

Vorbereitung: Ferromagnetische Hystereseis

Carsten Röttele

10. Dezember 2011

Inhaltsverzeichnis

1	Induktivität und Verlustwiderstand einer Luftspule	2
1.1	Messung	2
1.2	Berechnung	3
2	Induktivität und Verlustwiderstand einer Spule mit geschlossenem Eisenkern	3
2.1	Messung	3
2.2	Berechnung	4
3	Ferromagnetische Hystereseis und Ummagnetisierungsverluste	4
3.1	Magnetisierungskurve am Oszilloskop	5
3.2	Eichung der Achsen	6
3.3	Bestimmung des Flächenintegrals	6
3.4	Relative Wechselfeld-Permeabilität	7
3.5	Vergleich mit Aufgabe 2	7
4	Sättigungsinduktion, Remanenz, Koerzitivkraft, magnetische Härte, Vergleich Eisen-Ferrit	7
5	Quellen	7

1 Induktivität und Verlustwiderstand einer Luftspule

In diesem Versuch soll zunächst die Induktivität L und der Verlustwiderstand r einer Spule, die zuerst nur mit Luft gefüllt ist, bestimmt werden.

1.1 Messung

Für die folgenden Berechnungen ist es hilfreich die Impedanzen für eine Reihenschaltung mit einer Spule und einem Widerstand zu kennen. Die Formeln hierfür lauten:

$$Z = r + i\omega L \text{ und } |Z| = \sqrt{r^2 + \omega^2 L^2} = \frac{\hat{U}}{\hat{I}}$$

Hierbei sind \hat{U} und \hat{I} die jeweiligen Maximalwerte der Wechselspannung. Allerdings können wir mit unseren Messgeräten nur die Effektivstromstärke berechnen, nämlich $I_{eff} = \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}}$. Zudem gilt für die Phasenverschiebung:

$$\tan \Phi = \frac{\Im Z}{\Re Z} = \frac{\omega L}{r}$$

Diese lässt sich messen, indem man den Zeitunterschied der beiden Spannungen misst und man bekommt $\phi = \omega \cdot \Delta t$, wobei $\omega = 2\pi f$ gilt. Für die Messung der Stromstärke benutzt man den Widerstand, wodurch sich ergibt:

$$\hat{I} = \frac{\hat{U}_R}{R}$$

Wenn man dies nun in die Formel für den Betrag der Impedanz einsetzt, erhält man:

$$|Z| = \hat{U} \frac{R}{\hat{U}_R}$$

Wie man oben erkennen kann entspricht der Verlustwiderstand dem Realteil und $L\omega$ dem Imaginärteil der Impedanz. Daraus können wir nun den Verlustwiderstand und die Induktivität berechnen:

$$r = |Z| \cdot \cos \phi = \frac{\hat{U}}{\hat{U}_R} R \cos \phi$$
$$L = \frac{|Z|}{\omega} \cdot \sin \phi = \frac{\hat{U}}{\hat{U}_R} \frac{R}{\omega} \sin \phi$$

Laut Aufgabenblatt haben wir einen Widerstand von 10Ω und man soll dies für die Effektivstromstärken von etwa $300mA$ und $30mA$ durchführen, wobei die Frequenz der Wechselspannung $50Hz$ sein soll.

1.2 Berechnung

Jetzt sollen wir die Induktivität und den Verlustwiderstand über die in der Aufgabenstellung gegebenen Werte berechnen. Allgemein gilt für die Induktivität einer langen Spule folgende Formel, die sich über die Induktionsspannung herleiten lässt:

$$L = \mu_0 \mu n^2 \frac{A}{l}$$

Allerdings haben wir keine genügend lange Spule, damit diese Formel stimmen würde. Stattdessen müssen wir dazu einen rein numerischen Faktor dazu multiplizieren, der laut Vorbereitungsmappe 0,55 sein soll, da wir eine Länge $l = 6,8\text{cm}$ der Spule haben, welche doppelt so groß wie der mittlere Radius $r_s = 3,4\text{cm}$ ist. Mit einer Windungszahl von 1000 und $\mu = 1$, da in der Spule nur Luft ist, erhalten wir somit:

$$L = 0,55 \mu_0 \mu n^2 \frac{A}{l} \approx 36,9\text{mH}$$

Für den Drahtwiderstand unseres Kupferdrahtes gilt folgende Formel:

$$r = \rho_{Cu} \frac{l_{\text{Draht}}}{A_{\text{Draht}}}$$

Der vordere Faktor ρ_{Cu} entspricht dem spezifischen Widerstand, der bei Kupfer laut Wikipedia $1,678 \cdot 10^{-2} \Omega \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$ groß ist. Zudem gilt für die Länge des Drahtes $l_{\text{Draht}} = n \cdot 2\pi r_s + l$. Mit dem angegebenen Durchmesser des Drahtes von $d_{\text{Draht}} = 0,7\text{mm}$ erhalten wir, indem wir die Werte einsetzen:

$$r = 9,32\Omega$$

2 Induktivität und Verlustwiderstand einer Spule mit geschlossenem Eisenkern

Im Vergleich zur ersten Aufgabe ist die Spule jetzt mit einem geschlossenen Eisenkern gefüllt.

2.1 Messung

Man muss hier äquivalent zur Aufgabe 1.1 vorgehen, allerdings misst man jetzt bei Effektivströmen von 30mA und 10mA .

2.2 Berechnung

Nun sollen die relative Permeabilität μ und die Gesamtverlustleistung aus den gemessenen Induktivitätswerten bestimmt werden. Hierfür nehmen wir die gleiche Formel, wie in Aufgabe 1.2 nur haben wir dieses Mal keinen numerischen Faktor davor, da nun die Länge keine Rolle mehr spielt.

$$L = \mu_0 \mu n^2 \frac{A}{l} \Rightarrow \mu = \frac{Ll}{\mu_0 n^2 A}$$

Wobei beachtet werden muss, dass die Induktivität stark von der Stromstärke abhängen wird und die Permeabilität nur bei kleinen Strömen konstant ist. Der Grund, nämlich die Hysterese, wird später noch ausführlich behandelt.

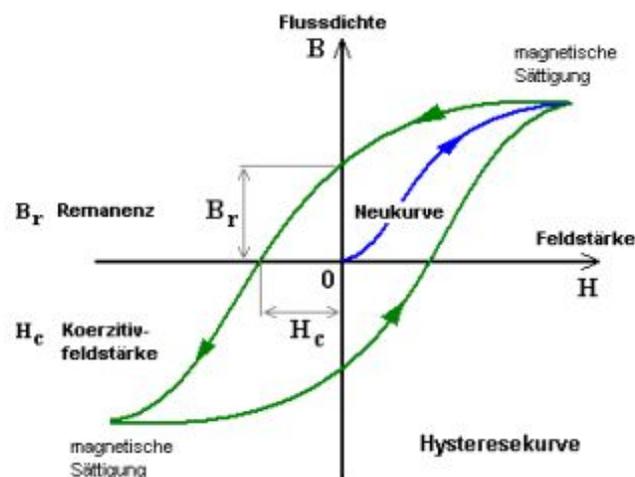
Für die Gesamtverlustleistung gilt:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T \operatorname{Re} U(t) \operatorname{Re} I(t) dt = \frac{\hat{I}^2 \cdot r}{2} = I_{eff}^2 \cdot r$$

Wir erhalten für $I_{eff} = 10mA$ eine Leistung von $P = 9,32 \cdot 10^{-4}W$ und für $I_{eff} = 30mA$ eine Leistung von $P = 8,39 \cdot 10^{-3}W$.

3 Ferromagnetische Hystereseis und Ummagnetisierungsverluste

Hier geht es jetzt um die Hysterese, also um die eigentliche Messung des Versuches. Sie wird dazu benutzt, um die Auswirkungen von Metallen in Spulen zu untersuchen.



Das Bild zeigt eine typische Hysteresekurve mit ihren einzelnen spezifischen Abschnitten. Wenn die Feldstärke H erhöht wird, werden dabei die magnetischen Dipole parallel

ausgerichtet, solange bis die Sättigung erreicht ist. Hierbei gibt die Remanenz die magnetische Flussdichte B an, bei der keine Feldstärke H vorhanden ist. Der umgekehrte Fall wäre die Koerzitivkraft; sie gibt die Feldstärke H an, bei der es kein Magnetfeld B gibt. Anschaulich heißt dies, dass das Material hier entmagnetisiert ist. Bei der Neukurve handelt es sich um diejenige Kurve, welche entsteht, wenn man das erste mal eine Feldstärke anlegt.

Zudem ist es hilfreich die drei wichtigsten, verschiedenen Arten des Magnetismus bei Stoffen zu kennen. Sie können nämlich diamagnetisch, paramagnetisch und ferromagnetisch sein.

Diamagnetische Stoffe bestehen dabei aus Atomen, welche kein permanentes magnetisches Dipolmoment besitzen. Diese Stoffe sind in einem Magnetfeld dem äußeren Magnetfeld entgegengerichtet. Die Suszeptibilität χ ist daher negativ.

Paramagnete haben permanente magnetische Dipole, die sich bei angelegtem äußeren Magnetfeld ausrichten, wobei χ hier größer als 0 ist.

Bei Ferromagneten ist die Suszeptibilität sehr groß, wodurch eine Hysteresekurve entsteht.

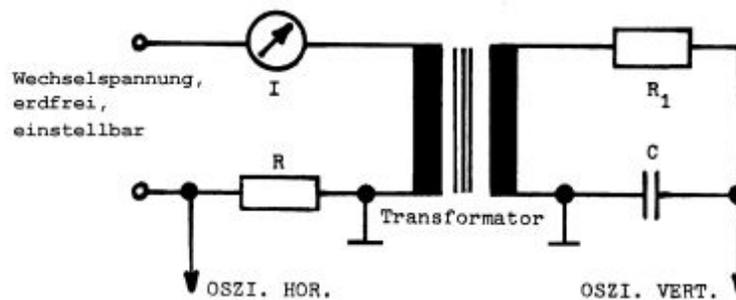
Für den Zusammenhang zwischen H - und B -Feld gilt:

$$B = \mu_0(1 + \chi)H = \mu_0\mu H$$

3.1 Magnetisierungskurve am Oszilloskop

Nun soll die Hysteresis am Oszilloskop angezeigt werden, für die Effektivströme $I_{eff} \approx 30mA$ und $I_{eff} \approx 10mA$. Dies geschieht indem man B über H aufträgt.

Der dazugehörige Schaltplan sieht folgendermaßen aus:



Man kann die magnetische Feldstärke über den Spannungsabfall U_R an dem Widerstand, welcher in Reihe mit der Spule geschaltet ist, messen. Denn für das H gilt:

$$H = n_1 \frac{I}{l} = n_1 \frac{U_R}{Rl}$$

Zudem gilt mit dem Induktionsgesetz, welches wir an der zweiten Spule anwendet:

$$U_{ind} = -n_2 A \dot{B} \rightarrow B = \frac{1}{n_2 A} \int U_{ind} dt$$

Man braucht also noch das Integral von der induzierten Spannung, welches man über ein RC-Glied erhält. Für dieses gilt:

$$U_C = \frac{1}{C} Q = \frac{1}{C} \int I dt = \frac{1}{R_1 C} \int (U_{ind} - U_C) dt$$

Da die Induktionsspannung sehr viel größer als die Spannung am Kondensator ist, weil man $R_1 \gg \frac{1}{\omega C}$ wählt, verschwindet der hintere Teil des Integrals. Somit können wir für unser B-Feld schreiben:

$$B = \frac{1}{n_2 A} \int U_{ind} dt \approx \frac{U_C R_1 C}{n_2 A}$$

3.2 Eichung der Achsen

Mit den gerade hergeleiteten Formeln für H und B erhalten wir zunächst für H, wenn wir die gegebenen Werte einsetzen:

$$H = n_1 \frac{U_R}{Rl} = 208,33 \frac{A}{Vm} \cdot U$$

Für das B-Feld können wir noch keine Werte einsetzen, da erst noch entschieden werden muss, welche Kondensatoren und Widerstände man benutzt. Es gilt für die B-Achse:

$$B = \frac{U_C R_1 C}{n_2 A}$$

3.3 Bestimmung des Flächenintegrals

Jetzt soll die Ummagnetisierungsarbeit pro Volumeneinheit und pro Umlauf über das Integral $\oint B \cdot dH$ berechnet werden. Man hat für die Auswertung dieses Integrals drei Möglichkeiten: Entweder man zählt die Kästchen oder man schneidet die Kurve aus und wiegt sie oder man lässt es analytisch am PC auswerten.

Für die Ummagnetisierungs-Verlustleistung P_{mag} gilt:

$$P_{mag} = \frac{W_{mag}}{V} \cdot \frac{V}{T} = \oint B \cdot dH \cdot l A f$$

Und für den Verlustwiderstand erhält man daraus:

$$r_{mag} = \frac{P_{mag}}{I_{eff}^2}$$

3.4 Relative Wechselfeld-Permeabilität

Wenn man die Formel $B = \mu_0 \mu H$ nach der Permeabilität μ auflöst ergibt sich:

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H}$$

Man sucht sich nun z.B. die beiden Maximalwerte von H und B und setzt diese in die Formel ein, wodurch man erhält μ erhält.

3.5 Vergleich mit Aufgabe 2

Jetzt sollen die eben gefundenen Ergebnisse mit denen aus der Aufgabe 2 verglichen werden, wobei man vermutlich feststellen wird, dass aufgrund von Wirbelströmen die Gesamtverlustleistung größer ist, als wenn man die Ummagnetisierungs-Verlustleistung und die Drahtwiderstands- Verlustleistung zusammen addiert.

4 Sättigungsinduktion, Remanenz, Koerzitivkraft, magnetische Härte, Vergleich Eisen-Ferrit

Bei der letzten Aufgaben soll man die Hysteresis-Kurven von einem Eisenkern und einem Ferrit-Schalenkern mit dem Oszillator darstellen lassen. Danach sollen die Sättigungsinduktion, die Remanenz, die Koerzitivkraft und die Ummagnetisierungs-Verlustleistung jeweils berechnet und miteinander verglichen werden. Die ersten drei Begriffe wurden schon zu Beginn der Aufgabe 3 geklärt und für die Ummagnetisierungs-Verlustleistung geht man äquivalent zur Aufgabe 3.3 vor. Zudem soll man analog zur Aufgabe 3.2 die Achsen eichen.

5 Quellen

Musterprotokolle

Vorbereitungsmappe (auch beide Bilder)

Vorbereitung

Ferromagnetische Hysterese

Stefan Schierle

Versuchsdatum: 06. 12. 2011

Inhaltsverzeichnis

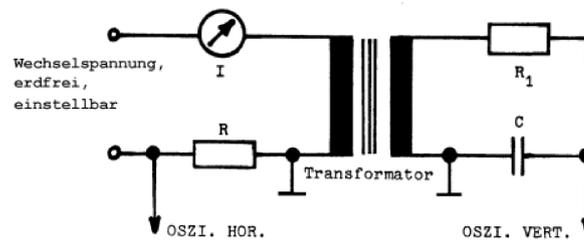
1	Induktivität und Verlustwiderstand einer Spule	2
1.1	Bestimmung von Verlustwiderstand und Induktivität	2
1.2	Berechnung von Verlustwiderstand und Induktivität	3
2	Induktivität und Verlustwiderstand mit geschlossenem Eisenkern	4
2.1	Bestimmung der Induktivität	4
2.2	Berechnung von Gesamtverlustleistung und Permeabilität	4
3	Ferromagnetische Hysterese und Ummagnetisierungsverluste	5
3.1	Oszilloskopische Darstellung	6
3.2	Eichung der Achsen	7
3.3	Bestimmung des Integrals	8
3.4	Permeabilität	8
3.5	Vergleich	8
4	Vergleich: Eisen - Ferrit	9
5	Literatur	9

1 Induktivität und Verlustwiderstand einer Spule

Bei einer Spule in einem Wechselstromkreis wird in der Theorie meistens nur der induktive Widerstand betrachtet. In der Praxis muss aber berücksichtigt werden, dass eine Spule sich auch wie ein ohmscher Widerstand verhält, wegen Drahtwiderstand, Abstrahlung... . Deshalb muss die reelle Spule theoretisch als Reihenschaltung von Widerstand, dem Verlustwiderstand, und Spule, der induktive Widerstand, betrachtet werden.

1.1 Bestimmung von Verlustwiderstand und Induktivität

Es soll nach Aufgabenstellung eine Reihenschaltung aus einem Widerstand (10Ω) und einer Transformatorspule ($n = 1000$) ohne Kern aufgebaut werden. An diese Schaltung wird ein 50Hz -Wechselstrom mit einer Effektivstromstärke von $I_{eff} \approx 0,3\text{A}$ angelegt.



Schaltplan

Zur Berechnung der Spuleninduktivität (L) und des Verlustwiderstandes (R_L) müssen wir im Experiment die Spannungsamplitude am Widerstand (\widehat{U}_R), an der Spule (\widehat{U}_L) und die Zeitdifferenz (Δt) der beiden Schwingungen am Oszilloskop ermitteln. Aus der Zeitdifferenz lässt sich gleich die Phasenverschiebung ermitteln:

$$\varphi = 2\pi f \Delta t$$

$$\varphi = \omega \Delta t$$

Zur Berechnung von L :

$$|Z| = \sqrt{R_L^2 + \omega^2 L^2}$$

$$|Z| = \frac{\widehat{U}_L}{\widehat{I}}$$

$$|Z| = \sqrt{R_L^2 + \omega^2 L^2} = \frac{\widehat{U}_L}{\widehat{I}}$$

$$\widehat{I} = \frac{\widehat{U}_R}{R}$$

$$|Z| = \sqrt{R_L^2 + \omega^2 L^2} = \frac{\widehat{U}_L}{\widehat{U}_R} R$$

$$|Z| = R_L^2 + \omega^2 L^2 = \frac{\widehat{U}_L^2}{\widehat{U}_R^2} R^2$$

Zudem gilt: $\tan \varphi = \frac{\text{Im}(Z)}{\text{Re}(Z)} = \frac{\omega L}{R_L}$, da $Z = R_L + i\omega L$ ist.

$$R_L^2 + \omega^2 L^2 = \frac{\widehat{U}_L^2}{\widehat{U}_R^2} R^2 \qquad R_L = \frac{\omega L}{\tan \varphi}$$

$$L^2 = \frac{\tan^2 \varphi}{\omega^2 (1 + \tan^2 \varphi)} \frac{\widehat{U}_L^2}{\widehat{U}_R^2} R^2$$

$$L = \frac{\tan \varphi}{\omega \sqrt{1 + \tan^2 \varphi}} \frac{\widehat{U}_L}{\widehat{U}_R} R \qquad \frac{\tan \varphi}{\sqrt{1 + \tan^2 \varphi}} \approx \sin \varphi; \varphi \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$$

$$L = \frac{\widehat{U}_L}{\omega \widehat{U}_R} R \sin \varphi$$

$$R_L^2 + \omega^2 L^2 = \frac{\widehat{U}_L^2}{\widehat{U}_R^2} R^2 \qquad L = \frac{R_L}{\omega} \tan \varphi$$

$$R_L^2 = \frac{1}{(1 + \tan^2 \varphi)} \frac{\widehat{U}_L^2}{\widehat{U}_R^2} R^2$$

$$R_L = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \varphi}} \frac{\widehat{U}_L}{\widehat{U}_R} R \qquad \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \varphi}} \approx \cos \varphi; \varphi \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$$

$$R_L = \frac{\widehat{U}_L}{\widehat{U}_R} R \cos \varphi$$

Wie schon im Hinweis der Aufgabenstellung angeführt, ist es auch aus den Formeln zur Berechnung von L und R_L ersichtlich, dass die Effektivstromstärke (\widehat{I}) die Größen nicht beeinflusst.

1.2 Berechnung von Verlustwiderstand und Induktivität

Die Induktivität und der Verlustwiderstand lassen sich auch durch die angegebenen Werte berechnen.

Die Induktivität einer langen Spule lässt sich mit nachfolgender Formel berechnen, jedoch darf die Transformatorspule nicht als lang angenommen werden. Daher muss L noch mit dem in der Hilfe angegebenen Korrekturfaktor $k = 0,55$ multipliziert werden.

$$L_{lang} = n^2 \mu_0 \frac{A}{l} \qquad (1)$$

$$L = n^2 \mu_0 \frac{A}{l} \cdot k \qquad (2)$$

Zur Berechnung fehlt noch der mittlere Spulenquerschnitt (\bar{A}). Berechnet:

$$\bar{A} = \pi \bar{r}^2 = \pi(3,4 \text{ cm})^2$$

Mit den angegebenen Werten und \bar{A} erhält man folgenden Wert:

$$\begin{aligned} L &= 1000^2 \cdot 4\pi 10^{-7} \frac{Vs}{Am} \cdot \frac{\pi(3,4cm)^2}{6,8cm} \cdot 0,55 \\ &= 36,91mH \end{aligned}$$

Damit der Widerstand des Drahtes berechnet werden kann, benötigt man den spezifischen Widerstand von Kupfer: $\rho = 1,678 \cdot 10^{-8} \Omega m^1$ Der Drahtwiderstand der Spule lässt sich nun wie folgt berechnen:

$$\begin{aligned} R_L &= \rho \frac{l}{A} \\ &= \rho \frac{2\pi \bar{r} n}{\pi \frac{d^2}{4}} \\ &= 1,678 \cdot 10^{-8} \Omega m \cdot \frac{8 \cdot 3,4cm \cdot 1000}{(0,7mm)^2} \\ &= 9,32\Omega \end{aligned}$$

2 Induktivität und Verlustwiderstand mit geschlossenem Eisenkern

Nun wird der Versuchsaufbau der ersten Aufgabe leicht verändert. Es kommt nun die selbe Spule nur mit geschlossenem Eisenkern zum Einsatz.

2.1 Bestimmung der Induktivität

Hier sollen analog zu 1.1 Messungen durchgeführt werden. Wieder bei den Effektivströmen von $300mA$ und $30mA$. Aus den Messwerten lässt sich die Induktivität nach obiger Formel ermitteln.

2.2 Berechnung von Gesamtverlustleistung und Permeabilität

Das Magnetfeld ist in diesem Fall fast ausschließlich auf das Volumen des Jochs begrenzt. Somit darf man die Formel zur Berechnung der Induktivität einer langen Spule nach μ_r umformen:

$$\begin{aligned} L &= n^2 \mu_0 \mu_r \frac{A}{l} \\ \mu_r &= \frac{lL}{n^2 \mu_0 A} \end{aligned}$$

¹http://de.wikibooks.org/wiki/Elektrotechnik_Bausteine/_Schule/_Spezifischer_Widerstand

Die Verlustleistung lässt sich nach der Formel der Vorbereitungshilfe errechnen:

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{1}{T} \int_0^T \operatorname{Re}(U(t)) \cdot \operatorname{Re}(I(t)) dt & T &= \frac{2\pi}{\omega} \\
 &= \frac{\hat{I}^2 R_L}{2} \\
 &= I_{eff}^2 R_L
 \end{aligned}$$

3 Ferromagnetische Hysteresis und Ummagnetisierungsverluste

Theoretischer Einschub

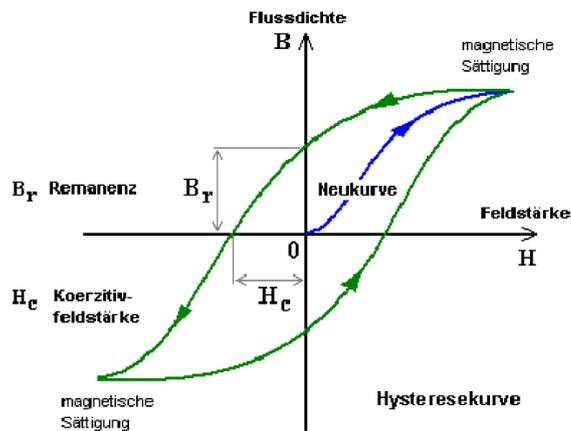
Die Magnetisierung eines Körpers hängt stark von den Stoffeigenschaften des verwendeten Materials ab. Dabei ist zwischen den einzelnen Magnetismusarten zu unterscheiden:

- **Diamagnetismus:** Wird ein diamagnetischer Gegenstand in ein äußeres Magnetfeld gebracht, so werden magnetische Dipole induziert, die sich aber gegen das außen angelegte Feld ausrichten. Daher ist die magnetische Suszeptibilität χ_m in diesem Fall negativ.
- **Paramagnetismus:** Beim paramagnetischen Verhalten werden vorhandene Elementarmagnete, gegen deren thermisch bedingten Ausrichtungen, durch ein äußeres Magnetfeld ausgerichtet. Wird das äußere Feld entfernt, so richten sich die Elementarmagnete wieder durch thermische Bewegung wild aus. Somit kann also kein Dauermagnet aus paramagnetischen Stoffen bestehen. Die Suszeptibilität ist hier größer 0 ($\chi_m > 0$).
- **Ferromagnetismus:** Ferromagnetische Stoffe verhalten sich ähnlich wie paramagnetische, jedoch bleibt die Magnetisierung nach der Entfernung der äußeren Magnetfeldes erhalten, die sogenannte Remanenzfeldstärke. χ ist ebenfalls größer Null. Hier kann es vorkommen, dass lokal, parallel ausgerichtete, magnetische Moleküldipole vorhanden sind. Diese Zonen werden als Weißsche Bezirke bezeichnet.

Somit kann eine Hysteresiskurve nur mit einem ferromagnetischen Gegenstand erzeugt werden, da nur hier eine Remanenzfeldstärke vorkommt, wenn das äußere Feld $H = 0$ ist. Will man, dass $B_m = 0$, so muss ein äußeres entgegengesetztes Feld angelegt werden. Die Feldstärke dieses Feldes wird als Koerzitivkraft bezeichnet.

Bei der Magnetisierung werden die Weißschen Bezirke so lange ausgerichtet, bis ein Sättigungsgrad erreicht ist. Ohne vorherige Magnetisierung hat dieser Vorgang den Verlauf der sogenannten Neukurve.

Diese Eigenschaft führt dann zu einer Hysteresiskurve, wenn man B über H in einem Diagramm aufträgt.



Hysteresis^a

^aAus FerromagnetischeHysteresis-Hilfe.pdf der Literatur

3.1 Oszilloskopische Darstellung

Hier soll eine Magnetisierungskurve auf dem Oszilloskop als Hysteresiskurve dargestellt werden. Dazu muss B auf der y-Achse und H auf der x-Achse aufgetragen werden. Jedoch können diese beiden Größen nicht direkt vom Oszilloskop erfasst werden.

Zur Bestimmung der Magnetischen Feldstärke (H) sollen wir die Spannung am 10Ω -Widerstand des Primärkreises messen, da dies einer Reihenschaltung entspricht, ist die Stromstärke am Widerstand und an der Transformatorspule gleich.

$$H = n_1 \frac{I_1}{l} \qquad I_1 = \frac{U_{R1}}{R_1}$$

$$H = n_1 \frac{U_{R1}}{R_1 l}$$

$$U_{R1} = H \frac{R_1 l}{n_1}$$

Für die Ermittlung von B wird die Spannung am Kondensator des RC-Integrierglieds gemessen. Für einen hinreichend großen Widerstand (R_2) und einen Kondensator (C_2) im Integrierer gilt damit:

$$U_{C2} = \frac{1}{C} \int I_2 dt$$

$$= \frac{1}{R_2 C} \int U_{R2} dt$$

$$= \frac{1}{R_2 C} \int (U_2 - U_{C2}) dt$$

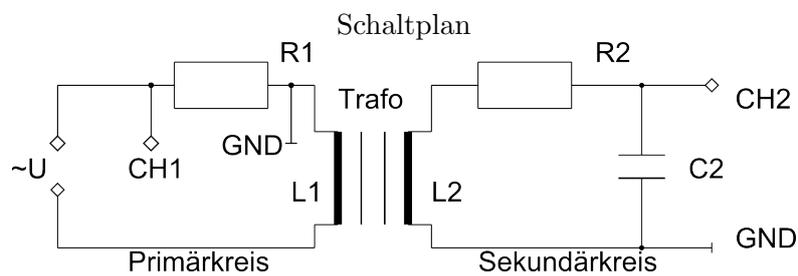
Hier ist U_2 die induzierte Spannung im Sekundärstromkreis. Sind R und C richtig dimensioniert ($R_2 \gg \frac{1}{RC}$), gilt $U_{C2} \ll U_2$, daher kann man $(U_2 - U_{C2}) \approx U_2$ nähern. Außerdem gilt:

$$U_2(t) = n_2 A \dot{B}$$

$$B = \frac{1}{n_2 A} \int U_2 dt \qquad \int U_2 dt = R_2 C U_{C2}$$

$$B = \frac{R_2 C U_{C2}}{n_2 A}$$

$$U_{C2} = \frac{B n_2 A}{R_2 C}$$



Wir sollen die Messung mit den beiden Effektivstromstärken $I_{eff} = 30mA$ und $10mA$ durchführen.

3.2 Eichung der Achsen

Wie bereits oben hergeleitet lassen sich die Achsen skalieren. dies geschieht nun durch das Einsetzen der bereits bekannten Werte:

- **H:**

$$H = n_1 \frac{U_{R1}}{R_1 l}$$

$$H = \frac{1000}{10\Omega \cdot 0,48m} \cdot U_{R1}$$

$$H = 208,33 \frac{A}{Vm} \cdot U_{R1}$$

- **B:**

$$B = \frac{R_2 C U_{C2}}{n_2 A}$$

$$B = \frac{R_2 C}{n_2 A} \cdot U_{C2}$$

Dies kann noch nicht errechnet werden, da R und C noch nicht dimensioniert wurden.

3.3 Bestimmung des Integrals

Nun soll das Integral $\oint B \cdot dH$ ermittelt werden. Dafür stehen laut Aufgabenstellung verschiedene Methoden zur Verfügung.

- Ermittlung der Anzahl der Kästchen durch zählen und ausgleichen.
- Ausdrucken der Hysteresiskurve und anschließendes Ausschneiden, um so über das Gewicht und die Dichte den Flächeninhalt zu bestimmen.
- Analytisches Auswerten der Textdatei am Computer.

Durch $\oint B \cdot dH$ wird die Ummagnetisierungsarbeit pro Volumen $\frac{W_M}{V}$ angegeben. Hieraus folgt für die Verlustleistung:

$$P_M = \frac{W_M}{T}$$

$$P_M = \frac{W_M}{V} \frac{V}{T} \qquad \frac{V}{T} = f A_{Kern} l_{Kern}$$

$$P_M = \frac{W_M}{V} f \cdot A_{Kern} \cdot l_{Kern}$$

Es soll zudem noch der der Verlustwiderstand R_M bestimmt werden.

$$R_M = \frac{P_M}{I_{eff}^2}$$

3.4 Permeabilität

Aus $B = \mu_0 \mu_r H$ lässt sich die relative Wechselfeld-Permeabilität herleiten. Hierfür werden die Maximalwerte von B und H verwendet und die Formel umgeformt.

$$B = \mu_0 \mu_r H$$

$$\mu_r = \frac{B}{\mu_0 H}$$

3.5 Vergleich

Es sollen die Ergebnisse aus Aufgabe 2 und 3 miteinander verglichen werden. Hierbei ist zu erwarten, dass die Ummagnetisierungs-Verlustleistung (aus 3.3) und die Drahtverlustleistung (aus 1.1) zusammen die Gesamtverlustleistung (aus 2.2) sein müssten. In der Aufgabenstellung wird jedoch schon vorgegriffen und erwähnt, dass dem nicht so sein wird, da Wirbelströme trotz lamelliertem Eisenjoch für weitere Verluste sorgen.

4 Vergleich: Eisen - Ferrit

Hier soll eine Hysteresiskurve für einen Eisenkern und einen Ferrit-Schalenkern erzeugt werden.

Es sollen speziell

- Remanenz
- Koerzitivkraft
- Ummagnetisierungs-Verlustleistung
- Sättigungsinduktion

Untersucht und verglichen werden. Die Achsen sollen hierzu wie in Aufgabe 3 geeicht werden.

5 Literatur

- Vorbereitungshilfe
- <http://de.wikipedia.org/wiki/Ferromagnetismus>
- <http://de.wikipedia.org/wiki/Paramagnetismus>
- <http://de.wikipedia.org/wiki/Diamagnetismus>

Auswertung

Ferromagnetische Hysterese

Stefan Schierle Carsten Röttele

6. Dezember 2011

Inhaltsverzeichnis

1	Induktion und Verlustwiderstand einer Luftspule	2
1.1	Messung	2
1.2	Vergleich Messung-Theorie	3
2	Induktivität und Verlustwiderstand einer Spule mit geschlossenem Eisenkern	3
2.1	Messung	3
2.2	Permeabilität und Gesamtverlustleistung	4
3	Ferromagnetische Hysterese und Ummagnetisierungsverluste	5
3.1	Magnetisierungskurve am Oszilloskop	5
3.2	Eichung der Achsen	6
3.3	Bestimmung der Flächenintegrals	6
3.4	Permeabilität	7
3.5	Vergleich mit Aufgabe 2	7
4	Vergleich Eisen-Ferrit	8

1 Induktion und Verlustwiderstand einer Luftspule

1.1 Messung

Zu Beginn wurde eine Spule mit 1000 Windungen mit einem 10Ω Widerstand in Reihe geschaltet und man legte daran eine Wechselspannung mit einer Frequenz von 50Hz . Dazu wurde ein digitales Strommessgerät in Reihe geschaltet und die jeweiligen Spannungen am Widerstand und an der Spule konnten wir über das Oszilloskop betrachten. Nun konnte man durch Betrachten des Strommessgerät die geforderten Effektivströme von 300mA und 30mA einstellen.

Auf dem zum Oszillator gehörenden Computerprogramm konnte man, nachdem man alles richtig aufgebaut hat, zwei Sinuskurven erkennen, die eine unterschiedliche Amplitude hatten und untereinander phasenverschoben waren. In dem Computerprogramm konnte man über waagrechte und senkrechte Balken die verschiedenen Spitzen-Spitzen-Spannungen, was dem doppelten der Amplitude entspricht, und den Zeitunterschied von den Nulldurchgängen der beiden Sinuskurven, wodurch wir den Phasenunterschied berechnen können, messen.

Wir bekamen dabei folgende Messwerte:

I_{eff}	Schaltelement	U_{SS}	ΔT
mA		V	ms
300	Spule	12,13	2,79
300	Widerstand	8,31	2,79
30	Spule	1,217	2,79
30	Widerstand	0,833	2,79

Wir sollen nun aus den Messwerten die Spuleninduktivität und den Drahtwiderstand berechnen. Dazu haben wir schon in der Vorbereitung über die Impedanzen die jeweilige Formel hergeleitet:

$$r = |Z| \cdot \cos \phi = \frac{\hat{U}}{\hat{U}_R} R \cos \phi$$
$$L = \frac{|Z|}{\omega} \cdot \sin \phi = \frac{\hat{U}}{\hat{U}_R} \frac{R}{\omega} \sin \phi$$

Hierzu ist es also noch nötig den Phasenwinkel zu kennen, welcher wie folgt berechnet wird:

$$\phi = 2\pi f \Delta t$$

Nun müssen wir nur noch die gemessenen Werte in die jeweilige Formel einsetzen und erhalten so die Spuleninduktivität und den Drahtwiderstand:

I_{eff}	U_{Spule}	U_R	φ	r	L
mA	V	V	radian	Ω	mH
300	6,065	4,155	0,877	9,334	35,7
30	0,609	0,417	0,877	9,339	35,7

Wir sehen, dass man bei beiden Effektivströmen die gleichen Werte für die beiden zu bestimmenden Größen erhält. Dies konnte man auch erwarten.

1.2 Vergleich Messung-Theorie

Wir haben bereits in der Vorbereitung die zu erwarteten Theoriewerte ausgerechnet. Dabei bekamen wir:

$$r_{\text{theo}} = 9,32\Omega \text{ und } L = 36,9\text{mH}$$

Wenn man nun die beiden Werten mit unseren Werten vergleicht, so stellt man fest, dass wir sehr gut in dem zu erwarteten Bereich liegen. Wir haben nur eine sehr kleine Abweichung von 0,3% beim Widerstand und eine von 3,3% bei der Induktivität. Man muss dazu noch erwähnen, dass ja auch schon der Theoriewert bei der Induktivität nur eine Näherung war.

2 Induktivität und Verlustwiderstand einer Spule mit geschlossenem Eisenkern

2.1 Messung

In der nächsten Aufgabe füllte man die Spule mit einem geschlossenen Eisenkern. Der Versuchsaufbau blieb dabei der gleiche, also auch der 10Ω Widerstand und die Wechselspannungsfrequenz von 50Hz . Allerdings sollte man bei anderen Effektivströmen die Spannungen messen, nämlich bei 10mA und bei 30mA .

Hierbei ist jedoch zu beachten, dass wir bei dem Effektivstrom von 30mA einen Vorwiderstand von $9,6\text{M}\Omega$ einbauen, da man ansonsten die Spannung nicht mehr an dem Oszilloskop messen konnte, weil sie zu hoch war. Dieser Vorwiderstand wurde in Reihe geschaltet, weshalb man zusätzlich noch den Innenwiderstand des Oszilloskops von $1\text{M}\Omega$ hinzu addieren muss. Deshalb muss man einfach den abgelesenen Wert der Spannung bei 30mA aus dem Messprotokoll mit dem Faktor 10,6 multiplizieren. Wir erhalten dadurch folgende Messwerte:

I_{eff}	Schaltelement	U_{SS}	ΔT
mA		V	ms
10	Spule	24,54	2,79
10	Widerstand	0,287	2,79
30	Spule	181,578	4,17
30	Widerstand	0,807	4,17

Mit den gleichen Formeln wie in Aufgabenteil 1.1 erhält man daraus:

I_{eff}	U_{Spule}	U_R	φ	r	L
mA	V	V	radian	Ω	mH
10	12,270	0,144	1,310	219,710	2620,6
30	90,789	0,404	0,930	1343,484	5734,2

Hier erkennt man die zu erwartende Abhängigkeit des Verlustwiderstandes und der Induktivität von der Stromstärke, sodass die Induktivität etwa verdoppelt wurde und der Vorwiderstand sich etwa versechsfacht hat.

2.2 Permeabilität und Gesamtverlustleistung

Bereits in der Vorbereitung wurde die Formel für die Permeabilität hergeleitet:

$$\mu = \frac{Ll}{\mu_0 n^2 A}$$

Wir haben dabei die Größen des Eisenkerns in der Aufgabenstellung gegeben, nämlich einen Querschnitt von $3,9^2 cm^2$ und eine Länge von $48cm$. Mit den beiden in Aufgabe 2.1 gemessenen Induktivitäten erhalten wir:

Für $I_{eff} = 10mA$:

$$\mu \approx 658$$

Und für $I_{eff} = 30mA$:

$$\mu \approx 1440$$

Man kann also erkennen, dass die Permeabilität nicht konstant ist, sondern auch von der Stromstärke abhängt. Auch die noch zu bestimmende Verlustleistung wurde bereits in der Vorbereitung hergeleitet:

$$P = I_{eff}^2 \cdot r$$

Man muss nun nur noch die jeweiligen Effektivströme und die gemessenen Verlustwiderstände einsetzen und erhält:

Für $I_{eff} = 10mA$:

$$P \approx 0,022W$$

Und für $I_{eff} = 30mA$:

$$P \approx 1,209W$$

Wie man auch an der Formel erkennt, bekommt man bei höheren Strömen auch eine höhere Verlustleistung.

3 Ferromagnetische Hysteresis und Ummagnetisierungsverluste

3.1 Magnetisierungskurve am Oszilloskop

Wir haben die Schaltung nun erweitert und eine zweite Spule mit $n = 50$ angeschlossen, welche mit einem RC-Glied verbunden war, damit wir einen Integrator erhalten. Der dazugehörige Schaltplan ist ebenfalls in der Vorbereitung. Nun haben wir den zweiten Widerstand und den Kondensator in der RC-Schaltung so gewählt, dass $R \cdot C \cdot \omega$ sehr viel größer als 1 war und haben uns deshalb für einen Widerstand von $100k\Omega$ und eine Kapazität von $1\mu F$ entschieden. An der ersten Spule haben wir den Aufbau, wie in Aufgabe 2 ohne den Vorwiderstand gelassen. Nun musste man nur das Picoscope auf den x,y-Betrieb stellen und zusätzlich die Eingänge auf DC stellen.

Wieder wurden die Messungen für die beiden Effektivströme von etwa $30mA$ und $10mA$ durchgeführt, und wir erhielten folgende Kurven:

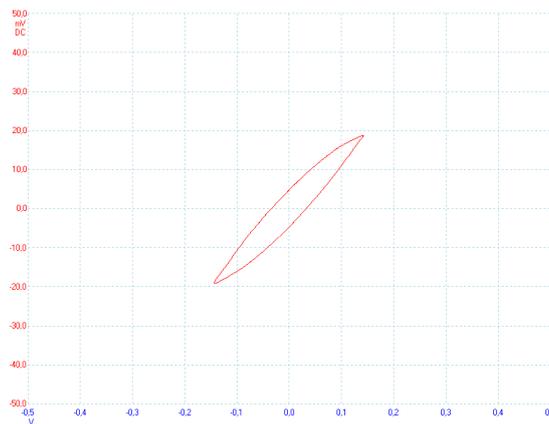


Abbildung 1: bei 10mA

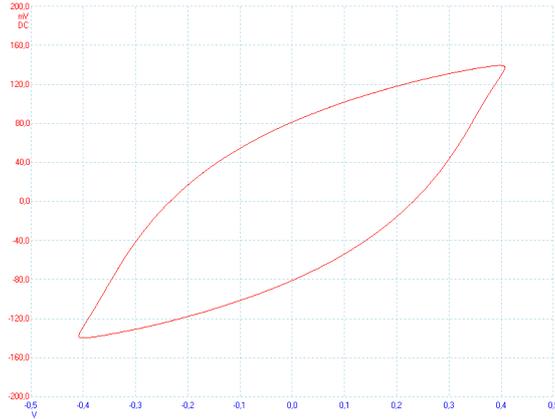


Abbildung 2: bei 30mA

3.2 Eichung der Achsen

Hier geht es darum die B- und die H-Achse zu eichen. Dazu haben wir bereits in der Vorbereitung die notwendigen Formeln hierfür hergeleitet und erhielten für das H-Feld:

$$H = n_1 \frac{U_R}{Rl} = 208,33 \frac{A}{Vm} \cdot U_R$$

Jetzt können wir zudem noch die Eichung des B-Feldes berechnen, da wir nun die Werte für R_1 und C haben:

$$B = \frac{U_C R_1 C}{n_2 A} = 1,31 \frac{s}{m^2} \cdot U_C$$

3.3 Bestimmung der Flächenintegrals

In dieser Aufgabe sollte man als erstes das Flächenintegral

$$\oint B \cdot dH$$

, was die Ummagnetisierungsarbeit pro Volumeneinheit und pro Umlauf angibt. Dieses haben wir durch Ausschneiden der Hysteresekurve und anschließendem Wiegen des Papiers erhalten. Anschließend erhielten wir das Flächenintegral mit der uns angegebenen Formel:

$$\frac{W}{V} = f_x \epsilon_H f_y \epsilon_B \frac{m}{\rho}$$

Hierbei ist $f = \frac{\Delta U}{\Delta s}$ die Normierung der Achsen, also wie viel Spannungsunterschied eine bestimmte Strecke die jeweilige Achse auf dem Blatt widerspiegelt. Dies müssen wir für

beide Achsen ausmessen.

Das ϵ spiegelt die in Aufgabe 3.2 berechneten Eichungen wieder. Außerdem wurde uns auch die Dichte ρ des Blattes gegeben als $\rho = 0,008 \frac{g}{cm^3}$ und m ist natürlich die gemessene Masse.

Anschließend muss man, um die Ummagnetisierungs-Verlustleistung zu erhalten, die bereits in der Vorbereitung hergeleitete Formel $P_{mag} = \frac{W}{V} \cdot V_{Kern} \cdot f$ benutzen. Hier ist wieder das Volumen des Eisenkerns in der Aufgabenstellung, genauso wie die Frequenz von $50Hz$ gegeben.

Auch schon aus der Vorbereitung kennen wir für den Verlustwiderstand:

$$r = \frac{P_{mag}}{I_{eff}^2}$$

Dies haben wir nun für beide Ströme durchgeführt und erhielten:

I_{eff}	f_x	f_y	m	W/V	P_{mag}	r
$10mA$	$0,1V/2,7cm$	$0,01V/1,8cm$	$0,0725g$	$0,509J/m^3$	$0,019W$	186Ω
$30mA$	$0,1V/2,7cm$	$0,04V/1,8cm$	$0,9000g$	$25,270J/m^3$	$0,922W$	1025Ω

Wie zu erwarten war, nimmt die Verlustleistung und der Verlustwiderstand mit größerer Stromstärke zu.

3.4 Permeabilität

Jetzt ist die relative Permeabilität gesucht. Hierzu wurden bei den beiden Hysteresenkurven die jeweiligen Maximalwerte der beiden Spannungen gemessen. Über die Formeln aus der Aufgabe 3.2 konnten wir dann hieraus das H- und B-Feldes bestimmen. Über die Gleichung $\mu = \frac{B}{\mu_0 H}$ konnten wir somit die beiden Werte einsetzen und haben daraus die Permeabilität für beide Ströme erhalten:

I_{eff}	U_R	U_C	H_{max}	B_{max}	μ
$10mA$	$144,4mV$	$19,4mV$	$30,1A/m$	$25,5mT$	674
$30mA$	$407,4mV$	$137,8mV$	$84,9A/m$	$180,5mT$	1692

Auch hier erkennt man wieder, dass die Permeabilität nicht konstant ist, sondern von der Stromstärke abhängt.

3.5 Vergleich mit Aufgabe 2

Wenn wir die Messwerte aus der Aufgabe 2 mit denen aus der Aufgabe 3 vergleichen, so erkennen wir, dass vor allem für die Effektivstromstärke von $10mA$ die Werte eigentlich sehr gut miteinander übereinstimmen. So weicht z.B. die Permeabilität nur um ca. 2% voneinander ab. Auch konnten wir die schon in der Aufgabenstellung vorhergesagte

Abweichung der Gesamtverlustleistung feststellen, denn:

$$P_{A3} + P_{Draht} = 0,019W + 0,001W < 0,022W = P_{A2}$$

Beim Effektivstrom von $30mA$ haben wir dagegen eine viel größere Abweichung, die bei der Permeabilität $17,5\%$ beträgt.

4 Vergleich Eisen-Ferrit

In der letzten Aufgaben haben wir die erste Spule der vorherigen Schaltung ersetzt durch eine neue Spule mit nur noch 250 Windungen. Der RC-Schaltkreis blieb hierbei unverändert. Danach haben wir mit der gleichen Vorgehensweise wie in Aufgabe 3 uns eine Hysteresekurve für einen Eisenkern bei einer Effektivstromstärke von $200mA$ und für einen Ferrit-Schalenkern bei einer Effektivstromstärke von $15mA$. Wir erhielten folgende Kurven:

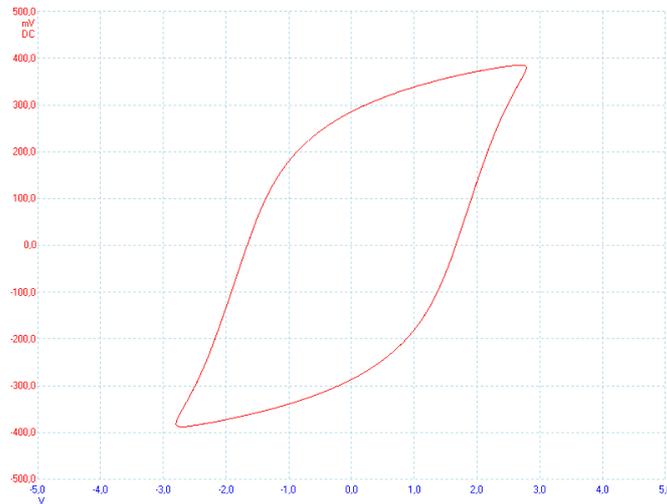


Abbildung 3: Eisen

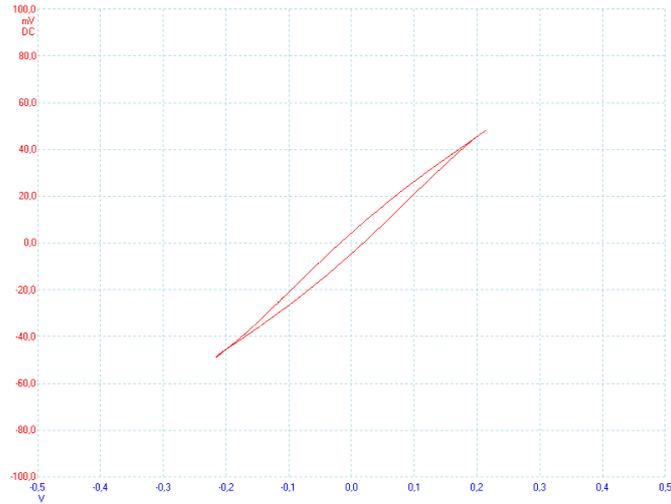


Abbildung 4: Ferrit

Hierzu sollten wir nun jeweils die Remanenz, die Koerzitivkraft, die Verlustleistung und die Sättigungsinduktion der Hystereseurve bestimmen. Dazu müssen wir aber jetzt noch die Achsen neu eichen, da wir andere Längenwerte haben:

a) Für den Eisenkern:

- H-Achse: Hier ändert sich nur die Windungszahl auf 250 im Vergleich zu Aufgabenteil 3:

$$H = n_1 \frac{U_R}{Rl_{Eisen}} = 50,08 \frac{A}{Vm} \cdot U_R$$

- B-Achse: Hier haben wir immer noch die gleichen Werte, wie in Aufgabenteil 3:

$$B = 1,31 \frac{s}{m^2} \cdot U_C$$

b) Für den Ferritkern:

- H-Achse:

$$H = n_1 \frac{U_R}{Rl_{Ferrit}} = \frac{250}{10\Omega \cdot 10,5cm} \cdot U_R = 238,10 \frac{A}{Vm} \cdot U_R$$

- B-Achse:

$$B = \frac{U_C R_1 C}{n_2 A} = \frac{100k\Omega \cdot 1\mu F}{50 \cdot 6,25cm^2} \cdot U_C = 3,2 \frac{s}{m^2} \cdot U_C$$

Mit der gleichen Vorgehensweise wie bei der Bestimmung der Permeabilität in Aufgabenteil 3.4 können wir nun die jeweilige Remanenz, die Koerzitivkraft und die Sättigungsinduktion bestimmen:

a) Eisenkern:

- Remanenz (hier ist $H=0$):

$$U_C = 283,3mV \Rightarrow B_R = 372,6mT$$

- Koerzitivfeldstärke (hier ist $B=0$):

$$U_R = 1666,7mV \Rightarrow B_R = 86,806 \frac{A}{m}$$

- Sättigungsinduktion (Maximalwert von B):

$$U_C = 383,3mV \Rightarrow B_R = 502,2mT$$

b) Ferrit-Kern:

- Remanenz:

$$U_C = 4,4mV \Rightarrow B_R = 14,2mT$$

- Koerzitivfeldstärke:

$$U_R = 18,5mV \Rightarrow B_R = 4,409 \frac{A}{m}$$

- Sättigungsinduktion:

$$U_C = 53,3mV \Rightarrow B_R = 170,7mT$$

Zudem sollte wieder die Verlustleistung berechnet werden. Dies geschieht auch äquivalent zur Aufgabe 3.3. Es gilt:

$$P_{mag} = \frac{W}{V} \cdot V_{Kern} \cdot f$$

Somit ergibt sich für den Eisenkern:

$$\begin{aligned} P_{mag} &= \frac{1V}{2,7cm} \cdot \frac{0,1V}{1,8cm} \cdot 50,08 \frac{A}{Vm} \cdot 1,31 \frac{s}{m^2} \cdot \frac{0,8101g}{0,008 \frac{g}{cm^2}} \cdot (0,039m)^2 \cdot 0,48m \cdot 50Hz \\ &= 5,027W \end{aligned}$$

Und für den Ferrit-Kern:

$$P_{mag} = \frac{0,1V}{2,7cm} \cdot \frac{0,02V}{1,8cm} \cdot 238,1 \frac{A}{Vm} \cdot 3,2 \frac{s}{m^2} \cdot \frac{0,0417g}{0,008 \frac{g}{cm^2}} \cdot 6,25cm^2 \cdot 10,5cm \cdot 50Hz$$

$$= 5,363mW$$

Zur besseren Übersicht noch einmal eine Tabelle mit den zu berechnenden Werten:

Größe	Eisenkern	Ferrit-Kern
Strom	200 mA	15 mA
Remanenz	372,6 mT	14,2 mT
Koerzitivkraft	86,606 A/m	4,409 A/m
Sättigungsinduktion	502,2 mT	170,7 mT
Verlustleistung	5,027 W	5,363 mW

Man erkennt hier deutlich den Vorteil von einem Ferrit, nämlich dass diese eine sehr geringe Verlustleistung haben, wobei hier natürlich auch ein Vergleich der beiden Werte schwierig ist, da die Ströme auch sehr unterschiedlich waren. Man kann aber auch sehen, dass Eisen eine große Sättigungsinduktion hat, was vor allem für Transformatoren und Elektromagneten von Vorteil ist.