



~~X~~/WS 20.11../12..

Praktikum: (P1/~~X~~) (~~X~~o/Di/~~X~~/1/~~X~~) Gruppe-Nr: ..11..

Name: ..... Fleig ..... Vorname: ..... Georg .....

Name: ..... Krause ..... Vorname: ..... Marcel .....

Versuch: Ferromagnetische Hysteresis (~~X~~t/ohne) Fehlerrechnung

Betreuer: .. Florian Wankmüller .. Durchgeführt am: 10.01.12..

Abgabe am: .....

Rückgabe am: .....

Begründung:

2. Abgabe am: .....

Ergebnis: (+ / 0 / -)

Fehlerrechnung: ja / nein

Datum: .....

Handzeichen: .....

Bemerkungen:



Dieser Versuch beschäftigt sich mit dem Phänomen des Ferromagnetismus und bietet dabei Gelegenheit zum Wiederholen und Vertiefen eines Teils der Elektrizitätslehre. Die verwendeten Beobachtungs- und Messmethoden spielen - nicht nur bei diesem Versuch - eine wichtige Rolle.

Zur Datenerfassung wird hier ein Computergestütztes USB-Oszilloskop (Picoscope) verwendet. Es stellt die gleichen Funktionsgruppen wie beim Combiscope aus dem letzten Versuch zur Verfügung, jedoch muss man hier anstatt Knöpfe zu betätigen mit der Maus auf die entsprechenden Felder klicken.

**Hinweis:** Bitte USB-Stick für die Datensicherung mitbringen

**ACHTUNG!** Bei diesem Versuch kommen *GEFÄHRLICHE SPANNUNGEN* vor! Vor allen Eingriffen in die Schaltung unbedingt Spannung herunterregeln und Netzgerät ausschalten! Schaltungen übersichtlich aufbauen!

## Aufgaben:

### 1. Induktivität und Verlustwiderstand einer Luftspule.

1.1 Lassen Sie durch die Reihenschaltung von  $10\ \Omega$ -Widerstand und 1000-Windungen-Transformatorspule (ohne Eisenkern)  $I_{\text{eff}} \approx 300\text{mA}$  Wechselstrom (50Hz) fließen. Messen Sie oszillographisch die Spannungsamplitude an der Spule, die Spannungsamplitude am Widerstand und die Zeitdifferenz zwischen entsprechenden Nulldurchgängen der beiden Spannungen. Berechnen Sie daraus die Spuleninduktivität und den Verlustwiderstand der Spule.

Wiederholen Sie die Messung mit  $I_{\text{eff}} \approx 30\text{mA}$ .

1.2 Berechnen Sie aus den gegebenen Spulendaten näherungsweise Spuleninduktivität und Drahtwiderstand der Spule.

*Hinweise:* Sie werden feststellen, dass weder die Spuleninduktivität noch der Verlustwiderstand von der Stromstärke (bzw. von der Magnetfeldstärke) abhängt und dass der Verlustwiderstand dem Widerstand des Drahtes gleicht, aus dem die Spule gewickelt ist.

### 2. Induktivität und Verlustwiderstand einer Spule mit geschlossenem Eisenkern.

2.1 Messungen wie bei Aufgabe 1.1, jedoch bei  $I_{\text{eff}} \approx 30\text{mA}$  und  $I_{\text{eff}} \approx 10\text{mA}$ .

2.2 Berechnen Sie aus den gemessenen Induktivitätswerten sowie den Spulen- und Eisenkerndaten die zugehörigen relativen Wechselfeld-Permeabilitätswerte. Berechnen Sie die Gesamtverlustleistung.

*Hinweise:* Sie werden feststellen, dass sowohl die Induktivität der Eisenkernspule als auch ihr Verlustwiderstand stark von der Stromstärke abhängen und dass sowohl die Induktivität als auch der Verlustwiderstand viel größer sind als bei der eisenlosen Spule.

### 3. Ferromagnetische Hysterese und Ummagnetisierungsverluste.

3.1 Stellen Sie oszillographisch die Magnetisierungskurve (*Hysteresis*, B über H aufgetragen) des Eisenkerns bei den Primärkreis-Wechselströmen  $I_{\text{eff}} \approx 30\text{mA}$  und  $I_{\text{eff}} \approx 10\text{mA}$  dar.

*Hinweise:* Starten Sie auf dem Rechner das Programm *Picoscope* und stellen Sie mit Hilfe der Menueleiste das Scope auf x,y-Betrieb. Stellen Sie die Eingänge auf „DC“. Die Oszilloskopbilder können Sie als Textdatei abspeichern und auf dem Drucker im Raum F1-13 ausdrucken.

Als Maß für H benutzen Sie den Spannungsabfall am  $10\ \Omega$ -Widerstand im Kreis der felderzeugenden Spule (1000 Windungen) und als Maß für B das Integral über die in einer zweiten Spule (50 Windungen) induzierte Spannung. Benutzen Sie als Integrator ein geeignet dimensioniertes RC-Glied (d.h.  $R \cdot C \gg 1$ ).

**3.2** Eichen Sie rechnerisch die H-Achsen in A/m und die B-Achsen in Vs/m<sup>2</sup>.

**3.3** Ermitteln Sie das Integral  $\oint B \, dH$ , das die Ummagnetisierungsarbeit pro Volumeneinheit und pro Umlauf angibt, und daraus die Ummagnetisierungs-Verlustleistung des Eisenkerns sowie den zugehörigen äquivalenten Verlustwiderstand.

*Hinweise:* Die Integrale finden Sie durch 'Kästchen ausgleichen und zählen' oder durch 'Aussschneiden und wiegen' oder analytisch durch Auswerten der Textdatei am PC.

**3.4** Entnehmen Sie den Magnetisierungskurven Näherungswerte für die relative Wechselfeld-Permeabilität.

**3.5** Vergleichen Sie die bei dieser Aufgabe ermittelten Ergebnisse mit jenen bei Aufgabe 2. Sie werden feststellen, dass die aus der Hysteresis ermittelte Ummagnetisierungs-Verlustleistung zusammen mit der Drahtwiderstands-Verlustleistung (Aufgabe 1) nicht ganz die Gesamtverlustleistung (Aufgabe 2) ergibt. Die Differenz wird hauptsächlich durch Wirbelströme (trotz der Eisenlamellierung!) erklärt.

#### **4. Sättigungsinduktion, Remanenz, Koerzitivkraft, magnetische Härte, Vergleich Eisen - Ferrit.**

Stellen Sie sowohl für den Eisenkern (ca.  $0,2A_{\text{eff}}$ ; 250 Windungen) als auch für einen Ferrit-Schalenkern (ca.  $15m A_{\text{eff}}$ ; 250 Windungen) oszillographisch Hysteresis-Kurven dar, die den Sättigungseffekt erkennen lassen.

*Hinweise:* Eichen Sie wieder die Achsen in A/m bzw. Vs/m<sup>2</sup> und ermitteln Sie jeweils die Remanenz, die Koerzitivkraft, die Ummagnetisierungs-Verlustleistung und (in etwa durch Extrapolation) die Sättigungsinduktion. Sie werden feststellen, dass das weichmagnetische Ferrit-Material gegenüber dem ebenfalls weichmagnetischen Eisen eine noch schmalere Hysteresis hat. Da auch die Wirbelstromverluste wegen des hohen spezifischen Widerstands von Ferrit extrem gering sind, ist dieses Material für Spulen hoher Güte geeignet. Für Leistungstransformatoren und Elektromagnete bevorzugt man Eisen(legierungen) wegen deren sehr viel größerer Sättigungsinduktion.

#### **5. Anregungen für Ergänzungs- oder Alternativversuche.**

**5.1** Messung der Induktivität und des Verlustwiderstands der Ferritkernspule entsprechend wie in den Aufgaben 1.1 und 2.1.

**5.2** Messung der statischen Hysteresis des Eisenkerns einschließlich der Neukurve entweder bei schrittweiser Erregungsänderung mit Hilfe des Stoßgalvanometers oder oszillographisch mit Hilfe eines aktiven Integrators.

**5.3** Messung der Hysteresis des Eisenkerns mit Luftspalt entweder wieder mit Hilfe der zu integrierenden Induktionsspannung oder mit Hilfe einer Hallsonde im Luftspalt.

**5.4** Messung eines Wechselstroms ohne Leiterunterbrechung mit Hilfe der in einer den Leiter umgebenden Ringkernspule induzierten Spannung (Stromzange).

**5.5** Beobachtung und Messung von Wirbelstromverlusten: Ersatz des lamellierten Eisenjochs durch ein kompaktes.

**5.6** Messungen an hartmagnetischen Ferriten (Speicher- bzw. Schaltringkerne mit angenähert rechteckiger Hysteresis).

**5.7** Messung der Induktivität und des Magnetfeldes einer einlagigen zylindrischen Luftspule.

**5.8** Messung von Transformatoreigenschaften: Spannungs-, Strom- und Widerstandstransformation; Leistungsgrenze; Abweichungen des Stroms von der Sinusform.

**5.9** Thomsonscher Ringversuch: Schwebender bzw. abgeworfener Ring.

*Hinweis:* Der Wunsch, Versuche aus dieser Liste oder andere, nicht aufgeführte durchzuführen, sollte einige Zeit vor dem Versuchstag angemeldet werden, um Vorgespräche und die Bereitstellung der benötigten Geräte zu ermöglichen.

# **Physikalisches Anfängerpraktikum P1**

**Versuch:  
P1-83,84  
Ferromagnetische Hysterese**

Schriftliche Ausarbeitung von Georg Fleig  
Gruppe: Di-11

Datum der Versuchsdurchführung:  
10.01.2012

# Einführung

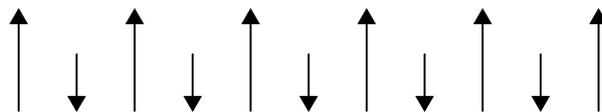
In diesem Versuch soll der Ferromagnetismus genauer untersucht werden, der gegenüber dem Para- und dem Diamagnetismus den größten Einfluss beim Magnetismus in Festkörpern hat.

## Ferromagnetismus

Der Ferromagnetismus beschreibt das Phänomen, dass sich die einzelnen Elementarmagnete in einem ferromagnetischen Material (z.B. Eisen), zusammengefasst in kleine Gruppen (den sog. Weisschen Bezirken), bei einem äußeren anliegenden Magnetfeld in eine gemeinsame Richtung ausrichten können. Liegt kein äußeres Feld mehr an, bleibt diese Ausrichtung dennoch teilweise bestehen, diesen Restmagnetismus nennt man Remanenz. Um die magnetische Flussdichte im Inneren wieder auf 0 zu bringen, muss eine äußere Koerzitivfeldstärke vorherrschen.

## Ferrimagnetismus

Es handelt sich dabei fast um dasselbe Phänomen wie beim Ferromagnetismus, allerdings gibt es in den Weisschen Bezirken Elementarmagnete, die antiparallel ausgerichtet sind, jedoch nicht so stark sind. So hebt sich die Magnetisierung teilweise auf. Ferrimagnete haben daher eine schmalere Hysterese als Ferromagnete.



## Diamagnetismus

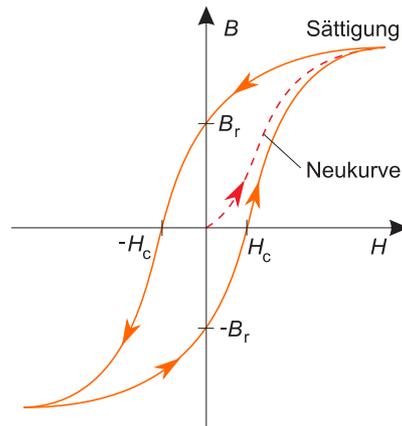
Diese Form des Magnetismus ist die schwächste Form, jedoch grundsätzlich bei jedem Stoff vorhanden. Durch ein äußeres anliegendes Magnetfeld wird ein magnetisches Moment induziert, welches dem äußeren Feld entgegenwirkt. Der Diamagnetismus ist so schwach, dass er nur beobachtet werden kann, wenn keine andere Form des Magnetismus zugleich auftritt. Diamagnete haben die Tendenz aus einem Magnetfeld "herauszuwandern".

## Paramagnetismus

Paramagnete haben die Tendenz von einem äußeren Magnetfeld angezogen zu werden. Dies liegt daran, dass schon vorhandene magnetische Dipole durch das außen anliegende Feld so ausgerichtet werden, dass die Feldstärke im Inneren verstärkt wird. Diese Stoffe sind nur magnetisch, solange das äußere Feld anliegt.

## Hysterese

Wie eben angesprochen wurde, kann ein ferromagnetisches Material auch ohne äußeres Magnetfeld im Inneren eine magnetische Flussdichte besitzen. Diese ist von der Vorgeschichte des Materials abhängig. Trägt man in einem Graphen die magnetische Flussdichte im Material gegen die Feldstärke  $H$  im Außenraum auf, erhält man eine Hysteresekurve.



Hier kann man direkt erkennen, dass der lineare Zusammenhang

$$B = \mu_0 \mu H$$

zwischen  $H$  und  $B$  nicht wie beim Para- und Diamagnetismus gegeben ist.

Die Neukurve stellt den Verlauf der magnetischen Flussdichte eines ursprünglich unmagnetisierten Materials dar. Ist die Sättigung erreicht, ändert sich  $B$  nur noch mit dem Proportionalitätsfaktor  $\mu_0$ . Durch Verringern und anschließendem Umkehren der magnetischen Feldstärke und Wiederholen dieser Vorgänge wird die gezeigte Hysteresiskurve erzeugt.

$B_r$  bezeichnet hier die Remanenz bei einer äußeren Feldstärke von  $H = 0$  und  $H_c$  die Koerzitivfeldstärke, bei welcher  $B = 0$  gilt.

## Aufgabe 1: Induktivität und Verlustwiderstand einer Luftspule

Es soll die Induktivität und der Verlustwiderstand einer Spule ohne Weicheisenkern experimentell bestimmt und mit theoretischen berechneten Werten verglichen werden. Dabei lässt sich die Spule als Reihenschaltung eines Verlustwiderstandes  $r$  und einer verlustfreien Spule mit der Induktivität  $L$  beschreiben. Im Widerstand  $r$  werden sämtliche in der Spule auftretenden Verluste wie z.B. Drahtwiderstand und Wirbelströme im Kern (hier nicht vorhanden) zusammengefasst.

### Aufgabe 1.1 - experimentelle Bestimmung

Es wird ein Vorwiderstand  $R = 10 \Omega$  in Reihe mit der zu untersuchenden Spule geschaltet. Am Oszilloskop wird die Spannung  $\hat{U}_R$ , die am Widerstand abfällt, und die Spannung  $\hat{U}$  an der Spule, gemessen. Außerdem wird noch die Zeitdifferenz  $\Delta t$  der beiden Spannungen beim Nulldurchgang gemessen.

Durch beide Bauteile fließt der Strom  $I$ , die Impedanz  $Z$  der Spule setzt sich zusammen aus

$$Z = r + i\omega L$$

$$|Z| = \sqrt{r^2 + \omega^2 L^2} = \frac{\hat{U}}{\hat{I}} = \frac{\hat{U} R}{\hat{U}_R}$$

$\hat{U}$  und  $\hat{I}$  sind hier die Spitzenwerte von Spannung und Stromstärke. Außerdem wurde hier verwendet, dass sich die Spitzenstromstärke über den Spannungsabfall am bekannten Widerstand berechnen lässt:

$$\hat{U}_R = R\hat{I} \quad \Rightarrow \quad \hat{I} = \frac{\hat{U}_R}{R}$$

Für das Quadrat der Impedanz ergibt sich:

$$|Z|^2 = r^2 + \omega^2 L^2 = \frac{\hat{U}^2 R^2}{\hat{U}_R^2} \quad (1)$$

Außerdem gilt für die Phasenverschiebung  $\varphi$

$$\varphi = \omega \Delta t$$

wobei die Kreisfrequenz  $\omega$  mit  $\omega = 2\pi f$  und  $f = 50 \text{ Hz}$  berechnet werden kann.

Mit der Beziehung

$$\tan \varphi = \frac{\text{Im } Z}{\text{Re } Z} = \frac{\omega L}{r} \quad (2)$$

kann man schließlich mit einigen Umformungen von Gleichung (1) und (2) die gesuchten Größen berechnen

$$r = |Z| \cos \varphi$$

$$L = \frac{|Z|}{\omega} \sin \varphi$$

Die Messung soll bei  $I_{eff} \approx 300 \text{ mA}$  und bei  $I_{eff} \approx 30 \text{ mA}$  durchgeführt werden. Die Vorbereitungsmappe gibt den Hinweis, dass die Ergebnisse unabhängig von der verwendeten Stromstärke sein werden.

## Aufgabe 1.2 - theoretische Bestimmung

Die experimentell bestimmten Werte sollen nun noch mit der Theorie verglichen werden. Aus den Gleichungen

$$U_{ind} = -n\bar{A}\dot{B}$$

$$L = \frac{-U_{ind}}{\dot{I}}$$

$$B = \mu_0 \mu I \frac{n}{l}$$

folgt für die Induktivität einer Spule der Länge  $l$  mit  $n$  Windungen und mittlerer Querschnittsfläche  $\bar{A}$

$$L = n^2 \mu_0 \frac{\bar{A}}{l} k \quad (3)$$

$k$  bezeichnet den geometrieabhängigen Faktor, der bei kurzen Spulen für korrekte Ergebnisse benötigt wird. Es werden die Spulendaten aus der Vorbereitung entnommen:  $n = 1000$ ,  $\bar{r} = 3,4 \text{ cm}$ ,  $l = 6,8 \text{ cm}$ ,  $k \approx 0,55$ . Damit ergibt sich für die Induktivität  $L$  der Luftspule

$$\bar{A} = \pi \bar{r}^2$$

$$L = 36,9 \text{ mH}$$

Als Verlustwiderstand  $r$  der Luftspule kann hier der Drahtwiderstand angenommen werden. Dieser berechnet sich folgendermaßen:

$$r = \rho_{Cu} \frac{l_{Draht}}{A_{Draht}}$$

Wobei

$$l_{Draht} = 2\pi\bar{r}n + l \quad \text{und} \quad A_{Draht} = \pi \left( \frac{d_{Draht}}{2} \right)^2$$

gilt. So ergibt sich  $r$  mit  $d_{Draht} = 0,7 \text{ mm}$  und  $\rho_{Cu} = 1,78 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$  zu

$$r = \rho_{Cu} \frac{2\pi\bar{r}n + l}{\pi \left( \frac{d_{Draht}}{2} \right)^2} = 9,88 \Omega$$

## Aufgabe 2: Induktivität und Verlustwiderstand einer Spule mit geschlossenem Eisenkern

Derselbe Versuch soll nun mit einem Eisenkern in der Spule durchgeführt werden. Dabei gilt es nun zu berücksichtigen, dass es im Eisenkern zu induzierten Wirbelströmen kommt.

### Aufgabe 2.1 - experimentelle Bestimmung

Gemessen wird entsprechend wie in Aufgabe 1.2. Als Ströme werden  $I_{eff} \approx 30 \text{ mA}$  und  $I_{eff} \approx 10 \text{ mA}$  verwendet.

### Aufgabe 2.2 - theoretische Bestimmung

Aus den eben gemessenen Werten für die Induktivität soll die relative Permeabilität  $\mu_r$ , sowie die Gesamtverlustleistung  $P$  berechnet werden. Für  $\mu$  wird Gleichung (3) verwendet, jedoch ist nun der Faktor  $k$  zu vernachlässigen. Außerdem kommt über die Gleichung für die magnetische Flussdichte in Materie das  $\mu_r$  mit hinzu. Durch Umstellen erhält man schließlich

$$\mu_r = \frac{Ll}{n^2\mu_0 A}$$

Hier bezeichnet  $l$  nun die mittlere Länge der Feldlinien im Eisen und  $A$  die Querschnittfläche des Eisenjochs. Diese Gleichung gilt, wenn das magnetische Feld fast vollständig im Eisenjoch verläuft und die relative Permeabilität dieses Jochs sehr groß ist. Beim ferromagnetischen Eisen liegt sie zwischen 300 und 10000.

Die Gesamtverlustleistung berechnet sich folgendermaßen:

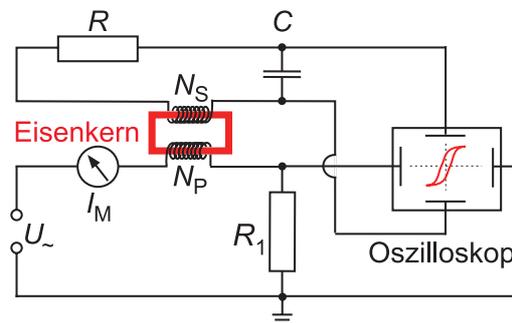
$$P = \frac{1}{T} \int_0^T \text{Re } U(t) \text{Re } I(t) dt = \frac{\hat{I}^2 r}{2} = I_{eff}^2 r$$

So erhält man für den Effektivstrom  $I_{eff} = 30 \text{ mA}$  die Verlustleistung  $P = 8,89 \cdot 10^{-3} \text{ W}$  und für  $I_{eff} = 10 \text{ mA}$  entsprechend  $P = 9,88 \cdot 10^{-4} \text{ W}$ .

# Aufgabe 3: Ferromagnetische Hysterese und Um-magnetisierungsverluste

## Aufgabe 3.1 - Hysterese eines Eisenkerns

Wie bereits in der Einführung angesprochen, wird eine Magnetisierungskurve (Hysterese) durch auftragen des  $B$ -Feldes im Eisenkern über das äußere  $H$ -Feld am Oszilloskop dargestellt.  $H$  können wir über den Spannungsabfall an einem Widerstand  $R_1 = 10 \Omega$  bestimmen, der mit der felderzeugenden Spule ( $N_P, n_P = 1000$ ) in Reihe geschaltet wird. Als Maß für das  $B$ -Feld soll das Integral über die in einer zweiten Spule ( $N_S, n_S = 50$ ) induzierte Spannung verwendet werden. Dazu nutzen wir ein geeignetes RC-Glied als Integrierer. Der Aufbau sieht dann wie folgt aus.



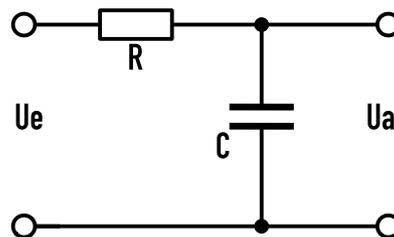
Für das  $H$ -Feld der felderzeugenden Spule  $N_P$  gilt

$$H = n_P \frac{I}{l} = \frac{n_P}{lR} U \quad (4)$$

Das in der zweiten Spule  $N_S$  induzierte  $B$ -Feld kann man über folgende Umformung berechnen

$$U_{ind} = n_S A \dot{B} \Rightarrow B = \frac{1}{n_S A} \int U_{ind} dt \quad (5)$$

Das Integral über  $U_{ind}$  wird durch ein entsprechend dimensioniertes RC-Glied erzeugt, welches in folgendem Schaltplan dargestellt ist



Die Ausgangsspannung  $U_a$  wird am Kondensator abgegriffen. Für den Betrag  $|Z|$  der Impedanz gilt:

$$|Z| = R \sqrt{1 + \frac{T^2}{4\pi^2 C^2 R^2}}$$

Für  $\frac{T}{2\pi} \ll RC$  hat der Kondensator quasi keinen Einfluss auf den Spannungsverlauf, da die Frequenz des Wechselstromes das Aufladen verhindert. So lässt sich  $U_e \approx U_R$  annehmen.  $U_a$  ergibt sich zu:

$$U_a = \frac{Q}{C} = \frac{1}{C} \int I dt = \frac{1}{RC} \int U_R dt \approx \frac{1}{RC} \int U_e dt$$

So wird Gleichung (5) zu

$$B = \frac{CR}{n_S A} U_a \quad (6)$$

und damit ist die magnetische Flussdichte  $B$  im Eisenkern bestimmt.

### Aufgabe 3.2 - Eichen der Achsen

Die Eichungen der Horizontalachse ( $H$ -Feld) und der Vertikalachse ( $B$ -Feld) lassen sich einfach über die Gleichungen (4) und (6) bewerkstelligen. Dazu müssen nur die teilweise noch unbekanntenen Werte für  $l$ ,  $R$  und  $C$  eingesetzt werden und man erhält die gesuchten Eichfaktoren. Dies wird in der Auswertung durchgeführt.

### Aufgabe 3.3 - Ummagnetisierungsarbeit

Nun soll die Ummagnetisierungsarbeit  $A$  pro Volumeneinheit und pro Umlauf ermittelt werden. Dies wird mit der Gleichung

$$A = \oint B dH$$

erreicht. Das Ergebnis dieses Integrals entspricht genau der eingeschlossenen Fläche der Hysteresiskurve. Durch Abzählen der Kästchen kann diese Fläche in etwa bestimmt werden. Eine Alternative dazu ist das Ausschneiden der Hysteresiskurve und anschließendes Abwiegen.

Aus der Ummagnetisierungsarbeit  $A$  kann nun die Ummagnetisierungs-Verlustleistung  $P_{mag}$  sowie der Verlustwiderstand  $r_{mag}$  berechnet werden. Dies erfolgt mit Hilfe folgender Gleichungen:

$$P_{mag} = AVf = Vf \oint B dH$$
$$r_{mag} = \frac{P_{mag}}{I_{eff}^2}$$

### Aufgabe 3.4 - relative Wechselfeld-Permeabilität $\mu_r$

Die relative Wechselfeld-Permeabilität  $\mu_r$  erhält man aus der Beziehung

$$H_{max} \mu_r \mu_0 = B_{max} \quad \Rightarrow \quad \mu_r = \frac{B_{max}}{H_{max} \mu_0}$$

Hier muss beachtet werden, dass es sich bei  $B$  und  $H$  jeweils um die Maximalwerte aus der Hysteresiskurve handelt.

### Aufgabe 3.5 - Vergleich mit Aufgabe 2

In dieser letzten Teilaufgabe sollen wir die ermittelten Ergebnisse mit denen aus Aufgabe 2 vergleichen. Dabei sollten wir feststellen, dass die eben ermittelte Ummagnetisierungs-Verlustleistung mit der Drahtwiderstands-Verlustleistung aus Aufgabe 1 nicht ganz die Gesamtverlustleistung aus Aufgabe 2 ergibt. Erklärt wird diese Differenz durch die Wirbelströme im Eisenkern.

## Aufgabe 4: Vergleich: Eisen - Ferrit

In diesem letzten Versuch sollen die Hysteresiskurven von einem Eisenkern ( $I_{eff} \approx 0,2 \text{ A}$ ,  $n = 250$ ) und einem Ferrit-Schalenkern ( $I_{eff} \approx 15 \text{ mA}$ ,  $n = 250$ ) aufgenommen werden. Dazu müssen jeweils wieder die Achsen geeicht werden (siehe Aufgabe 3.2). Daraus sollen Remanenz, Koerzitivkraft, Ummagnetisierungs-Verlustleistung und die Sättigungsinduktion bestimmt und verglichen werden. Die Sättigungsinduktion ist der Maximalwert von  $B$ . Die Ummagnetisierungs-Verlustleistung wird wieder wie in Aufgabe 3.3 bestimmt, Remanenz und Koerzitivkraft entsprechend wie in der Einführung beschrieben.

Wir erwarten beim Ferrit eine schmalere Hysterese als beim Eisen, da dieser aufgrund der Anordnung der Elementarmagnete im Inneren eine schwächere Remanenz besitzt.

## Quellenangabe

Vorbereitungsmappe

Graph der Hysteresiskurve (modifiziert), Schaltskizze zur Messung der Hysterese:

Eichler, Kronfeldt, Sahn: Das neue physikalische Grundpraktikum

Tiefpass

<https://secure.wikimedia.org/wikipedia/de/wiki/Tiefpass>, abgerufen am 06.11.2011

# **Physikalisches Anfängerpraktikum P1**

**Versuch:**

**P1-83,84**

**Ferromagnetische Hysterese**

Schriftliche Vorbereitung von Marcel Krause (mrrrc@leech.it )

Gruppe: Di-11

Datum der Versuchsdurchführung:

10.01.12

# Theoretische Grundlagen

## Impedanzen

Impedanzen, auch Wechselstromwiderstände genannt, geben das Verhältnis von Spannung zu aufgenommenem Strom an. Eine Impedanz ist in der Regel eine komplexe Größe aus einem Real- und Imaginärteil. Der Imaginärteil ist dabei für den Phasenversatz verantwortlich und sorgt für keine Energieumwandlung, weshalb Impedanzen, die rein vom Imaginärteil bestimmt sind, als Blindwiderstände bezeichnet. Für einen Widerstand  $R$  und eine Induktivität  $L$  gelten die Impedanzen

$$Z_R = R \quad Z_L = i\omega L$$

## Effektivwert

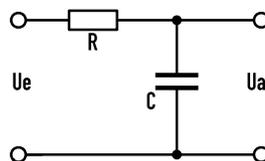
Nach Definition gilt für den Effektivwert  $I_{\text{eff}}$  einer Stromstärke  $I(t)$ :

$$I_{\text{eff}} = \sqrt{\overline{I^2(t)}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I^2(t) dt}$$

Nimmt man beispielsweise ein sinusförmiges Signal  $I(t) = \hat{I} \sin(\omega t)$  als Stromstärke der Amplitude  $\hat{I}$  an, so erhält man nach Einsetzen den Zusammenhang:

$$\hat{I} = \sqrt{2} \cdot I_{\text{eff}}$$

## Integrierglied



Ein RC-Glied, welches nach obigem Schema aufgebaut ist, nennt man aufgrund seiner Funktionsweise einen Tiefpass, denn er filtert hohe Frequenzen aus und lässt tiefe passieren. Ein Tiefpass kann als Integrierglied verwendet werden. Sind  $U_e$  die Eingangs- und  $U_a$  die Ausgangsspannung, so lässt sich das Verhalten des Tiefpasses durch folgende Gleichung beschreiben:

$$U_a = \frac{1}{RC} \int (U_e - U_a) dt$$

## Magnetismus in Materie

Viele Stoffe lassen sich anhand ihres sehr unterschiedlichen magnetischen Verhaltens charakterisieren. Je nach Ausprägung unterscheidet man dabei mehrere Arten von Magnetisierung in Materie:

### (i) Diamagnetismus

Jeder Stoff ist von Grund auf diamagnetisch, jedoch ist der Effekt oft so gering, dass er nur bei rein diamagnetischen Materialien beobachtet wird, die also nicht zusätzlich para- oder ferromagnetisch

sind. Legt man von außen ein Feld an einen Diamagneten, so wird durch eine Zustandsänderung aufgrund eines Gleichrichtens der Spins der Elektronen ein magnetisches Moment induziert, welches der Wirkung des äußeren Felds entgegenwirkt. Diamagnete werden so also in Richtung kleinerer Feldstärken verdrängt.

**(ii) Paramagnetismus**

Bei paramagnetischen Stoffen sorgt ein Anlegen eines äußeren Magnetfelds für eine unabhängige Ausrichtung bereits vorhandener magnetischer Dipole. Dadurch werden magnetische Momente induziert, welche feldverstärkend wirken. Paramagnete werden so also zu Bereichen größerer Feldstärke gezogen. Beim Abschalten des äußeren Magnetfelds sorgen Wärmefluktuationen sofort dafür, dass das vom Paramagneten erzeugte Feld wieder abgeschwächt wird.

**(iii) Ferromagnetismus**

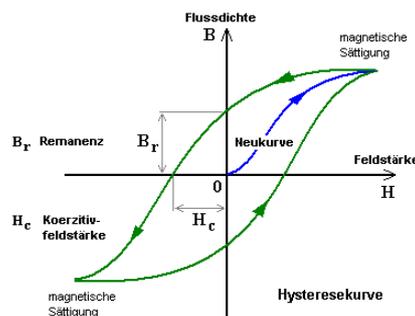
In einem Ferromagnetikum richten sich viele magnetische Dipole spontan und abhängig zueinander magnetisch aus. Diese Ausrichtung ist allerdings jeweils auf kleine Bereiche, die sogenannten Weisschen Bezirke, beschränkt. Im gesamten Ferromagnetikum findet sich so also zunächst eine stochastische Verteilung der Ausrichtung dieser Weisschen Bezirke, wodurch der Werkstoff nach außen hin unmagnetisch erscheint. Legt man allerdings ein äußeres Feld an, so richten sich diese Weisschen Bezirke nach dem Feld aus und treten in Wechselwirkung miteinander. Ferromagnetika werden so zu Bereichen größerer Feldstärke gezogen. Nach Abschalten des äußeren Magnetfelds bleibt die Ausrichtung der Weisschen Bezirke aufrecht erhalten, sodass dem Ferromagnetikum ein remanentes Feld aufgeprägt werden kann.

**(iv) Ferrimagnetismus**

Der Ferrimagnetismus ist eine Abwandlung des Ferromagnetismus. Es finden sich dort in den Weisschen Bezirken abwechselnd parallele sowie antiparallele magnetische Dipole mit unterschiedlicher Stärke. Dadurch ist der von einem äußeren Feld induzierte Magnetismus schwächer ausgeprägt. Ansonsten verhalten sich Ferrimagnete aber wie Ferromagnete.

## Hystereseschleifen

Als Hysterese bezeichnet man ein spezielles Systemverhalten, bei dem eine Ausgangsgröße nicht nur allein von der Veränderlichen abhängt, sondern auch von der Vorgeschichte des Systems. Hystereseverhalten ist oft charakteristisch entweder für ein System, etwa bei Wechselbeanspruchung von Werkstoffen, oder aber werkstoffspezifisch, so wie beim Ferromagnetismus. In nachfolgender Skizze ist eine typische Hystereseschleife aufgezeigt.



Man bezeichnet dort  $B_r$  als Remanenz eines ferromagnetischen Stoffes, welche diejenige Flussdichte darstellt, die nach Abstellen einer äußeren Feldstärke aufgrund rückbleibender Anordnung der Weisschen Bezirke noch im Ferromagnetikum vorhanden ist. Möchte man das äußere Feld auf Null bringen, so muss man von außen die Koerzitivfeldstärke  $H_c$  aufbringen. An den Kurven erkennt man weiters schön die Sättigungsbereiche sowie die Neukurve, welche nur ein einziges Mal bei einem zuvor unmagnetisierten oder aber bei einem durch Wärmebehandlung entmagnetisierten Werkstoff aufgetragen wird.

## Aufgabe 1: Luftspule

In der ersten Versuchsreihe betrachten wir zunächst eine Spule ohne Eisenkern.

### Aufgabe 1.1: Experimentelle Bestimmung

Es wird von uns eine Reihenschaltung eines Widerstands  $R = 10\Omega$  mit einer Transformatorspule mit  $n = 1000$  Windungen aufgebaut, welche wir von einem Wechselstrom mit der Frequenz  $f = 50\text{Hz}$  und der Effektivstromstärke  $I_{\text{eff}} = 300\text{mA}$  durchfließen lassen. Wir werden dann die Spannung sowohl am Widerstand als auch an der Spule oszillographisch aufnehmen und die Zeitdifferenz zwischen den Nulldurchgängen beider Spannungen bestimmen.

Die Spule besitze die Induktivität  $L$ , der Verlustwiderstand sei  $R_S$ . Durch die gegebene Frequenz  $f$  des Wechselstroms ist auch die Kreisfrequenz  $\omega$  zu  $\omega = 2\pi f$  bekannt. Die Impedanz  $Z$  des Systems setzt sich aus der Impedanz des Verlustwiderstands und der Impedanz der Induktivität zusammen:

$$Z = R_S + i\omega L$$

Der Scheinwiderstand ist gerade der Betrag dieser Impedanz:

$$|Z| = \sqrt{R_S^2 + \omega^2 L^2} = \frac{\hat{U}}{\hat{I}}$$

Dabei bezeichnen  $\hat{U}$  und  $\hat{I}$  die Spannungs- respektive Stromstärkeamplituden. Die Spannung und die Stromstärke erfahren durch die auftretenden Impedanzen eine Phasenverschiebung  $\varphi$ , die sich wie folgt berechnen lässt:

$$\tan \varphi = \frac{\text{Im}(Z)}{\text{Re}(Z)} = \frac{\omega L}{R_S}$$

Diese Definition ist sofort ersichtlich, wenn man die Impedanz im Zeigerdiagramm, also der Gaußschen Ebene dieser komplexen Größe, darstellt. Wir wollen experimentell die zeitliche Verschiebung  $\Delta t$  der beiden Spannungssignale am Widerstand und an der Spule messen. Diese hängt mit der Phasenverschiebung  $\varphi$  folgendermaßen zusammen:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta t}{T} &= \frac{\varphi}{2\pi} \\ \Leftrightarrow \varphi &= 2\pi f \Delta t \end{aligned}$$

Es wurde bereits weiter oben festgehalten, dass der gesuchte Verlustwiderstand  $R_S$  gerade der Realteil und die gesuchte Induktivität  $L$  der Imaginärteil der Impedanz  $Z$  ist. Daraus folgt im Zusammenhang mit der Zeitdifferenz  $\Delta t$  und wieder mit Beachtung des Zeigerdiagramms

$$R_S = \text{Re}(Z) = |Z| \cos \varphi = \frac{\hat{U}}{\hat{I}} \cos(2\pi f \Delta t) = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2} \cdot I_{\text{eff}}} \cos(2\pi f \Delta t)$$

sowie

$$\begin{aligned}\omega L &= \text{Im}(Z) = |Z| \sin \varphi \\ \Leftrightarrow L &= \frac{|Z|}{\omega} \sin \varphi = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2} \cdot I_{\text{eff}}} \frac{\sin(2\pi f \Delta t)}{2\pi f}\end{aligned}$$

Durch Messung der Spannungsamplituden  $\hat{U}$  sowie der zeitlichen Differenz  $\Delta t$  beider Signale können wir so die gesuchten Größen bestimmen.

## Aufgabe 1.2: Theoretische Bestimmung

Diese Teilaufgabe dient der theoretischen Bestimmung der in Aufgabe 1.1 experimentell bestimmten Werte. Es wird eine Spule zunächst undefinierter Länge  $l$  mit der Windungszahl  $n$ , der Induktivität  $L$  und dem wirksamen Querschnitt  $A$  betrachtet. Aus der Lenzschen Regel folgt eine definierende Gleichung für den Proportionalitätsfaktor  $L$ :

$$L = -\frac{U_{\text{ind}}}{\dot{I}}$$

Das Einsetzen des Induktionsgesetzes  $U_{\text{ind}} = -nA\dot{B}$  führt dann zunächst auf:

$$L = nA\frac{\dot{B}}{\dot{I}}$$

Es soll nun eine lange Spule betrachtet werden. Eine solche besitzt die magnetische Feldstärke

$$H = n\frac{I}{l}$$

Da die Spule luftgefüllt ist, gilt weiterhin für die Flussdichte  $B = \mu_0 H$ . Setzt man dies in obige Gleichung ein, differenziert einmal und setzt dies in die vorläufige Gleichung für die Induktivität, so erhält man die Induktivität der langen, einlagigen Spule:

$$L = n^2 \mu_0 \frac{A}{l}$$

Für kurze, mehrlagige Spulen ist der obige Ausdruck generell mit einem Geometriefaktor  $k$  zu multiplizieren und die Querschnittsfläche  $A$  als mittlere Querschnittsfläche  $\bar{A}$  zu interpretieren.

Im Experiment verwenden wir eine zweilagige Spule mit  $n = 1000$  Windungen, dem mittleren Windungsradius  $\bar{r} = 3,4\text{cm}$ , der Länge  $l = 6,8\text{cm}$  sowie dem Kupferdrahtdurchmesser  $d = 0,7\text{mm}$ . Wie in der Vorbereitungshilfe angegeben, gilt wegen  $l \approx 2\bar{r}$  als Geometriefaktor  $k \approx 0,55$ . Als mittlere Querschnittsfläche ergibt sich  $\bar{A} = \pi\bar{r}^2$ . Obige Gleichung liefert dann die Impedanz:

$$\begin{aligned}L_{\text{theor}} &= kn^2 \mu_0 \frac{\bar{A}}{l} = kn^2 \mu_0 \frac{\pi\bar{r}^2}{2\bar{r}} = 0,55 \cdot 1000^2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}} \cdot \frac{1}{2} \pi \cdot 3,4 \cdot 10^{-2} \text{m} \\ &= 36,912\text{mH}\end{aligned}$$

Zwischen dem Widerstand  $R$  und der Geometrie eines Drahtes mit Querschnittsfläche  $A_D$  und Länge  $l_D$  besteht folgender Zusammenhang:

$$R_{\text{theor}} = \rho_{\text{Cu}} \frac{l_D}{A_D}$$

Dabei bezeichnet  $\rho_{\text{Cu}}$  den spezifischen Widerstand des Kupfers. Für die Länge des Drahtes gilt  $l_D = n \cdot 2\pi\bar{r} + l$  und für die Querschnittsfläche  $A_D = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2$ . Als Literaturwert wird  $\rho_{\text{Cu}} = 1,78 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$  gewählt. Dies alles eingesetzt ergibt:

$$R_{\text{theor}} = \rho_{\text{Cu}} \frac{n \cdot 2\pi\bar{r} + l}{\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2} = 1,78 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m} \cdot \frac{1000 \cdot 2\pi \cdot 3,4 \cdot 10^{-2} \text{m} + 6,8 \cdot 10^{-2} \text{m}}{\pi \left(\frac{0,7 \cdot 10^{-3} \text{m}}{2}\right)^2}$$

$$= 9,884 \Omega$$

Es wird geprüft, ob unsere experimentell bestimmten Werte aus Aufgabe 1.1 mit den theoretischen übereinstimmen.

## Aufgabe 2: Spule mit geschlossenem Eisenkern

Wir führen nun Versuche analog zu Aufgabe 1 durch, jedoch nutzen wir nun eine Spule mit einem geschlossenen Eisenkern.

### Aufgabe 2.1: Experimentelle Bestimmung

Wir führen nun analog zu Aufgabe 1.1 Messungen an der Spule durch und erfassen oszillographisch die Spannungen sowie die zeitliche Differenz der beiden Signale, allerdings nutzen wir nun Effektivstromstärken von  $I_{\text{eff}} \approx 30 \text{mA}$  sowie  $I_{\text{eff}} \approx 10 \text{mA}$ . Zur Auswertung nutzen wir wie zuvor auch die nachfolgenden Formeln:

$$L = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2} \cdot I_{\text{eff}}} \frac{\sin(2\pi f \Delta t)}{2\pi f}$$

$$R_S = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2} \cdot I_{\text{eff}}} \cos(2\pi f \Delta t)$$

### Aufgabe 2.2: Auswertung der Daten

Mit den aus Aufgabe 2.1 gewonnenen Daten werden wir zunächst die relative Wechselfeld-Permeabilität  $\mu$  der Anordnung berechnen. Nimmt man Stoffe mit sehr großen Permeabilitätswerten ( $\mu \gg 1$ ) an, so gilt für die Induktivität einer langen Spule:

$$L = n^2 \mu \mu_0 \frac{A}{l}$$

Die Herleitung dieser Gleichung erfolgt ganz analog wie in Aufgabe 1.2 unter Beachtung von  $B = \mu \mu_0 H$ . Aus ihr geht sofort die gesuchte Permeabilität hervor:

$$\mu = \frac{L}{\mu_0 n^2} \frac{l}{A}$$

Wir sind so unter Kenntnis der Spulenkenngrößen sowie der in Aufgabe 2.1 bestimmten Induktivität in der Lage, die Permeabilität zu berechnen. Nach Angabe in der Vorbereitungshilfe berechnet sich die Gesamtverlustleistung zu

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T \text{Re}(U(t)) \cdot \text{Im}(I(t)) dt = \frac{1}{2} \hat{I}^2 R = R I_{\text{eff}}^2$$

wobei  $R$  den Verlustwiderstand darstelle.

Im Hinweis zur Aufgabe wird gesagt, dass sowohl Induktivität wie auch Verlustwiderstand stark von der Stromstärke abhängen. Dies lässt sich über den Effekt der ferromagnetischen Hysterese erklären, welchen wir in den nachfolgenden Aufgaben noch untersuchen. Bei ferromagnetischen Stoffen, wie etwa dem verwendeten Eisenkern, ist die Permeabilität nicht nur stark von der momentanen Stromstärke abhängig, sondern auch von der Vorgeschichte des Materials.

## Aufgabe 3: Hysterese, Ummagnetisierungsverluste

In den nachfolgenden Teilaufgaben beschäftigen wir uns nun genauer mit dem Effekt der ferromagnetischen Hysterese, deren Auswirkungen wir bereits in Aufgabe 2.1 kennengelernt haben.

### Aufgabe 3.1: Darstellung der Magnetisierungskurve

Wir nutzen das Oszilloskop nun im  $x, y$ -Betrieb und wollen dabei die magnetische Flussdichte  $B$  über der magnetischen Feldstärke  $H$  auftragen. Im Primärkreis werden wir Effektivstromstärken von  $I_{\text{eff}} \approx 30\text{mA}$  sowie  $I_{\text{eff}} \approx 10\text{mA}$  nutzen. Die aufzutragenden Größen sind uns über Messungen nicht direkt zugänglich, weshalb wir Spannungen als Maße dafür verwenden werden.

Die Feldstärke  $H$  gewinnen wir durch die Proportionalität zum Spannungsabfall am Widerstand  $R = 10\Omega$ , welcher in Reihe mit einer mit  $I$  stromdurchflossenen, felderzeugenden Spule mit der Windungszahl  $n_1 = 1000$  und der Kernlänge  $l_{\text{Kern}}$  verschaltet wird. Es gilt:

$$H = n_1 \frac{I}{l} = \frac{n_1}{Rl_{\text{Kern}}} U$$

Die Flussdichte  $B$  gewinnen wir durch Integration über die an der Sekundärspule mit  $n_2 = 50$  Windungen und der wirksamen Querschnittsfläche  $A$  induzierten Spannung  $U_{\text{ind}}$ . Für diese Spannung gilt nämlich

$$\begin{aligned} U_{\text{ind}} &= n_2 A \dot{B} \\ \Leftrightarrow B &= \frac{1}{An_2} \int dt U_{\text{ind}} \end{aligned}$$

Die Integration wird durch ein geeignetes Integrierglied erledigt. Dieses wird von uns so gewählt, dass  $RC\omega \gg 1$  mit dem Widerstand  $R$  und der Kapazität  $C$  des Integrierglieds erfüllt ist. Dann kann die Ausgangsspannung  $U_a$  im Integral selbst wegen  $U_e \gg U_a$  vernachlässigt werden. Es ergibt sich so zunächst:

$$U_a \approx \frac{1}{RC} \int U_e dt$$

Als Eingangsspannung wählen wir nun  $U_{\text{ind}}$ , die Ausgangsspannung greifen wir mit dem Oszilloskop ab. Umstellen der Gleichung und einsetzen in obige Beziehung für die Flussdichte führt dann auf:

$$B \approx \frac{RC}{An_2} U_a$$

### Aufgabe 3.2: Eichung der Achsen

Die  $H$ -Achse lässt sich bereits in der Vorbereitung eichen:

$$H = \frac{n_1}{Rl_{\text{Kern}}} U = \frac{1000}{10\Omega \cdot 0,48\text{m}} U = 208,333 \frac{\text{A}}{\text{Vm}} \cdot U$$

Für die Eichung der  $B$ -Achse müssen zunächst der Querschnitt  $A$  sowie der verwendete Widerstand  $R$  und die verwendete Kapazität  $C$  in Erfahrung gebracht werden. Dann ergibt sich die Eichung durch

$$B = \frac{RC}{An_2} U_a$$

### Aufgabe 3.3: Ummagnetisierung-Verlustleistung und Verlustwiderstand

In dieser Teilaufgabe wollen wir nun die Ummagnetisierungsarbeit sowie den zugehörigen Verlustwiderstand ermitteln. Das Integral

$$\oint B dH$$

gibt die Ummagnetisierungsarbeit pro Volumeneinheit, also  $\frac{W_{\text{mag}}}{V}$  an. Im Hysterese-Betrieb des Oszilloskops entspricht dieses Integral gerade der Fläche der Hystereseschleife. Diese lässt sich analytisch auf zahlreichen Wegen ermitteln, am elegantesten ist sicherlich die numerische Lösung des Integrals mit Hilfe des Computers.

Mit  $V = lA$  als Volumen der Spule mit der Länge  $l$  und der Querschnittsfläche  $A$  und der Zeit  $T$  eines Umlaufzyklus gilt für die Ummagnetisierungs-Verlustleistung  $P_{\text{mag}}$ :

$$P_{\text{mag}} = \frac{W_{\text{mag}}}{T} = \frac{W_{\text{mag}}}{V} \cdot \frac{V}{T} = \oint B dH \cdot \frac{lA}{T}$$

Durch Auswerten des Integrals mit dem Computer und den restlichen Werten lässt sich so die Ummagnetisierungs-Verlustleistung bestimmen. Unter Kenntnis des effektiven Spulenstroms  $I_{\text{eff}}$  lässt sich dann direkt der Verlustwiderstand  $R_{\text{mag}}$  berechnen:

$$R_{\text{mag}} = \frac{P_{\text{mag}}}{I_{\text{eff}}^2}$$

### Aufgabe 3.4: Relative Wechselfeld-Permeabilität

Über den Zusammenhang zwischen Flussdichte  $B$  und Feldstärke  $H$

$$B = \mu\mu_0 H$$

lässt sich nach Umformung zu

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H}$$

mit diversen Wertepaaren die Wechselfeld-Permeabilität berechnen. Es ist dabei zu erwarten, dass die Werte gewisse Fehler enthalten werden, denn wie schon zuvor erläutert liegt nur ein annähernd linearer Zusammenhang zwischen den Größen  $B$  und  $H$  vor.

### Aufgabe 3.5: Vergleich der Werte mit Aufgabe 2

Abschließend sollen die nun erhaltenen Werte mit denen aus Aufgabe 2 verglichen werden. Wie bereits in der Aufgabenstellung erwähnt wird die Summe der Drahtwiderstands-Verlustleistung aus Aufgabe 1 und der in Aufgabe 3 ermittelten Ummagnetisierungs-Verlustleistung nicht ganz der Gesamtverlustleistung aus Aufgabe 2 entsprechen. Dies lässt sich durch Wirbelstromverluste erklären, welche hier trotz der engen Eisenlamellierung noch vorkommen.

## Aufgabe 4: Vergleich Eisen - Ferrit

Als abschließenden Versuch betrachten wir vergleichend Kerne aus Eisen und ferritischen Materialien hinsichtlich verschiedener Eigenschaften. Ferrite bestehen häufig aus gepresstem und anschließend gesintertem Hämatit zusammen mit anderen metalloxidischen Beimengungen. Sie besitzen als ferrimagnetische Stoffe meist hohe Widerstände und lassen sich so durch schmalere Hystereseschleifen erkennen, welche eine geringere Fläche einschließen. Dadurch verringern sich auch etwaige Wirbelstromverluste. Es sollen nun von uns verschiedene Eigenschaften sowohl bei einem Eisen- als auch bei einem Ferritkern bestimmt werden. Wir nutzen dazu einen Eisenkern bei einer effektiven Stromstärke  $I_{\text{eff}} = 0,2A$  respektive einen Ferritkern bei  $I_{\text{eff}} = 15mA$  mit je  $n = 250$  Windungen.

### (a) Remanenz

Die Remanenz lässt sich leicht erkennen, wenn man die Feldstärke  $H$  gegen Null gehen lässt. Die dann zurückbleibende Flussdichte  $B$  ist die Remanenz.

### (b) Koerzitivkraft

Wir erhöhen nun die Feldstärke  $H$  wieder so stark, dass die Flussdichte  $B$  ihren Nullpunkt erreicht. Dadurch ist die Koerzitivkraft gefunden.

### (c) Ummagnetisierungs-Verlustleistung

Analog zu Aufgabe 3 erfassen wir vollständige Hystereseschleifen, werten das Integral  $\oint B dH$  aus und berechnen so die Ummagnetisierungs-Verlustleistung.

### (d) Sättigungsinduktion

Die Sättigungsinduktion erkennt man in der Hystereseschleife schön als Grenzwert, gegen den bei Verwendung des Oszilloskops im  $x, y$ -Betrieb die Kurve zu streben scheint. Eventuell müssen wir sie durch Extrapolation ermitteln.

## Quellenverzeichnis

Vorbereitungshilfe zum Versuch Ferromagnetische Hysterisis"

Meschede, D.: Gerthsen Physik

Eichler, Kronfeldt, Sahn: Das neue physikalische Grundpraktikum

Demtröder, W.: Experimentalphysik Band 2 - Elektrizität und Optik

Literaturwert des spezifischen Widerstands von Kupferdraht (unreines Cu):

CRC Handbook of Chemistry and Physics

Schema der Hystereseschleife:

Vorbereitungshilfe zum Versuch Ferromagnetische Hysterisis"

Schaltskizze des Tiefpasses:

<http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/e/e8/Tiefpass.svg>

# **Physikalisches Anfängerpraktikum P1**

**Versuch:  
P1-83,84  
Ferromagnetische Hysteresis**

Auswertung

von

Georg Fleig (georg@leech.it )  
Marcel Krause (mrrrc@leech.it )

Gruppe: Di-11

Datum der Versuchsdurchführung:  
10.01.12

# Aufgabe 1: Luftspule

In der ersten Aufgabe haben wir uns mit einer Luftspule mit  $n = 1000$  Windungen beschäftigt, welche wir in Reihe mit einem Widerstand  $R = 10\Omega$  verschalten haben. An die Schaltung wurde von uns eine sinusförmige Wechselspannung mit der Frequenz  $f = 50\text{Hz}$  sowie Effektivstromstärke  $I_{\text{eff}} = 302\text{mA}$  respektive  $I_{\text{eff}} = 30\text{mA}$  angelegt.

## Aufgabe 1.1: Experimentelle Bestimmung

Es wurden von uns oszillographisch die am Widerstand und an der Spule abgegriffenen Spannungen dargestellt, sodass wir die jeweiligen Spannungsamplituden sowie die Zeitdifferenz der Nulldurchgänge beider Signale, also den Phasenversatz, bestimmen konnten. Wir haben dabei festgestellt, dass wir eines der Signale zunächst invertieren müssen, da für beide Signale dieselbe Erdung genutzt wurde. So konnten wir erkennen, dass das Signal des Widerstands dem Signal der Spule um  $\Delta t$  vorauseilte.

Nachfolgend dargestellt sind die von uns aufgenommenen Messwerte sowie daraus errechnete Größen.

$I_{\text{eff}}$ in A	$\hat{U}_S$ in V	$\hat{U}_R$ in V	$\Delta t$ in s	$Z$ in $\Omega$	$\varphi$	$R_S$ in $\Omega$	$L$ in H
0,302	5,7850	4,0800	2,780E-03	14,1789	0,8734	9,1064	3,4594E-02
0,030	0,5965	0,4080	2,780E-03	14,6201	0,8734	9,3898	3,5670E-02

Der Betrag der Impedanz  $|Z|$  errechnete sich dabei wie in der Vorbereitung gezeigt zu

$$|Z| = \left| \frac{\hat{U}_S}{\hat{I}} \right| = \left| \frac{\hat{U}_S \cdot R}{\hat{U}_R} \right|$$

und mit der Zeitdifferenz  $\Delta t$  ergibt sich die Phasenverschiebung  $\varphi$  zu:

$$\varphi = 2\pi f \Delta t$$

So konnten wir letztlich mit Hilfe der Formeln

$$R_S = |Z| \cos \varphi$$

$$L = \frac{|Z|}{2\pi f} \sin \varphi$$

die gesuchten Größen, nämlich die Spuleninduktivität  $L$  sowie den Verlustwiderstand  $R_S$ , berechnen. Wie man erkennt, sind die berechneten Größen hinreichend invariant unter verschiedenen Stromstärken.

## Aufgabe 1.2: Theoretische Bestimmung

Die theoretischen Werte für die Spuleninduktivität sowie für den Verlustwiderstand wurden bereits im Zuge der Vorbereitung errechnet. Es ergaben sich dort die Werte:

$$R_{S,\text{theor}} = 9,884\Omega$$

$$L_{\text{theor}} = 36,912\text{mH}$$

Wie man erkennt, stimmen im Rahmen der Messgenauigkeit unsere experimentell bestimmten Werte mit den theoretischen überein. Als mögliche Fehlerquellen ergeben sich hier hauptsächlich die Erfassung der Spannungsamplituden sowie die Messung der Zeitdifferenz am Computer. Die Extrema mussten von uns nach Augenmaß per Hand eingestellt werden, wodurch sich mögliche Abweichungen ergaben. Eine zweite, uns recht groß erscheinende Fehlerquelle ist die ungenaue Justierung der Stromstärke sowie die Genauigkeit des verwendeten Ampèremeters.

## Aufgabe 2: Spule mit geschlossenem Eisenkern

Im zweiten Versuchsblock haben wir denselben Versuchsaufbau wie bei Aufgabe 1 betrachtet, allerdings nutzten wir nun einen geschlossenen Eisenkern als Spulenkörper.

### Aufgabe 2.1: Experimentelle Bestimmung

Wir haben nun dieselben Messungen wie in Aufgabe 1.1 durchgeführt, allerdings nutzten wir nun Effektivstromstärken von  $I_{\text{eff}} = 30 \text{ mA}$  respektive  $I_{\text{eff}} = 10 \text{ mA}$ . Bei ersterer haben wir dabei festgestellt, dass die an der Spule beobachtete Spannung den Messbereich unseres Oszilloskops überstiegen hatte. Deswegen haben wir noch einen Vorwiderstand  $R_{\text{vor}} = 9,6 \text{ M}\Omega$  zwischen das Oszilloskop und die Spule geschaltet. Dadurch war es uns möglich, die Spulenspannung wieder vollständig oszillographisch zu erfassen. Durch den Spannungsteiler musste nun allerdings die gemessene Spulenspannung  $\hat{U}_S$  mit dem Faktor  $\zeta$  gewichtet werden.

Normalerweise greift das Oszilloskop die gemessene Spannung am Innenwiderstand  $R_{\text{oszi}} = 1 \text{ M}\Omega$  ab. Nun schalten wir noch den Widerstand  $R_{\text{vor}} = 9,6 \text{ M}\Omega$  in Reihe davor. Beachtet man  $\frac{U_{\text{vor}}}{R_{\text{vor}}} = \frac{U_{\text{oszi}}}{R_{\text{oszi}}}$ , so ergibt sich die reale Spannung  $\hat{U}_S$  dann zu:

$$\begin{aligned}\hat{U}_S &= U_{\text{vor}} + U_{\text{oszi}} = \left(1 + \frac{R_{\text{vor}}}{R_{\text{oszi}}}\right) \cdot U_{\text{oszi}} = \left(1 + \frac{9,6 \text{ M}\Omega}{1 \text{ M}\Omega}\right) \cdot U_{\text{oszi}} \\ &= 10,6 \cdot U_{\text{oszi}}\end{aligned}$$

Dadurch ergibt sich der Faktor  $\zeta = 10,6$ . Nachfolgend finden sich wieder unsere aufgenommenen Messwerte. Die Spulenspannung wurde dabei bereits mit  $\zeta$  gewichtet.

$I_{\text{eff}}$ in A	$\hat{U}_S$ in V	$\hat{U}_R$ in V	$\Delta t$ in s	Z in $\Omega$	$\varphi$	$R_s$ in $\Omega$	L in H
0,03	85,9130	0,3950	2,4900E-03	2175,0127	0,7823	1542,7903	4,8801
0,01	11,7650	0,1384	4,1900E-03	850,3795	1,3163	214,0673	2,6197

Die Berechnung der Werte erfolgte analog zu Aufgabe 1.1. Es lässt sich erkennen, dass sowohl der Verlustwiderstand wie auch die Spuleninduktivität sehr viel größer als in der Luftspule sind, insbesondere sind diese nun stark abhängig von der Stromstärke, welche die Spule durchfließt.

### Aufgabe 2.2: Auswertung der Daten

Mit den in Aufgabe 2.1 berechneten Werten für die Spuleninduktivität und den Verlustwiderstand war es uns nun möglich, die relative Wechselfeld-Permeabilität der Spule zu berechnen. Wie in der Vorbereitung hergeleitet nutzen wir dazu die Formel

$$\mu_r = \frac{L}{\mu_0 n^2 A} l$$

mit der Windungszahl  $n = 1000$ , dem effektiven Querschnitt  $A = (3,9 \text{ cm})^2$  sowie der mittleren Feldlinienlänge  $l = 48 \text{ cm}$  im Eisen. Die Gesamtverlustleistung  $P$  ergab sich weiters zu:

$$P = RI_{\text{eff}}^2$$

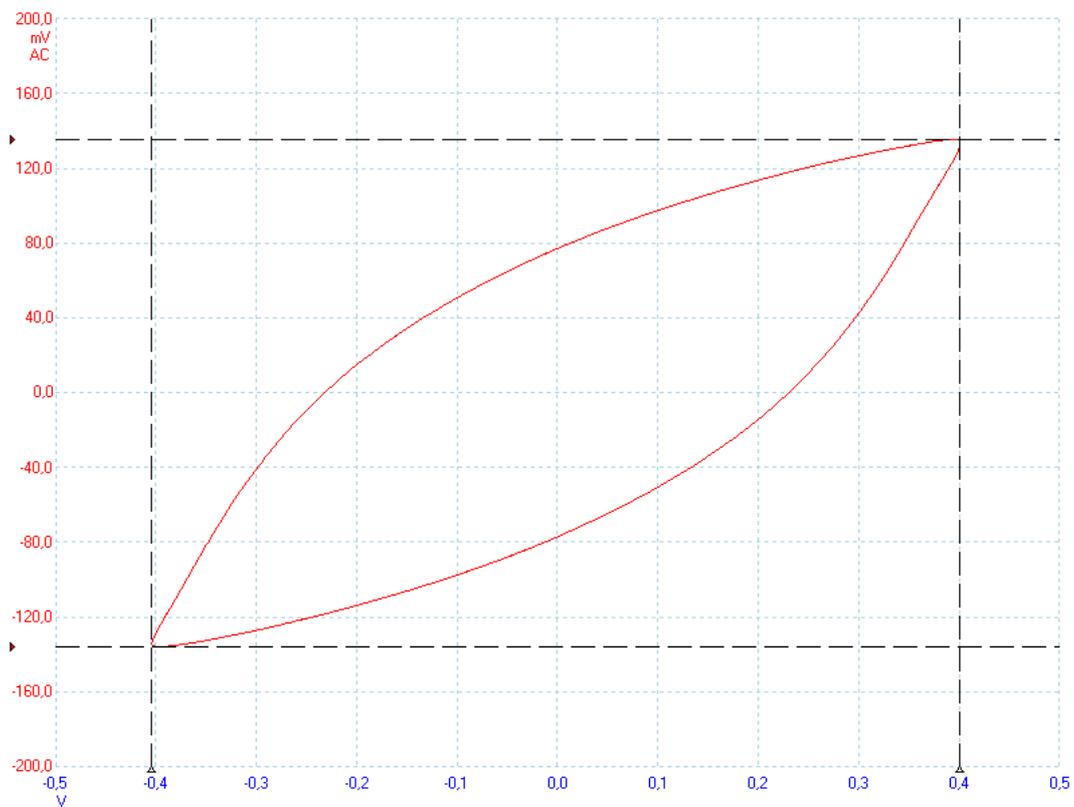
In der nachfolgenden Tabelle sind die errechneten Ergebnisse festgehalten.

$I_{\text{eff}}$ in A	L in H	$R_s$ in $\Omega$	$\mu$	P in W
0,03	4,8801	1542,7903	1225,5482	1,3885
0,01	2,6197	214,0673	657,8841	0,0214

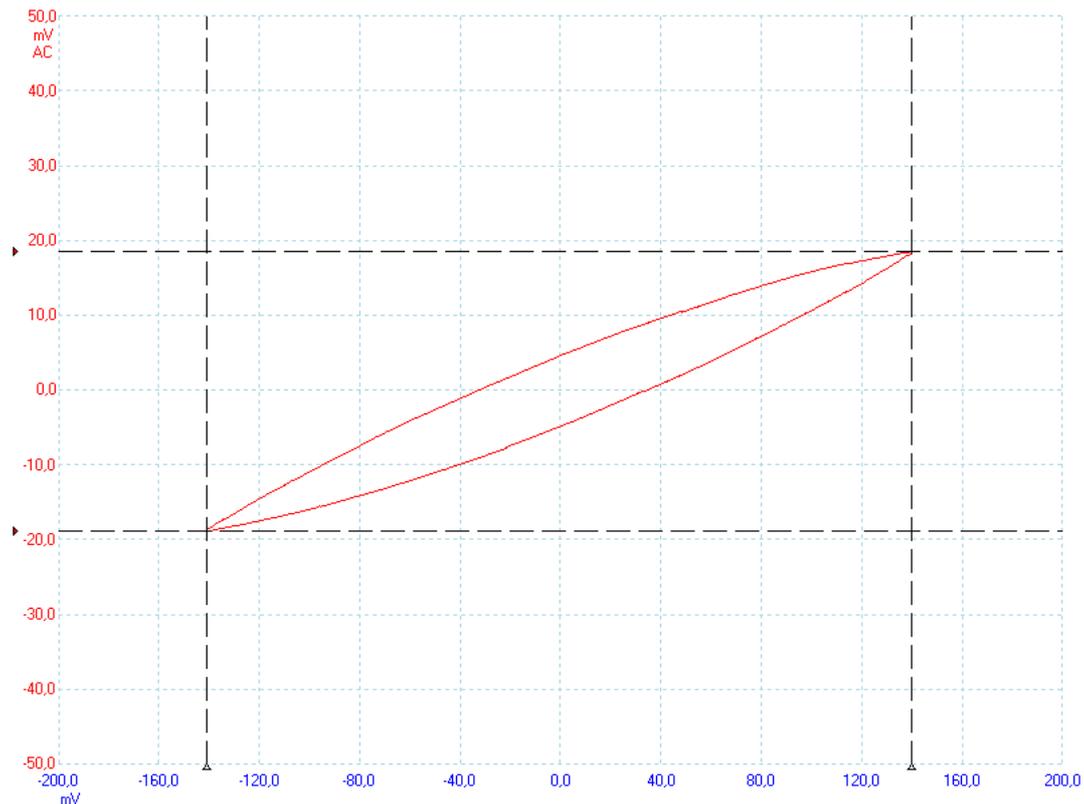
# Aufgabe 3: Ferromagnetische Hystereseis und Um-magnetisierungsverluste

## Aufgabe 3.1: Hystereseis eines Eisenkerns

Um die Hystereseis eines Eisenkerns zu erhalten, haben wir den Aufbau entsprechend der Versuchsvorbereitung verwendet. Das  $H$ -Feld wurde über den Spannungsabfall am in Reihe geschalteten Widerstand  $R_1$  auf der x-Achse aufgetragen. Durch Integration der Induktionsspannung einer zweiten Spule haben wir das  $B$ -Feld auf der y-Achse am Picoscope aufgetragen. Als Integrierglied wurde ein Tiefpass mit  $C = 1 \mu\text{F}$  und  $R = 100 \text{ k}\Omega$  verwendet, so war sichergestellt, dass die Bedingung  $RC\omega \gg 1$  erfüllt war. Die Hystereseis wurde für die Ströme  $I_{eff} \approx 30 \text{ mA}$



sowie für  $I_{eff} \approx 10 \text{ mA}$



aufgenommen. Wie zu erwarten, fällt die Kurve für den niedrigeren Strom wesentlich schmäler aus, als für den höheren. Dies liegt daran, dass bei einem größeren angreifenden Feld die Remanenz verstärkt wird.

### Aufgabe 3.2: Eichen der Achsen

Um später die Ummagnetisierungsarbeit pro Volumeneinheit zu ermitteln, müssen die Achsen der Hysteresiskurve geeicht werden. In der Vorbereitung wurden bereits die Formeln für die x- und die y-Achse hergeleitet.

Für die y-Achse ( $B$ ) gilt

$$B = \frac{CR}{n_S A} U_a$$

Mit den Werten  $C = 1 \mu\text{F}$ ,  $R = 100 \text{ k}\Omega$ ,  $n_S = 50$  und  $A = 1,523 \text{ m}^2$  ergibt sich so der Eichfaktor  $\lambda_B$  zu

$$\lambda_B = 1,3149 \frac{\text{s}}{\text{m}^2}$$

Äquivalent kann der Eichfaktor für das H-Feld bestimmt werden. Es gilt die Gleichung

$$H = \frac{n_P}{l R_1} U$$

Hier ergibt sich mit den Werten  $n_P = 1000$ ,  $l = 0,48 \text{ m}$  und  $R_1 = 10 \Omega$  der Eichfaktor  $\lambda_H$  für das H-Feld zu

$$\lambda_H = 208,34 \frac{\text{A}}{\text{Vm}}$$

### Aufgabe 3.3: Ummagnetisierungsarbeit

Die gesuchte Ummagnetisierungsarbeit pro Volumeneinheit ist gegeben durch das Integral

$$\frac{W_{\text{mag}}}{V} = \oint B dH$$

Um die gesuchte Fläche der Hysteresiskurve möglichst exakt zu bestimmen, haben wir diese ausgeschnitten und mit einer genauen Waage abgewogen. Anschließend haben wir die Größe einer Skaleneinheit in das Verhältnis mit der zugehörigen Spannung gebracht. Dies haben wir für die x- sowie die y-Achse bei beiden verwendeten Strömen gemacht. Die gemessenen und berechneten Werte sind in der folgenden Tabelle dargestellt.

$I_{\text{eff}}$ in A	$m$ in g	$\Delta U_x$ in V	$\Delta x$ in cm	$\Delta U_y$ in V	$\Delta y$ in cm	$f_x$ in V/cm	$f_y$ in V/cm
0,01	0,1803	0,04	2,70	0,01	1,70	0,0148	0,0059
0,03	0,7938	0,10	2,20	0,04	1,60	0,0455	0,0250

$f_x$  und  $f_y$  sind die Verhältnisse von angegebener Spannung einer Skaleneinheit und die Größe dieser Einheit. Sie geben also die Volt pro Zentimeter an. Durch Multiplikation mit der Größe  $A$  der Hysteresisfläche, welche wiederum durch Rechnung mit der Papierdichte  $\rho = 80 \frac{\text{g}}{\text{cm}^2}$

$$A = \frac{m}{\rho}$$

bestimmt wird, erhalten wir die Spannungen. Diese werden wiederum mit den vorher berechneten Eichfaktoren multipliziert und ergeben dann die Werte für  $H$  und  $B$ . So ergibt sich im Gesamten die Formel für die Ummagnetisierungsarbeit pro Volumeneinheit

$$\frac{W_{\text{mag}}}{V} = \lambda_H f_x \lambda_B f_y \frac{m}{\rho}$$

Die Ummagnetisierungs-Verlustleistung  $P_{\text{mag}}$  berechnet sich, wie bereits in der Vorbereitung angegeben, mit

$$P_{\text{mag}} = \frac{W_{\text{mag}}}{V} V_{\text{Kern}} f$$

Die benötigten Angaben für  $V_{\text{Kern}}$  entnehmen wir der Versuchsbeschreibung.

Schließlich sollte noch der Verlustwiderstand  $r_{\text{mag}}$  bestimmt werden. In der Vorbereitung wurde hierfür die Formel

$$r_{\text{mag}} = \frac{P_{\text{mag}}}{I_{\text{eff}}^2}$$

angegeben. Die berechneten Werte sind in folgender Tabelle für die beiden verwendeten Stromstärken dargestellt.

$I_{\text{eff}}$ in A	$W/V$ in $\text{J}/\text{m}^3$	$V_{\text{Kern}}$ in $\text{m}^3$	$f$ in Hz	$P_{\text{mag}}$ in W	$R_{\text{mag}}$ in $\Omega$
0,01	0,54	7,3008E-04	50	0,020	196,4
0,03	30,89	7,3008E-04	50	1,128	1252,8

Es lässt sich erkennen, dass  $P_{\text{mag}}$  sowie  $r_{\text{mag}}$  stark von der verwendeten Stromstärke abhängen.

### Aufgabe 3.4: relative Wechselfeld-Premeabilität $\mu_r$

Um die relative Wechselfeld-Premeabilität  $\mu_r$  zu berechnen, wird hier die Formel

$$\mu_r = \frac{B_{\max}}{H_{\max} \mu_0}$$

verwendet. Für  $B_{\max}$  und  $H_{\max}$  wählen wir die maximalen Werte der Spannungen auf beiden Achsen. Mit den Eichfaktoren konnten so  $H$ - und  $B$ -Feld berechnet werden. In nachstehender Tabelle sind die Messwerte und die Werte für  $\mu_r$  zu sehen.

$I_{\text{eff}}$ in A	$U_{H,\max}$ in V	$U_{B,\max}$ in V	$H_{\max}$ in A/m	$B_{\max}$ in T	$\mu_r$
0,03	0,4025	0,1357	83,854	0,178	1693,3
0,01	0,1406	0,0187	29,281	0,025	666,5

Dies sind allerdings nur Näherungswerte, da zwischen  $H$  und  $B$  bei ferromagnetischen Materialien kein linearer Zusammenhang besteht.

### Aufgabe 3.5: Vergleich mit Aufgabe 2

Im Vergleich der hier ermittelten Werte für die Ummagnetisierungs-Verlustleistung  $P_{\text{mag}}$  und die relative Wechselfeld-Premeabilität  $\mu_r$  mit den Werten aus Aufgabe 2.2 lassen sich Unterschiede feststellen. Auf die Werte von  $P_{\text{mag}}$  aus Aufgabe 3 wurde schon die Drahtwiderstands-Verlustleistung aus Aufgabe 1.1 mit

$$P = I_{\text{eff}}^2 r$$

addiert. Zum besseren Vergleich wurden hier nochmals alle Werte in einer Tabelle zusammengetragen.

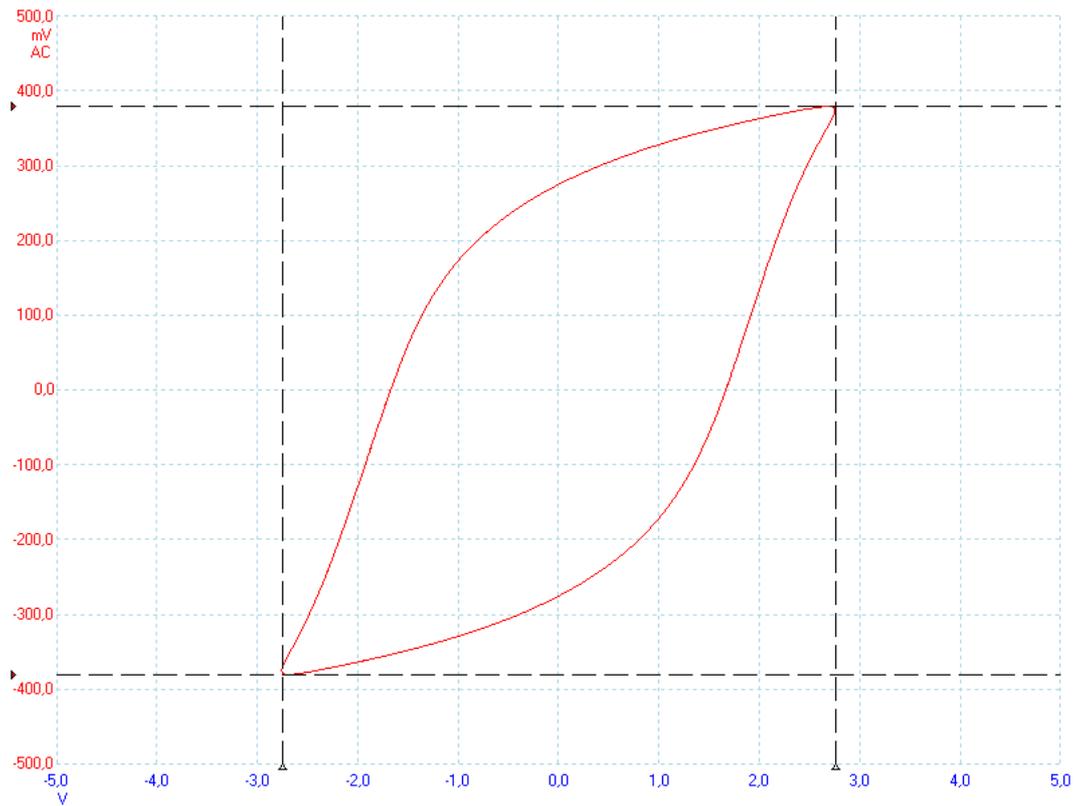
$I_{\text{eff}}$ in A	Aufgabe	$\mu_r$	$P_{\text{mag}}$ in W
0,01	2.2	657,9	0,0214
	3	666,5	0,0206
0,03	2.2	1225,5	1,3885
	3	1693,3	1,1358

Wie in der Versuchsbeschreibung beschrieben, lässt sich hier beobachten, dass die Ummagnetisierungs-Verlustleistung aus Aufgabe 3.3 mit der Drahtwiderstands-Verlustleistung aus Aufgabe 1.1 nicht ganz der Gesamtverlustleistung aus Aufgabe 2.2 übereinstimmt. Dies liegt möglicherweise an den auftretenden Wirbelströmen im Eisenkern.

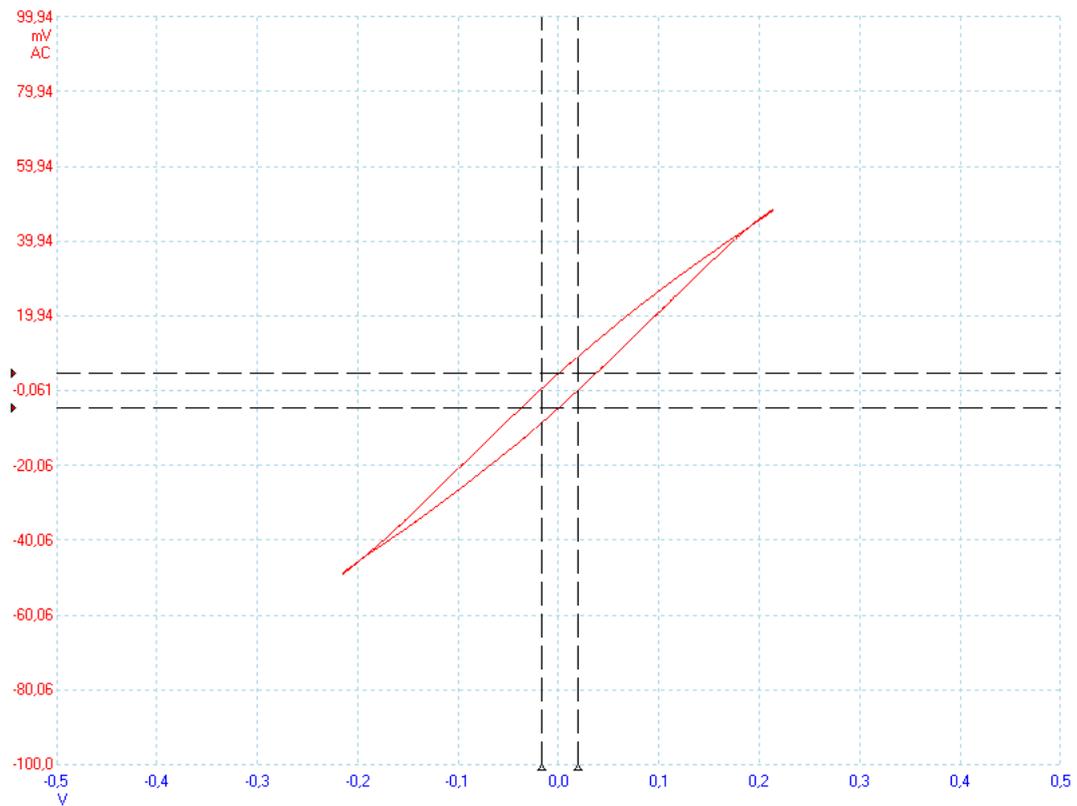
Die Werte von  $\mu_r$  stimmen für die niedrigere Stromstärke sehr gut und für die größere Stromstärke im Rahmen der Messgenauigkeit hinreichend überein. Vor allem für größere Stromstärken scheinen allerdings die theoretischen Ansätze, die zur Berechnung verwendet wurden, nicht ausreichend genau zu sein, weshalb sich dort eine größere Abweichung ergibt.

## Aufgabe 4: Vergleich: Eisen - Ferrit

In diesem letzten Versuch sollen die Hysteresiskurven von einem Eisenkern ( $I_{\text{eff}} \approx 0,2 \text{ A}$ ,  $n = 250$ ) und einem Ferrit-Schalenkern ( $I_{\text{eff}} \approx 15 \text{ mA}$ ,  $n = 250$ ) aufgenommen werden. Für den Eisenkern ergab sich die Hystereseurve



und für den Ferritkern die Kurve



Es ist dabei schön zu erkennen, dass sich für den Ferritkern eine viel schmalere Hysteresekurve ergibt als für den Eisenkern.

Aus den angegebenen Spulen- und Kerndaten

Eisenkern	
$R_1$ in $\Omega$	10
$n_1$	250
$l$ in m	0,48
$R_2$ in $\Omega$	1,0E+05
$C$ in F	1,0E-06
$n_2$	50
$A$ in $m^2$	1,521E-03

Ferritischer Kern	
$R_1$ in $\Omega$	10
$n_1$	250
$l$ in m	0,105
$R_2$ in $\Omega$	1,0E+05
$C$ in F	1,0E-06
$n_2$	50
$A$ in $m^2$	6,250E-04

konnten wir wieder die Eichfaktoren entsprechend wie in Aufgabe 3.2 bestimmen

Eichfaktoren Eisen	
$\lambda_{H,1}$ in A/Vm	52,083
$\lambda_{B,1}$ in s/m <sup>2</sup>	1,315

Eichfaktoren Ferrit	
$\lambda_{H,2}$ in A/Vm	238,095
$\lambda_{B,2}$ in s/m <sup>2</sup>	3,200

Mit diesen Eichfaktoren lassen sich wiederum alle gemessenen Spannungen in die  $H$ - und  $B$ -Felder umrechnen. Dies machen wir uns zunutze um die Remanenz, Koerzitivkraft und Sättigungsinduktion zu bestimmen.

Die Remanenz ist der Wert des  $B$ -Feldes, der übrig bleibt, wenn kein äußeres Feld mehr anliegt.

Remanenz	$U_c$ in V	$B_R$ in T
Eisen	0,275	0,362
Ferrit	0,005	0,015

Aufgrund der ferrimagnetischen Eigenschaften war es zu erwarten, dass die Remanenz beim Ferrit wesentlich geringer ausfällt, als beim Eisen.

Entsprechend gibt die Koerzitivkraft die Stärke eines äußeren Feldes an, das benötigt wird, um die magnetische Flussdichte im Inneren vollständig zu eliminieren.

Koerzitivkraft	$U_R$ in V	$H_c$ in A/m
Eisen	1,669	86,901
Ferrit	0,018	4,369

Da die Remanenz des Ferrits geringer ist, wird auch nur ein schwächeres äußeres Magnetfeld benötigt, um der übrigen Remanenz entgegen zu wirken.

Die Sättigungsinduktion entspricht dem Maximalwert des erreichten  $B$ -Feldes.

Sättigung	$U_c$ in V	$B_s$ in T
Eisen	0,380	0,500
Ferrit	0,049	0,156

Auch hier ist wieder die Eigenschaft des Ferrits für die geringere Sättigungsinduktion verantwortlich. Da es im Material einige Elementarmagnete gibt, welche antiparallel ausgerichtet sind, ist das zu erwartende  $B$ -Feld im Inneren geringer.

Schließlich haben wir noch die Ummagnetisierungs-Verlustleistung vom Eisen- und Ferritkern verglichen. Dies erfolgte analog zu Aufgabe 3.3 durch Ausschneiden und Wiegen der Hysteresiskurven. Da

der Vorgang dort bereits ausführlich erklärt wurde, wird hier auf eine erneute Darstellung verzichtet. Es werden lediglich die gemessenen und abgelesenen Werte aufgelistet:

Ummagnetisierungsverlustleistung								
	$I_{\text{eff}}$ in A	m in g	$\Delta U_x$ in V	$\Delta x$ in cm	$\Delta U_y$ in V	$\Delta y$ in cm	$f_x$ in V/cm	$f_y$ in V/cm
Eisen	0,200	0,7078	1,00	2,70	0,10	1,70	0,3704	0,0588
Ferrit	0,015	0,0391	0,10	2,70	0,02	1,60	0,0370	0,0125

Daraus konnten wir anschließend die Werte für  $P_{\text{mag}}$  berechnen.

	$I_{\text{eff}}$ in A	W/V in J/m <sup>3</sup>	$V_{\text{Kern}}$ in m <sup>3</sup>	f in Hz	$P_{\text{mag}}$ in W
Eisen	0,200	132,01	7,301E-04	50	4,8189
Ferrit	0,015	1,72	6,563E-05	50	0,0057

Man kann deutlich erkennen, dass die Ummagnetisierungs-Verlustleistung beim Eisen um ein Vielfaches höher ist, als die beim Ferrit. Dies liegt an der schwächeren Remanenz des Materials.