_C}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

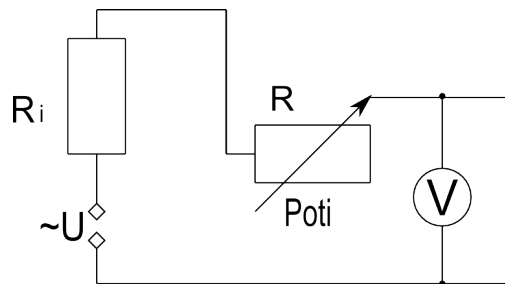
$$C = \frac{1}{\omega X_C}$$

$$C = \frac{I_C}{\omega U_C}$$

Wobei für $X_L = \sqrt{Z_L^2 - R_{L,R}^2}$ gilt.

Das Messverfahren aus Aufgabe 2.2 ist hier nicht sinnvoll, da 30 Hz eine zu kleine Frequenz ist, da man schon aus der Aufgabe 2.3 schließen kann, dass $\omega_0 > 30 \text{ Hz}$ ist. Zudem muss die Frequenz exakt bekannt sein, damit man ein genaues Ergebnis erhält.

2.5 Innenwiderstand des Sinusgenerators



Schaltplan

Es soll der Widerstand R am Potentiometer so eingestellt werden, dass an ihm die halbe Leerlaufspannung $\frac{U_0}{2}$ anliegt. Daraus folgt wegen der Reihenschaltung der Widerstände, dass an R_i die gleiche Spannung abfällt, also $R_i = R$ ist

Nun lässt sich über die Leistung und deren Ableitung die maximale Ausgangsleistung ermitteln:

$$P = U_G I \qquad I = \frac{U_V}{R + R_i} \qquad U_G = U_V - R_i I$$

$$\Rightarrow P = \frac{U_V^2 R}{(R + R_i)^2}$$

$$\frac{dP}{dR} = \frac{d}{dR} \frac{U_V^2 R}{(R + R_i)^2} = \frac{U^2 (R - R_i)}{(R + R_i)^3}$$

Für ein Maximum muss dieses Differenzial Null sein, was nur bei $R = R_i$ der Fall ist.

Daher gilt $P_{max} = \frac{U^2}{4R}$.

Auswertung

Elektrische Messverfahren

Stefan Schierle

Carsten Röttele

20. Dezember 2011

Inhaltsverzeichnis

1	Messungen bei Gleichstrom	2
1.1	Innenwiderstand des μA -Multizets	2
1.2	Innenwiderstand des $\text{AV}\Omega$ -Multizets	2
1.3	Bestimmung eines unbekannten Widerstandes	3
1.4	Wheatstonesche Brückenschaltung	4
1.5	Widerstandsmessung mit einem μA -Multizet	5
1.6	Urspannung einer Trockenbatterie durch Kompensationsschaltung	5
1.7	Innenwiderstand einer Trockenbatterie	5
2	Kondensator und Spule im Wechselstromkreis	6
2.1	Messung des Gleichstromwiderstandes der Spule mit dem μA -Multizet . .	6
2.2	Messung der Induktivität L und des Verlustwiderstandes R der Spule . .	7
2.3	Parallelschwingkreis	7
2.4	Wechselstromwiderstände	10
2.5	Innenwiderstand des Sinusgenerators	11

1 Messungen bei Gleichstrom

1.1 Innenwiderstand des μA -Multizets

Wir haben die Schaltung analog zur Schaltskizze in der Vorbereitung aufgebaut, allerdings noch ohne das Spannungsmessgerät. Danach haben wir, wie in der Aufgabenstellung verlangt, das Potentiometer so eingestellt, sodass auf dem μA -Multizet ein Strom von genau $1mA$ angezeigt wurde. Auf dem Potentiometer konnten wir einen Wert von $4,92\Omega$ ablesen.

Danach wurde das Spannungsmessgerät parallel zum Strommessgerät geschaltet. Dieses zeigte uns $110mV$ an und der Strom sank auf $0,64mA$ am Strommessgerät. Mit der bereits in der Vorbereitung hergeleiteten Formel können wir dann den Innenwiderstand berechnen:

$$R_i^I = \frac{U}{I} = \frac{0,11V}{0,64mA} = 171,875\Omega$$

Verglichen mit dem Aufgabenblatt gegebenen Innenwiderstand von 180Ω liegt der gemessene Wert im erwarteten Bereich. Die Abweichung beträgt etwa 4,5%.

1.2 Innenwiderstand des $AV\Omega$ -Multizets

Hier ist nun nach dem Innenwiderstand des $AV\Omega$ -Multizets gefragt, welchen wir mit der bereits im vorherigen Aufgabenteil durchgeführten Messung erhalten. Wir haben dabei schon in der Vorbereitung die Formeln hergeleitet. Dabei können wir den Innenwiderstand in erster Näherung berechnen durch:

$$R_i^U = \frac{U}{I_0 - I} \approx 305,556\Omega$$

Um den Wert jetzt iterativ zu nähern, brauchen wir zunächst in der ersten Ordnung den Gesamtwiderstand:

$$R_{ges} = R_{Pot} + R + \frac{R_i^I \cdot R_i^U}{R_i^I + R_i^U} \approx 6090,827\Omega$$

Mit dem Ohmschen Gesetz erhalten wir einen neuen Wert für I_0 , nämlich:

$$I_0' = \frac{U_0}{R_{ges}} \approx 0,985mA$$

Daraus ergibt sich ein exakterer Wert für den Innenwiderstand:

$$R_i^U = \frac{U}{I_0' - I} \approx 318,759\Omega$$

Dieses Verfahren lässt sich jetzt unendlich oft wiederholen, sodass man einen immer genaueren Wert bekommen würde.

1.3 Bestimmung eines unbekannten Widerstandes

Als nächstes sollte man den Wert eines unbekannten Widerstandes berechnen. Hierzu haben wir als erstes die spannungsrichtige und danach die stromrichtige Schaltung aufgebaut, welche man ebenfalls in unserer Vorbereitung sehen kann. Außerdem sollten wir zusätzlich noch einmal die Rolle des Strom- und Spannungsmessgerätes tauschen. Dabei erhielten wir folgende Messwerte, bei denen wir sofort noch über das Ohmsche Gesetz $R = \frac{U}{I}$ den Widerstand berechnet haben:

- Spannungsrichtig:

Spannung	Meßbereich	Stromstärke	Meßbereich	Widerstand
mV		mA		Ω
105	0,3V	0,59	1mA	177,966
260	0,3V	0,57	1mA	456,14

- Stromrichtig:

Spannung	Meßbereich	Stromstärke	Meßbereich	Widerstand
mV		mA		Ω
120	0,3V	0,19	1mA	631,579
320	1V	0,57	1mA	561,404

Hierbei spiegelt die untere Tabellenzeile jeweils die Messreihe mit entgegengesetzten Rollen.

Man sieht sofort, dass die berechneten Werte vom Widerstand sehr stark voneinander abweichen. Deshalb werden im folgenden jetzt noch die jeweiligen Innenwiderstände der Messgeräte zur Berechnung mit einbezogen. Die dazugehörigen Formeln wurden auch schon in der Vorbereitung bereits hergeleitet. Für die spannungsrichtige Schaltung muss man den Innenwiderstand des Spannungsmessgerätes beachten und es gilt folgendes:

$$R_x = \frac{U}{I - \frac{U}{R_i^U}}$$

Und für die stromrichtige Schaltung benötigt man den Innenwiderstand des Strommessgerätes:

$$R_x = \frac{U}{I} - R_i^I$$

Die jeweiligen Innenwiderstände sind im Aufgabenblatt gegeben, nämlich:

Messgerät	R_i^I	R_i^U bei 0,3V	R_i^U bei 1V
μA	180	30000	100000
AV Ω	100	300	n.b.

Wenn wir nun diese Werte verwenden, so erhalten wir für den Widerstand:

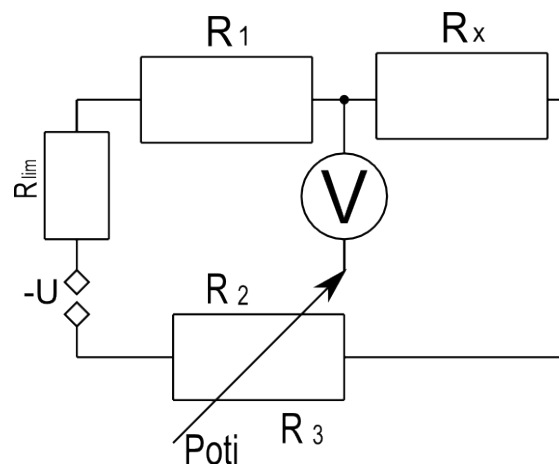
Methode	1.Messung	2.Messung
spannungsrichtig	437,50 Ω	463,18 Ω
stromrichtig	451,57 Ω	461,40 Ω

Bildet man nun von diesen Werten den Mittelwert, so erhält man $R_x = 453,40\Omega$. Vergleicht man dieses Ergebnis mit dem zu messenden Widerstand von 470Ω und rechnet die im Aufgabenblatt gegebene 5% Abweichung mit ein, so sollte unser Wert im Bereich von $R_{theo} = (470,0 \pm 27,5)\Omega$ liegen, was bei uns auch der Fall ist.

Diese Aufgabe zeigt uns deutlich, dass man den Innenwiderstand der Messgeräte auf jeden Fall bei der Berechnung beachten muss.

1.4 Wheatstonesche Brückenschaltung

Als erstes bauten wir die Schaltung nach folgendem Plan auf:



Nun sollte zuerst durch Regeln des Potentiometers die angezeigte Spannung auf dem μA -Multizet verschwindet. Hierzu wurde der Bereich der angezeigten Spannung immer mehr verkleinert, sodass wir schließlich im $30mV$ -Bereich maßen. Dies diente natürlich zum Erhöhen der Genauigkeit. Danach mussten wir nur noch auf dem Potentiometer den Wert ablesen, welcher in unserer Schaltskizze R_2 entspricht und bekommen dadurch für unseren Widerstand:

$$R_x = \frac{R_1}{R_2} \cdot R_3 \approx 466,28\Omega$$

Dieser gemessene Wert stimmt sehr gut mit dem theoretischen Wert von 470Ω überein und wir haben nur eine etwa 0,8% Abweichung.

1.5 Widerstandsmessung mit einem μA -Multizet

Beim letzten Versuch zum Messen des Widerstands, wurde dieser einfach an das Ohmmeter angeschlossen welches automatisch den Widerstand dann anzeigt. Hierzu musste zuerst noch das Messgerät geeicht werden, indem man den Eingang mit dem Ausgang verbindet und danach über eine Schraube den angezeigten Widerstand auf null stellte. Danach konnte man den Wert des zu messenden Widerstand einfach ablesen:

$$R_x = 460\Omega$$

Auch dieser Wert liegt im Erwartungsbereich unseres Messwertes, der wie schon in den beiden Aufgaben zuvor liegt.

1.6 Ursprung einer Trockenbatterie durch Kompensationsschaltung

Auch hier wurde wieder die Schaltung, wie bereits in der Vorbereitung beschrieben aufgebaut. Äquivalent zur Wheatstoneschen Brückenschaltung haben wir wieder durch Regeln des $10k\Omega$ -Potentiometers und durch Verkleinern des Messbereiches die Spannung auf null gestellt. Durch dieses Verfahren lässt sich die Ursprung der Batterie auf dem AV-Multizet direkt ablesen, da es genau diese Spannung ist, die der Kompensationsspannung entspricht, die der anliegenden Spannung entgegenwirkt. Wir konnten dabei folgenden Wert am Spannungsmessgerät ablesen:

$$U = 1,3V$$

Wenn man diesen Wert mit dem auf der Batterie stehenden von 1,5V vergleicht, so fällt auf, dass dieser Wert doch ein bisschen abfällt. Dies wird vermutlich daran liegen, dass die Batterie doch schon ein bisschen älter ist und es somit möglich ist, dass sie nicht mehr die ganze Ursprung besitzt.

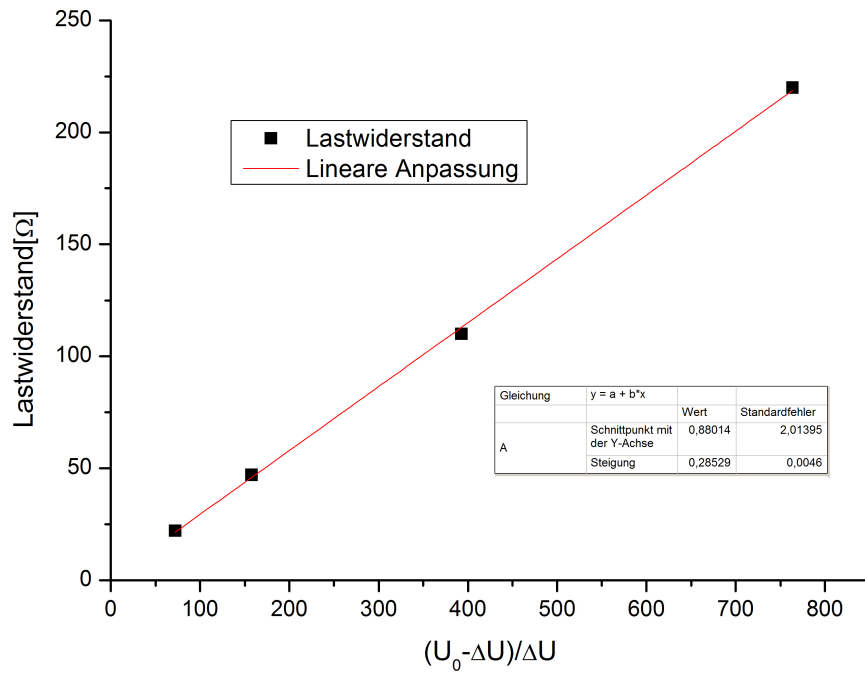
1.7 Innenwiderstand einer Trockenbatterie

Wir haben nun die Schaltung aus dem vorherigen Aufgabenteil gelassen und zusätzlich noch einen Lastwiderstand parallel zur Batterie geschaltet. Dieser wurde aber erst kurzzeitig dazugeschaltet, als wir wieder U_0 eingestellt hatten. Danach konnte man die Differenzspannung ablesen. Diesen Vorgang wiederholten wir bei vier unterschiedlich großen Widerständen und erhielten folgende Werte:

Lastwiderstand	ΔU	$(U_0 - \Delta U) / \Delta U$
Ω	mV	1
22	17,8	72,03371
47	8,2	157,53659
110	3,3	392,93939
220	1,7	763,70588

Wir stellten nun die bereits in der Vorbereitung hergeleitete Formel für den Innenwiderstand so um, sodass wir durch eine lineare Regression durch unsern Plotter Origin den Innenwiderstand direkt als Steigung ablesen können:

$$R_L = R_{Bat} \cdot \frac{U_0 - \Delta U}{\Delta U}$$



Wir bekamen für den Innenwiderstand der Batterie also einen Wert von:

$$R_{Bat} \approx 0,29 \Omega$$

2 Kondensator und Spule im Wechselstromkreis

2.1 Messung des Gleichstromwiderstandes der Spule mit dem μA -Multizet

Wie in der Aufgabenstellung beschrieben haben wir den Widerstand der Spule mit der "Ohm-Meter"-Einstellung des μA -Multizets gemessen. Die Skalenunterteilung war nicht linear, was darauf schließen lässt, dass das Gerät bei konstanter Spannung den Strom durch die Spule misst, um den Widerstand zu ermitteln.

Wir erhalten so einen gemessenen Widerstand von:

$$R_L = 58\Omega$$

2.2 Messung der Induktivität L und des Verlustwiderstandes R der Spule

Hier wurde ebenfalls der zur Messung benötigte Schaltkreis aufgebaut. Hierbei wurden die einzelnen Spannungen nacheinander mit dem Universalmessinstrument 'Keithley 2100' gemessen. Zudem konnten wir mit Hilfe dieses Gerätes die anzulegende Frequenz von 30 Hz am Generator genau einstellen, da die Skala am Wechselspannungsgenerator nicht genau mit der tatsächlich ausgegebenen Frequenz übereinstimmte. Ebenfalls wurde die ausgegebene Spannung auf $U_G = 0,2V$ eingestellt.

Wir ermittelten somit folgende Werte:

$$U_R = 79,26mV$$

$$U_L = 157,8mV$$

Mit diesen Werten und den bekannten Größen $U_G = 0,2V$, $R_R = 110\Omega$ lässt sich über die in der Vorbereitung hergeleitete Formel $R_L = \frac{U_G^2 - U_L^2 - U_R^2}{2 \cdot U_R^2} \cdot R_R$ der Innenwiderstand der Spule errechnen.

$$R_L = \frac{U_G^2 - U_L^2 - U_R^2}{2 \cdot U_R^2} \cdot R_R = 77,19\Omega$$

Zur Bestimmung der Induktivität L wendeten wir die Formel $L = \frac{R_R}{U_R \cdot \omega} \cdot \sqrt{U_L^2 - U_R^2}$ an, wobei ($\omega = 2\pi f$) mit $f = 30Hz$ ist.

$$\begin{aligned} L &= \frac{R_R}{U_R \cdot \omega} \cdot \sqrt{U_L^2 - U_R^2} \\ &= 1,005H \end{aligned}$$

Dieser Wert stimmt sehr schön mit der Herstellerangabe von $L = 1H$ aus der Aufgabenstellung überein.

2.3 Parallelschwingkreis

Hier bauten wir den Schwingkreis nach dem Schaltplan der Vorbereitungsmappe auf, und schlossen die Messgeräte richtig an.

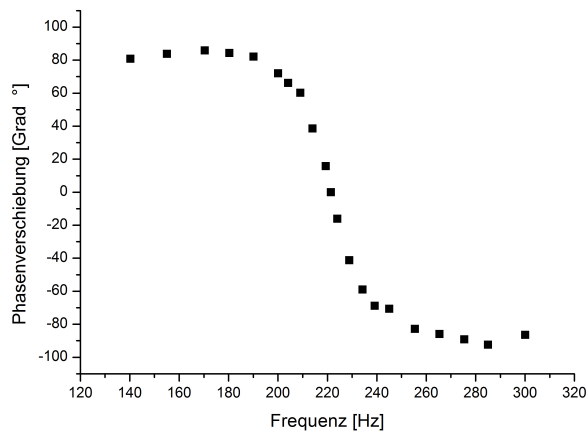
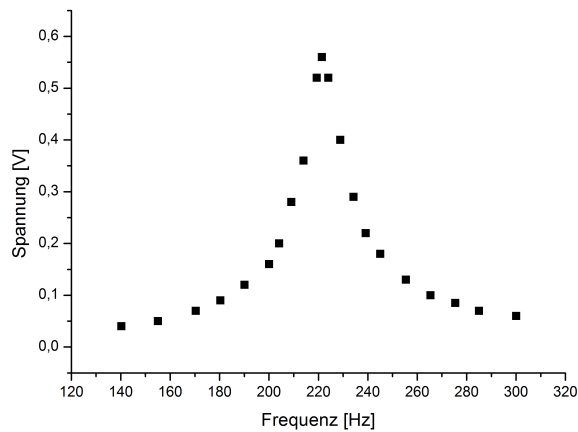
Zu Beginn suchten wir die Resonanzfrequenz ω_0 , was das Proportionieren unserer Messschritte erleichterte. Die Resonanzfrequenz fanden wir bei $f_0 = 221,455 \text{ Hz}$

$$\Rightarrow \omega_0 = 1391,44 \frac{1}{s}.$$

Somit erhielten wir folgende Messwerte, die sich wie verlangt in auch als Graphen darstellen lassen:

Frequenz Hz f	Spannung V $\hat{U}_{ss}$	Phasenverschiebung in Grad [°] φ
140,26	0,04	80,79
155,09	0,05	83,75
170,38	0,07	85,87
180,29	0,09	84,37
190,13	0,12	82,13
200,08	0,16	72,03
204,10	0,20	66,13
209,08	0,28	60,21
214,00	0,36	38,52
219,38	0,52	15,80
221,46	0,56	0,00
224,02	0,52	-16,13
228,89	0,40	-41,20
234,20	0,29	-59,02
239,17	0,22	-68,88
245,08	0,18	-70,58
255,44	0,13	-82,76
265,40	0,10	-85,99
275,40	0,09	-89,23
285,06	0,07	-92,36
300,04	0,06	-86,41

Messwerte
(wobei die Spannung $\hat{U}_{ss}$ als
Spitze-Spitze-Spannung
gemessen wurde)



Diagramme

Auf dem Spannung-Frequenz-Schaubild ist klar das Amplitudenverhalten einer angeregten Schwingung zu erkennen, da hier bei der Resonanzfrequenz die Spannung rapide ansteigt. Ohne die Dämpfung des ohmschen Widerstandes der Spule müsste die Spannung bei der Eigenfrequenz des Schwingkreises ins Unendliche verschwinden.

Bei dem Phasenverschiebung-Frequenz-Schaubild ist wie erwartet die Phasenverschiebung bei der Eigenfrequenz des Schwingkreises gleich Null. Erhöht man die Frequenz nur minimal, so ist schon eine relativ große Verschiebung festzustellen. Bei einer größeren Abweichung von der Resonanzfrequenz sollte sich die Phasenverschiebung an $\pm 90^\circ$ (oder $\pm \frac{\pi}{2}$) annähern, da nur noch hauptsächlich Spule oder Kondensator angesprochen werden. Die Vorzeichen der Phasenverschiebungen ergeben sich aus den Wechselstromwiderständen; + bei induktivem Widerstand, - bei kapazitivem Widerstand.

Die Resonanzfrequenz des Schwingkreises wurde schon zu Beginn des Versuches experimentell ermittelt, jedoch bleibt noch die Methode den theoretischen Wert der Resonanzfrequenz aus den Kennwerten der einzelnen Bauteile zu bestimmen.

$$\begin{aligned}\omega_0 &= \sqrt{\frac{1}{LC}} \\ &= \sqrt{\frac{1}{1H \cdot 0,47\mu F}} \\ &= 1458,65 \frac{1}{s} \\ f_0 &= \frac{1}{2 \cdot \pi} \sqrt{\frac{1}{LC}} \\ &= 232,15 Hz\end{aligned}$$

Wie sich erkennen lässt, weicht der experimentelle Wert ($f_{0-exp.} = 221,455 Hz$) nur um 4,83% vom zu erwartenden Theoriewert ($f_{0-theo.} = 232,15 Hz$) ab, was in unseren Augen keine wesentliche Abweichung darstellt.

Es bleibt noch die Halbwertsbreite $\Delta\omega$ zu bestimmen. Hierzu verwendeten wir die Frequenzen, bei denen die Spannung im Schwingkreis nur noch der halben Spannung der Resonanzfrequenz ($\frac{0,56}{2} V = 0,28 V$) entsprach. In unserem Fall aus der Tabelle ersichtlich: $f_1 = 209,08 Hz$ bei einer Spannung von 0,28 V, und $f_2 = 234,20 Hz$ bei einer Spannung von 0,29 V.

$$\begin{aligned}\Delta\omega &= 2 \cdot \pi (f_2 - f_1) \\ &= 2 \cdot \pi (234,20 Hz - 209,08 Hz) \\ &= 157,83 \frac{1}{s} \\ (\Delta f &= 25,12 Hz)\end{aligned}$$

Außerdem sollten der Resonanzwiderstand R_r , die Kapazität C und der Verlustwiderstand R ermittelt werden.

Der Resonanzwiderstand lässt sich aus dem ohmschen Gesetz bestimmen ($R_r = \frac{U_{Resonanz}}{I_{Resonanz}}$; $U_{Resonanz} = 0,28 V$). Hierfür wird jedoch noch die Stromstärke im Schwingkreis benötigt, die sich mit Hilfe des bekannten Vorwiderstandes ($R_V = 1 M\Omega$), der mit dem Schwingkreis in Serie geschaltet ist, berechnen lässt.

$$I_{Resonanz} = \frac{U_{Generator}}{R_V}$$

$$U_{Generator} = 8,03V \text{ (wird in Aufgabe 2.4 bestimmt)}$$

$$\begin{aligned} R_r &= \frac{U_{Resonanz}}{I_{Resonanz}} = \frac{U_{Resonanz}}{\frac{U_{Generator}}{R_V}} \\ &= \frac{0,28V}{\frac{8,03V}{1M\Omega}} = 34869,24k\Omega = 34,87k\Omega \end{aligned}$$

Somit lassen sich die anderen gesuchten Größen einfach bestimmen:

$$\begin{aligned} C &= \frac{\sqrt{3}}{\Delta\omega \cdot R_r} &= \frac{\sqrt{3}}{157,83\frac{1}{s} \cdot 34,87k\Omega} &= 0,315\mu F \\ L &= \frac{\Delta\omega \cdot R_r}{(\omega_0)^2 \sqrt{3}} &= \frac{157,83\frac{1}{s} \cdot 34,87k\Omega}{(1391,44\frac{1}{s})^2 \cdot \sqrt{3}} &= 1,641H \\ R &= \Delta\omega \cdot \frac{L}{\sqrt{3}} &= 157,83\frac{1}{s} \cdot \frac{1H}{\sqrt{3}} &= 91,12\Omega \end{aligned}$$

Diese Werte haben doch eine starke Abweichung von den Erwartungswerten, was wohl darauf zurückzuführen ist, dass die Generatorspannung nicht sofort bestimmt wurde, und so ein nicht trivialer Fehler entstand.

2.4 Wechselstromwiderstände

Es sollte der Wechselstromwiderstand der Spule und des Kondensators bestimmt werden, indem die anliegende Spannung und die Stromstärke gemessen wurden. Mit Hilfe diese Größen konnte über das Ohmsche Gesetz der jeweilige Widerstand bei der Eigenschwingungsfrequenz $f_0 = 221,462Hz$ ermittelt werden. Dieser Wert weicht von dem der Resonanzfrequenz in der vorherigen Aufgabe ab, da die Frequenz am Generator nur schwer genau eingestellt werden konnte.

Unter der Verwendung des Ohmschen Gesetzes $\left(R = \frac{U}{I}\right)$ lässt sich dann folgendes er rechnen:

	Spannung	Stromstärke	Widerstand
Spule	5,2mA	7,94V	1526,92Ω
Kondensator	5,4mA	8,03V	1487,04Ω

Wie schon erwartet, sind die Werte nur minimal verschieden.

Nun soll aus den errechneten Widerständen die Induktivität $\left(L = \frac{X_L}{\omega_0}\right)$ und die Kapazität $\left(C = \frac{1}{\omega_0 \cdot X_C}\right)$ bestimmt und mit den angegebenen Größen der verwendeten

Bauteile verglichen werden.

$$L = \frac{X_L}{\omega_0} = \frac{X_L}{f_0 \cdot 2 \cdot \pi} = 1,10H$$
$$C = \frac{1}{\omega_0 \cdot X_C} = \frac{1}{f_0 \cdot 2 \cdot \pi \cdot X_C} = 0,483\mu F$$

Dies stimmt in etwa mit der verwendeten Spule ($L = 1H$) und dem verwendeten Kondensator ($C = 0,47\mu F$) überein.

2.5 Innenwiderstand des Sinusgenerators

Zur Bestimmung des Innenwiderstandes des Generators maßen wir zuerst die Leerlaufspannung des Generators ($U_0 = 8,689V$) und schalteten anschließend das $1k\Omega$ -Potentiometer in Reihe zum Generator. Wir ermittelten die am Poti abfallende Spannung, und stellten den Widerstand so ein, dass die halbe Leerlaufspannung am Potentiometer abfällt. Mit dem so bestimmten Widerstandswert des Potentiometers, lässt sich aufgrund der Reihenschaltung der Innenwiderstand des Generators bestimmen.

$$R_{Poti} = R_i = 596\Omega$$

Die maximale Ausgangsleistung (P_{max}) lässt sich somit auch berechnen.

$$P_{max} = \frac{U_0^2}{4 \cdot R_i} = 31,67mW$$