

Prak.: P1 Semester: WS20/21 Wochentag: Di Gruppennr.: 08

Name: Schreiber Vorname: David

Name: Matusche Vorname: Johanna

Emailadresse(n): uvkrq@student.kit.edu, uungn@student.kit.edu

Versuch: Ferromagnetische Hysteresis (P1-83) Fehlerrech.: Nein

Betreuer: Dario Manuel Mekle Durchgeführt am: 12.01.21

Wird vom Betreuer ausgefüllt.

1. Abgabe am: _____

Rückgabe am: _____ Begründung:

2. Abgabe am: _____

Ergebnis: + / 0 / - Fehlerrechnung: Ja / Nein

Datum: _____ Handzeichen: _____

Bemerkungen:



Dieser Versuch beschäftigt sich mit dem Phänomen des Ferromagnetismus und bietet dabei Gelegenheit zum Wiederholen und Vertiefen eines Teils der Elektrizitätslehre. Die verwendeten Beobachtungs- und Messmethoden spielen - nicht nur bei diesem Versuch - eine wichtige Rolle.

Zur Datenerfassung wird hier ein computergestütztes USB-Oszilloskop (PicoTech *Picoscope*) verwendet. Es stellt die gleichen Funktionsgruppen wie das HAMEG *Combiscope* aus dem Versuch „Oszilloskop“ zur Verfügung, jedoch erfolgen Anzeige und Bedienung über eine PC-Software.

Die vom USB-Oszilloskop aufgezeichneten Daten können auch auf einen Datenträger exportiert und mit Hilfe der Funktion `readPicoscope` aus dem Paket `PhyPraKit` in `python`-Arrays eingelesen, grafisch dargestellt (Methoden aus `matplotlib`) und weiterverarbeitet werden (Methoden aus `numpy`, oder `PhyPraKit`).

ACHTUNG! Bei diesem Versuch kommen *GEFÄHRLICHE SPANNUNGEN* vor! Vor allen Eingriffen in die Schaltung zuerst die Spannung langsam herunterregeln und dann das Netzgerät ausschalten (Schutz vor Selbstinduktion).

Hinweise: 1) Bitte USB-Stick für die Datensicherung mitbringen.

2) Die Massen der Oszilloskopeingänge sind geräteseitig verbunden. **Verkabeln Sie keine Kurzschlüsse!**

3) Multimeter sind als Strommesser besonders empfindlich. Vor dem Anschliessen muss die Spannungsvorsorgung runtergeregelt werden. (Eine zerschossene Sicherung kostet Zeit und Geld.) Spulen in Wechselstromkreisen sind tückisch.

Aufgaben:

1. Induktivität und Verlustwiderstand einer Luftspule.

1.1 Lassen Sie durch eine Reihenschaltung von $10\ \Omega$ -Widerstand und 1000-Windungen-Transformatorspule (ohne Eisenkern) $I_{\text{eff}} \approx 300\text{mA}$ Wechselstrom fließen. Messen Sie oszillographisch die Spannungsamplituden an der Spule und am Widerstand sowie die Zeitdifferenz zwischen entsprechenden Nulldurchgängen der beiden Spannungen. Berechnen Sie daraus die Spuleninduktivität und den Verlustwiderstand der Spule.

Wiederholen Sie die Messung bei $I_{\text{eff}} \approx 30\text{mA}$.

1.2 Berechnen Sie bereits in der Vorbereitung aus den angegebenen Spulendaten (siehe Abschnitt Zubehör) näherungsweise Spuleninduktivität und Drahtwiderstand der genutzten Spule.

Hinweise: Sie werden feststellen, dass weder die Spuleninduktivität noch der Verlustwiderstand von der Stromstärke (bzw. von der Magnetfeldstärke) abhängt und dass der Verlustwiderstand dem Widerstand des Drahtes gleicht, aus dem die Spule gewickelt ist.

2. Induktivität und Verlustwiderstand einer Spule mit geschlossenem Eisenkern.

2.1 Wiederholen Sie die Messungen von Aufgabe 1.1, jedoch bei $I_{\text{eff}} \approx 30\text{mA}$ und $I_{\text{eff}} \approx 10\text{mA}$.

2.2 Berechnen Sie aus den gemessenen Induktivitätswerten sowie den Spulen- und Eisenkerndaten die zugehörigen relativen Wechselfeld-Permeabilitätswerte und die Gesamtverlustleistungen.

Hinweise: Sie werden feststellen, dass sowohl die Induktivität der Eisenkernspule als auch ihr Verlustwiderstand stark von der Stromstärke abhängen und dass sowohl die Induktivität als auch der Verlustwiderstand viel größer sind als bei der Luftspule.

3. Ferromagnetische Hysteresis und Ummagnetisierungsverluste.

3.1 Stellen Sie oszillographisch die Magnetisierungskurve (*Hysteresekurve*, B über H aufgetragen) des Eisenkerns bei den Primärkreis-Wechselströmen $I_{\text{eff}} \approx 30\text{mA}$ und $I_{\text{eff}} \approx 10\text{mA}$ dar.

Speichern Sie die Oszilloskopbilder ab und drucken Sie diese für die Auswertung auf dem Drucker im Raum F1-13 aus. Zusätzlich können Sie auch die Wertetabellen der Hysteresekurven als Textdatei abspeichern.

Als Maß für H benutzen Sie den Spannungsabfall an einem $10\ \Omega$ -Widerstand im Kreis der felderzeugenden Spule (1000 Windungen) und als Maß für B das Integral über die in einer zweiten Spule (50 Windungen) induzierte Spannung. Benutzen Sie als Integrator ein geeignet dimensioniertes RC-Glied (d.h. $R \cdot C \cdot \omega \gg 1$).

3.2 Entnehmen Sie den Hysteresekurven mit Hilfe der Messfunktionen der Software Näherungswerte für die relative Wechselfeld-Permeabilität.

3.3 Ermitteln Sie das Integral $\oint B \cdot dH$, das die Ummagnetisierungsarbeit pro Volumeneinheit und Umlauf angibt, und berechnen Sie daraus die Ummagnetisierungsverlustleistung des Eisenkerns sowie den zugehörigen äquivalenten Verlustwiderstand.

Hinweise: Die Integrale finden Sie entweder durch „Kästchen ausgleichen und zählen“ oder „Ausschneiden und wiegen“ oder numerisch durch Auswerten der abgespeicherten Wertetabellen am PC. Als Hilfestellung zur numerischen Auswertung dient das python-Script `Beispiel_Hysteresse.py`.

3.4 Eichen Sie für die Auswertung rechnerisch die H-Achsen in A/m und die B-Achsen in Vs/m².

3.5 Vergleichen Sie die bei dieser Aufgabe ermittelten Ergebnisse mit jenen von Aufgabe 2. Sie werden feststellen, dass die Summe von aus der Hysteresis ermittelter Ummagnetisierungsverlustleistung und Drahtwiderstandsverlustleistung (Aufgabe 1) nicht exakt der Gesamtverlustleistung (Aufgabe 2) entspricht. Die Differenz wird hauptsächlich durch Wirbelströme erklärt, die trotz der Lamellierung des Eisenkerns auftreten.

4. Sättigungsinduktion, Remanenz, Koerzitivkraft, magnetische Härte, Vergleich Eisen - Ferrit.

Stellen Sie sowohl für den Eisenkern (ca. $0,2A_{\text{eff}}$; 250 Windungen) als auch für den Ferrit-Schalenkern (ca. $15mA_{\text{eff}}$; 250 Windungen) oszillographisch Hysteresekurven dar, die den Sättigungseffekt erkennen lassen.

Ermitteln Sie jeweils die Remanenz, die Koerzitivkraft, die Ummagnetisierungsverlustleistung und (durch Extrapolation) die Sättigungsinduktion. Eichen Sie dazu wieder die Achsen in A/m bzw. Vs/m².

Hinweis: Sie werden feststellen, dass das weichmagnetische Ferritmaterial gegenüber dem ebenfalls weichmagnetischen Eisen eine noch schmalere Hysteresis hat. Da auch die Wirbelstromverluste wegen des hohen spezifischen Widerstands von Ferrit extrem gering sind, ist dieses Material besonders für Spulen hoher Güte geeignet. Für Leistungstransformatoren und Elektromagnete bevorzugt man hingegen Eisen (bzw. Eisenlegierungen) aufgrund der viel größeren Sättigungsinduktion.

5. Anregungen für Ergänzungs- oder Alternativversuche.

5.1 Messung der Induktivität und des Verlustwiderstands der Ferritkernspule entsprechend Aufgabe 2.1.

5.2 Messung der Hysteresis des Eisenkerns mit Luftspalt mit Hilfe einer Hallsonde im Luftspalt.

5.3 Beobachtung und Messung von Wirbelstromverlusten: Ersatz des lamellierten Eisenjochs durch ein kompaktes Joch.

5.4 Thomson'scher Ringversuch: Schwebender bzw. abgeworfener Ring.

Hinweis: Der Wunsch, Versuche aus dieser Liste durchzuführen, sollte einige Zeit vor dem Versuchstag angemeldet werden, um Vorgespräche und die Bereitstellung der benötigten Geräte zu ermöglichen.

Zubehör:

Lamellierter Eisen-U-Kern mit Joch (Querschnitt 3,9cm·3,9cm; mittlere Feldlinienlänge im geschlossenen Eisenkern 48cm);

Aufsteckspule mit 1000 (500+500) Windungen (mittlerer Wickelradius 3,4cm; Verhältnis äußerer zu innerem Wickelradius 1,5; Wickellänge 6,8cm; Kupferdrahtdurchmesser 0,7mm);

Aufsteckspule mit 500 (250+250) Windungen (mittlerer Wickelradius 3,4cm; Verhältnis äußerer zu innerem Wickelradius 1,5; Wickellänge 6,8cm; Kupferdrahtdurchmesser 0,7mm);

Aufsteckspule mit 50 (5+10+15+10+10) Windungen;

Ferrit-Schalenkern (effektiver Querschnitt 6,25cm²; effektive Feldlinienlänge im Ferrit 10,5cm) mit zwei Spulen, nämlich 500 (250+250) Windungen und 50 (2+8+40) Windungen;

Universalmeßinstrument (Uni-Trend UT61-D);

USB-Oszilloskop (Picoscope 2204) mit PC zur digitalen Erfassung der Messwerte (zwei Kanäle; X/Y-Betrieb möglich; durch Vorschalten eines Widerstands von ca. 9 MΩ können die Oszilloskopeingänge ($R \approx 1 \text{ M}\Omega$) um einen Faktor 10 unempfindlicher gemacht werden. Ein geeigneter Widerstand befindet sich beim Zubehör;

Widerstände (Grobwerte 1Ω; 10Ω; 10kΩ; 100kΩ);

Kondensatoren (Grobwerte 0,01μF; 0,1μF; 1μF; 10μF);

Netzgerät (0 - 60V AC)

Software: Beispiel_Hysterese.py

- Einlesen der Daten aus einer PicoScope-Datei (im .txt oder .csv-Format)
- evtl. Reduktion der Datenmenge durch Mittelwertbildung über benachbarte Datenpunkte (beim Export der Daten auf eine „vernünftige“ Zahl von Datenpunkten achten (*ca. 100 Punkte/Periode sind eine gute Wahl*))
- Darstellung der eingelesenen Daten in der Form: Kanal_a gegen Kanal_b
- Interpolation der Datenpunkte durch eine glatte Kurve (kubische Splines)
- Auftrennen der Datenpunkte nach steigendem bzw. abnehmendem Strom
- Umsortieren der Daten, um monoton steigende Sequenz von Strom-Werten zu erhalten.
- Approximative Interpolation der Kurven für steigenden und fallenden Strom (kubische Splines mit näherungsweise Interpolation)
- Differenzbildung der Integrale der angepassten Spline-Funktionen, um die Fläche zwischen den Kurven-Ästen zu bestimmen

Literatur:

Vorbereitungshilfe für den Versuch 'Ferromagnetische Hysteresis' (von W. Jüngst). Für das gründlichere Studium der bei diesem Versuch angesprochenen Phänomene eignet sich jedes Lehrbuch der Experimentalphysik. Besonders ausführlich sind die entsprechenden Abschnitte in Bergmann, Schaefer: Lehrbuch der Experimentalphysik, Band II (Elektromagnetismus).

Inhaltsverzeichnis

0	Aufgabenblatt	1
1	Induktivität und Verlustwiderstand einer Luftspule	5
1.1	Messung	5
1.2	Berechnung der theoretischen Werte	7
1.3	Diskussion	7
2	Induktivität und Verlustwiderstand einer Spule mit geschlossenem Eisenkern	8
2.1	Messung	8
2.2	Berechnung	8
3	Ferromagnetische Hysteresis und Ummagnetisierungsverluste	10
3.1	Hysteresekurven und Eichung der Achsen	11
3.2	Wechselfeld-Permeabilität	11
3.3	Ummagnetisierungsarbeit pro Volumen und Umlauf, Ummagnetisierungsverlustleistung, Verlustwiderstand	12
3.4	Vergleich mit Ergebnissen aus Aufgabe 1 und Aufgabe 2	12
4	Sättigungsinduktion, Remanenz, Koerzitivkraft, magnetische Härte, Vergleich Eisen-Ferrit	15
5	Messwerte	18

Abbildungsverzeichnis

1	Aufbau Schaltung für Aufgabe 1 und 2	5
2	U_R und U_L bei $I_{\text{eff}} = 300\text{mA}$	6
3	U_R und U_L bei $I_{\text{eff}} = 30\text{mA}$	6
4	U_R und U_L einer Spule mit Eisenkern bei $I_{\text{eff}} = 30\text{mA}$	8
5	U_R und U_L einer Spule mit Eisenkern bei $I_{\text{eff}} = 10\text{mA}$	8
6	Aufbau Schaltung mit Integrator	11
7	Hysteresekurve einer Spule mit Eisenkern bei $I_{\text{eff}} = 10\text{mA}$	13
8	Hysteresekurve einer Spule mit Eisenkern bei $I_{\text{eff}} = 30\text{mA}$	14
9	Hysteresekurve einer Spule mit Eisenkern bei $I_{\text{eff}} = 200\text{mA}$	16
10	Hysteresekurve einer Spule mit Ferritkern bei $I_{\text{eff}} = 30,8\text{mA}$	17

Tabellenverzeichnis

1	Induktivität und Verlustwiderstand einer Luftspule (Messwerte)	6
2	Induktivität und Verlustwiderstand einer Luftspule (Diskussion)	7
3	Induktivität und Verlustwiderstand einer Spule mit geschlossenem Eisenkern	8
4	Permeabilität und Verlustleistung einer Spule mit geschlossenem Eisenkern	9
5	Permeabilität einer Spule mit geschlossenem Eisenkern anhand der Hysteresekurven	12
6	Ummagnetisierungsarbeit pro Volumen und Umlauf, Ummagnetisierungsverlustleistung, Verlustwiderstand anhand der Hysteresekurven	12
7	Remanenz, Koerzitivkraft, Ummagnetisierungsverlustleistung, Sättigungsinduktion anhand der Hysteresekurven von Eisen und Ferrit	15

1 Induktivität und Verlustwiderstand einer Luftspule

Eine verlustbehaftete Spule entspricht einer Reihenschaltung einer idealen Spule mit Induktion L und einem Verlustwiderstand r . Diese Schaltung wird mit einer Wechselspannung $U(t)$ betrieben, d.h. sie wird von einem Wechselstrom

$$I(t) = \hat{I}e^{i\omega t}, \quad (1)$$

mit einer Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$ durchflossen. Die Wechselspannung ist abhängig von der Impedanz Z und damit vom Scheinwiderstand $|Z|$. Dabei ist φ die Phasenverschiebung, d.h. der Winkel, um den der Strom der Spannung nacheilt.

$$Z = |Z|e^{i\varphi} = |Z|\cos(\varphi) + i|Z|\sin(\varphi) = r + i\omega L \quad (2)$$

$$|Z| = |r + i\omega L| = \sqrt{r^2 + (\omega L)^2} \quad (3)$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{\omega L}{r}\right) \quad (4)$$

$$\Rightarrow U(t) = Z \cdot I(t) = \sqrt{r^2 + (\omega L)^2} \cdot \hat{I}e^{i(\omega t + \arctan(\frac{\omega L}{r}))} = \hat{U}e^{i(\omega t + \varphi)} \quad (5)$$

Die Verlustleistung einer Spule gemittelt über eine Periode $T = \frac{2\pi}{\omega}$ ist

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T \text{Re}[U(t)] \cdot \text{Re}[I(t)] dt = \frac{\hat{I}^2 r}{2} = I_{\text{eff}}^2 \cdot r. \quad (6)$$

1.1 Messung

Ein Vorwiderstand R wird mit der verlustbehafteten Spule in Reihe geschaltet und mit einer Wechselspannung betrieben (Vgl. Abb. 1). Zum einen bei einem Effektivwert des Stroms von $I_{\text{eff}} \approx 300 \text{ mA}$ und zum anderen bei $I_{\text{eff}} \approx 30 \text{ mA}$. Um den Wechselstrom bestimmen zu können, wird der Spannungsabfall \hat{U}_R an dem Vorwiderstand $R = 10 \Omega$ gemessen. Diese sind nach dem Ohmschen Gesetz

$$\hat{I} = \frac{\hat{U}_R}{R}, \quad (7)$$

korreliert. Der Verlustwiderstand und die Induktivität der Spule können aus der gemessenen Phasenverschiebung φ bestimmt werden. Die Zeitdifferenz Δt ist die Zeit zwischen den Nulldurchgängen der Spannung am Widerstand U_R und an der Spule U_L . Es wird mit einer

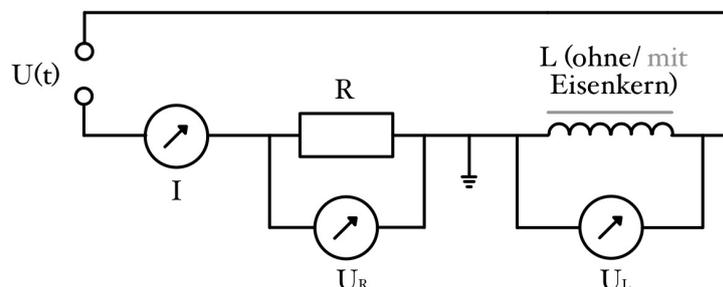


Abbildung 1: Aufbau Schaltung für Aufgabe 1 und 2

Frequenz von $f = 50\text{Hz}$ gearbeitet. Es gilt

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{\varphi}{2\pi} \quad (8)$$

$$\Leftrightarrow \varphi = \frac{2\pi\Delta t}{T} = 2\pi f \Delta t = \arctan\left(\frac{\omega L}{r}\right). \quad (9)$$

Die Impedanz ist gegeben durch den Quotienten des maximalen Spannungswertes und des maximalen Stromwertes. Aus Gleichung 7 folgt

$$|Z| = \frac{\hat{U}_L}{\hat{I}} = \frac{\hat{U}_L}{\hat{U}_R} R. \quad (10)$$

Aus den Gleichungen 2 und 9 kann damit der Verlustwiderstand und die Induktivität bestimmt werden.

$$r = \text{Re}(Z) = |Z| \cos(\varphi) = \frac{\hat{U}_L}{\hat{U}_R} R \cdot \cos(2\pi f \Delta t) \quad (11)$$

$$L = \frac{\text{Im}(Z)}{\omega} = \frac{|Z|}{\omega} \sin(\varphi) = \frac{\hat{U}_L}{\hat{U}_R 2\pi f} R \cdot \sin(2\pi f \Delta t) \quad (12)$$

Mit Hilfe eines USB-Oszilloskops werden die Spannungen U_L und U_R gemessen und über die Zeit aufgetragen (vgl. Abb. 2 und 3). Die zugehörige Software besitzt Werkzeuge, um die jeweiligen Maximalwerte, sowie die Zeitdifferenz zu messen, die für die Berechnungen notwendig sind. Die Messwerte sind in Tabelle 1 eingetragen. Weiter sind die errechneten Werte für r und L der Luftspule eingetragen.

Die Sinnhaftigkeit der erhaltenen Werte für die Induktivität und den Verlustwiderstand werden in Abschnitt 1.3 diskutiert.

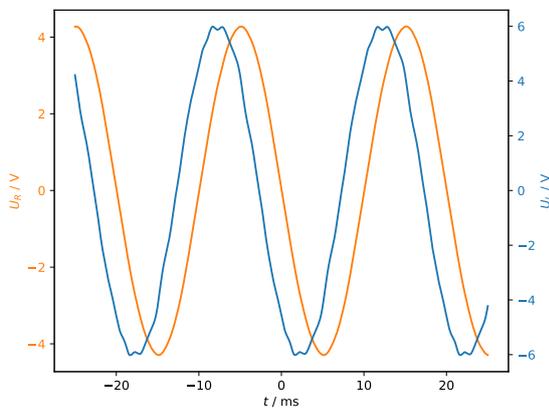


Abbildung 2: U_R und U_L bei $I_{\text{eff}} = 300\text{mA}$

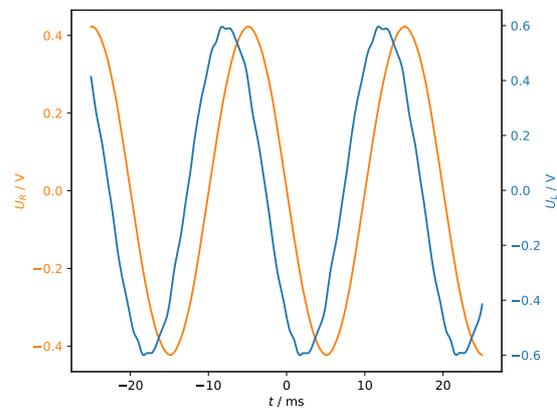


Abbildung 3: U_R und U_L bei $I_{\text{eff}} = 30\text{mA}$

Tabelle 1: Induktivität und Verlustwiderstand einer Luftspule (Messwerte)

I_{eff} in mA	$2\hat{U}_R$ in V	$2\hat{U}_L$ in V	Δt in ms	r in Ω	L in mH
300	8,589	12,02	2,741	9,119	33,791
29,6	0,8479	1,202	2,741	9,237	34,232

1.2 Berechnung der theoretischen Werte

Die Induktivität L einer langen Spule ist als

$$L = -\frac{U_{\text{ind}}}{\dot{I}}, \quad (13)$$

definiert. Dabei ist die induzierte Spannung bei konstanter Fläche A , der Magnetischen Flussdichte B und einer Windungszahl n , Länge l der Spule und dem Strom I durch die Spule durch

$$U_{\text{ind}} = -nA\dot{B} = -n^2A\mu_0\frac{\dot{I}}{l} \quad (14)$$

$$\Rightarrow L = \mu_0 n^2 \frac{A}{l}, \quad (15)$$

gegeben. Die Induktivität L einer kurzen Spule mit Länge $l = 6,8 \text{ cm}$, $n = 1000$ Windungen und mittlerer Querschnittsfläche $\bar{A} = \pi \cdot (3,4 \text{ cm})^2$ muss um einen geometrieabhängigen Faktor $k = 0,55$ korrigiert werden.

$$L_{\text{theo}} = \mu_0 n^2 k \frac{\bar{A}}{l} = \mu_0 \cdot 1000^2 \cdot 0,55 \cdot \frac{\pi \cdot (3,4 \text{ cm})^2}{6,8 \text{ cm}} \approx 36,912 \text{ mH} \quad (16)$$

Der Verlustwiderstand r entspricht dem Widerstand des Kupferdrahtes. Dabei ist der mittlere Wickelradius $\bar{r} = 3,4 \text{ cm}$, der Drahtquerschnitt $A = \pi \cdot \left(\frac{0,7 \text{ mm}}{2}\right)^2$ und der spezifische Widerstand von Kupfer $\rho_{\text{Cu}} = 0,017 \cdot 10^{-6} \Omega \text{ m}^1$.

$$r_{\text{theo}} = \rho_{\text{Cu}} \frac{l_{\text{Cu}}}{A} = \rho_{\text{Cu}} \frac{2\pi\bar{r} \cdot n}{A} = 0,017 \cdot 10^{-6} \Omega \text{ m} \cdot \frac{2\pi \cdot 3,4 \text{ cm} \cdot 1000}{\pi \cdot \left(\frac{0,7 \text{ mm}}{2}\right)^2} \approx 9,437 \Omega \quad (17)$$

1.3 Diskussion

Wie an den Werten aus Tabelle 2 zu erkennen ist, ist die Induktivität in etwa konstant und somit stromunabhängig für eine Luftspule. Dies ist zu erwarten, da der Strom nicht für die letztliche Berechnung der Induktivität (Gl.16) relevant ist. Ebenso ist, wie zu erwarten, der Verlustwiderstand konstant. Dieser entspricht dem Widerstand des Kupferdrahtes.

Mögliche Abweichungen zu den berechneten Werten kommen durch Ungenauigkeiten der Messgeräte. Ebenso spielen menschliche Fehler wie zum Beispiel Ablese-Fehler eine Rolle, da die Extrema nach Augenmaß durch Anlegen von Geraden am Picoscope Programm, erfasst werden. Das Multimeter zur Bestimmung der Stromstärke besitzt einen systematischen Fehler, wobei dies keinen Einfluss auf die Messergebnisse haben sollte, da diese für eine Luftspule nicht abhängig von der Stromstärke sind.

Tabelle 2: Induktivität und Verlustwiderstand einer Luftspule (Diskussion)

I_{eff} in mA	L_{exp} in mH	L_{theo} in mH	Abw. in %	r_{exp} in Ω	r_{theo} in m Ω	Abw. in %
300	33,791	36,912	8,46	9,119	9,437	3,37
29,6	34,232	36,912	7,26	9,237	9,437	2,12

¹Meschede, Dieter - Gerthsen Physik; 25. Auflage, Seite 342, Tab. 7.2

2 Induktivität und Verlustwiderstand einer Spule mit geschlossenem Eisenkern

In diesem Versuchsteil befindet sich ein geschlossener Eisenkern mit Permeabilität μ in der Spule. Da das Magnetfeld größtenteils im Kern verläuft, ist hier also nicht mit der Länge und Querschnittsfläche der Spule, sondern stattdessen mit den Maßen des Eisenkerns zu rechnen.

2.1 Messung

Die Messung verläuft analog zu Abschnitt 1.1 (Aufbau vgl. Abb.1), allerdings werden die Induktivität und der Verlustwiderstand bei $I_{\text{eff}} \approx 30 \text{ mA}$ und $I_{\text{eff}} \approx 10 \text{ mA}$ bestimmt. Da das Picoscope nur eine Spannung bis 20V auftragen kann, muss bei $I_{\text{eff}} = 30 \text{ mA}$ ein Vorwiderstand $R_V = 9 \text{ M}\Omega$ zwischen dem Messgerät und der Spule eingebaut werden. Somit ergibt sich die Spannung an der Spule durch einen Korrekturfaktor, der durch den weiteren Widerstand und den Innenwiderstand des Messgeräts $R_i = 1 \text{ M}\Omega$ gegeben ist.

$$U_L = \frac{R_V + R_i}{R_i} \cdot U_{\text{Messung}} = 10 \cdot U_{\text{Messung}} \quad (18)$$

Ebenfalls analog zu 1.1 werden die gemessenen Spannungen über die Zeit aufgetragen (vgl. Abb. 4 und 5) und mit Hilfe der integrierten Software-Werkzeuge die relevanten Größen bestimmt. Daraus werden wiederum die Induktivität und der Widerstand der Spule berechnet. Die Ergebnisse dieses Versuchsteils sind in Tabelle 3 nachvollziehbar.

2.2 Berechnung

Die Induktivität einer Spule (Vgl. Gl.15) mit einem geschlossenen Eisenkern ändert sich um den Wechselfeld-Permeabilitätswert μ . Es muss beachtet werden dass nun $l = 48 \text{ cm}$ ist, da

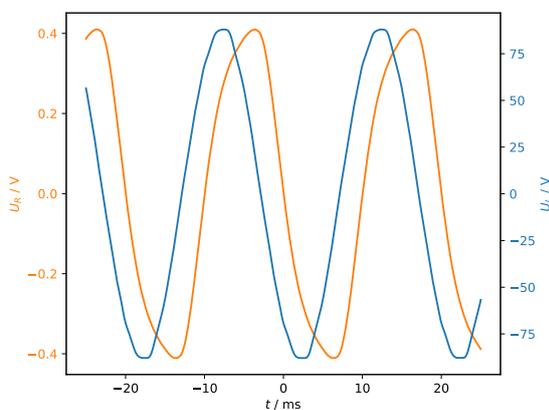


Abbildung 4: U_R und U_L einer Spule mit Eisenkern bei $I_{\text{eff}} = 30 \text{ mA}$

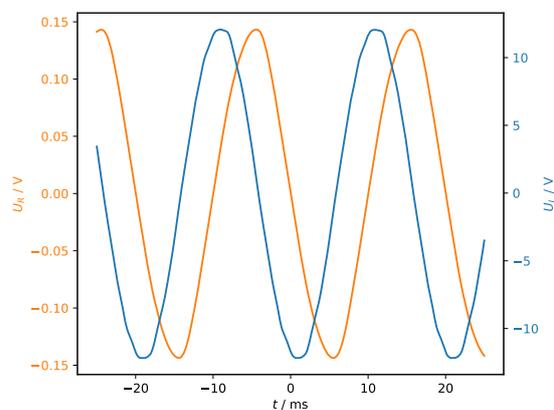


Abbildung 5: U_R und U_L einer Spule mit Eisenkern bei $I_{\text{eff}} = 10 \text{ mA}$

Tabelle 3: Induktivität und Verlustwiderstand einer Spule mit geschlossenem Eisenkern

I_{eff} in mA	$2\hat{U}_R$ in mV	$2\hat{U}_L$ in V	Δt in ms	r in Ω	L in H
30	820,0	175,7	2,949	1287,048	5,447
9,99	287,1	24,33	4,195	212,039	2,612

die Feldlinien durch den Eisenkern deutlich länger sind. Der Querschnitt des verwendeten Eisenkerns ist $A = (3,9 \text{ cm})^2$. Die Spule hat weiterhin $n = 1000$ Windungen. Analog zu Abs. 1.2 gilt

$$L_{\text{Eisen}} = \mu_0 \mu n^2 \frac{A}{l} = \frac{\hat{U}_L}{\hat{U}_R 2\pi f} R \cdot \sin(2\pi f \Delta t) \quad (19)$$

$$\Leftrightarrow \mu = L_{\text{Eisen}} \cdot \frac{l}{n^2 \mu_0 A} = L_{\text{Eisen}} \cdot \frac{48 \text{ cm}}{\mu_0 1000^2 \cdot (3,9 \text{ cm})^2} \quad (20)$$

$$r = \frac{\hat{U}_L}{\hat{U}_R} R \cdot \cos(2\pi f \Delta t). \quad (21)$$

Die Gesamtverlustleistung ist wie bereits in Abschnitt 1 beschrieben (Gl.6).

$$P = I_{\text{eff}}^2 \cdot r \quad (22)$$

Aus den Tabellen 3 und 4 ist zu erkennen, dass die Impedanz abhängig von der Stromstärke ist. Somit sind die Induktivität, der Verlustwiderstand, die Permeabilität und die Verlustleistung ebenfalls stark stromabhängig. Die Werte für die relative Permeabilität liegen im Bereich der Literaturwerte², also zwischen 500 und 10000 und entsprechen somit den Erwartungen.

Tabelle 4: Permeabilität und Verlustleistung einer Spule mit geschlossenem Eisenkern

I_{eff} in mA	L_{Eisen} in H	μ	r in Ω	P in W
30	5,453	1369,423	1287,048	1,158
9,99	2,612	655,957	212,039	0,021

²Wolfgang Demtröder, Experimentalphysik 2 - Elektrizität und Optik, 7. Auflage, Springer-Verlag 2017, Seite 103, Tabelle 3.2c)

3 Ferromagnetische Hysteresis und Ummagnetisierungsverluste

Wird die magnetische Flussdichte B einer mit einem ferromagnetischen Material gefüllten Spule über die magnetische Feldstärke H aufgetragen, ergibt sich eine Hysteresekurve. Diese Kurve ist abhängig von Material, Temperatur und Vorgeschichte. In dem ferromagnetischen Material gibt es Materialbezirke, die *Weißsche Bezirke* heißen. In diesen sind molekulare magnetische Dipole parallel ausgerichtet. Die Weißschen Bezirke sind in ihrer Ausrichtung untereinander korreliert. Im unmagnetischen Zustand sind die Weißschen Bezirke ungeordnet. Diese können durch Anlegen eines äußeren magnetischen Feldes mit Feldstärke H gerichtet werden, sodass die Weißschen Bezirke geordnet werden. Zuerst geschieht das auf der *Neukurve*. Sind diese zum ersten Mal maximal ausgerichtet, ist die *Sättigung* erreicht, sodass sich trotz Erhöhen der Feldstärke die magnetische Flussdichte nur noch um den Faktor μ_0 erhöht. Wird das äußere Feld nun verringert bis es Null wird, bleiben die Ausrichtungen der Weißschen Bezirke zum Teil erhalten, sodass die Remanenz B_r ohne äußeres Feld bleibt. Damit die magnetische Flussdichte verschwindet, muss ein äußeres Gegenfeld der Feldstärke H_c angelegt werden. Die Feldstärke des Gegenfeldes wird *Koerzitivkraft* genannt. Wird die magnetische Feldstärke weiter verringert, richten sich die Weißschen Bezirke wieder aus, bis es zur Sättigung kommt. Wird die magnetische Feldstärke nun wieder erhöht, ist der Vorgang analog. Die Ummagnetisierungsarbeit A_{mag} ist die eingeschlossene Fläche der Hysteresekurve, beziehungsweise die Arbeit eines Magnetisierungszyklus W_{mag} pro Volumen V .

$$A_{\text{mag}} = \oint B_M dH = \frac{W_{\text{mag}}}{V} \quad (23)$$

Die magnetische Flussdichte B_0 einer Spule ohne Materie in Abhängigkeit der magnetischen Feldstärke ist durch die folgende Beziehung gegeben.

$$B_0 = \mu_0 H \quad (24)$$

Wird ein Material in die Spule gebracht, gibt es ein magnetisches Moment M auf ein Volumen V . Dies wird Magnetisierung $J = \frac{M}{V}$ genannt, was zur Folge hat, dass das äußere Feld vergrößert wird.

$$B_M = B_0 + \mu_0 J = \mu_0 (H + J) \quad (25)$$

Die Permeabilität ist somit

$$\mu = \frac{B_M}{B_0} = 1 + \chi. \quad (26)$$

χ wird magnetische Suszeptibilität genannt. Die Magnetisierung kann nun durch

$$J = (\mu - 1)H = \chi H, \quad (27)$$

beschrieben werden, sodass die magnetische Flussdichte einer Spule, die mit einem Material gefüllt ist,

$$B_M = \mu_0 \mu H, \quad (28)$$

ist. Diese Beziehung gilt allerdings nur näherungsweise für den Anstieg der Neukurve. Im allgemeinen ist die Permeabilität nicht konstant, sondern abhängig vom Spulenstrom I und somit vom äußeren Magnetfeld H .

3.1 Hysteresekurven und Eichung der Achsen

Wie in Abschnitt 1.1 wird ein Vorwiderstand $R = 10\Omega$ mit der verlustbehafteten Spule mit der mittleren Feldlinienlänge $l_1 = 48\text{cm}$ und $n_1 = 1000$ Windungen, die mit Eisen gefüllt ist, in Reihe geschaltet und mit einer Wechselspannung betrieben (Vgl. linke Seite Abb.6). Die magnetische Feldstärke kann durch den Spannungsabfall U_R am Vorwiderstand bestimmt werden, der gemessen wird.

$$H = n_1 \frac{I}{l_1} = \frac{n_1}{l_1 R} \cdot U_R = \frac{1000}{48\text{cm} \cdot 10\Omega} \cdot U_R \approx 208,33 \frac{\text{A}}{\text{Vm}} \cdot U_R \quad (29)$$

Die magnetische Flussdichte kann durch Integration der induzierten Spannung U_{ind} an einer zweiten Spule mit Windungszahl $n_2 = 50$, Wickellänge $l_2 = 48\text{cm} = l_1$ und Querschnittsfläche des Eisenkerns $A = (3,9\text{cm})^2$ bestimmt werden. Dazu wird als Integrator ein RC-Glied (Reihenschaltung von Widerstand R_1 und Kondensator mit Kapazität C) verwendet und die Spule mit der induzierten Spannung an den Integrator in Reihe angeschlossen. Die Spannung am Kondensator wird gemessen (Vgl. rechte Seite Abb.6).

$$U_{\text{ind}} = n_2 A \dot{B} \quad (30)$$

$$U_C = \frac{Q}{C} = \frac{1}{C} \int \frac{U_{\text{ind}} - U_C}{R_1} dt \quad (31)$$

Dabei muss $U_{R_1} \gg U_C$ sein und somit $R_1 \gg \frac{1}{\omega C}$ gelten, dann kann folgende Näherung getroffen werden. Hier ist der Widerstand $R_1 = 10\text{k}\Omega$ und die Kapazität des Kondensators $C = 10\mu\text{F}$.

$$U_C = \frac{1}{R_1 C} \int U_{\text{ind}} dt \quad (32)$$

$$\Rightarrow B \approx \frac{1}{n_2 A} \int U_{\text{ind}} dt \approx \frac{R_1 C}{n_2 A} \cdot U_C \quad (33)$$

$$\approx \frac{10\text{k}\Omega \cdot 10\mu\text{F}}{50 \cdot (3,9\text{cm})^2} \cdot U_C \approx 1,315 \frac{\text{s}}{\text{m}^2} \cdot U_C \quad (34)$$

Die vom Oszilloskop gemessenen Spannungen U_R und U_C werden zunächst über die Zeit und als Hysteresekurven zum einen bei einem Effektivwert des Stroms von $I_{\text{eff}} \approx 30\text{mA}$ (Vgl. Abb. 8) und zum anderen bei $I_{\text{eff}} \approx 10\text{mA}$ (Vgl. Abb.7) aufgetragen. Diese werden im Folgenden verwendet, um die Permeabilität des Eisenkerns zu bestimmen.

3.2 Wechselfeld-Permeabilität

Die Wechselfeld-Permeabilität ist durch Gleichung 26 gegeben. Da die Wechselfeld-Permeabilität nicht konstant ist, wird die Steigung der Schnittgerade der Maximalwerte von B und H und

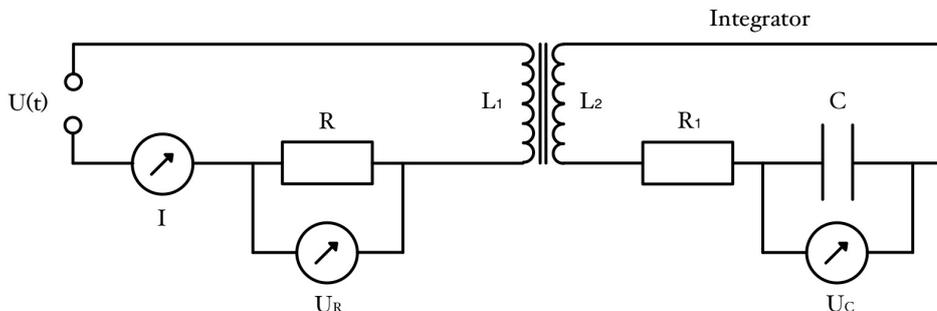


Abbildung 6: Aufbau Schaltung mit Integrator

dem Ursprung verwendet, um diese zu bestimmen. Wie in Abschnitt 1.2 werden die Maximalwerte der Hystereseschleife mit Hilfe der Software *PicoScope* ermittelt.

$$B_M = \mu_0 \mu H \quad (35)$$

$$\Leftrightarrow \mu = \frac{B_{\max}}{\mu_0 H_{\max}} \quad (36)$$

Die Ergebnisse sind in Tabelle 5 zusammengefasst.

3.3 Ummagnetisierungsarbeit pro Volumen und Umlauf, Ummagnetisierungsverlustleistung, Verlustwiderstand

Die Ummagnetisierungsarbeit ist wie bereits in Gleichung 23 geschrieben. Sie entspricht der Fläche der Hysteresekurve. Diese wurde analog zu *Beispiel-Hysteresep.py* mit Hilfe des Python-Packages *PhyPraKit* ermittelt.

$$A_{\text{mag}} = \oint B dH = \frac{W_{\text{mag}}}{V} \quad (37)$$

Die Ummagnetisierungsverlustleistung ist durch

$$P_{\text{mag}} = \frac{V}{T_{\text{Zyklus}}} \cdot \frac{W_{\text{mag}}}{V} = \frac{AI}{T_{\text{Zyklus}}} \cdot \oint B dH, \quad (38)$$

gegeben. Daraus lässt sich nach Umstellen von Gleichung 22 der Verlustwiderstand r_{mag} bestimmen.

$$r_{\text{mag}} = \frac{P_{\text{mag}}}{I_{\text{eff}}^2} \quad (39)$$

Die Ergebnisse sind in Tabelle 6 zusammengefasst.

3.4 Vergleich mit Ergebnissen aus Aufgabe 1 und Aufgabe 2

Die Permeabilitäten sind sowohl in Aufgabe 2 und 3 in etwa in der gleichen Größenordnung. Mögliche Unterschiede kommen durch die verschiedenen Messmethoden. Wahrscheinlich ist das Ergebnis aus Aufgabe 2 exakter, da bei Aufgabe 3 mit der Steigung durch den Sättigungspunkt eine Näherung gemacht wird.

Die Ummagnetisierungsverlustleistung in Aufgabe 2 ist die Gesamtverlustleistung der Spule.

Tabelle 5: Permeabilität einer Spule mit geschlossenem Eisenkern anhand der Hysteresekurven

I_{eff} in mA	B_{\max} in mT	H_{\max} in A/m	μ
30	162,8	85,5	1515,7
10	21,9	30,0	580,5

Tabelle 6: Ummagnetisierungsarbeit pro Volumen und Umlauf, Ummagnetisierungsverlustleistung, Verlustwiderstand anhand der Hysteresekurven

I_{eff} in mA	A_{mag} in J/m ³	P_{mag} in mW	r_{mag} in Ω
30	23,455	856,2	951,3
10	0,465	17,0	169,6

In Aufgabe 3 wird nur die Verlustleistung durch Ummagnetisierung des Eisenjochs ermittelt. Aus Aufgabe 1 ist der Widerstand des Drahtes der Spule bekannt. Somit ergibt sich beispielsweise bei $I_{\text{eff}} = 29,6\text{A}$ eine Verlustleistung durch den Draht von

$$P_r = I_{\text{eff}}^2 \cdot r = (29,6\text{mA})^2 \cdot 9,24\Omega \approx 8,09\text{mW}. \quad (40)$$

Die Summe aus der Verlustleistung des Drahtes und des Eisenjochs $P_{\text{mag}} = 856,2\text{mW}$ entspricht theoretisch der Gesamtverlustleistung. Diese ist allerdings um circa 300mW kleiner als die ermittelte Gesamtverlustleistung aus Aufgabe 2. Diese Differenz entsteht möglicherweise durch das Auftreten von unerwünschten Wirbelströmen im Eisenkern, deren Verlustleistungen bei den Berechnungen nicht berücksichtigt wurden und die Ergebnisse in Aufgabe 2 verfälschen.

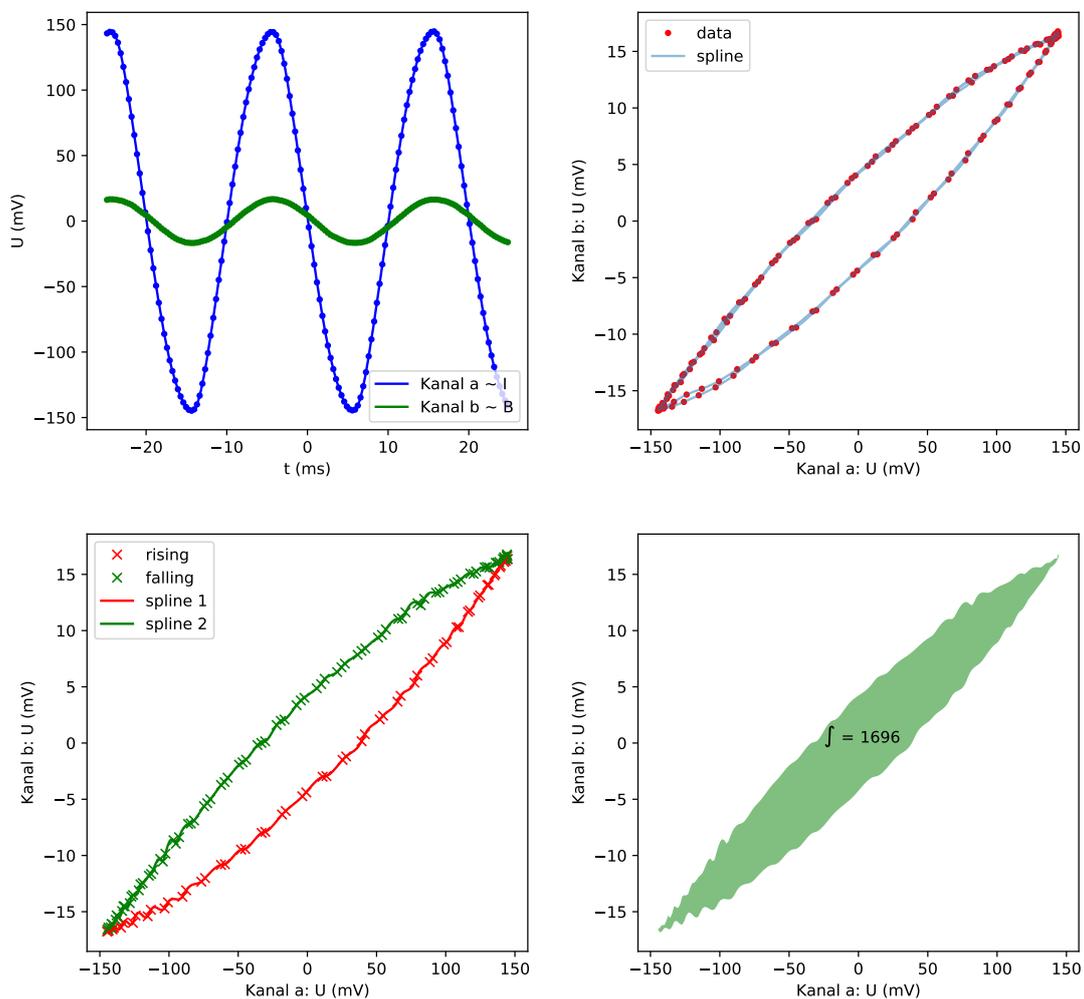


Abbildung 7: Hysteresekurve einer Spule mit Eisenkern bei $I_{\text{eff}} = 10\text{mA}$

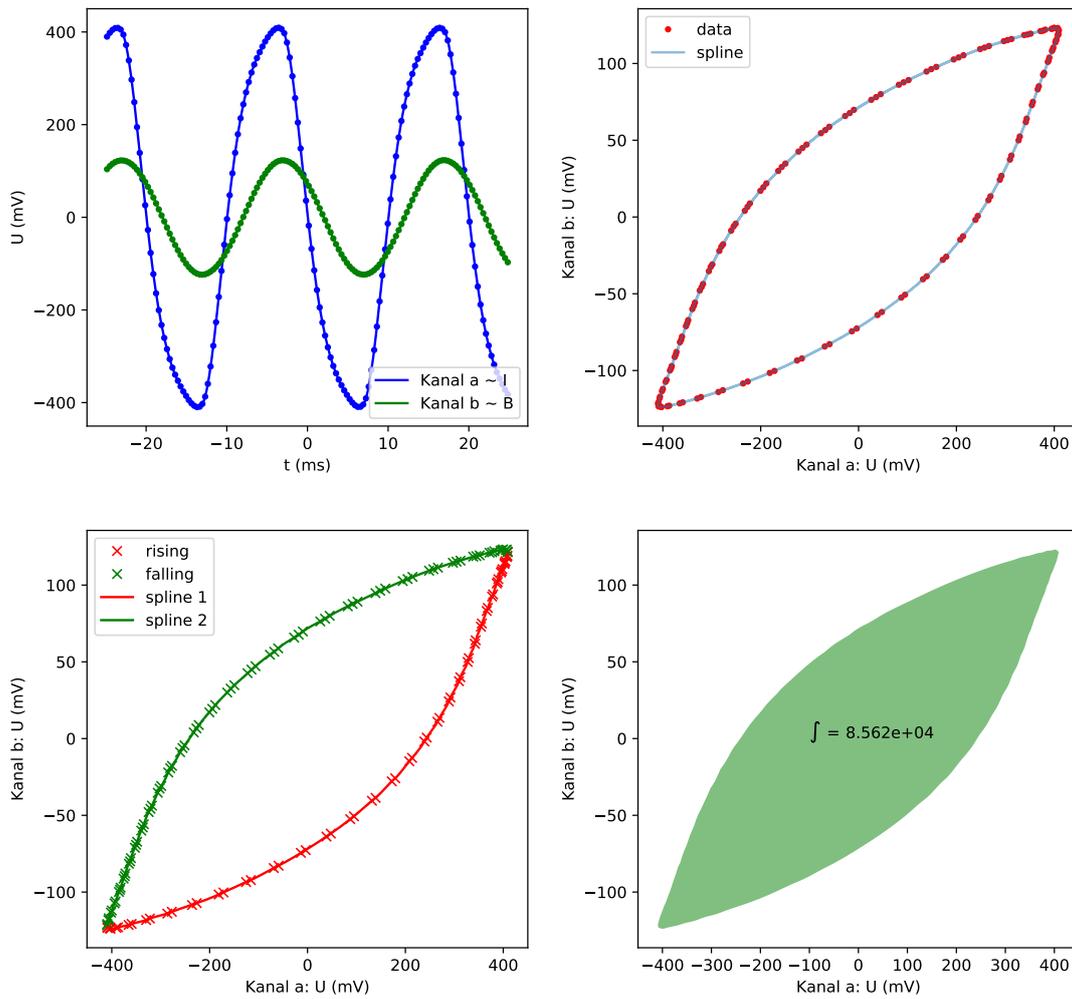


Abbildung 8: Hysteresekurve einer Spule mit Eisenkern bei $I_{\text{eff}} = 30 \text{ mA}$

4 Sättigungsinduktion, Remanenz, Koerzitivkraft, magnetische Härte, Vergleich Eisen-Ferrit

In diesem Versuch werden die Hysteresekurven eines Eisenkerns (ca. $0,2 A_{\text{eff}}$; 250 Windungen; Abb. 9) und eines Ferrit-Schalenkerns (ca. $30 mA_{\text{eff}}$; 250 Windungen; Abb.10) untersucht. Da in diesem Versuchsteil andere Spulen verwendet werden, müssen auch die Eichfaktoren angepasst werden. Für den Eisenkern ergibt sich mit der Feldlinienlänge $l = 48 \text{ cm}$ und dem Vorwiderstand $R = 10 \Omega$

$$\frac{n}{l \cdot R} \approx 52,08 \frac{\text{A}}{\text{Vm}}, \quad (41)$$

als Eichfaktor für das Magnetfeld H , sowie für die über den Integrator (Widerstand $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$, Kapazität $C = 10 \mu\text{F}$, Windungszahl $n_2 = 50$, Querschnittsfläche $A = (3,9 \text{ cm})^2$) bestimmte Flussdichte B

$$\frac{R_1 \cdot C}{n_2 \cdot A} \approx 1,315 \frac{\text{s}}{\text{m}^2}. \quad (42)$$

Für den Ferritkern ($l = 10,5 \text{ cm}$, $A = 6,25 \text{ cm}^2$) ergibt sich analog

$$\frac{n}{l \cdot R} \approx 238,10 \frac{\text{A}}{\text{Vm}} \quad \text{und} \quad \frac{R_1 \cdot C}{n_2 \cdot A} \approx 3,2 \frac{\text{s}}{\text{m}^2}. \quad (43)$$

Wie bereits in Abschnitt 3 beschrieben, ist die Remanenz B_r die magnetische Flussdichte bei einer Feldstärke $H = 0$, d.h. der Schnittpunkt der Hysteresekurve mit der B-Achse. Die Koerzitivkraft ist H_c für $B = 0$, d.h. der Schnittpunkt der Hysteresekurve mit der H-Achse. Die Ummagnetisierungsverlustleistung kann analog zu Abschnitt 3.3 aus der Ummagnetisierungsarbeit (Gl.38) bestimmt werden. Die Sättigungsinduktion ist dann erreicht, wenn trotz erhöhen der magnetischen Feldstärke, sich die magnetische Flussdichte nur noch um den Faktor μ_0 erhöht, also in den Umkehrpunkten der Hystereseschleifen. Somit werden hier die Maximalwerte für B und H bestimmt. Die Messwerte sind in Tabelle 7 dargestellt. Wie zu erwarten ist die Hysteresekurve des Ferritkern (Vgl. Abb.10) deutlich schmaler als die des Eisenkerns (Vgl. Abb.9). Dies zeigt sich auch in der Remanenz und Koerzitivkraft, die im Eisenkern beide größer sind als im Ferritkern. Eisen ist ein härterer Magnet als Ferrit, obwohl beide Materialien weichmagnetisch sind. Die Werte aus Tabelle 7 entsprechen somit den Erwartungen. Ferritkerne haben geringe Wirbelstromverluste aufgrund ihres hohen spezifischen Widerstandes und somit eine geringe Ummagnetisierungsverlustleistung. Sie eignen sich vor allem für Spulen hoher Güte und Transformatoren. Eisen beziehungsweise Eisenlegierungen haben eine sehr hohe Sättigungsinduktion und eignen sich somit besonders für Leistungstransformatoren.

Tabelle 7: Remanenz, Koerzitivkraft, Ummagnetisierungsverlustleistung, Sättigungsinduktion anhand der Hysteresekurven von Eisen und Ferrit

Material	B_r in mT	H_c in A/m	P_{mag} in mW	H_{max} in A/m	B_{max} in mT
Eisen	679,8	181,6	4885,0	146,8	457,5
Ferrit	103,6	30,4	33,0	117,5	270,6

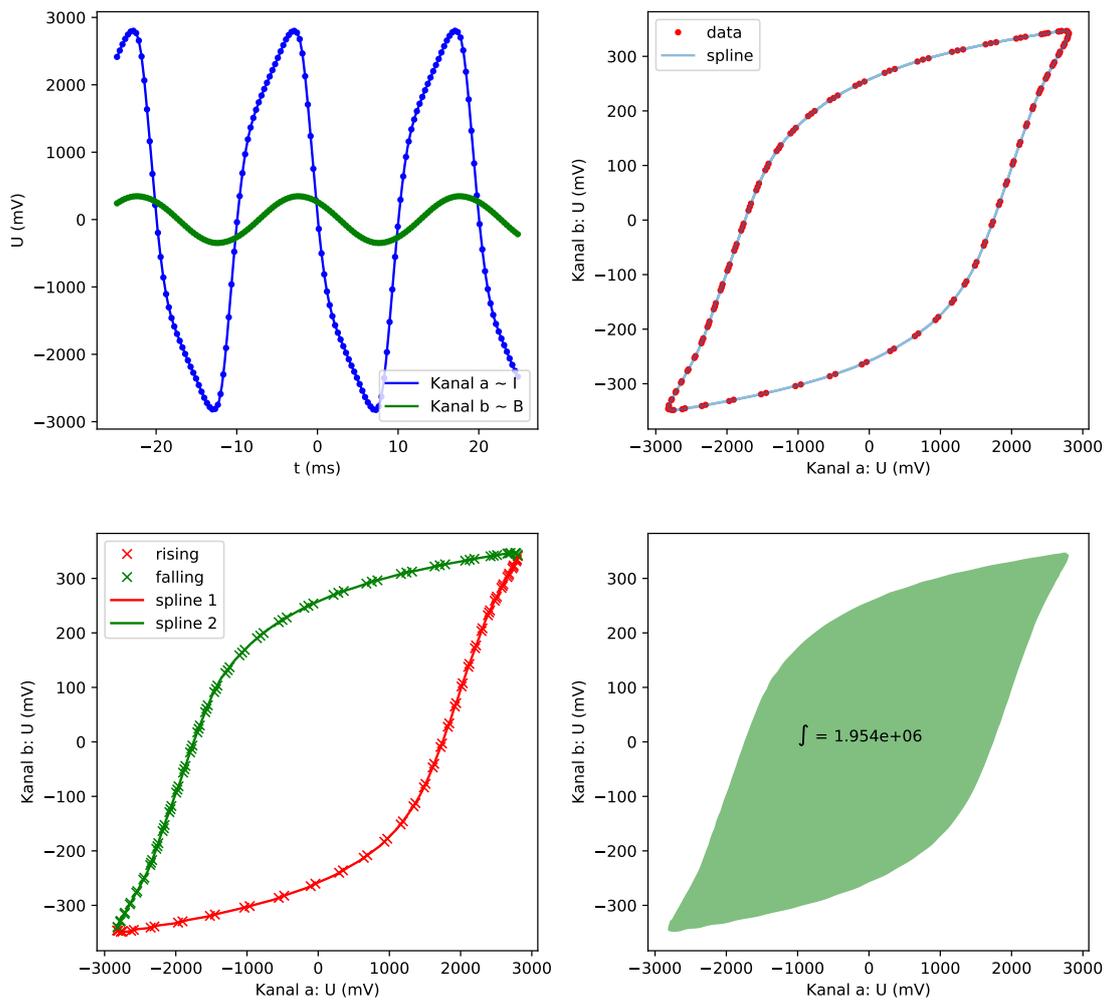


Abbildung 9: Hysteresekurve einer Spule mit Eisenkern bei $I_{\text{eff}} = 200 \text{ mA}$

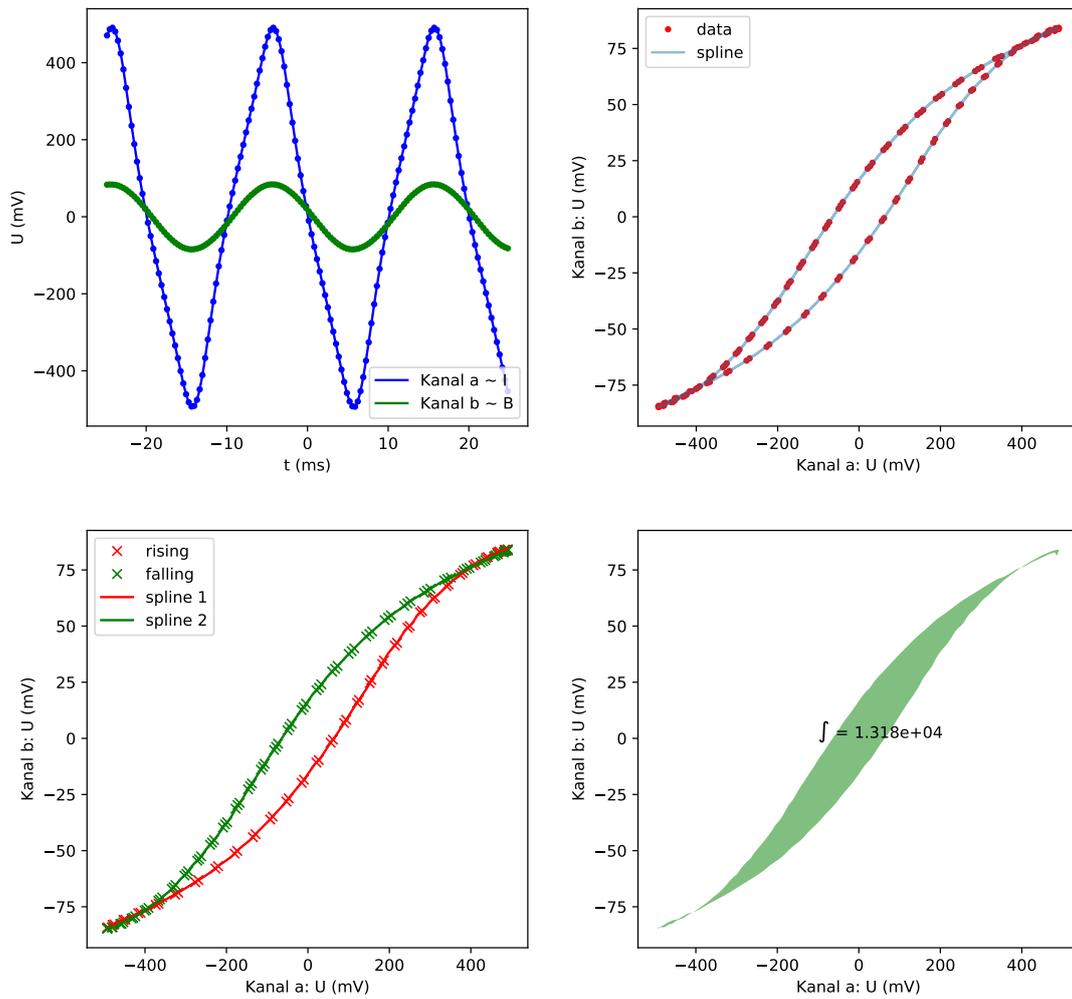


Abbildung 10: Hysteresekurve einer Spule mit Ferritkern bei $I_{\text{eff}} = 30,8 \text{ mA}$

Hysteresis

I_{eff}	\hat{u}	u_R A	u_L B	φ	Δt	
300 mA		8,589 V	12,02 V	2,741 ms		Luft
30 mA	29,50	847,9 mV	1,202 V	2,741 ms		A1

I_{eff}	u_R A	u_L (u _M) ^B	$\varphi/\Delta t$	
30 mA	820,0 mV	10 · 17,57 V	2,949 ms	Eisen
10 mA 9,890	287,1 mV	24,33 V	4,195 ms	A2

$$\left(u_L = \frac{R_2 + R_1}{R_1} \cdot u_M = 10 \cdot u_M = \frac{9+1}{1} \cdot u_M \right)$$

I_{eff}	ΔH_{max}	ΔB_{max}	eff	
10 mA	288,4 mV	33,33 mV	A: H	A3
30 mA	120,8 mV	247,7 mV	B: B	

I_{eff} 0,2 A $n = 250$ Eisen A4

ΔH_{max}	ΔB_{max}	ΔH_c	ΔB_r
5,639 V	695,9 mV	3,486 V	5,639 V
			5,170 mV

I_{eff} 30,8 mA $n = 250$ Ferrit

ΔH_{max}	ΔB_{max}
987,0 mV	169,1 mV
127,7 mV	32,36 mV
ΔH_c	ΔB_r

g/w