Versuche P1-70,71,81

Elektrische Messverfahren Versuchsvorbereitung

Thomas Keck, Gruppe: Mo-3
Karlsruhe Institut für Technologie, Bachelor Physik

Versuchstag: 6.12.2010

1 Spannung, Strom und Widerstand

Die Basiseinheit der Elektrizität ist der **elektrische Strom** gemessen in Ampere. Der elektrische Strom kann dabei als fließende elektrische Ladung pro Zeit aufgefasst werden. Auf jede elektrische Ladung wirkt eine durch das elektrische Feld ausgelößte Kraft, das elektrische Feld kann hierbei als Gradient eines Potentialfeldes aufgefasst werden, dies folgt aus den Maxwellgleichungen der Elektrostatik. Die Differenz dieses Potentials zwischen 2 Orten im Raum wird als die **elektrische Spannung** definiert. In vielen elektrischen Leitern finden man, dass angelegte Spannung und der fließende Strom proportional zueinander sind, den Proportionalitätsfaktor R bezeichnet man als **Wirkwiderstand**, oder auch als ohmschen Widerstand. Diese Proportionalität gilt oft jedoch nur bei konstanter Temperatur.

2 Kirchhoffsche Regeln

Für die Ströme I_i und Spannungen U_i gelten in jedem Stromkreis die Kirchhoffschen Regeln:

Kirchhoffsche Knotenregel An jedem Verzweigungspunkt in einer Schaltung muss ebensoviel Ladung zu- wie abfließen. Die Summe aller Ströme in den einzelnen Zweige ist also Null:

$$\Sigma I_i = 0 \tag{1}$$

Kirchhoffsche Maschenregel Die Gesamtspannung längs einer geschlossenen Masche einer Schaltung, d.h die Summe aller Spannungsabfälle an den einzelnen Elementen ist Null:

$$\Sigma U_i = 0 \tag{2}$$

Über diese beiden Regeln lassen sich beliebig komplizierte Schaltungen berechnen, sofern die Merkmale der einzelnen Element bekannt ist, als einfache Folgerungen sei hier die Zusammenschaltung von Widerständen bei Reihen und Parallelschaltung angeführt:

$$\text{Reihenschaltung} \qquad R_G = R_1 + R_2 \tag{3}$$

$$\text{Parallelschaltung} \qquad R_G = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} \tag{4}$$

3 Gleichstrom und Wechselstrom

Es gibt grundsätzlich 2 verschiedene Arten von Stromfluss: den Gleichstrom, bei dem der Stromfluss nur in eine konstante Richtung stattfindet, die angelegte Spannung also konstant gehalten wird. Sowie Wechselstrom, bei dem die Richtung der Spannung periodisch umgepolt wird, meist in Form einen Sinuskurve. Gleichstrom erhält man z.B. aus Batterien und Akkumulatoren, Wechselstrom wird dagegen häufig über Induktion in einer Drahtschleife erzeugt, z.B. innerhalb einer Turbine.

Die physikalische Beschreibung des Gleichstromes erscheint einfacher, bietet aber auch weniger technische Anwendungsmöglichkeiten. Bei Wechselstrom kommt es zu komplexen Wechselstromwiderständen, auch lässt sich dieser mithilfe von Transformatoren fast beliebig in seiner Spannung und Stromstärke anpassen.

4 Innenwiderstand

Die meisten elektrischen Messgeräte besitzten einen sogenannten Innenwiderstand, deshalb fällt über einem in Reihe geschalteten Strommessgerät eine Spannung ab, und durch ein parallel geschaltetes Spannungsmessgerät fließt ein Strom.. Diese Tatsache kann Messergebnisse verfälschen falls man den Innenwiderstand des jeweiligen Messgeräts in der Berechnung der Messgrößen nicht berücksichtigt.

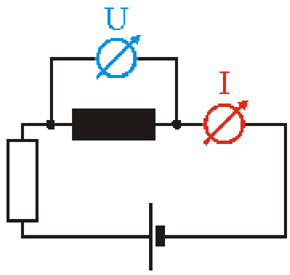

Abbildung 1: Spannungsrichtige Schaltung zur Messung eines Widerstandes

Das Strommessgerät misst hier den Strom durch den Widerstand, und durch das parallel geschaltete Spannungsmessgerät. Das Spannungsmessgerät misst hierbei den richtigen Wert. Will man diesen Fehler hier vernachlässigen, sollte der Innenwiderstand des Spannungsmessgeräts möglichst hoch sein,um den Stromfluss durch das Messgerät so gering wie möglich zu halten.

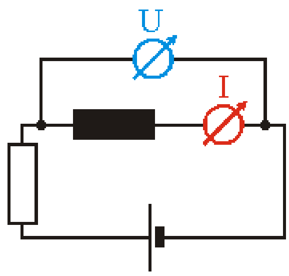

Abbildung 2: Stromrichtige Schaltung zur Messung eines Widerstandes

Das Spannungsmessgerät misst hier die Spannung die über dem Widerstand, und über dem Strommessgerät abfällt. Das Strommessgerät misst hierbei den richtigen Wert. Will man diesen Fehler hier vernachlässigen, sollte der Innenwiderstand des Strommessgerätes möglichst klein sein, um den Spannungsabfall so gering wie möglich zu halten.

5 Spule, Kondensator und Widerstand

Bei Gleichstrom haben die Bauteile Spule und Kondensator keinen Einfluss auf den Stromfluss, außer bei Ein und Ausschaltvorgängen, bei denen sich die angelegte Spannung ändert. Bauarbedingt fließt durch einen Kondensator kein Gleichstrom, er wird lediglich aufgeladen und die gespeicherte Ladung kann an anderer Stelle wieder benutzt werden um über die Spannung zwischen den beiden Endpunkten des Kondensators Arbeit zu verrichten.

Bei Wechselstrom hingegen erscheinen Spule und Kondensator wie frequenzabhängige Widerstände.

Die Spule besitzt einen komplexen Widerstand von $R_L = i \cdot \omega \cdot L$, da aufgrund der Lenzschen Regel eine Induktionsspannung entgegen der Ursache der Stromänderung erzeugt wird. Je schneller sich der Strom durch die Spule ändert, d.h. je größer ω desto größer die Induktionsspannung. Spulenabhängige Parameter wie Wicklungszahl und eventuelle Permeabilität werden in der Induktivität L der Spule zusammengefasst.

Der Kondensator besitzt einen komplexen Widerstand von $R_C = \frac{1}{i \cdot \omega \cdot C}$, da der Lade bzw Entladevorgang bei hohen Frequenzen immer weniger ins Gewicht fällt, und immer weniger Spannung über dem Kondensator aufgrund dessen Ladung über diesem abfällt. Kondensatorabhängige Parameter wie Öberfläche und Dielektrizität werden dabei zur Kapazität C des Kondensators zusammengefasst.

Bei beiden Bauteilen kommt es außerdem zu einer Phasenverschiebung der anliegenden Spannung, und der Ausgangsspannung die man über diesen Bauteilen abgreifen kann. Um den komplexen Widerstand inklusive Phasenverschiebung eines Bauteils mit induktiven und kapazitiven Widerständen zu bestimmen, müssen lediglich die komplexen Widerstände der Einzelbauteile addiert werden. Schreibt man das komplexe Ergebnis in Polardarstellung, so erhält man gerade die Impedanz Z (Widerstand des Bauteils), sowie desen Phasenverschiebung φ zur Eingangsspannung. Diese Rechnung kann man sehr gut mit einem Zeigerdiagramm veranschaulichen:

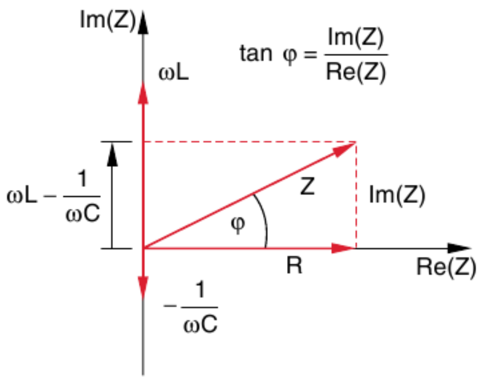

Abbildung 3: Zeigerdiagramm für Wechselstromwiderstände

Der komplexe Widerstand des ohmschen Widerstandes ist derselbe wie im Gleichstromfall R

6 LRC-Schwingkreis

Schaltet man die 3 verschiedenen Wechselstromwiderstände in Reihe, so kann man bei periodischer Anregung mit einer bestimmen Frequenz einen maximalen Strom durch die Schaltung fließen lassen. Der Schwingkreis erhält seinen Namen aus der Tatsache, das die in ihm gespeicherte Energie, bei einmaliger Anregung zwischen dem Magnetfeld der Spule bei maximalem Strom durch diese, und dem elektrischen Feld des Kondensators bei maximaler Spannung an diesem, hin und herschwingt.

Die DGL lautet:

$$R \cdot \dot{Q} + \frac{Q}{C} + \ddot{Q} \cdot L = 0 \tag{5}$$

Dies entspricht gerade der DGL eines gedämpften harmonischen Oszillators, die Lösung ist daher bekannt:

$$e^{-\gamma} \cdot (A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)) \tag{6}$$

Mit einer periodischen Anregung mit der Frequenz ω kann eine Resonanz erreicht werden. Die Frequenz hierzu beträgt gerade:

$$f = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} \tag{7}$$

Die Güte des Schwingkreises gibt an wie lange eine freie Schwingung aufrechterhalten werden kann, sie beträgt

$$Q = \frac{1}{R} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \tag{8}$$

Trägt man die Impedanz des Schwingkreises über der angelegten Frequenz auf, so findet man im Resonanzfall gerade ein Minimum. Der LRC-Schwingkreis kann außerdem auch mit parallel geschalteter Spule und Kondensator auftreten, man nennt dies auch Sperrkreis. In diesem Fall findet man bei der Resonanzfrequenz gerade den maximalen Scheinwiderstand des Bauteils.

Der aus der Technik bekannteste Schwingkreis ist die Antenne, die zur Abstrahlung elektromagnetischer Wellen verwendet wird.

7 Wheatstonesche Messbrücke

Um einen ohmschen Widerstand R_2 sehr genau zu bestimmen kann man die Wheatstonsche Brückenschaltung verwenden. Dabei kennt man 3 der 4 ohmschen Widerstände in der Schaltung, einer der Widerstände muss dabei variabel sein R_1, z.B. ein Potentiometer oder eine Widerstandsdekade. Mit dem Spannungsmessgerät kann man nur sehr genau bestimmen für welchen Widerstand R_1 das Messgerät gerade keine Spannung mehr misst. In diesem Fall haben die beiden Widerstände R_1 und R_2 gerade das gleiche Verhältnis wie R_3 zu R_4:

$$R_2 = R_1 \cdot \frac{R_4}{R_3} \tag{9}$$

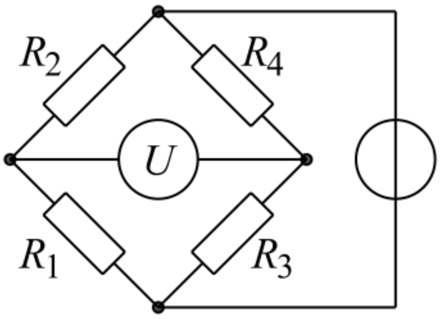

Abbildung 4: Wheatstonsche Brückenschaltung

Der Vorteil der Brückenschaltung ist die genaue Messung, da man sehr genau messen kann ob eine Spannungsdifferenz Null ist oder nicht.

8 Kompensationsschaltung

Die Poggendorffsche Kompensationsschaltung dient zum stromlosen Messen von Spannungen. Hierzu wird eine bekannte Spannung U_G die größer als die zu messende Spannung U_V ist, an ein Potentiometer angeschlossen. Beide Spannungen besitzten dabei auf einer Seite das gleiche Potential. Bei einem bestimmten Widerstandsverhältnis am Potentiometer fließt dann gerade kein Strom mehr durch das Strommessgerät A, da die abgegriffene Spannung die Spannung U_V kompensiert, dies kann man sehr präzise messen.

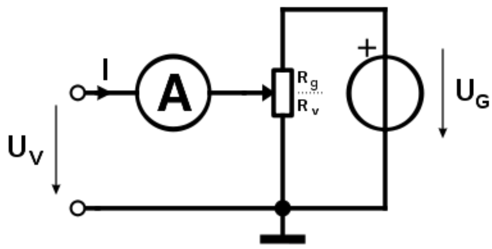

Abbildung 5: Poggendorffsche Kompensationsschaltung

Selbstverständlich funktioniert diese Schaltung nur für Gleichstromspannungen.

$$U_V = \frac{R_V}{R} \cdot U_G \tag{10}$$

Literatur

[Aufgabenstellung] Aufgabenstellung der Versuche P1-70,71,81

[Vorbereitungshilfe] Vorbereitungshilfe zu den Versuchen P1-70,71,81

Versuche P1-70,71,81

Elektrische Messverfahren
Versuchsauswertung

Marco A. Harrendorf, Thomas Keck, Gruppe: Mo-3
Karlsruhe Institut für Technologie, Bachelor Physik

Versuchstag: 22.11.2010

1 Wechselstromwiderstände

1.1 Gleichstromwiderstand der Spule

Der Versuch wurde entsprechend der Aufgabenstellung und der Vorbereitung aufgebaut und durchgeführt:

Das in der Aufgabenstellung angegebene Messgerät μA-Multizets lieferte in verschiedenen Messbereichen widersprüchliche Werte. Wahrscheinliche Fehlerquellen waren die logarithmische Skala und die Batterie des Messgeräts, die sehr wahrscheinlich bereits älter und entladen war.

Mit dem Messgerät $VA\Omega$-meter PM2503 erhielten wir einen Wert von $R_L = 66\Omega$ für den Gleichstromwiderstand der Spule.

1.2 Induktivität L und Verlustwiderstand R_S der Spule

Der Versuch wurde entsprechend der Aufgabenstellung und der Vorbereitung aufgebaut und durchgeführt:

Bei einer angelegten Wechselspannung von $U_G = 0.2\text{V}$ mit $f = 30.1\text{Hz}$ wurde ein Spannungsabfall über dem 110Ω Widerstand von $U_W = 0.074\text{V}$, sowie ein Spannungsabfall von $U_S = 0.175\text{V}$ über der Spule, gemessen.

Über den Kosinussatz kann man die Induktivität L und den Verlustwiderstand R_S der Spule berechnen, dazu denkt man sich die 3 gemessenen Spannungen in der komplexen Ebene veranschaulicht.

$$U_S^2 = U_W^2 + U_G^2 - 2 \cdot U_W \cdot U_G \cdot \cos\gamma$$
$$\cos\gamma = \frac{U_G^2 + U_W^2 - U_S^2}{2 \cdot U_G \cdot U_R}$$

Außerdem ist das Dreieck in der komplexen Ebene rechtwinklig, da der Blindwiderstand der Spule und der ohmsche Widerstand gerade eine Phasendifferenu von $\frac{\pi}{2}$ aufweisen:

$$\cos\gamma = \frac{U_W + R_S \cdot I}{U_G}$$

Für den ohmschen Widerstand R_S der Spule ergibt sich damit:

$$R_S = \frac{U_G^2 - U_W^2 - U_S^2}{2 \cdot U_W^2} \cdot R = 39.16\Omega$$

Die Impedanz Z der Spule bei der Frequenz f ist ebenfalls bekannt.

$$Z = \frac{U_S}{I} = \frac{U_S \cdot R}{U_W} = \sqrt{R_S^2 + (\omega \cdot L)^2} = 260.13\Omega$$

Hieraus ergibt sich die Induktivität der Spule:

$$L = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f} \cdot \sqrt{Z^2 - R_S^2} = 1.36\text{H}$$

1.3 Induktivität L, Verlustwiderstand R und Kapazität C eines Parallelschwingkreises

Der Versuch wurde entsprechend der Aufgabenstellung und der Vorbereitung aufgebaut und durchgeführt: Der Sinusgenerator lieferte dabei die maximale Ausgangsspannung $U_{Max} = 9.1\text{V}$, der Strom durch den Schwingkreis war damit fast konstant während der Messreihe, und wurde vom Vorwiderstand von $1\text{M}\Omega$ bestimmt: $I = 9.1 \cdot 10^{-6}\text{A}$.

Die gemessenen Werte:

Frequenz $f \pm 0.2\text{Hz}$	Spannungsabfall $U \pm 0.1\text{mV}$	Zeitverschiebung $\Delta t \pm 0.1\frac{\text{ms}}{\text{div}}$
100	9.9	2.1
120	14.3	1.9
140	22.0	1.6
150	28.9	1.5
155	33.6	1.4
160	40.2	1.4
165	49.1	1.3
170	62.7	1.1
175	85.0	1.0
180	124	0.8
182	150	0.7
184	179	0.4
186	201	0.1
187	207	0.04
188	208	-0.08
190	194	-0.3
192	171	-0.5
195	139	-0.8
200	99	-0.9
220	42.7	-1.0
240	27.5	-1.0
260	20.5	-0.95
280	16.6	-0.95
300	14.0	-0.8
350	10.2	-0.7
400	8.2	-0.6

Tabelle 1: Messdaten:

Mithilfe der Umrechnung $\varphi = \Delta t \cdot f \cdot 360$ ergeben ich folgende Graphen, die das Resonanzverhalten des Parallelschwingkreises sehr gut wiedergeben:

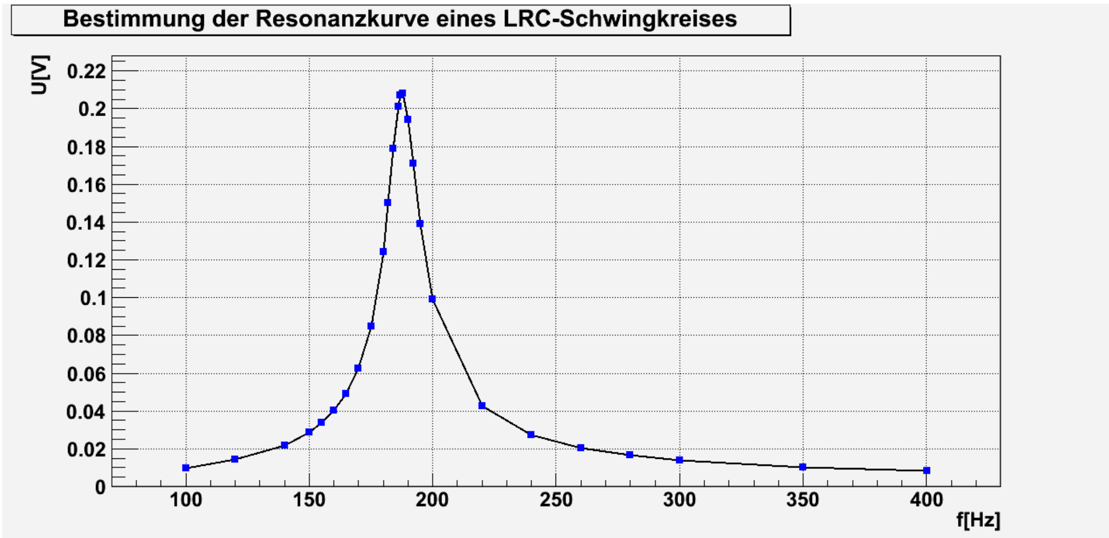

Abbildung 1: Spannungsabfall am Parallelkreis über der Frequenz

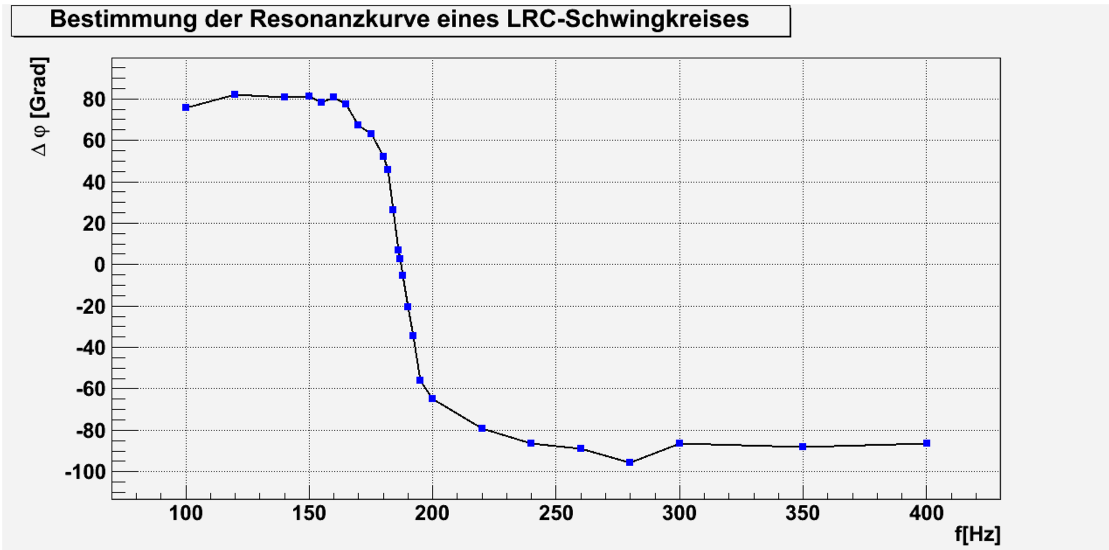

Abbildung 2: Phasenverschiebung am Parallelkreis über der Frequenz

Der Verlauf der Phasenkurve lässt klar erkennen, dass für geringe Frequenzen der Großteil der Spannung am Kondensator abfällt und somit um $\frac{\pi}{2}$ phasenverschoben ist. Für hohe Frequenzen fällt der Kondensator immer weniger ins Gewicht, dafür nimmt die Induktionsspannung an der Spule zu, sodass für hohe Frequenzen hier die Spannung um $-\frac{\pi}{2}$ phasenverschoben abfällt. Der Verlustwiderstand führt dazu, dass die theoretischen Werte für einen idealen Schwingkreis ($R = 0$) nicht ganz erreicht werden.

Aus den Graphen (bzw. den rohen Messdaten) können die charakteristischen Merkmale des Parallelschwingkreises abgelesen bzw. berechnet werden:

Resonanzfrequenz f_0 Die Resonanzfrequenz wurde experimentell als die Frequenz ermittelt für die keine Phasenverschiebung auftrat: $f_0 = 187\text{Hz}$ bzw $\omega_0 = 1175\frac{1}{\text{s}}$.

Halbwertsbreite $\Delta\omega$ Die Differenz der Kreisfrequenzen bei denen die Resonanzkurve die Häfte des Maximums bei der Resonanzspitze aufweist. $\Delta\omega = 157\frac{1}{\text{s}}$. Die benötigten Werte wurden aus dem Graph extrapoliert: $f_1 = 177\text{Hz}$ und $f_2 = 202\text{Hz}$.

Resonanzwiderstand R_r Der Resonanzwiderstand ist der Widerstand des Parallelschwingkreises bei der Resonanzfrequenz. Aus dem Messwert für $f = 187\text{Hz}$ ergibt sich damit $R_r = \frac{0.207\text{V}}{9.1 \cdot 10^{-6}\text{A}} = 22747\Omega$

Kapazität C In der Vorbereitungshilfe wurde für die Kapazität hergeleitet: $C = \frac{\sqrt{3}}{\Delta\omega \cdot R_r} = 0.48 \cdot 10^{-6}\text{F}$

Induktivität L In der Vorbereitungshilfe wurde für die Induktivität hergeleitet: $L = \frac{1}{\omega_0^2 \cdot C} = 1.5\text{H}$

Verlustwiderstand In der Vorbereitungshilfe wurde für den Verlustwiderstand hergeleitet: $R = \Delta\omega \cdot \frac{L}{\sqrt{3}} = 136\Omega$

Man sieht weiterhin sehr deutlich, dass die ursprüngliche Annahme, nach der der Strom hauptsächlich durch den Vorwiderstand vorgegeben wird richtig ist, da selbst im Resonanzfall gilt: $R_V = 1\text{M}\Omega \gg R_r$.

1.4 Bestimmung der Wechselstomwiderstände von Spule L und Kondensator C_2

Der Versuch wurde entsprechend der Aufgabenstellung und der Vorbereitung aufgebaut und durchgeführt:

In einer spannungsrichtigen Schaltung erhielten wir bei der Frequenz $f = 187\text{Hz}$ an der Spule für Strom $I_S = 4.7\text{mA}$ und für Spannung $U_S = 8.1\text{V}$. Für den Kondensator C_2 ergab sich $I_C = 5.5\text{mA}$ und $U_C = 8.2\text{V}$.

Der Verlustwiderstand der Spule ist unabhängig von der gewählten Frequenz der angelegten Wechselspannung und daher bereits aus dem vorherigen Aufgabenteil bekannt. Über

$$Z = \frac{U}{I}$$
$$Z_S = \sqrt{R_S^2 + \omega^2 L^2}$$
$$Z_C = \sqrt{\frac{1}{\omega^2 C^2}}$$

Können L und C mithilfe der gemessenen Größen, berechnet werden.

$$L = \sqrt{\frac{\left(\frac{U_S}{I_S}\right)^2 - R_S^2}{\omega^2}} = 1.466\text{H}$$
$$C = \frac{I_C}{\omega \cdot U_C} = 0.57 \cdot 10^{-6}\text{F}$$

Auch diese Messungen decken sich mit den vorherigen Messungen z.B. im Parallelschwingkreisversuch, im Rahmen der Messungenauigkeiten.

1.5 Innenwiderstand des Sinusgenerators

Der Versuch wurde entsprechend der Aufgabenstellung und der Vorbereitung aufgebaut und durchgeführt:

Bei einer Frequenz von $f = 187\text{Hz}$ ergab sich bei einer anfänglichen Spannung von $U_{Max} = 9.1\text{V}$ bei einem Lastwiderstand von $R = 607\Omega$ gerade die Hälfte der ursprünglichen Spannung $U_{Halb} = 4.55\text{V}$. Der Innenwiderstand des Sinusgenerators beträgt also gerade R, da im Versuch, am Innenwiderstand R_i die gleiche Spannung abfiel wie am Widerstand $R \Rightarrow R_i = R$.

Entsprechend der Vorbereitung errechnet sich die maximale Ausgangsleistung damit zu:

$$P_{Max} = \frac{U_{Max}^2}{4 \cdot R_i} = 0.034\text{W}$$

Literatur

[Aufgabenstellung] Aufgabenstellung der Versuche P1-70,71,81

[Vorbereitungshilfe] Vorbereitungshilfe zu den Versuchen P1-70,71,81

[Demtroeder] Demtröder, W.: Experimentalphysik 2 – Elektrizität und Optik, 3. Auflage, 2004