

Versuche P1-32,33,34

Ferromagnetische Hysteresis Versuchsvorbereitung

Thomas Keck, Gruppe: Mo-3
Karlsruhe Institut für Technologie, Bachelor Physik

Versuchstag: 22.11.2010

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Begriffsbildung | 3 |
| 1.1 | Magnetisches Feld in Materie | 3 |
| 1.2 | Magnetische Eigenschaften von Materie | 3 |
| 1.3 | Spulen | 5 |
| 1.4 | Hysteresisschleife | 5 |
| 1.5 | Wechselstromwiderstände und Zeigerdiagramm | 6 |
| 2 | Vorbereitung der Aufgaben | 8 |
| 2.1 | Induktivität und Verlustwiderstand einer Luftspule | 8 |
| 2.2 | Induktivität und Verlustwiderstand einer Spule mit geschlossenem Eisenkern . | 9 |
| 2.3 | Ferromagnetische Hysterese und Ummagnetisierungsverluste | 10 |
| 2.4 | Sättigungsinduktion, Remanenz, Koerzitivkraft, magnetische Härte, Vergleich Eisen - Ferrit | 11 |
| | Literatur | 12 |

1 Begriffsbildung

1.1 Magnetisches Feld in Materie

Es gelten die Maxwellgleichungen in Materie.

$$\nabla \vec{B} = 0 \quad (1)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (2)$$

$$\nabla \vec{D} = \rho \quad (3)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (4)$$

[Demtroeder, S. 134] Im Praktikumversuch interessiert uns das elektrische Feld nicht. Weiterhin ist der Zusammenhang zwischen der magnetischen Feldstärke \vec{B} und der magnetischen Erregung \vec{H} bekannt:

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H} \quad (5)$$

$$\vec{B} = \mu_0 (1 + \chi) \vec{H} \quad (6)$$

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{M} + \vec{H}) \quad (7)$$

$$\vec{M} = \chi \vec{H} \quad (8)$$

Hieraus erhalten wir den Zusammenhang der magnetischen Erregung \vec{H} und der im Material dadurch verursachten Magnetisierung \vec{M} . Der Proportionalitätsfaktor χ ist dabei vom Material, dessen Temperatur und weiteren Faktoren abhängig. Im allgemeinen handelt es sich außerdem um einen Tensor.

In Übereinstimmung mit [Demtroeder, S. 83] bezeichne ich durchgehend B als magnetische Feldstärke und H als magnetische Erregung.

1.2 Magnetische Eigenschaften von Materie

Die magnetischen Eigenschaften von Materie werden durch die magnetische Suszeptibilität χ beschrieben. Wir unterscheiden:

| | | | |
|------------|----------------|------------|-----|
| Diamagnete | $ \chi \ll 1$ | $\chi < 0$ | (9) |
|------------|----------------|------------|-----|

| | | | |
|-------------|----------------|------------|------|
| Paramagnete | $ \chi \ll 1$ | $\chi > 0$ | (10) |
|-------------|----------------|------------|------|

| | | | |
|--------------|----------------|------------|------|
| Ferromagnete | $ \chi \gg 1$ | $\chi > 0$ | (11) |
|--------------|----------------|------------|------|

| | | | |
|------------------|----------------|------------|------|
| Antiferromagnete | $ \chi \gg 1$ | $\chi < 0$ | (12) |
|------------------|----------------|------------|------|

[Demtroeder, S. 119]

Diamagnetismus Bringt man Stoffe deren Atome oder Moleküle kein permanentes magnetisches Dipolmoment besitzen in ein Magnetfeld, so werden magnetische Dipole induziert. Diese wirken dem äußeren Feld entgegen. Man nennt diesen Effekt Diamagnetismus. Beispiele sind Gase wie: Helium, Neon und Argon.

Paramagnetismus Atome oder Moleküle die ein permanentes magnetisches Dipolmoment besitzen werden in einem äußeren Feld ausgerichtet, das Feld wird dadurch verstärkt. Der Grad der Ausrichtung wird dabei von der thermischen Energie der Stoffe stark mitbestimmt und es zeigt sich ein Curie-Verhalten. Materialien mit dieser Eigenschaft heißen Paramagnete, hierzu gehören beispielweise Aluminium und Natrium.

Ferromagnetismus Ferromagnetische Materialien wie Eisen oder Kobalt zeigen eine wesentlich stärkere Magnetisierung in einem äußeren Feld als Paramagnete. Der Effekt tritt nur in Festkörpern auf und hängt von der Vorbehandlung des Materials ab.

Weißsche Bezirke Die permanenten Dipole richten sich innerhalb sogenannter „weißscher Bezirke“ vollständig in eine Richtung ab. Je nach Umgebung, Temperatur und weiteren schwer zu erfassenden Parametern, richten sich diese Bezirke bei einem gewissen einwirkenden Magnetfeld vollständig aus. Die gemessene Magnetisierung steigt dabei sprunghaft an. Man spricht auch von „Barkhausen-Sprünge“. Die Permeabilitätszahl μ hängt in ferromagnetischen Materialien also vom außen einwirkenden Feld ab.

Hysterese Verschwindet das äußere Magnetfeld so bleibt eine Restmagnetisierung im Material zurück, die Remanenz. Um das Material zu vollständig Entmagnetisieren benötigt man ein entgegengerichtetes Feld, die Koerzitivkraft. Sind nahezu alle weißschen Bezirke ausgerichtet spricht man von Sättigung. Bei einem angelegten magnetischen Wechselfeld kommt es infolge zu der typischen Hysteresisschleife. Beim Ausrichten der Bezirke wird Ummagnetisierungsarbeit geleistet, die in Wärmeenergie umgewandelt wird. Die von der Hysteresiskurve Fläche ist dabei proportional zur geleisteten Arbeit.

Curie-Temperatur Überhalb einer bestimmten Temperatur verlieren Ferromagnete sprunghaft ihre Eigenschaft, da die thermische Bewegung der Dipole zu groß ist um weißsche Bezirke zu bilden. Die Stoffe verhalten sich dann wie Paramagnete. Man nennt diese Temperatur „Curie-Temperatur“

Antiferromagnetismus In bestimmten Kristallgitterstrukturen kann es bei vorhandenen magnetischen Momenten zum Effekt des Antiferromagnetismus kommen, die Dipole richten sich hier aufgrund der Gitterstruktur entgegen dem äußeren Magnetfeld aus und kompensieren dieses hierdurch. Beispiele sind $FeCl_2$ und MnF_2 .

[Dembroeder, S. 108 - 114]

1.3 Spulen

Das Magnetfeld einer langen Spule kann über das Ampersche Gesetz 2 in Integraler Form hergeleitet werden. Dazu wird über einen Weg längs durch die Spule der Länge L und außerhalb der Spule zurück integriert unter der Annahme dass das Magnetfeld auf der Außenseite vernachlässigt werden kann. Bei dieser Integration werden N Schleifen der Spule durch die der Strom I fließt, eingeschlossen.

$$\oint \vec{H} d\vec{s} = N \cdot I \quad (13)$$

$$L \cdot H = N \cdot I \quad (14)$$

$$H = n \cdot I \quad (15)$$

$$B = \mu_0 \mu n \cdot I \quad (16)$$

n ist dabei die Wicklungszahl pro Länge der Spule.

Desweiteren errechnet man die Induktivität L der langen Spule, die dem Proportionalitätsfaktor zwischen Stromänderung durch die Spule und induzierter Spannung entspricht, über:

$$U_{ind} = -N \cdot \dot{\Phi} = -\dot{B}N \cdot A = -\mu_0 \mu n \cdot \dot{I}N \cdot A = -L \cdot \dot{I} \quad (17)$$

Die Induktivität einer langen Spule ist also gegeben durch:

$$L = \mu_0 \mu \cdot n \cdot N \cdot A \quad (18)$$

Für kurze Spulen kann hier ein geometrieabhängiger Korrekturfaktor $0 < k < 1$ eingeführt werden.

1.4 Hysterisischleife

Im Praktikum wird die Hysterisischleife einer Spule bestimmt werden. Die Form der Kurve hängt dabei nur von μ bzw. χ ab. Bei Ferromagnetischen Stoffen innerhalb der Spule lassen sich so die Remanenz M_r , Koerzitivkraft B_k und die magnetische Sättigung bestimmen.

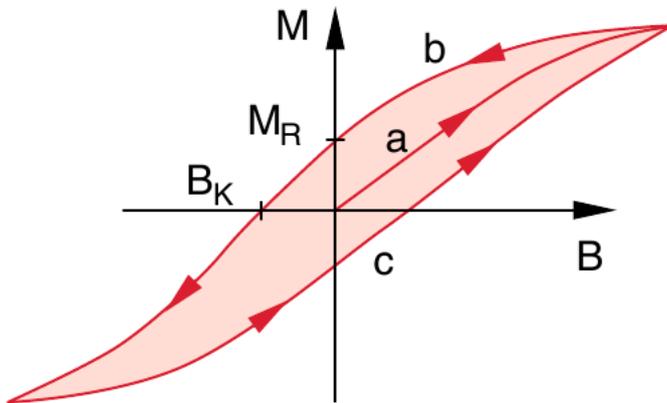


Abbildung 1: Hysteresekurve M über B [Demtroeder, S.110 Abb. 3.46]

Die Ummagnetisierungsarbeit pro Volumen entspricht der von der Kurve eingeschlossenen Fläche:

$$\int M(B) \cdot dB = \chi\mu\mu_0 \cdot \int H \cdot dH = \frac{1}{2}\chi\mu\mu_0 H^2 = \frac{1}{2}(\mu - 1) \cdot B \cdot H \quad (19)$$

Man erkennt deutlich, dass für eine (Luft-)Spule mit $\mu = 1$ keine Ummagnetisierungsarbeit geleistet werden muss, und die Verlustleistung daher rein auf den ohmschen Widerstand der Spule zurückzuführen ist. [Demtroeder, S. 110]

Im Praktikum wird das Magnetfeld B über der Erregung H , im x-y Betrieb des Oszilloskops, aufgetragen. Auch hier ergibt sich die Hysteresekurve, statt der Magnetisierung M wird jedoch die Feldstärke B betrachtet. Und anstelle der Feldstärke auf der x-Achse die magnetische Erregung aufgetragen. Die Remanenz ergibt sich folglich als Feldstärke bei $H = 0$, also dem Schnittpunkt der Kurve mit der y-Achse. Die Koerzitivkraft als magnetische Erregung H für $B = 0$, also der Schnittpunkt der Kurve mit der x-Achse.

1.5 Wechselstromwiderstände und Zeigerdiagramm

Unter Wechselstrombetrieb zeigen Spulen und Kondensatoren einen sogenannten Scheinwiderstand. Dieser ist abhängig von der Kreisfrequenz ω . Diese Wechselstromwiderstände kann man komplex schreiben und in der komplexen Ebene als Zeiger darstellen:

$$Z_{Spule} = i \cdot \omega L \quad (20)$$

$$Z_{Widerstand} = R \quad (21)$$

$$Z_{Kondensator} = \frac{1}{i \cdot \omega C} \quad (22)$$

Addiert man die Zeiger aller in der Schaltung vorhandenen Komponenten so erhält man einen Zeiger in der komplexen Ebene, dessen Betrag $|Z|$ den Widerstand und dessen Winkel φ die

Phasenverschiebung zwischen Eingangsspannung und Strom angibt:

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad (23)$$

$$\tan \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \quad (24)$$

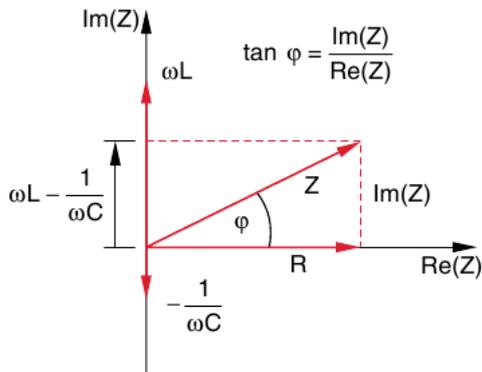


Abbildung 2: Zeigerdiagramm [Demtroeder, S.151]

Die Verlustleistung des Schaltkreises berechnet sich, wie im Gleichstromfall, da an dem imaginären Anteil des Widerstandes, dem sogenannten Blindwiderstand, keine Arbeit verrichtet wird:

$$P_{Verlust} = I_{eff}^2 \cdot R \quad (25)$$

Weiterhin gilt wie üblich bei Wechselstrom, dass die Effektivwerte für Spannung und Strom den Maximalwerten mal dem Faktor $\frac{1}{\sqrt{2}}$ entspricht.

2 Vorbereitung der Aufgaben

2.1 Induktivität und Verlustwiderstand einer Luftspule

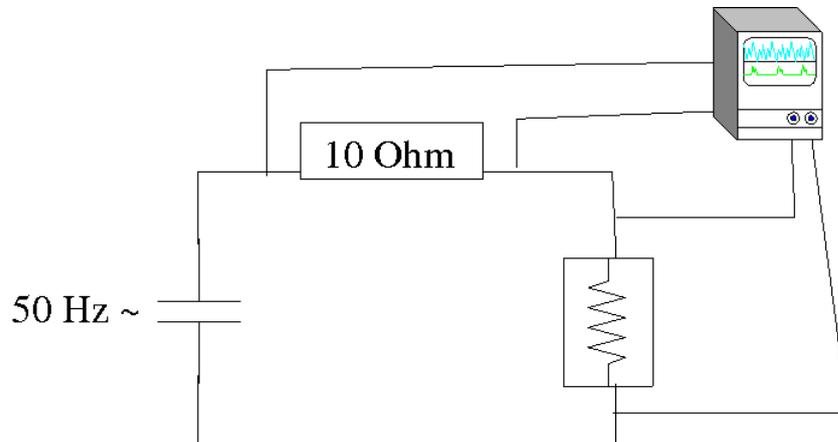


Abbildung 3: Schaltung für Versuch 1

Mit einem Oszilloskop wird die Spannung U_{eff1} über Widerstand $R = 10\Omega$ und Spule U_{eff2} mit Induktivität L und Verlustwiderstand R_{Spule} , sowie die Phasenverschiebung φ zwischen den Spannungen gemessen. Die Messung wird sowohl bei $I_{eff} = 300\text{mA}$ wie auch bei $I_{eff} = 30\text{mA}$ durchgeführt. Es gilt dabei:

$$I_{eff} = \frac{U_{eff1}}{R} \quad (26)$$

Aus den Messungen sind die Spuleninduktivität und der Verlustwiderstand der Spule zu bestimmen. Aus der Zeitdifferenz der beiden Spannungen erhält man deren Phasenverschiebung. Diese Phasenverschiebung ergibt sich gerade aus dem Verlustwiderstand R_{Spule} der Spule und deren Induktivität L .

$$\tan \varphi = \frac{\omega L}{R_{Spule}} \quad (27)$$

Die Effektivspannung an der Spule U_{eff2} abfällt, kann man in das ohmsche Gesetz für Wechselstromwiderstände einsetzen:

$$I_{eff} = \frac{U_{eff2}}{|Z|} \quad (28)$$

$$|Z| = \sqrt{R_{Spule}^2 + (\omega L)^2} \quad (29)$$

Dies sind 2 Gleichungen mit 2 Unbekannten es ergibt sich also für den Verlustwiderstand und

die Induktivität:

$$R_{Spule} = \frac{U_{eff2}}{I_{eff}} \cdot \cos \varphi \quad (30)$$

$$L = \frac{U_{eff2}}{I_{eff}} \cdot \frac{\sin \varphi}{\omega} \quad (31)$$

Nach 1.4 wird in einer Luftspule keine Ummagnetisierungsarbeit geleistet, der Verlustwiderstand der Spule entspricht also gerade ihrem ohmschen Widerstand. Da $\mu = 1$ hängen weder der Verlustwiderstand noch die Spuleninduktivität von der Stromstärke ab die durch die Spule fließt.

Aus den gegebenen Spulendaten: $N = 1000, l = 0.068\text{m}, r_{Spule} = 0.034\text{m}, r_{Kupferdraht} = 0.35\text{mm}$ ergibt sich die theoretische Spuleninduktivität zu: $L = \mu_0 \cdot N^2 \frac{\pi \cdot r_{Spule}^2}{l}$. Hierzu kommt laut [Vorbereitungshilfe] ein geometrieabhängiger Faktor $k = 0.55$, da die Annahme einer langen Spule hier nicht erfüllt ist. Es ergibt sich

$$L = 0.037\text{H}$$

Der Verlustwiderstand entspricht der Leiterlänge dividiert durch den Leiterquerschnitt multipliziert mit dem spezifischen Widerstand von Kupfer $R_{Spule} = N \cdot 2\pi \cdot r_{Spule} \cdot \frac{\rho_{Kupfer}}{\pi \cdot r_{Kupferdraht}^2}$ mit $\rho_{Kupfer} = 1.678 \cdot 10^{-2} \frac{\Omega\text{mm}^2}{\text{m}}$.

$$R_{Spule} = 9.314\Omega$$

2.2 Induktivität und Verlustwiderstand einer Spule mit geschlossenem Eisenkern

Dieser Versuch wird analog zu 2.1 durchgeführt, jedoch mit einem geschlossenen Eisenkern innerhalb der Spule. Aufgrund des ferromagnetischen Eisenkerns sind die hier induzierten Spannungen um ein Vielfaches größer, die Messung wird daher bei $I_{eff1} = 30\text{mA}$ und $I_{eff2} = 10\text{mA}$ durchgeführt. Induktivität und Verlustwiderstand können ebenfalls analog zu 2.1 berechnet werden.

Beide Größen werden diesmal von der Stromstärke abhängen da μ eine Funktion des Stromes I durch die Spule ist, siehe auch 1.2. Mithilfe der Induktivität einer langen Spule

$$L = n^2 \cdot \mu \cdot \mu_0 \cdot \frac{A}{l} \quad (32)$$

$$\mu = \frac{L \cdot l}{n^2 \cdot \mu_0 \cdot A} \quad (33)$$

Erhält man eine Formel für μ hierbei ist $l = 0.48\text{m}, A = 1.521 \cdot 10^{-3}\text{m}^2$ und $n = 2083 \frac{1}{\text{m}}$. Da die Geometriedaten des Spulenkerns für l und A einzusetzen sind. Die Annahme einer langen Spule ist hierbei wegen $0.48 \gg 0.034$ erfüllt.

2.3 Ferromagnetische Hysterisis und Ummagnetisierungsverluste

Der Versuchsaufbau gleicht 2.2. Oszilloskopisch soll die Hysterisiskurve dargestellt werden, hierzu wird B über H im x-y-Betrieb des Oszilloskops aufgetragen. Der Spannungsabfall über R ist dabei proportional zum Strom I durch die Spule und damit proportional zur magnetischen Erregung H . Es gilt:

$$H(t) = n \cdot I(t) = n \cdot \frac{U(t)}{R} = 208.3 \cdot U(t) \frac{A}{V \cdot m} \quad (34)$$

Die in einer zweiten Spule induzierte Spannung, dient als Maß für die B-Feldstärke. Es gilt

$$U_{ind} = N_2 \cdot A \cdot \dot{B} \quad (35)$$

Diese Gleichung kann „on-the-fly“ mit einem passenden RC-Glied als Integrator integriert werden, es muss gelten $R \cdot C \cdot \omega \gg 1$. Die Spannung U_C die am Kondensator abfällt ist dann proportional zum Integral über die Eingangsspannung U_{ind} .

$$U_C = \frac{1}{R \cdot C} \cdot \int U_{ind} dt \quad (36)$$

Es folgt:

$$B = \frac{R \cdot C \cdot U_c}{N_2 \cdot A} \quad (37)$$

Hierbei ist N_2 (vorraussichtlich = 50) die Wicklungszahl der zweiten Spule und A die Querschnittsfläche des Eisenjochs. Für das RC-Glied wird voraussichtlich $R = 100k\Omega$ und $C = 10\mu F$ genommen werden. Es folgt:

$$B = 13.15 \cdot U_C \frac{T}{V} \quad (38)$$

Mit 34 und 38 lassen sich die Achsen der Hysterisiskurve eichen.

Die zum Versuchsaufbau passende Schaltskizze findet sich in der [Vorbereitungshilfe]. Zu beachten ist die mehrfache Erdung der Schaltung um Kurzschlüsse zu vermeiden, da bei diesem Versuch sehr hohe Spannungen auftreten können.

Am Oszilloskop wird nun grafisch die Ummagnetisierungsarbeit pro Volumen ermittelt w_{mag} (Fläche die von der Hysterisiskurve eingeschlossen wird). Diese Arbeit wird pro Volumen $V = l \cdot A$ geleistet und dies innerhalb von $T = \frac{2\pi}{\omega}$. Es folgt die Ummagnetisierungsverlustleistung:

$$P_{mag} = \frac{w_{mag} \cdot V}{T} \quad (39)$$

Bei bekanntem Effektivstrom lässt sich der dazu äquivalente Verlustwiderstand leicht angeben:

$$r_{mag} = \frac{P_{mag}}{I_{eff}^2} \quad (40)$$

Die relative Permeabilität ist in jedem Punkt der Kurve gegeben durch

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 \cdot H} \quad (41)$$

2.4 Sättigungsinduktion, Remanenz, Koerzitivkraft, magnetische Härte, Vergleich Eisen - Ferrit

An der Hysteresiskurve lassen sich Sättigungsinduktion, Remanenz und Koerzitivkraft direkt ablesen. Materialien mit geringer Ummagnetisierungsarbeit heißen weichmagnetisch, mit hoher hartmagnetisch. Hartmagnetische Materialien besitzen außerdem eine hohe Koerzitivkraft und eine große Remanenz, sonst wäre die Fläche der Hysteresiskurve entsprechend nicht so groß, sie eignen sich daher für Dauermagneten.

Bei diesem letzten Versuch werden die Hysteresiskurven für einen Eisenkern und einen Ferrit-schalenkern dargestellt und die obigen Größen ermittelt. Zu erwarten ist eine hohe Sättigungsinduktion des Eisenkerns und eine sehr schmale Hysterese des Ferrit-Kerns.

Der Versuchsaufbau ist hierbei analog zu den vorherigen Versuchsaufbauten. Die Eichung der Achsen erfolgt ebenfalls analog. Der Eisenkern wird dabei mit einem Effektivstrom von $I_{eff} = 0.2A$ und einer Windungszahl von $N = 250$ betrieben, die Querschnittsfläche und die mittlere Feldlinienlänge bleibt dabei gleich:

$$H(t) = 52.08 \cdot U(t) \frac{A}{V \cdot m} \quad (42)$$

$$B(t) = 13.149 \cdot U_C \frac{T}{V} \quad (43)$$

Für den Ferrit-Schalenkern ergibt sich bei $I_{eff} = 0.015A$ und einer Windungszahl von $N = 250$

$$H(t) = 238.09 \cdot U(t) \frac{A}{V \cdot m} \quad (44)$$

$$B(t) = 31.25 \cdot U_C \frac{T}{V} \quad (45)$$

Literatur

[Aufgabenstellung] Aufgabenstellung der Versuche P1-83,84

[Vorbereitungshilfe] Vorbereitungshilfe zum Versuch „Ferromagnetische Hysterese“

[Demtroeder] Demtröder: Experimentalphysik 2, 3.Auflage

Versuche P1-83,84

Ferromagnetische Hysteresis Versuchsauswertung

Marco A. Harrendorf, Thomas Keck, Gruppe: Mo-3
Karlsruhe Institut für Technologie, Bachelor Physik

Versuchstag: 22.11.2010

1 Induktivität und Verlustwiderstand einer Luftspule

Der Versuch wurde wie in der Vorbereitung beschrieben, aufgebaut und durchgeführt:

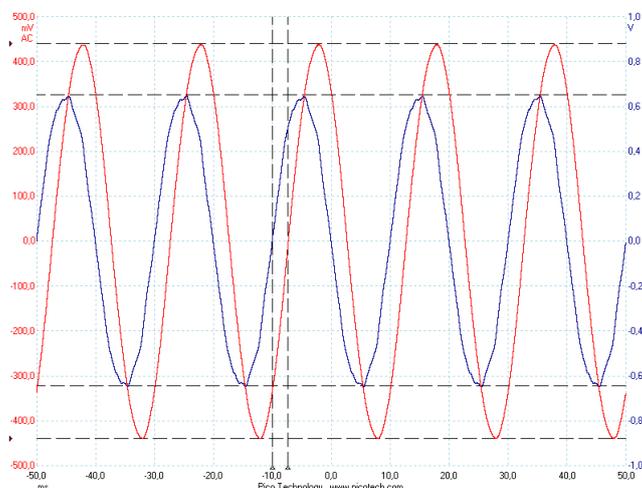


Abbildung 1: Spannungsverlauf am Widerstand (Rot, Groß) und an der Spule (Blau, Klein) für $I_{eff} = 30\text{mA}$

Als Fehler für das Stromstärkemessgerät wurde $\pm 1\%$ angenommen, die restlichen Fehler wurden abgeschätzt, da diese den Oszilloskopschaubildern entnommen wurden.

| | | | |
|------------|---------------------------|----------------------------|---|
| I_{eff} | $(300 \pm 3)\text{mA}$ | $(30 \pm 0.3)\text{mA}$ | Stromstärke durch die Spule Zeitdifferenz der Nulldurchgänge Spitze-Spitze-Spannung am Widerstand R Spitze-Spitze-Spannung an der Induktivität L |
| dt | $(2.79 \pm 0.1)\text{ms}$ | $(2.7 \pm 0.1)\text{ms}$ | |
| $V_{SS,R}$ | $(8.45 \pm 0.1)\text{V}$ | $(0.878 \pm 0.01)\text{V}$ | |
| $V_{SS,L}$ | $(12.55 \pm 0.1)\text{V}$ | $(1.294 \pm 0.01)\text{V}$ | |

Tabelle 1: Messung der Spannungen und Zeitdifferenz der Nulldurchgänge bei einer Widerstand-Spule Reihenschaltung

Aus der Vorbereitung ist bekannt:

$$R_{Spule} = \frac{U_{eff2}}{I_{eff}} \cdot \cos \varphi = \frac{V_{SS,L}}{2\sqrt{2} \cdot I_{eff}} \cdot \cos \omega dt \quad (1)$$

$$L = \frac{U_{eff2}}{I_{eff}} \cdot \frac{\sin \varphi}{\omega} = \frac{V_{SS,L}}{2\sqrt{2} \cdot I_{eff}} \cdot \frac{\sin \omega dt}{\omega} \quad (2)$$

Außerdem wurden in der Vorbereitung die theoretischen Werte für L und R aus den gegebenen Spulendaten errechnet.

Auch ohne ausführlichere Fehlerrechnung erkennt man dass die Werte innerhalb der Unsicherheiten liegen. Größte Fehlerquelle in der Messung, ist die Bestimmung der Zeitdifferenz dt am PC über das Oszilloskopsprogramm. Außerdem werden die Annahmen aus der Vorbereitung bezüglich des geometrieabhängigen Faktors $k = 0.55$ und dem Drahtwiderstand als einzige Quelle des Verlustwiderstands der Spule, bestätigt.

| I_{eff} | 300mA | 30mA | Theoretischer Wert |
|-------------|---------|---------|--------------------|
| R_{Spule} | 9.463Ω | 10.08Ω | 9.314Ω |
| L | 0.0361H | 0.0364H | 0.037H |

Tabelle 2: Ergebnis: Der Verlustwiderstand der Spule R_{Spule} und die Induktivität sind nach nicht vom Spulenstrom abhängig

2 Versuch 2: Induktivität und Verlustwiderstand einer Spule mit geschlossenem Eisenkern

Ergänzung zum Versuchsaufbau und zur Versuchsdurchführung Der Versuch wurde wie in der Praktikumsvorbereitung beschrieben aufgebaut und durchgeführt.

Allerdings wurde nur bei der Messung mit einer effektiven Stromstärke $i_{eff} \approx 30mA$ ein zusätzlicher Vorwiderstand $R_{Vor,Zusatz} = 8.9 M\Omega$ verwendet, sodass der am Oszilloskop gemessene Spannungswert für die Spule bei dieser Messung um einen Faktor λ kleiner war als der reelle Wert und die Werte nachfolgend angepasst werden mussten.

Der Faktor λ berechnet sich aus der Reihenschaltung von dem Vorwiderstand des Oszilloskops $R_{Vor,Osz} = 1 M\Omega$ und dem zusätzlichen Vorwiderstand $R_{Vor,Zusatz} = 8.9 M\Omega$ zu:

$$\lambda = \frac{R_{Vor,Osz} + R_{Vor,Zusatz}}{R_{Vor,Osz}} = 9.9$$

Auswertung für eine effektive Stromstärke $i_{eff} \approx 10mA$ Bei einer Stromstärke $i_{eff} \approx 10mA$ wurden folgende Daten gemessen:

- Spitzenspitzenspannung am Widerstand: $u_{SS,R} = 315.6 mV$
- Spitzenspitzenspannung an der Spule: $u_{SS,L} = 22.85 V$
- Zeitdifferenz zwischen den beiden Spannungen: $dt = 3.72 ms$

Hieraus lässt sich der Phasenunterschied $\Delta\varphi$ berechnen:

$$\Delta\varphi = 2\pi \cdot f \cdot dt = 2\pi \cdot 50 \cdot 3.72 \frac{rad}{s} = 1.169 \frac{rad}{s} = 66.96^\circ$$

Weiterhin lässt sich aus den gemessenen Werten der Betrag des komplexen Widerstands $|Z|$ berechnen:

$$|Z| = \frac{u_{SS,L} \cdot R}{u_{SS,R}} = \frac{22.85 \cdot 10}{315.6 \cdot 10^{-3}} \Omega = 724 \Omega$$

Hieraus ergeben sich nun der Verlustwiderstand R_L und die Induktivität L_E der Spule mit Eisenkern:

$$R_L = |Z| \cdot \cos\varphi = 724 \cdot \cos(66.96^\circ) \Omega = 283 \Omega$$

$$L_E = \frac{|Z| \cdot \sin\varphi}{2\pi \cdot f} = \frac{724 \cdot \sin(66.96^\circ)}{2\pi \cdot 50} H = 2.12 H$$

Die Daten für die Spule mit Eisenkern lauten:

- Windungszahl: $n = 1000$
- Querschnittsfläche: $A = (3.9 \text{ cm})^2 = 1.521 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$
- Mittlere Feldlinienlänge: $l = 0.48 \text{ m}$

Die Wechselfeld-Permeabilität μ_r berechnet sich aus der Induktivität L_E und den Spulendaten nun zu:

$$\mu_r = \frac{L_E \cdot l}{n^2 \cdot \mu_0 \cdot A} = \frac{2.12 \cdot 0.48}{(1000)^2 \cdot 12.57 \cdot 10^{-7} \cdot 1.521 \cdot 10^{-3}} = 532$$

Für die Gesamtverlustleistung P ergibt sich:

$$P = \left(\frac{u_{SS,R}}{2\sqrt{2} \cdot R} \right)^2 \cdot R_L = 1.245 \cdot 10^{-4} \cdot 283 \text{ W} = 35.23 \text{ mW}$$

Auswertung für eine effektive Stromstärke $i_{\text{eff}} \approx 30 \text{ mA}$ Bei einer Stromstärke $i_{\text{eff}} \approx 30 \text{ mA}$ wurden folgende Daten gemessen:

- Spitzenspitzenspannung am Widerstand: $u_{SS,R} = 822 \text{ mV}$
- Spitzenspitzenspannung an der Spule (ohne Faktor): $u_{SS,L*} = 8.49 \text{ V}$
- Spitzenspitzenspannung an der Spule (mit Faktor): $u_{SS,L} = 84.051 \text{ V}$
- Zeitdifferenz zwischen den beiden Spannungen: $dt = 2.45 \text{ ms}$

Hieraus lässt sich der Phasenunterschied $\Delta\varphi$ berechnen:

$$\Delta\varphi = 2\pi \cdot f \cdot dt = 2\pi \cdot 50 \cdot 2.45 \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 0.770 \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 44.10^\circ$$

Weiterhin lässt sich aus den gemessenen Werten der Betrag des komplexen Widerstands $|Z|$ berechnen:

$$|Z| = \frac{u_{SS,L} \cdot R}{u_{SS,R}} = \frac{84.051 \cdot 10}{822 \cdot 10^{-3}} \Omega = 1023 \Omega$$

Hieraus ergeben sich nun der Verlustwiderstand R_L und die Induktivität L_E der Spule mit Eisenkern:

$$R_L = |Z| \cdot \cos\varphi = 1023 \cdot \cos(44.10^\circ) \Omega = 735 \Omega$$

$$L_E = \frac{|Z| \cdot \sin\varphi}{2\pi \cdot f} = \frac{1023 \cdot \sin(44.10^\circ)}{2\pi \cdot 50} \text{ H} = 2.27 \text{ H}$$

Die Daten für die Spule mit Eisenkern lauten:

- Windungszahl: $n = 1000$
- Querschnittsfläche: $A = (3.9 \text{ cm})^2 = 1.521 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$
- Mittlere Feldlinienlänge: $l = 0.48 \text{ m}$

Die Wechselfeld-Permeabilität μ_r berechnet sich aus der Induktivität L_E und den Spulendaten nun zu:

$$\mu_r = \frac{L_E \cdot l}{n^2 \cdot \mu_0 \cdot A} = \frac{2.27 \cdot 0.48}{(1000)^2 \cdot 12.57 \cdot 10^{-7} \cdot 1.521 \cdot 10^{-3}} = 570$$

Für die Gesamtverlustleistung P ergibt sich:

$$P = \left(\frac{u_{SS,R}}{2\sqrt{2} \cdot R} \right)^2 \cdot R_L = 8.446 \cdot 10^{-4} \cdot 735 \text{ W} = 650.08 \text{ mW}$$

Fazit Durch Vergleich der bei beiden Messungen bestimmten Wechselfeld-Permeabilität μ_r , die für die gegebene Spulenanordnung konstant sein sollte, erkennt man, dass die Messungen im Rahmen der Messunsicherheiten gut übereinstimmen.

Aus den Messungen wird allerdings auch deutlich, dass die Induktivität L_E und vorallem der Verlustwiderstand R_L durch die Erhöhung der effektiven Stromstärke i_{eff} ansteigen, sodass die Verlustleistung P deutlich zunimmt.

3 Ferromagnetische Hysterese und Ummagnetisierungsverluste

Der Versuch wurde wie in der Vorbereitung beschrieben, aufgebaut und durchgeführt.

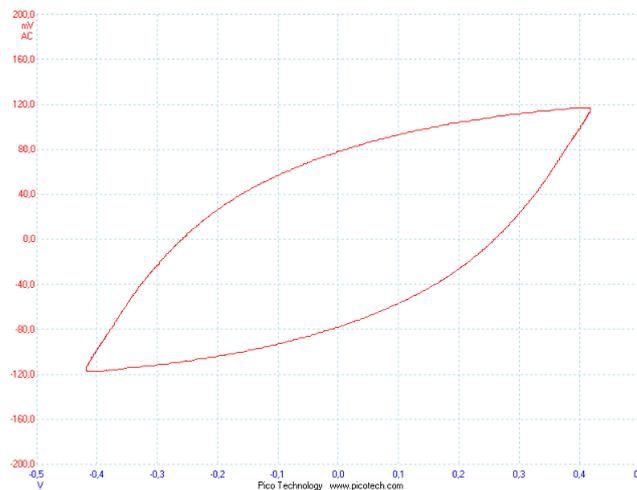


Abbildung 2: Hysteresiskurve eines geschlossenen Eisenkerns bei $I_{eff} = 30 \text{ mA}$

Als Integrator wurde ein RC-Glied mit $C = 10\mu\text{F}$ und $R = 10\text{k}\Omega$ verwendet. Die Eichung der H und B Achsen ergibt damit entsprechend der Vorbereitung für beide Messungen:

$$H(t) = n \cdot I(t) = n \cdot \frac{U(t)}{R} = 208.3 \cdot U(t) \frac{\text{A}}{\text{V} \cdot \text{m}} \quad (3)$$

$$B(t) = \frac{R \cdot C \cdot U_C(t)}{N_2 \cdot A} = 1.315 \cdot U_C(t) \frac{\text{T}}{\text{V}} \quad (4)$$

Mit den beiden Skalenfaktoren $\gamma_x = 208.3 \frac{\text{A}}{\text{V} \cdot \text{m}}$ und $\gamma_y = 1.315 \frac{\text{T}}{\text{V}}$

Zur Bestimmung der Ummagnetisierungsarbeit, wurde, wie in der Versuchsvorbereitung beschrieben, das Verfahren Ausschneiden und Wiegen gewählt. Die Dichte des Benutzten Papiers ist dabei $\rho = 80 \frac{\text{g}}{\text{m}^2}$.

| | | | |
|--------------|--------------------------------------|--------------------------------------|-----------------------------|
| I_{eff} | 30mA | 10mA | Stromstärke durch die Spule |
| m | 0.8587g | 0.2385g | Gewicht der Hysteresiskurve |
| ϵ_x | $3.7037 \frac{\text{mV}}{\text{mm}}$ | $1.4814 \frac{\text{mV}}{\text{mm}}$ | Skalierung in x-Richtung |
| ϵ_y | $2.3529 \frac{\text{mV}}{\text{mm}}$ | $0.6250 \frac{\text{mV}}{\text{mm}}$ | Skalierung in y-Richtung |

Tabelle 3: Bestimmung der Ummagnetisierungsarbeit über das Verfahren: Ausschneiden und Wiegen

Mit der bekannten Achsenskalierung erhält man für die Ummagnetisierungsarbeit pro Volumen w_{mag} :

$$w_{mag} = \epsilon_x \cdot \epsilon_y \cdot \gamma_x \cdot \gamma_y \frac{m}{\rho} \quad (5)$$

Diese Arbeit wird alle $T = \frac{1}{f} = 0.02\text{s}$ geleistet für ein Volumen von $7.3008 \cdot 10^{-4}\text{m}^3$. Es ergibt sich so eine Ummagnetisierungsverlustleistung, sowie ein äquivalenter Verlustwiderstand, entsprechend der Vorbereitung von:

$$P_{mag} = \frac{w_{mag} \cdot V}{T} \quad (6)$$

$$r_{mag} = \frac{P_{mag}}{I_{eff}^2} \quad (7)$$

| | | | |
|-----------|-------------------------------------|------------------------------------|----------------------------------|
| I_{eff} | 30mA | 10mA | Stromstärke durch die Spule |
| P_{mag} | $0.93528 \frac{\text{J}}{\text{s}}$ | $0.0276 \frac{\text{J}}{\text{s}}$ | Ummagnetisierungsverlustleistung |
| r_{mag} | 1039Ω | 276Ω | Äquivalenter Verlustwiderstand |

Tabelle 4: Ummagnetisierungsarbeit und äquivalenter Verlustwiderstand

Der Magnetisierungskurve können über folgende Formel Näherungen für μ entnommen werden.

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 \cdot H} \quad (8)$$

Für das Wertepaar $H = 419\text{mV}$ und $B = 118.3\text{mV}$ ergibt sich für $I_{eff} = 30\text{mA}$ ein Wert von $\mu = 1418$ Für das Wertepaar $H = 162\text{mV}$ und $B = 15.7\text{mV}$ ergibt sich für $I_{eff} = 30\text{mA}$ ein Wert von $\mu = 486$

4 Versuch 4: Bestimmung verschiedener Parameter von Magnetisierungskurven

Versuchsaufbau und Versuchsdurchführung Der Versuchsaufbau und die Versuchsdurchführung erfolgte wie in der Praktikumsvorbereitung beschrieben.

Auswertung für die Spule mit Eisenkern Aus der mittels des Oszilloskops dargestellten Magnetisierungskurve ließen sich folgende Werte direkt ablesen:

- Remanenz-Spannung: $U_{Remanenz} = 206\text{ mV}$
- Koerzitivfeldstärken-Spannung: $U_{Koerzitiv} = 1.704\text{ V}$
- Sättigungsinduktions-Spannung: $U_{Saettigung} = 282\text{ mV}$

Die Remanenz berechnete sich aus der Remanenz-Spannung $U_{Remanenz}$ und dem in der Vorbereitung bestimmten Eichfaktor für die magnetische Flussdichte b_2 zu:

$$\text{Remanenz} = U_{Remanenz} \cdot b_2 = 206 \cdot 10^{-3} \cdot 1.315\text{ T} = 0.27\text{ T}$$

Die Koerzitivfeldstärke ergab sich aus der Koerzitivfeldstärken-Spannung $U_{Koerzitiv}$ und dem in der Vorbereitung bestimmten Eichfaktor für die magnetische Feldstärke h_2 :

$$\text{Koerzitivfeldstaerke} = U_{Koerzitiv} \cdot h_2 = 1.704 \cdot 52.08 \frac{\text{A}}{\text{m}} = 88.74 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

Die Sättigungsinduktion wurde aus der Sättigungsinduktions-Spannung $U_{Saettigung}$ und dem in der Vorbereitung bestimmten Eichfaktor für die magnetische Flussdichte b_2 bestimmt:

$$\text{Saettigungsinduktion} = U_{Saettigung} \cdot b_2 = 282 \cdot 10^{-3} \cdot 1.315\text{ T} = 0.37\text{ T}$$

Zur Bestimmung der Ummagnetisierungsarbeit pro Volumen $\frac{W_{mag}}{V}$ wurde die Masse der Magnetisierungskurve m und die Skaleneinteilung pro Länge für die x-Achse x bzw. für die y-Achse y bestimmt. Es ergaben sich folgende Werte:

- Dichte des verwendeten Papiers: $\rho = 8.0 \cdot 10^{-3} \frac{\text{g}}{\text{cm}^2}$
- Masse der Magnetisierungskurve: $m = 0.5538\text{ g}$
- Skaleneinteilung der x-Achse: $x = 4.55 \cdot 10^{-1} \frac{\text{V}}{\text{cm}}$
- Skaleneinteilung der y-Achse: $y = 6.25 \cdot 10^{-2} \frac{\text{V}}{\text{cm}}$

Die Ummagnetisierungsarbeit pro Volumen $\frac{W_{mag}}{V}$ ergab dann folgenden Wert:

$$\begin{aligned}\frac{W_{mag}}{V} &= h_2 \cdot b_2 \cdot x \cdot y \cdot \frac{m}{\rho} \\ \frac{W_{mag}}{V} &= 52.08 \cdot 1.315 \cdot 4.55 \cdot 10^{-1} \cdot 6.25 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{0.5538}{8.0 \cdot 10^{-3}} \frac{J}{m^3} \\ \frac{W_{mag}}{V} &= 134.82 \frac{J}{m^3}\end{aligned}$$

Die Daten für die Spule mit Eisenkern lauten:

- Querschnittsfläche: $A = (3.9 \text{ cm})^2 = 1.521 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$
- Mittlere Feldlinienlänge: $l = 0.48 \text{ m}$

Aus den Daten der Spule und der Ummagnetisierungsarbeit pro Volumen $\frac{W_{mag}}{V}$ ließ sich nun die Ummagnetisierungsverlustleistung P_{mag} berechnen:

$$\begin{aligned}P_{mag} &= \frac{W_{mag} \cdot f \cdot l \cdot A}{V} \\ P_{mag} &= 134.82 \cdot 50 \cdot 0.48 \cdot 1.521 \cdot 10^{-3} \text{ W} \\ P_{mag} &= 4.92 \text{ W}\end{aligned}$$

Auswertung für die Spule mit Ferritschalenkern Aus der mittels des Oszilloskops dargestellten Magnetisierungskurve ließen sich folgende Werte direkt ablesen:

- Remanenz-Spannung: $U_{Remanenz} = 4.9 \text{ mV}$
- Koerzitivfeldstärken-Spannung: $U_{Koerzitiv} = 22 \text{ mV}$
- Sättigungsinduktions-Spannung: $U_{Saettigung} = 44.8 \text{ mV}$

Die Remanenz berechnete sich aus der Remanenz-Spannung $U_{Remanenz}$ und dem in der Vorbereitung bestimmten Eichfaktor für die magnetische Flussdichte b_3 zu:

$$\text{Remanenz} = U_{Remanenz} \cdot b_3 = 4.9 \cdot 10^{-3} \cdot 3.2 \text{ T} = 1.57 \cdot 10^{-2} \text{ T}$$

Die Koerzitivfeldstärke ergab sich aus der Koerzitivfeldstärken-Spannung $U_{Koerzitiv}$ und dem in der Vorbereitung bestimmten Eichfaktor für die magnetische Feldstärke h_3 :

$$\text{Koerzitivfeldstaerke} = U_{Koerzitiv} \cdot h_3 = 22 \cdot 10^{-3} \cdot 238.09 \frac{\text{A}}{\text{m}} = 5.24 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

Die Sättigungsinduktion wurde aus der Sättigungsinduktions-Spannung $U_{Saettigung}$ und dem in der Vorbereitung bestimmten Eichfaktor für die magnetische Flussdichte b_3 bestimmt:

$$\text{Saettigungsinduktion} = U_{Saettigung} \cdot b_3 = 44.8 \cdot 10^{-3} \cdot 3.2 \text{ T} = 0.14 \text{ T}$$

Zur Bestimmung der Ummagnetisierungsarbeit pro Volumen $\frac{W_{mag}}{V}$ wurde die Masse der Magnetisierungskurve m und die Skaleneinteilung pro Länge für die x-Achse x bzw. für die y-Achse y bestimmt. Es ergaben sich folgende Werte:

- Dichte des verwendeten Papiers: $\rho = 8.0 \cdot 10^{-3} \frac{g}{cm^2}$
- Masse der Magnetisierungskurve: $m = 0.0861 g$
- Skaleneinteilung der x-Achse: $x = 4.55 \cdot 10^{-2} \frac{V}{cm}$
- Skaleneinteilung der y-Achse: $y = 6.25 \cdot 10^{-3} \frac{V}{cm}$

Die Ummagnetisierungsarbeit pro Volumen $\frac{W_{mag}}{V}$ ergab dann folgenden Wert:

$$\begin{aligned}\frac{W_{mag}}{V} &= h_3 \cdot b_3 \cdot x \cdot y \cdot \frac{m}{\rho} \\ \frac{W_{mag}}{V} &= 238.09 \cdot 3.2 \cdot 4.55 \cdot 10^{-2} \cdot 6.25 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{0.0861}{8.0 \cdot 10^{-3}} \frac{J}{m^3} \\ \frac{W_{mag}}{V} &= 2.3 \frac{J}{m^3}\end{aligned}$$

Die Daten für die Spule mit Eisenkern lauten:

- Querschnittsfläche: $A = 6.25 \cdot 10^{-4} m^2$
- Mittlere Feldlinienlänge: $l = 0.105 m$

Aus den Daten der Spule und der Ummagnetisierungsarbeit pro Volumen $\frac{W_{mag}}{V}$ ließ sich nun die Ummagnetisierungsverlustleistung P_{mag} berechnen:

$$\begin{aligned}P_{mag} &= \frac{W_{mag} \cdot f \cdot l \cdot A}{V} \\ P_{mag} &= 2.3 \cdot 50 \cdot 0.105 \cdot 6.25 \cdot 10^{-4} W \\ P_{mag} &= 7.55 mW\end{aligned}$$

Fazit Die Ummagnetisierungsverlustleistung P_{mag} ist bei der Spule mit Ferritkern um drei Größenordnungen kleiner als bei der Spule mit Eisenkern. Es konnte also gezeigt werden, dass für Spulen hoher Güte ferritische Materialien besser geeignet sind. Allerdings weisen Spulen mit ferritischen Materialien große Nachteile auf, wenn eine große Induktion gefragt ist, denn die Sättigungsinduktion ist bei diesen relativ gering.

Literatur

[Aufgabenstellung] Aufgabenstellung der Versuche P1-83,P1-84

[Vorbereitungshilfe] Vorbereitungshilfe zu den Versuchen P1-83,P1-84

[Demtroeder] Demtröder, W.: Experimentalphysik 2 – Elektrizität und Optik, 3. Auflage, 2004