



~~WS~~/WS 20.11../12..

Praktikum: (P1/~~P2~~) (~~Mo~~/Di/~~Mi~~/~~Do~~) Gruppe-Nr: ..11..

Name: .....Fleig..... Vorname: .....Georg.....

Name: .....Krause..... Vorname: .....Marcel.....

Versuch: .....Galvanometer..... (mit/~~ohne~~) Fehlerrechnung

Betreuer: .....Stefan Heitz..... Durchgeführt am: 25.10.11

Abgabe am: .....

Rückgabe am: .....

Begründung:

2. Abgabe am: .....

Ergebnis: ( + / 0 / - )

Fehlerrechnung: ja / nein

Datum: .....

Handzeichen: .....

Bemerkungen:



Obwohl es heute Geräte gibt, die bei mindestens gleicher Leistung eine viel bequemere Ablesung ermöglichen (z.B. volltransistorisierte Digitalanzeigergeräte), ist das Galvanometer besonders im Praktikum ein sehr nützliches Messinstrument. Es ist besonders geeignet, weil es ein überschaubares und leicht verständliches Gerät ist, an dem viele grundlegende physikalische Effekte elektrischer und mechanischer Natur auftreten. So zum Beispiel Kraftwirkungen auf stromdurchflossene Leiter im Magnetfeld, Induktionserscheinungen und Schwingungsvorgänge. Beachten Sie bitte bei allen Aufgabenteilen, dass das Galvanometer äußerst Empfindlich und daher sorgsam zu behandeln ist.

**Schaltungen bitte sorgfältig kontrollieren. Stets mit kleinster angelegter Spannung beginnen (Regler R2 in Schaltung 1). In keinem Fall wird das Galvanometer direkt an den Ausgang von Schaltung 1 angeschlossen!**

Wegen der unvermeidlichen Nullpunktsdrift des Galvanometers muss die Null-Lage häufig kontrolliert werden. (Besser notieren oder korrigieren?) Gestellte Fragen sollen schon bei der Vorbereitung beantwortet werden. Bei der Auswertung nicht die Diskussion vernachlässigen, z.B. zu unterschiedlichen Ergebnissen bei verschiedenen Messverfahren.

#### **Aufgaben:**

**1.) Machen Sie zunächst einige Vorexperimente**, die Ihnen die hohe Galvanometerempfindlichkeit und mögliche Ursachen für Fehlmessungen vor Augen führen.

**1.1** Nehmen Sie einen Zuleitungsbananenstecker in die linke, den anderen in die rechte Hand, und beobachten Sie den Lichtzeiger-Ausschlag des angeschlossenen Galvanometers.

**1.2** Schließen Sie das Galvanometer (ohne Spannungsquelle!) nur an einen Drahtdrehwiderstand (z.B.  $100\Omega$ ) an und beobachten Sie den Lichtzeiger, während Sie den Schleifer des Drehwiderstandes hin- und herbewegen.

**1.3** Vergleichen Sie die Ruhestellung des Lichtzeigers bei offenem Galvanometer mit der bei geschlossenem Drehwiderstand.

Versuchen Sie, die beobachteten Effekte zu erklären.

**2.)** Entnehmen Sie die Versorgungsspannung  $U$  für die folgenden Aufgaben einem Spannungsteiler, der in Schaltung 1 dargestellt ist. Beginnen Sie bei allen Aufgaben mit kleinsten  $U$ -Werten und steigern Sie die Spannung nur bei Beobachtung des Lichtzeigers. Stellen Sie den Nullpunkt normalerweise mittels der verschiebblichen Skala ein. Falls ein Drehen am Justierknopf notwendig sein sollte, dann diesen nur um extrem kleine Winkel verdrehen!

**2.1 Messen Sie in Schaltung 2** den Galvanometerausschlag  $\alpha$  in Abhängigkeit vom Vorwiderstand  $R$  bei geeigneter Spannung  $U$ . Tragen Sie  $\alpha^{-1}$  über  $R$  auf, berechnen Sie die Ausgleichsgerade durch die Messpunkte und bestimmen Sie aus deren Parametern: -(a) den Galvanometer-Innenwiderstand  $R_G$  und -(b) die statische Stromempfindlichkeit  $C_I$  (in  $\text{m/A}$ , nicht in  $^\circ/\text{A}$  o.ä.)

**2.2 Messen Sie in Schaltung 3** den Galvanometerausschlag  $\alpha$  in Abhängigkeit von  $R$ : -(a) bei offener Brückendiagonale und -(b) bei kurzgeschlossener Brückendiagonale. Tragen Sie für beide Fälle  $\alpha^{-1}$  über  $R$  auf, bestimmen Sie den Schnittpunkt und damit den Innenwiderstand des Galvanometers  $R_G$ .

**2.3 Messen Sie in Schaltung 4** bei  $R_a = \infty$  den Ausschlag  $\alpha$  in Abhängigkeit von der Spannung  $U$ , berechnen Sie die zugehörigen Ströme  $I$  und tragen Sie  $\alpha$  über  $I$  auf. Berechnen Sie die Ausgleichsgerade durch die Messpunkte und damit die statische Stromempfindlichkeit  $C_I$ .

3.) Messen Sie in Schaltung 4 in Abhängigkeit vom Außenwiderstand  $R_a$  (schaltbar;  $1k\Omega$  bis  $\infty$  wählen) beim Rückschwingen um den Nullpunkt: -(a) das Dämpfungsverhältnis  $\alpha_{n-1}/\alpha_n$  und -(b) die Schwingungsdauer  $T$ . Nutzen Sie dabei jeweils optimal viele Schwingungen aus.

**Ermitteln Sie folgende Größen:**

- (a) Die **Abklingkonstante**  $\beta_{Ra}$  und tragen Sie  $(\beta_{Ra} - \beta_\infty)^{-1}$  über  $R_a$  auf. Ein zusätzlicher Punkt in diesem Diagramm ist  $(-R_G, 0)$ . Berechnen Sie die Ausgleichsgerade durch die Punkte.
- (b) Die **Frequenz des ungedämpften Galvanometers**,  $\omega_0 = \sqrt{(2\pi/T_\infty)^2 + \beta_\infty^2}$ .
- (c) Den **Außenwiderstand  $R_{a,gr}$**  für Grenzdämpfung, der bei  $(\omega_0 - \beta_\infty)^{-1}$  abzulesen ist. Verifizieren Sie mit Hilfe der Schaltung 4, dass etwa bei diesem Widerstand der Grenzfall vorliegt.
- (d) Die **Galvanometer-Kenngrößen  $G$ ,  $\Theta$  und  $D$**  mit Hilfe der drei Gleichungen  $m = 2\Theta/G^2$ ;  $\omega_f^2 = D/\Theta$ ;  $C_I' = G/D$  ( $m$  = Steigung der Geraden;  $G$  = Galvanometerkonstante;  $\Theta$  = Trägheitsmoment des schwingenden Systems;  $D$  = Rückstellkonstante der Torsionsaufhängung.) Dabei ist zu beachten, dass  $C_I'$  als Drehwinkel im Bogenmaß von Spule bzw. Drehspiegel, geteilt durch den entsprechenden Strom, genommen werden muss, während  $C_I$  bei den Aufgaben 2.1 und 2.3 auch anders angegeben wurde.

4.) Bei den Aufgaben 2.1 und 2.3 ( $C_I$ -Bestimmung) floss der Messstrom mindestens solange, bis sich die neue Gleichgewichtslage eingestellt hatte. Jetzt wird die Wirkung von kürzeren Stromstößen untersucht. Der Einfachheit wegen werden die Stromstöße  $\int I dt = Q = C \cdot U$  durch Entladung eines Kondensators erzeugt (Schaltung 5), obwohl der exponentielle Stromverlauf keine scharfe Angabe der Stromstoßdauer  $T_Q$  erlaubt. Es ist aber vernünftig, z.B. die Zeit  $T_Q = 3RC$  anzugeben, nach der etwa 95% der Ladung abgeflossen ist. Da die Stromstoßquelle den Innenwiderstand  $\infty$  hat, müssen bei Messungen mit größeren Dämpfungen als  $\beta_\infty$  Widerstände zum Galvanometer parallel geschaltet werden. Dann ist  $Q_G < C \cdot U$  zu beachten, denn die Empfindlichkeiten sind auf  $Q_G$ , den über das Galvanometer abfließenden Ladungsanteil, zu beziehen.

**4.1 Bestimmen Sie bei sehr kurzer Stromstoßdauer  $T_Q$  ( $R$  klein) die Stromstoßempfindlichkeiten** des Galvanometers, mit  $R_a = \infty$  (ballistische Empfindlichkeit bei minimaler Dämpfung), mit  $R_a = 1000\Omega$ , mit  $R_a = 330\Omega$  (ballistische Empfindlichkeit nahe der Grenzdämpfung) sowie mit  $R_a = 33\Omega$  ('fluxmetrische Empfindlichkeit' im Kriechfall).

**4.2 Vergleichen Sie die Ergebnisse mit den theoretischen Werten**, die Sie unter Benutzung der in den Aufgaben 2 und 3 ermittelten Kenngrößen  $G$ ,  $R_G$ ,  $\Theta$ ,  $\omega_0$  sowie  $R_a$  berechnen können.

**4.3 Überzeugen Sie sich durch etliche Messungen mit größeren  $R$ -Werten** davon, dass nur für  $T_Q \ll T$  die Stromstoßempfindlichkeiten nahezu unabhängig von  $T_Q$  sind.

**Fragen:**

Warum kann man  $R_G$  nicht mit einem der üblichen Ohmmeter messen?

Wozu könnte wohl der in Schaltung 4 zum Galvanometer parallelschaltbare  $330\Omega$ -Widerstand dienen?

Wie ergibt sich die statische Spannungsempfindlichkeit  $C_U$  des Galvanometers?

Wieso ergibt sich bei Aufgabe 2.2  $R_G$  als Schnittpunkt- $R$ ?

Welchen Sinn haben ballistische Messungen? Vergleichen Sie z.B. mit dem Mechanik-Versuch 'Schuss in einen Pendel-Sandsack'.

**Zubehör:**

Spiegelgalvanometer [ $T \approx 5s$ ;  $R_G \approx 30$  ;  $C_I \approx 10^5$  rad/A; Abstand Spiegel-Skala  $A = (250 \pm 3)mm$ ]

In mehreren Schaltkästchen die Schaltungen 1 bis 5 mit Bananenbuchsen [Liste für Messwerte der Bauelemente beachten! In Schaltung 5 ist zusätzlich zu  $R_{18}$  bis  $R_{20}$  noch  $R_{21}$  ( $500\Omega$ , regelbar) vorhanden.]

Drehspulmessinstrument (1% SKE) mit Vorwiderständen für 0,25V; 1V und 2,5V;

zusätzliche Geräte für Sonderaufgaben (z.B. Induktionsspulen und Rechteckimpuls-Generator).

# **Physikalisches Anfängerpraktikum P1**

**Versuch:  
P1-13,14,15  
Galvanometer**

Schriftliche Vorbereitung von Georg Fleig (georg@leech.it )  
Gruppe: Di-11

Datum der Versuchsdurchführung:  
25.10.2011

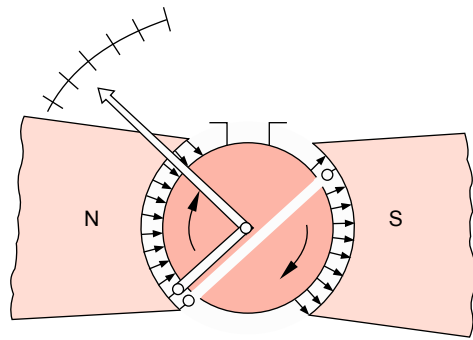
# Theoretische Grundlagen

## Einführung

In diesen Versuchsreihen wird mit einem Galvanometer experimentiert um diese einfache Möglichkeit der Strom- und Spannungsmessung kennenzulernen. Außerdem sind die Versuche ein guter Anlass die Theorie, unter anderem aus den Bereichen Schwingungen und Elektromagnetismus, zu vertiefen und experimentell zu bestätigen.

## Galvanometer

Das Galvanometer ist ein empfindliches elektromechanisches Drehspulmessinstrument, welches zum Messen von elektrischen Strömen verwendet werden kann.



Die Abbildung zeigt den Aufbau eines typischen Galvanometers. Zwischen einem Permanentmagnet befindet sich eine drehbar gelagerte Spule mit Weicheisenkern. An einem Ende der Spule befindet sich ein Zeiger, am anderen eine Spiralfeder. Wie in der Abbildung zu sehen ist, befindet sich im Luftspalt zwischen Spule und Magnet ein homogenes Magnetfeld. Wird nun eine Spannungsquelle an die Spule angeschlossen, dreht sich diese und es wirkt eine Rücktreibende Kraft der Spiralfeder entgegen. Mit der Rückstellkonstante  $D$  der Feder und der Auslenkung  $\varphi$  ergibt sich für das Torsionsdrehmoment  $M_t$ :

$$M_t = -D\varphi$$

Da sich im Spalt zwischen Spule und Magneten Luft befindet, muss dort der Luftwiderstand berücksichtigt werden. Die Reibungskraft ist proportional zur Winkelgeschwindigkeit  $\dot{\varphi}$ . Mit der Dämpfungskonstante  $\rho$  der Luft ergibt sich für das mechanische Dämpfungsdrehmoment  $M_d$ :

$$M_d = -\rho\dot{\varphi}$$

Außerdem muss noch ein elektrodynamisches Drehmoment  $M_e$  berücksichtigt werden, welches beim Stromfluss  $I_{ges}$  durch die Spule von der Lorentzkraft verursacht wird:

$$M_e = nAB I_{ges} = G I_{ges}$$

$M_e$  hängt von der Windungszahl  $n$ , der Windungsfläche  $A$  und der magnetischen Flussdichte  $B$  ab. So ist auch die Galvanometerkonstante definiert:

$$G = nAB$$

Der Gesamtwiderstand  $R$  des Aufbaus setzt sich aus dem Innenwiderstand  $R_G$  des Galvanometers und dem Außenwiderstand  $R_a$  zusammen. Der Gesamtstrom  $I_{ges}$  ergibt sich aus dem Induktionsstrom  $I_{ind} = \frac{U_{ind}}{R_a + R_G}$  der Spule und dem angelegten Messstrom  $I$ :

$$I_{ges} = I + I_{ind} = I + \frac{U_{ind}}{R_G + R_a} = I - \frac{G}{R_G + R_a} \dot{\varphi}$$

Die Spule besitzt das Trägheitsmoment  $\Theta$  mit dem Trägheitsdrehmoment  $M_\Theta = \Theta\ddot{\varphi}$  des gesamten Systems ergibt sich die Differentialgleichung des Galvanometers:

$$\ddot{\varphi} + \frac{1}{\Theta} \left( \rho + \frac{G^2}{R_G + R_a} \right) \dot{\varphi} + \frac{D}{\Theta} \varphi = \frac{G}{\Theta} I \Leftrightarrow \ddot{\varphi} + 2\beta\dot{\varphi} + \omega_0^2\varphi = \frac{G}{\Theta} I$$

Dies entspricht der Differentialgleichung eines gedämpften harmonischen Oszillators. Mit dem Ansatz für den homogenen Teil der DGL ( $I = 0$ ):  $\varphi(t) = Ce^{\lambda t}$  mit  $C = \text{const.}$  erhält man die Lösung:

$$\lambda_{\pm} = -\beta \pm \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2}$$

Es können nun drei verschiedene Fälle auftreten:

### 1. Kriechfall ( $\beta^2 > \omega_0^2$ )

Man erhält eine reelle Wurzel, das System führt keine Schwingung aus und “kriecht” langsam in Richtung Ruhelage.

### 2. Schwingfall ( $\beta^2 < \omega_0^2$ )

Da die Wurzel negativ ist, erhält man eine komplexe Lösung. Das System schwingt um die Ruhelage, bis es durch die Dämpfung zum Stillstand kommt.

### 3. Grenzfall ( $\beta = \omega_0$ )

Es findet keine Schwingung statt und das System strebt schnellstmöglich der Gleichgewichtslage entgegen.

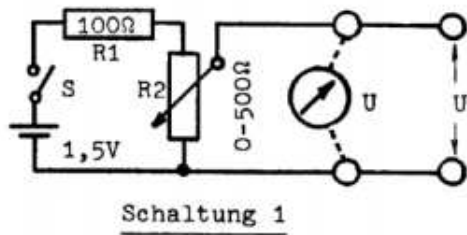
## Aufgabe 1: Vorexperimente

In diesen Vorexperimenten sollen wir uns mit der Apparatur vertraut machen und so ihre Empfindlichkeit und Fehleranfälligkeit kennenlernen.

Hebt man jeweils einen Finger an das Galvanometer, wird es selbst bei den geringen Strömen des menschlichen Körpers einen Ausschlag zeigen. Wir vermuten außerdem, dass das Bewegen eines angeschlossenen Drahtdrehwiderstandes ohne äußere Spannungsquelle durch Ladungstrennung zu einem Ausschlag am Messgerät führen wird. Auch das bloße Anschließen eines Drehwiderstandes könnte zu leichten Ladungstrennungen führen und so einen messbaren Strom erzeugen. Dieser geringe Effekt kann vermutlich vernachlässigt werden, evtl. ist er auch gar nicht erst zu sehen.

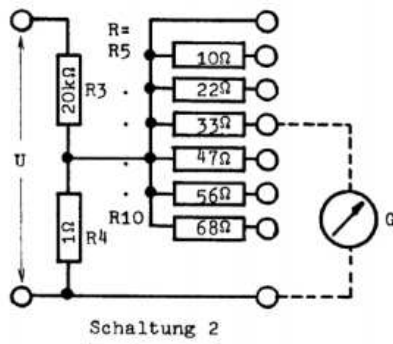
Da es sich bei dem Galvanometer offensichtlich um ein Messgerät mit einer sehr großen Empfindlichkeit gegenüber elektrischen Strömen handelt, lässt sich mit dieser Erkenntnis die erste Frage des Aufgabenblatts beantworten. Würde man mit einem typischen Ohmmeter den Widerstand durch den Spannungsabfall an diesem messen, würde der Messstrom des Ohmmeters das Galvanometer überlasten und vermutlich zerstören.

## Aufgabe 2: Statische Versuche



Für alle weiteren Versuchsreihen wird ein Spannungsteiler entsprechend dem Schaltplan links verwendet. Mit diesem lässt sich durch den Widerstand  $R_2$  die Spannung stufenlos von 0 bis 1,25V regeln.

### Aufgabe 2.1



Schaltung 2 wird entsprechend nebenstehendem Schaltplan aufgebaut. Da  $R_3 \gg R, R_2, R_4$  gilt, ergibt sich für den Gesamtstrom  $I_0$  ungefähr  $I_0 \approx \frac{U}{R_3}$

Mithilfe der Knotenregel  $I_0 = I_{R_4} + I$  und der Maschenregel  $(R + R_G) I = R_4 I_{R_4}$

Diese drei Formeln ineinander eingesetzt ergeben die Stromstärke  $I$  im Galvanometer:

$$I = \frac{UR_4}{R_3(R_4 + R_G + R)}$$

Es gilt ein proportionaler Zusammenhang zwischen dem Ausschlag  $\alpha$  und der Stromstärke  $I$ . Wir führen den Proportionalitätsfaktor  $C_I$  ein, der die Stromempfindlichkeit des Galvanometers darstellt. Um die dritte Frage des Aufgabenblatts zu beantworten, wird zusätzlich noch die Spannungsempfindlichkeit  $C_U$  eingeführt, welche sich folgendermaßen berechnen lässt:

$$C_U = \frac{C_I}{R_G}$$

Es gilt folgender Zusammenhang für die Stromempfindlichkeit:  $\alpha = C_I I$ .  $I$  eingesetzt ergibt:

$$\alpha = \frac{C_I U R_4}{R_3(R_4 + R_G + R)}$$

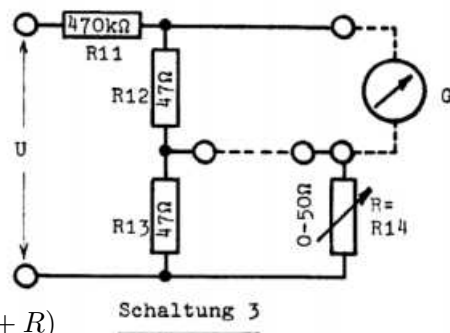
Durch Bilden des Kehrwerts erhält man folgende Geradengleichung:

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{R_3(R_4 + R_G)}{C_I U R_4} + \frac{R_3}{C_I U R_4} R = A + BR$$

Hier kann man den linearen Zusammenhang  $\frac{1}{\alpha} \sim R$  erkennen. Die Faktoren A und B lassen sich durch lineare Regression einfach bestimmen und damit dann auch  $R_G$  und  $C_I$ .

## Aufgabe 2.2

Schaltung 3 wird wie im Schaltplan dargestellt aufgebaut und der Ausschlag  $\alpha$  in Abhängigkeit des variablen Widerstands  $R = R_{14}$  gemessen. Mit entsprechenden Näherungen ähnlich wie in Aufgabe 2.1 erhält man für die **offene** Brücke:



$$\frac{1}{\alpha} = \frac{R_{11} (R_{12} + R_{13} + R_G + R)}{C_I U (R_{12} + R_{13})}$$

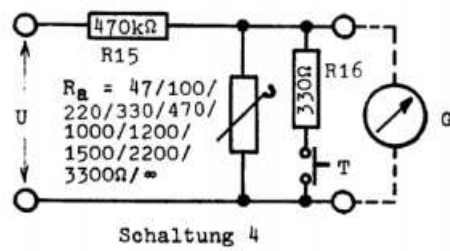
Analoges Vorgehen für die **geschlossene** Brücke:

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{R_{11} (R_{12} + R_G)}{C_I U R_{12}}$$

Durch Gleichsetzen der beiden Geradengleichungen und unter Beachtung von  $R_{12} = R_{13}$  erhält man  $R = R_G$ . Das entspricht dem Schnittpunkt der beiden Geraden. Dies beantwortet gleichzeitig die vierte Frage.

## Aufgabe 2.3

Die 4. Schaltung wird wie in der Skizze gezeigt aufgebaut. Bei dieser Aufgabe wird der Ausschlag  $\alpha$  des Galvanometers in Abhängigkeit von der Versorgungsspannung  $U$  abgelesen, wobei  $R_a = \infty$  gewählt wird. Wegen  $R_{15} \gg R_G$  ergibt sich  $I \sim \frac{U}{R_{15}}$ .



Trägt man nun  $\alpha$  über  $I$  auf, liefert die Steigung direkt die gesuchte Stoßempfindlichkeit  $C_I$ .

Beantwortung der Frage 4: Durch betätigen des Tasters wird der Widerstand  $R_{16} = 330\Omega$  parallel zum Galvanometer geschaltet und dient als Dämpfer des Systems. Durch ihn wird der Einschwingvorgang z.B. bei Aufgabe 3 beschleunigt (siehe aperiodischer Grenzfall).

## Aufgabe 3: Dynamische Versuche

Die folgenden Experimente werden wieder an Schaltung 4 durchgeführt. Es ist die Schwingdauer  $T$  sowie das Dämpfungsverhältnis  $\kappa$  in Abhängigkeit des regelbaren Widerstandes  $R_a$  zu bestimmen.

Es gilt  $\kappa = \frac{\alpha_{n-1}}{\alpha_n}$

(i) **Abklingkonstante**  $\beta_{R_a}$

wurde in den theoretischen Grundlagen hergeleitet:

$$\beta_{R_a} = \frac{1}{2\Theta} \left( \rho + \frac{G^2}{R_a + R_G} \right) \Rightarrow \beta_{\infty} = \frac{\rho}{2\Theta}$$

$$\Rightarrow (\beta_{R_a} - \beta_{\infty})^{-1} = \frac{2\Theta R_G}{G^2} + \frac{2\Theta}{G^2} R_a = c + m R_a$$

Nun trägt man  $(\beta_{R_a} - \beta_{\infty})^{-1}$  über  $R_a$  und führt eine lineare Regression durch.

### (ii) Frequenz des ungedämpften Galvanometers $\omega_0$

Wird mit folgender Formel berechnet:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2\pi^2}{T_{\infty}} + \beta_{\infty}^2}$$

### (iii) Außengrenzwiderstand $R_{a,gr}$

Der Außenwiderstand  $R_a$  bei dem Grenzdämpfung vorliegt, lässt sich aus der Geraden aus (a) bei  $R_a = (\omega_0 - \beta_{\infty})^{-1}$  ablesen. Da hier Grenzdämpfung vorliegen soll, müsste im Experiment ein Übergang vom Schwingfall zum Kriechfall zu beobachten sein.

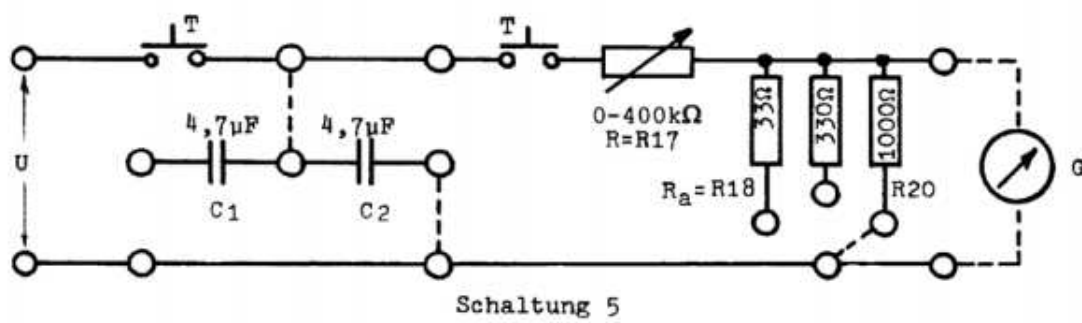
### (iv) Galvanometer-Kenngrößen $G$ , $\Theta$ und $D$

Die Gleichung  $m = \frac{2\Theta}{G^2}$  entspricht der Steigung der in (a) bestimmten Geraden. Mithilfe der beiden anderen gegebenen Gleichungen  $\omega_0^2 = \frac{D}{\Theta}$  und  $C'_I = \frac{G}{D}$  kann man die drei Galvanometer-Konstanten folgendermaßen bestimmen:

$$\Theta = \frac{2}{m C_I'^2 \omega_0^4} \quad D = \frac{2}{m C_I'^2 \omega_0^2} \quad G = \frac{2}{m C_I' \omega_0^2}$$

## Aufgabe 4: Ballistische Versuche

Baut man eine Schaltung entsprechend diesem Schaltplan auf, kann man die Auswirkungen von kurzen Stromstöße auf das Galvanometer bestimmen.



Zur Erzeugung der Stromimpulse werden Kondensatoren benutzt, deren Stromverlauf zwar keine scharfe Angabe der Stromstoßdauer  $T_Q$  erlauben, jedoch kann man den Wert  $T_Q = 3RC$  verwenden, nach dem etwa 95% der Ladung des Kondensators abgefließen sind.

Um größere Dämpfungen als  $\beta_{\infty}$  messen zu können, wird ein Widerstand  $R_a$  zum Galvanometer parallelgeschaltet, an welchem ein Teil der aus den Kondensator stammenden Ladung verloren geht. Es gilt also  $Q_G < CU$ , daher müssen nachfolgende Formeln angepasst werden.

## Aufgabe 4.1

Um nun die Stromstoßempfindlichkeit des Galvanometers bei sehr kurzer Stromstoßdauer  $T_Q$  zu bestimmen, wählen wir einen kleinen Widerstand  $R = R_{17}$ . Nun gilt folgender linearer Zusammenhang:

$$C_b = \frac{\varphi_{max}}{Q_G}$$

Da aber wie weiter oben beschrieben auch Ladung am Widerstand  $R_a$  verloren geht, muss die Formel korrigiert werden:

$$C_b = \frac{\varphi_{max}}{CU} \frac{R_a + R_G}{R_a}$$

## Aufgabe 4.2

Die eben ermittelten Werte sollen nun mit den theoretischen Werten verglichen werden. Diese lassen sich aus den Kenngrößen berechnen, die in Aufgabe 2 und 3 bestimmt wurden. Es gilt drei Fälle zu unterscheiden:

(i) Ballistische Empfindlichkeit bei minimaler Dämpfung:  $R_a = \infty$  und  $R_a = 1000\Omega$

$$C_b = \frac{G}{\Theta\omega_0}$$

(ii) Ballistische Empfindlichkeit nahe Grenzdämpfung:  $R_a = 330\Omega$

$$C_b = \frac{G}{\Theta\omega_0 e}$$

(iii) "Fluxmetrische Empfindlichkeit" im Kriechfall:  $R_a = 33\Omega$

$$C_b = \frac{R_G + R_a}{G}$$

## Aufgabe 4.3

Erhöht man den Vorwiderstand  $R$ , so erhöht sich auch die Stromstoßdauer  $T_Q = 3RC$ . Im Experiment werden wir wahrscheinlich feststellen, dass nur für  $T_Q \ll T$  die Stromstoßempfindlichkeiten unabhängig von  $T_Q$  sind.

Beantwortung der 5. Frage: Die ballistische Messung beim Galvanometer erlaubt es die Gesamtladung zu bestimmen, die auf das System verteilt wird. Dies funktioniert entsprechend wie beim Sandsack-Versuch in der Mechanik. Dort wird die Energie eines Geschosses, das auf einen freischwebenden Sandsack auftrifft, anhand des maximalen Ausschlags des Sandsacks bestimmt.

## Quellenangabe

Westphal, W.: Physikalisches Praktikum

Grafik Galvanometer: W. Demtröder, Experimentalphysik 2, 5. Auflage

Schaltskizzen: Stammen vom Aufgabenblatt

# **Physikalisches Anfängerpraktikum P1**

**Versuch:  
P1-13,14,15  
Galvanometer**

Schriftliche Vorbereitung von Marcel Krause (mrrrc@leech.it )  
Gruppe: Di-11

Datum der Versuchsdurchführung:  
25.10.11

# Theoretische Grundlagen

## Einführung

In dieser Versuchsreihe soll das Galvanometer als Strommessgerät näher kennengelernt und dessen Eigenheiten bei der Durchführung von Messungen aufgezeigt werden. Aufgrund des besonderen Aufbaus des Galvanometers dient es den Studenten gleichzeitig als eine gute Möglichkeit, bisher nur theoretisch besprochene mechanische sowie elektrische Modelle konkret am Messgerät nachzuprüfen. In dieser schriftlichen Vorbereitung sollen zunächst die physikalischen und mathematischen Grundlagen des Galvanometers erörtert und die Versuche vorbesprochen werden, sodass eine einfachere Auswertung am Praktikumstag erfolgen kann. Dabei werden gleichzeitig offene Fragen des Versuchsblatts geklärt.

## Galvanometer

Das Galvanometer ist ein historisches, elektromechanisches Messgerät, welches zu den Drehspulinstrumenten zählt und je nach Bauart selbst gegenüber kleinsten Strömen noch empfindlich sein kann.

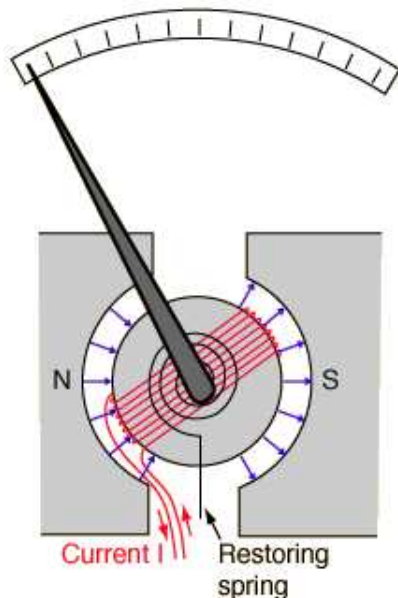


Abbildung 1 zeigt den prinzipiellen Aufbau eines Galvanometers. Eine Spule mit Weicheisenkern, an dessen Ende ein Zeiger angebracht ist, befindet sich zwischen zwei Polschuhen eines Permanentmagneten. Durch die zylinderförmige Anordnung liegt in dem kleinen Luftspalt zwischen dem Kern und den Polschuhen, in dem sich die Spule bewegen kann, ein homogenes Magnetfeld vor, welches dadurch an jeder Stelle gleich auf die Elektronen im Draht der Spule wirkt. Die Feder des Galvanometers verursacht ein Richtmoment  $D$ , welches einer vorhandenen Auslenkung  $\varphi$  entgegenwirkt. Dabei gilt für das Torsionsdrehmoment  $M_t$ :

$$M_t = -D\varphi$$

Die Bewegung der Spule im Luftspalt unterliegt Reibungskräften, welche proportional zur Winkelgeschwindigkeit  $\dot{\varphi}$  wirken. Dabei bedingt die Luft eine Dämpfungskonstante  $\rho$ , sodass sich für das mechanische Dämpfungsdrehmoment  $M_d$  ergibt:

$$M_d = -\rho\dot{\varphi}$$

Zusätzlich zu diesen beiden Drehmomenten wirkt aufgrund eines Stroms mit der Stromstärke  $I_{ges}$ , welcher durch den Draht fließt, noch ein elektrodynamisches Drehmoment. Dieses wird durch die Lorentzkraft verursacht, welche auf die Elektronen wirkt, die durch die Spulenseiten fließen, die senkrecht zum homogenen Magnetfeld mit der magnetischen Flussdichte  $B$  stehen. Es ergibt sich das elektrodynamische Drehmoment  $M_e$  zu:

$$M_e = ABI_{ges} = GI_{ges}$$

Hier wurde die Windungsfläche  $A$  sowie die Galvanometerkonstante  $G$  eingeführt:

$$G = AB$$

Im System des Galvanometers setzt sich der Gesamtwiderstand  $R$  aus dem Außenwiderstand  $R_a$  und

dem Galvanometerwiderstand  $R_G$  zusammen. Der durch die Spule fließende Strom  $I_{ges}$  setzt sich aus dem Messstrom  $I$  und dem in der Spule induzierten Strom  $I_{ind}$  gemäß  $I_{ges} = I + I_{ind}$  zusammen. Für die Induktionsspannung  $U_{ind}$  gilt  $U_{ind} = -n\dot{\Phi} = -G\dot{\varphi}$  womit sich dann der induzierte Strom  $I_{ind}$  ergibt:

$$I_{ind} = \frac{U_{ind}}{R_a + R_G} = -\frac{G}{R_a + R_G}\dot{\varphi}$$

Das gesamte System besitzt das Trägheitsmoment  $\Theta$  und damit das Trägheitsdrehmoment  $M_\Theta = \Theta\ddot{\varphi}$ . Nach dem zweiten newtonschen Gesetz gilt:

$$M_\Theta + M_d + M_t - M_e = 0$$

Setzt man die gewonnenen Erkenntnisse ein, so erhält man die Differentialgleichung des Galvanometers:

$$\ddot{\varphi} + \frac{1}{\Theta} \left( \rho + \frac{G^2}{R_a + R_G} \right) \dot{\varphi} + \frac{D}{\Theta} \varphi = \frac{G}{\Theta} I$$

$$\Leftrightarrow \ddot{\varphi} + 2\beta\dot{\varphi} + \omega_0^2\varphi = \frac{G}{\Theta} I$$

Man erkennt, dass dies der Differentialgleichung des gedämpften harmonischen Oszillators entspricht. Setzt man als Lösungsansatz für die homogene Gleichung  $\varphi(t) = ce^{\lambda t}$  mit  $c = konst$ , so erhält man:

$$\lambda^2 + 2\beta\lambda + \omega_0^2 = 0$$

Und als Lösungen für  $\lambda$ :

$$\lambda_{\pm} = -\beta \pm \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2}$$

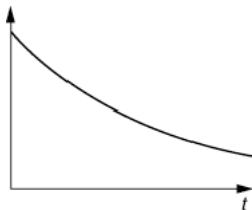
Es sollen kurz die drei verschiedenen Fälle diskutiert werden, die nun auftreten können.

- **Schwingfall:**  $\omega_0^2 > \beta^2$



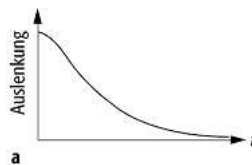
Die Diskriminante der obigen Gleichung wird in diesem Fall negativ, so dass sich eine komplexe Lösung ergibt. Nach einer Auslenkung aus der Ruhelage schwingt das System schwach gedämpft um diese herum, bis es schließlich durch Energieverluste zum Stillstand kommt.

- **Kriechfall:**  $\omega_0^2 < \beta^2$



Die Diskriminante der obigen Gleichung ist positiv, sodass sich eine reelle Lösung ergibt. Nach einer Auslenkung aus der Ruhelage kriecht das System stark gedämpft zurück in die Ruhelage und führt dabei keinerlei Schwingungen aus.

- **Aperiodischer Grenzfall:**  $\omega_0 = \beta$



Für diesen Grenzfall ist die Dämpfung gerade klein genug, dass noch kein Richtungswechsel der Bewegung und damit ein Schwingvorgang stattfindet. Das System strebt schnellstmöglich der Gleichgewichtslage entgegen. Es lässt sich der Außengrenz Widerstand  $R_{a,gr}$  berechnen:

$$R_{a,gr} = \frac{G^2}{2\sqrt{D\Theta} - \rho} - R_G$$

# Aufgabe 1: Vorversuche

Zunächst machen wir uns klar, wie hoch die Messempfindlichkeit des Galvanometers ist und welche Auswirkungen dies für mögliche Fehlerquellen haben wird.

So werden wir mithilfe des hochempfindlichen Messgeräts die im menschlichen Körper vorhandenen, sehr geringen Ströme registrieren können, indem wir uns selbst mit den Anschlüssen des Galvanometers verbinden.

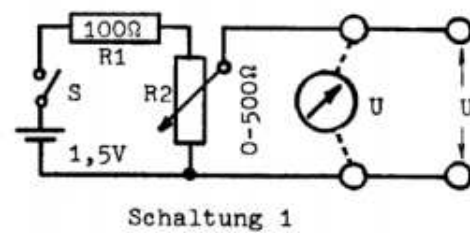
Des Weiteren werden wir ohne sonstige Spannungsquelle einen Drahtdrehwiderstand an das Galvanometer anschließen und überprüfen, was passieren wird, wenn wir den Schleifer dieses Widerstands bewegen. Es ist dabei zu erwarten, dass der Zeiger des Galvanometers ausschlägt, da durch die Reibung des Schleifers im Drahtdrehwiderstand kleine Ladungstrennungen vorhanden sein werden, die zu geringen Strömen führen.

Das bloße Anschließen des Drahtdrehwiderstands ohne weitere äußere Spannungsquelle, welches den letzten Teil der Vorversuche darstellt, könnte ebenfalls geringe Auswirkungen auf das Galvanometer haben. Durch das Anschließen findet ein Reibungsvorgang statt, bei dem eventuell Ladungen getrennt werden. Dieser Effekt dürfte allerdings sehr gering sein, falls wir ihn überhaupt beobachten werden.

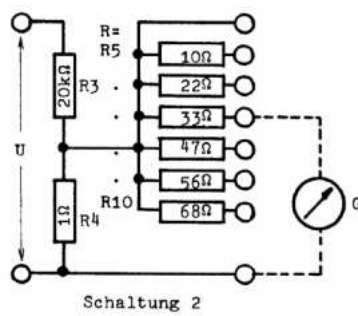
Es soll hier noch kurz auf die erste Frage des Aufgabenblatts eingegangen werden. Die Messung eines Widerstands mit einem üblichen Ohmmeter basiert auf einer Messung des Spannungsabfalls am Widerstand aufgrund eines vom Ohmmeter verursachten Stroms. Dieser Strom wäre viel zu stark für das empfindliche Galvanometer, sodass dieses schweren Schaden bei solch einer Messung davontragen würde.

# Aufgabe 2: Statische Versuche

Für die Versuchsreihen verwenden wir einen Spannungsteiler, um die Werte der Versorgungsspannung  $U$  zu entnehmen. Ein solcher ist schematisch in Schaltung 1 dargestellt. Damit lässt sich die Versorgungsspannung je nach Feinheit des variablen Widerstands  $R_2$  nahezu stufenlos in den Bereichen  $R_2 \in [0V; 1,25V]$  einstellen. Die statischen Versuche sollen uns die Möglichkeit bieten, die Konstanten des Galvanometers zu messen.



## Aufgabe 2.1



Es wird Schaltung 2 entsprechend nebenstehendem Schaltplan aufgebaut. Wie man erkennt, gilt für die Werte der Widerstände  $R_3 \gg R_2, R_4$  sowie  $R_3 \gg R$ , wobei  $R$  der von uns wählbare Widerstand ist. Dadurch ergibt sich der Gesamtstrom  $I_0$  im System ungefähr zu  $I_0 \approx \frac{U}{R_3}$ . Durch Anwenden der Kirchhoffschen Regeln erhält man die zwei Gleichungen

$$(R + R_g) I = R_4 I_{R_4} \quad \text{und} \quad I_0 = I_{R_4} + I$$

Setzt man diese ineinander ein, so kann man sie nach der Galvanometerstromstärke  $I$  auflösen. Es ergibt sich:

$$I = \frac{UR_4}{R_3(R_4 + R_G + R)}$$

Beim Galvanometer ist der Ausschlag  $\alpha$  ungefähr proportional zur Stromstärke  $I$ . Es sei hier der Proportionalitätsfaktor  $C_I$  eingeführt, welcher als Stromempfindlichkeit bezeichnet wird. Gleichzeitig führen wir noch die Spannungsempfindlichkeit  $C_U$  ein. Damit lässt sich die dritte Frage des Aufgabenblatts beantworten: Die Spannungsempfindlichkeit  $C_U$  ergibt sich, falls  $C_I$  und  $R_G$  bekannt sind, durch

$$C_U = \frac{C_I}{R_G}$$

Durch die Proportionalität gilt der Zusammenhang  $\alpha = C_I I$ .

Setzt man  $I$  von oben ein, so erhält man:

$$\alpha = \frac{C_I UR_4}{R_3(R_4 + R_G + R)}$$

Wir werden zur Auswertung den Kehrwert des Ausschlags bilden. Dadurch erhalten wir die Gleichung:

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{R_3(R_4 + R_G)}{C_I UR_4} + \frac{R_3}{C_I UR_4} R = A + BR$$

Es ist also  $\frac{1}{\alpha} \propto R$ , sodass wir einen linearen Zusammenhang vorfinden. Durch eine lineare Regression unserer Messwerte können wir so die Faktoren A und B bestimmen. Da wir dann zwei Gleichungen für die beiden Unbekannten  $R_g$  und  $C_I$  erhalten, können wir diese lösen und so die Konstanten bestimmen.

## Aufgabe 2.2

Es wird Schaltung 3 entsprechend nebenstehendem Schaltplan aufgebaut und erneut der Ausschlag  $\alpha$  des Galvanometers in Abhängigkeit des variablen Widerstands  $R = R_{14}$  gemessen. Es gilt analog zu Aufgabe 2.1, dass  $R_{11} \gg R_2$ , daher kann man erneut nähern:  $I_0 \approx \frac{U}{R_{11}}$ .

Die Anwendung der Kirchhoffschen Regeln führt im Fall der *geöffneten* Brückendiagonalen zu den Gleichungen

$$(R + R_g) I = (R_{12} + R_{13}) I_{R_{12}} \quad \text{und} \quad I_0 = I_{R_{12}} + I$$

Daraus erhält man nach kurzer Umformung:

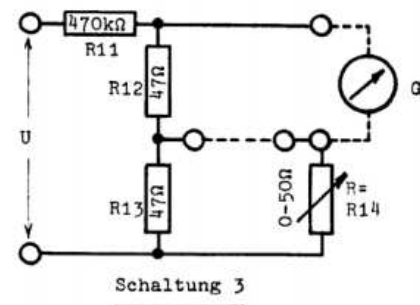
$$I = \frac{U(R_{12} + R_{13})}{R_{11}(R_{12} + R_{13} + R_G + R)}$$

Da wir erneut den Kehrwert der Auslenkung auftragen, erhalten wir:

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{R_{11}(R_{12} + R_{13} + R_G + R)}{C_I U (R_{12} + R_{13})}$$

Analoges Vorgehen für die *geschlossene* Brückendiagonale führt auf:

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{R_{11}(R_{12} + R_G)}{C_I UR_{12}}$$

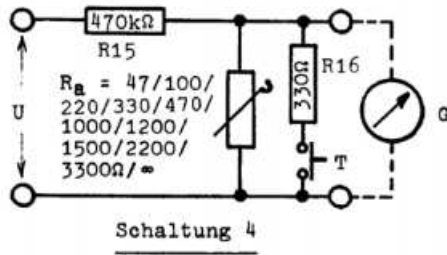


Anschließend soll der Schnittpunkt dieser beiden Geraden bestimmt werden, um  $R_g$  zu bestimmen. Dies entspricht einem Gleichsetzen der obigen beiden Gleichungen. Beachtet man  $R_{12} = R_{13}$ , so erkennt man leicht, dass sich alles bis auf

$$R = R_g$$

kürzt, womit die vierte Frage beantwortet ist, denn es zeigt sich, dass der Schnittpunkt der beiden Geraden der Galvanometerwiderstand ist.

### Aufgabe 2.3



Es wird Schaltung 4 entsprechend nebenstehendem Schaltplan aufgebaut und für  $R_a = \infty$  der Galvanometerausschlag  $\alpha$  in Abhängigkeit von der Versorgungsspannung  $U$  gemessen.

Da  $R_{15} \gg R_2$  ist, gilt hier  $I \approx \frac{U}{R_{15}}$ , und mittels des linearen Zusammenhangs  $\alpha = C_I I$  können wir so die Steigung der Geraden und damit die Stromempfindlichkeit  $C_I$  direkt bestimmen.

Es sei noch kurz auf die zweite Frage verwiesen. Der parallel geschaltete Widerstand  $R_{14} = 330\Omega$  dient als zusätzlicher Dämpfer des Systems. Durch Betätigen des Tasters kann dieser zugeschaltet werden und so den Einschwingvorgang bei Aufgabe 3 beschleunigen.

## Aufgabe 3: Dynamische Versuche

Es wird erneut an der Schaltung 4 experimentiert. Dieses Mal sollen das Dämpfungsverhältnis  $\kappa$  sowie die Schwingungsdauer  $T$  des Systems in Abhängigkeit des schaltbaren Außenwiderstands  $R_a$  bestimmt werden.

Für das Dämpfungsverhältnis  $\kappa$  gilt:  $\kappa = \frac{\alpha_{n-1}}{\alpha_n}$

#### (a) Abklingkonstante $\beta_{R_a}$

Aus den Vorüberlegungen ist bekannt, dass für  $\beta$  gilt:

$$\beta = \frac{1}{2\Theta} \left( \rho + \frac{G^2}{R_a + R_G} \right)$$

Für  $R_a \rightarrow \infty$  ergibt sich  $\beta_\infty = \frac{\rho}{2\Theta}$ . Dies wird nach  $(\beta_{R_a} - \beta_\infty)^{-1}$  umgeformt:

$$(\beta_{R_a} - \beta_\infty)^{-1} = \frac{2\Theta R_G}{G^2} + \frac{2\Theta}{G^2} R_a = n + m R_a$$

Durch eine lineare Regression und erneutes Umformen können wir so  $\beta_{R_a}$  bestimmen.

#### (b) Frequenz $\omega_0$

Diese ergibt sich direkt durch Einsetzen von  $T_\infty$  und  $\beta_\infty$ :

$$\omega_0 = \sqrt{\left( \frac{2\pi}{T_\infty} \right)^2 + \beta_\infty}$$

**(c) Außengrenz Widerstand  $R_{a,gr}$**

Wir nutzen die Auswertung von (a) sowie (b) und suchen denjenigen Außenwiderstand  $R_a$ , für den wir  $(\omega_0 - \beta_\infty)^{-1}$  ablesen können. Sollte bei diesem  $R_a$  tatsächlich Grenzämpfung vorliegen, so müssten wir im Experiment dort einen Übergang vom Schwingfall in den Kriechfall beobachten.

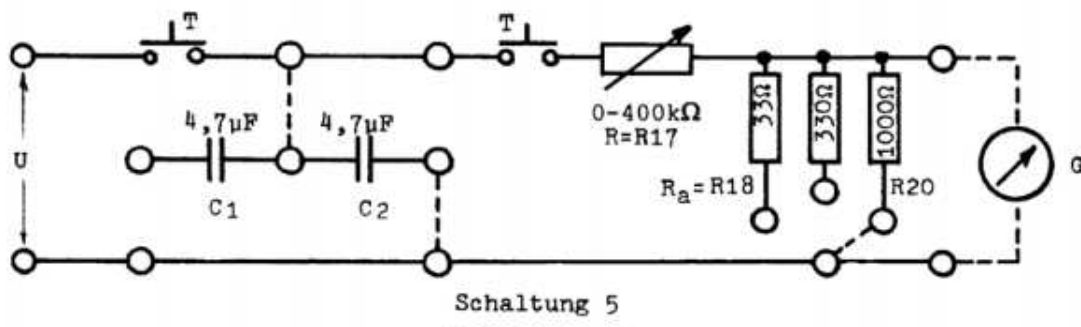
**(d) Galvanometer-Kenngrößen  $G$ ,  $\Theta$  und  $D$**

Die Gleichung  $m = \frac{2\Theta}{G^2}$  ist gerade die Steigung der in (a) aufgezeichneten Geraden. Durch Umformen und Einsetzen dieser mit den beiden anderen Gleichungen  $\omega_0^2 = \frac{D}{\Theta}$  sowie  $C'_I = \frac{G}{D}$  erhalten wir drei Gleichungen für die drei Galvanometer-Konstanten.

$$\Theta = \frac{2}{mC_I'^2\omega_0^4} \quad D = \frac{2}{mC_I'^2\omega_0^2} \quad G = \frac{2}{mC_I'\omega_0^2}$$

Es ist dabei noch zu erwähnen, dass im Gegensatz zu den vorigen Aufgaben  $C'_I$  hier die Einheit  $A^{-1}$  haben soll, also als Drehwinkel im Bogenmaß geteilt durch den entsprechenden Strom angegeben wird.

## Aufgabe 4: Ballistische Versuche



Es wird nun die Schaltung 5 entsprechend obiger Skizze aufgebaut. Im Gegensatz zu den vorigen Versuchen haben wir nun einen ballistischen Versuchsaufbau. Wir betrachten nur noch kurze Stromstöße und deren Wirkung auf das Galvanometer.

Zunächst soll kurz der Sinn ballistischer Messungen erläutert und damit die fünfte Frage beantwortet werden. Beim Sandsack-Versuch in der Mechanik kann man durch eine ballistische Messung bestimmen, wie groß die Energie des Geschosses ist, welches auf den Sandsack auftrifft. Dabei wird der Sack üblicherweise wie ein Pendel aufgehängt und dann der maximale Ausschlag gemessen. Ganz analog kann man beim ballistischen Galvanometer die Gesamtladung bestimmen, welche auf das System verteilt wird. Diese entspricht dem maximalen Ausschlag des Galvanometers.

Obwohl wir zur Erzeugung der Strompulse Kondensatoren nutzen, deren Stromverlauf keine scharfe Angabe der Stromstoßdauer  $T_Q$  erlauben, ist es dennoch sinnvoll, mit ihnen zu arbeiten. Wir werden einen Wert  $T_Q$  festlegen, nach dem etwa 95% der Ladung des Kondensators abgeflossen sind:

$$T_Q = 3RC$$

Unsere Stromstoßquelle besitzt einen unendlich hohen inneren Widerstand, weshalb es weiterhin nötig ist, einen Widerstand  $R_a$  parallel zum Galvanometer zu schalten. Dadurch geht ein Teil der Gesamtladung

dung in  $R_a$  verloren, sodass  $Q_G < CU$  gilt. Dies ist besonders wichtig, da sich die Empfindlichkeiten auf  $Q_G$  beziehen sollen, sodass die nachfolgenden Formeln angepasst werden müssen.

## Aufgabe 4.1

Wir werden die Stromstoßempfindlichkeit des Galvanometers bei sehr kurzer Stromstoßdauer  $T_Q$ , erreichbar über einen kleinen Widerstand  $R$ , bestimmen. Für kleine  $R$  gilt der lineare Zusammenhang

$$C_b = \frac{\varphi_m}{Q_G}$$

wobei  $\varphi_m$  der maximale, erste Winkelausschlag ist. Beachten wir noch, dass die Ladung auf Galvanometer und Widerstand  $R_a$  aufgeteilt wird, so haben wir

$$C_b = \frac{\varphi_m}{CU} \frac{R_a + R_G}{R_a}$$

Mittels dieser Formel werden wir für verschiedene Werte von  $R_a$  die Stromstoßempfindlichkeiten  $C_b$  bestimmen.

## Aufgabe 4.2

Es sollen nun in Abhängigkeit von  $R_a$  die ermittelten Messwerte mit den theoretischen Werten verglichen werden. Dabei werden zuvor bestimmte Kenngrößen genutzt. Je nach  $R_a$  finden wir drei verschiedene Fälle vor.

**(a) Ballistische Empfindlichkeit bei minimaler Dämpfung:**  $R_a = \infty$  und  $R_a = 1000\Omega$

Mit  $\varphi_{max} = \frac{GQ}{\Theta\omega_0}$  ergibt sich:

$$C_b = \frac{G}{\Theta\omega_0}$$

**(b) Ballistische Empfindlichkeit nahe Grenzdämpfung:**  $R_a = 330\Omega$

Mit  $\varphi_{max} = \frac{GQ}{\Theta\omega_0 e}$  ergibt sich:

$$C_b = \frac{G}{\Theta\omega_0 e}$$

**(c) Fluxmetrische Empfindlichkeit im Kriechfall:**  $R_a = 33\Omega$

Mit  $\varphi_{max} = \frac{R_G + R_a}{G} Q$  ergibt sich:

$$C_b = \frac{R_G + R_a}{G}$$

## Aufgabe 4.3

Wir wollen uns in der letzten Teilaufgabe schließlich davon überzeugen, dass die Stromstoßempfindlichkeiten durchaus auch von der Stromstoßdauer  $T_Q$  abhängen können. Dabei steigern wir den Widerstand  $R$  in einigen Messungen, denn nach  $T_Q = 3RC$  steigt damit auch die Stromstoßdauer. Wir erwarten, dass sich eine Unabhängigkeit der Stromstoßempfindlichkeit von  $T_Q$  nur für den Bereich  $T_Q \ll T$  ergeben wird.

# Quellenverzeichnis

Westphal, W.: Physikalisches Praktikum

Meschede, D.: Gerthsen Physik

Schema des Galvanometers:

<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/magnetic/imgmag/galvan.gif>

Skizzen der Schwingungszustände:

[www.techniklexikon.net/images/s1363\\_schwingfall.gif](http://www.techniklexikon.net/images/s1363_schwingfall.gif)

[www.techniklexikon.net/images/j1932\\_kriechfall.gif](http://www.techniklexikon.net/images/j1932_kriechfall.gif)

[www.techniklexikon.net/images/a1556\\_aperiodischer\\_grenzfall.gif](http://www.techniklexikon.net/images/a1556_aperiodischer_grenzfall.gif)

Schaltskizzen:

Siehe Aufgabenblatt

# **Physikalisches Anfängerpraktikum P1**

**Versuch:  
P1-13,14,15  
Galvanometer**

Auswertung inklusive  
ausführlicher Fehlerrechnung

von

Georg Fleig (georg@leech.it )  
Marcel Krause (mrrrc@leech.it )

Gruppe: Di-11

Datum der Versuchsdurchführung:  
25.10.11

# Aufgabe 1: Vorversuche

## Aufgabe 1.1

Beim Anfassen der Zuleitungsstecker konnten wir einen nicht unerheblichen Ausschlag des Galvanometers feststellen. Es wurde uns klar, wie hochempfindlich das Gerät auf selbst minimale Ströme wie die des menschlichen Körpers reagiert.

## Aufgabe 1.2

Als wir am Widerstand gedreht haben konnten wir kleine Ausschläge des Galvanometers beobachten. Dies liegt, wie wir es in der Vorbereitung vermutet haben, am Schleifen der Widerstandskontakte, wodurch kleine Ladungsanteile getrennt werden.

## Aufgabe 1.3

Auch hier ist der vorhergesagte Effekt eingetreten. Durch das bloße Anschließen des Drahtdrehwiderstands findet eine geringfügige Ladungstrennung durch mechanische Reibung statt, die dazu führt, dass wir kleine Ausschläge registrieren können. Die Ruhelagen vor und nach dem Anschließen des Widerstands lagen ebenfalls geringfügig auseinander. Dies hat uns klargemacht, dass die Nulllage des empfindlichen Galvanometers regelmäßig nachjustiert werden muss, um möglichst genaue Ergebnisse zu erhalten.

# Aufgabe 2: Statische Versuche

In drei verschiedenen Versuchen bestimmen wir hier die Stromempfindlichkeit  $C_I$  sowie den Galvanometerwiderstand  $R_G$ . Für die nachfolgenden drei Aufgaben wurde der Widerstand in Schaltung 1 so gewählt, dass sie uns eine Spannung  $U = 1,0V$  liefert.

In den Aufgaben 2.1 bis 2.3 wurden ausführliche Fehlerrechnungen durchgeführt.

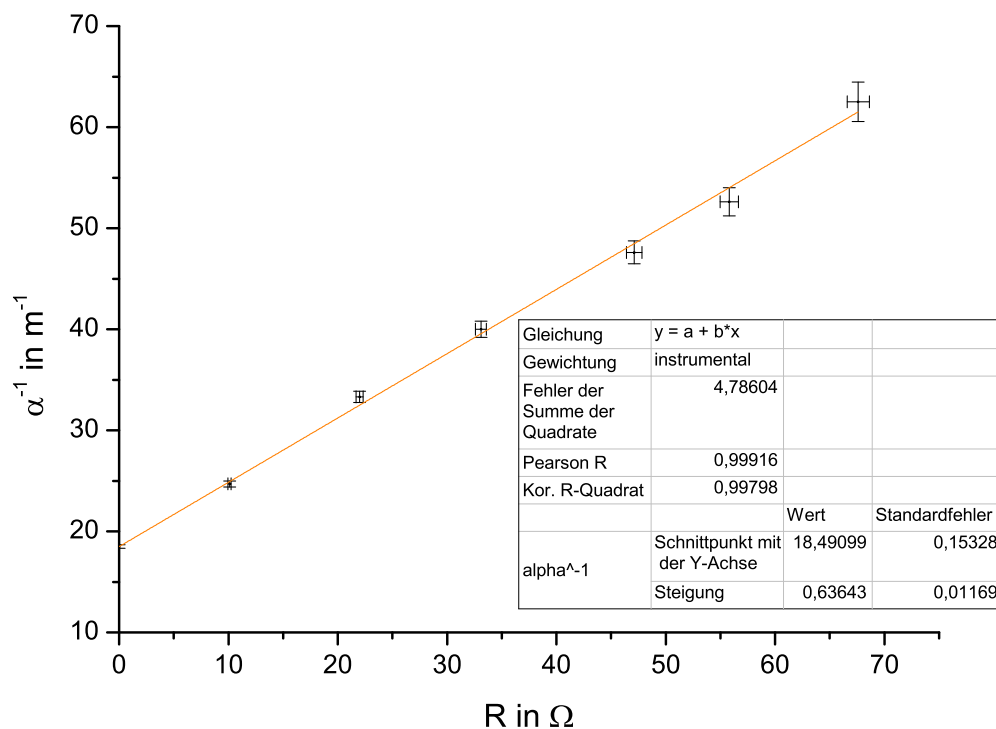
## Aufgabe 2.1

Die Widerstände in der Schaltung 2 hatten die Werte  $R_3 = 14900\Omega$  und  $R_4 = 0,70\Omega$  und unsere angelegte Spannung  $U$  betrug  $1,0V$ .

Es wurde für verschiedene Widerstände  $R = R_5$  bis  $R_{10}$  der Ausschlag  $\alpha$  des Galvanometers gemessen. Die Messwerte finden sich in unten stehender Tabelle.

| R in $\Omega$ | $\Delta R$ in $\Omega$ | $\alpha$ in mm | $\alpha$ in m | $\alpha^{-1}$ in $m^{-1}$ | $\Delta\alpha^{-1}$ in $m^{-1}$ |
|---------------|------------------------|----------------|---------------|---------------------------|---------------------------------|
| 0,0           | 0,000                  | 54,0           | 0,0540        | 18,5                      | 0,17                            |
| 10,1          | 0,152                  | 40,5           | 0,0405        | 24,7                      | 0,30                            |
| 22,0          | 0,330                  | 30,0           | 0,0300        | 33,3                      | 0,56                            |
| 33,1          | 0,497                  | 25,0           | 0,0250        | 40,0                      | 0,80                            |
| 47,1          | 0,707                  | 21,0           | 0,0210        | 47,6                      | 1,13                            |
| 55,8          | 0,837                  | 19,0           | 0,0190        | 52,6                      | 1,39                            |
| 67,6          | 1,010                  | 16,0           | 0,0160        | 62,5                      | 1,95                            |

Aus den Messwerten erstellen wir das gesuchte Diagramm.



#### (a) Stromempfindlichkeit $C_I$

In der Vorbereitung wurde hergeleitet, wie sich nun aus dem Ordinatenabschnitt  $c$  und der Steigung  $m$  der Regressionsgeraden der Galvanometerwiderstand  $R_G$  und die Stromempfindlichkeit  $C_I$  berechnen lassen:

$$C_I = \frac{R_3}{mUR_4} \varphi$$

Bevor mit dem Einsetzen der Werte begonnen wird, wollen wir ausführlich erklären, wie wir auf den Fehler des Messwerts kommen werden.

Wir führen den Faktor  $\varphi = \frac{\alpha}{2r}$  in unserer Gleichung ein und erhalten so  $C_I$  direkt in der Einheit  $\frac{\text{rad}}{\text{A}}$ , um diesen mit dem Literaturwert vergleichen zu können. Hätten wir hingegen den Literaturwert in  $\frac{\text{m}}{\text{A}}$  umgerechnet, so müssten wir diesen zusätzlich mit einem Fehler versehen, was auf diese Weise vermieden wurde.

Der Abstand  $r$  zwischen Spiegel und Messskala des Galvanometers betrug nach Literaturangaben  $r = (250 \pm 3) \text{ mm}$ . Für  $\alpha$  wird wegen der Umrechnung ins Bogenmaß  $\alpha = 1 \text{ m}$  gesetzt.

Um den Fehler  $\Delta_{\alpha}^{-1}$  zu berechnen, welcher von Origin zur Bestimmung des Steigungsfehlers der Regressionsgeraden verwendet wird, nutzen wir den Ablesefehler  $\Delta_{\alpha} = 0,0005 \text{ m}$  und die Formel zur arithmetischen Fehlerfortpflanzung. Dies sei hier anhand eines Beispiels mit dem letzten

Messwert angezeigt:

$$\Delta_{\alpha}^{-1} = \left| \frac{\partial \alpha^{-1}}{\partial \alpha} \cdot \Delta_{\alpha} \right| = \left| -\frac{1}{\alpha^2} \cdot \Delta_{\alpha} \right| = \left| -\frac{1}{0,0160m^2} \cdot 0,0005m \right| = 1,95 \frac{1}{m}$$

Nun wird der statistische und der systematische Fehler von  $C_I$  berechnet.

### Statistischer Fehler

Die Steigung der Regressionsgeraden ist mit dem statistischen Fehler  $\sigma_m = \frac{0,0117}{m \cdot \Omega}$  behaftet. Mittels der Gaußschen Fehlerfortpflanzung ergibt sich damit für den statistischen Fehler von  $C_I$ :

$$\begin{aligned} \sigma_{C_I} &= \sqrt{\left( \frac{\partial C_I}{\partial m} \sigma_m \right)^2} = \left| -\frac{R_3 \alpha}{m^2 U R_4 2r} \sigma_m \right| = \frac{14900\Omega \cdot 1m \cdot (m \cdot \Omega)^2 \cdot rad}{0,636^2 \cdot 1,0V \cdot 0,70\Omega \cdot 2 \cdot 0,250m} \frac{0,0117}{m \cdot \Omega} \\ &= 0,1231 \cdot 10^4 \frac{rad}{A} \end{aligned}$$

### Systematischer Fehler

Für die Widerstände  $R_3$  und  $R_4$  wird nach Angabe der Versuchsbeschreibung ein Fehler von  $\pm 1,5\%$  angenommen, also erhalten wir  $\Delta_{R_3} = 224\Omega$  und  $\Delta_{R_4} = 0,0105\Omega$ .

Für die Spannung  $U$  nehmen wir einen Fehler von  $\pm 10\%$  an, woraus sich  $\Delta_U = 0,1V$  ergibt, da sich im Vergleich mit einem digitalen Voltmeter eine große Ungenauigkeit unseres analogen Voltmeters herausstellte.

Der Abstand vom Spiegel zur Messskala  $r$  ist außerdem mit dem Fehler  $\Delta_r = 0,003m$  angegeben.

Mit diesen vier fehlerbehafteten Größen erhalten wir mithilfe des arithmetischen Fehlerfortpflanzungsgesetzes folgenden systematischen Fehler für die Stromempfindlichkeit  $C_I$ :

$$\begin{aligned} \Delta_{C_I} &= \left| \frac{\partial C_I}{\partial R_3} \Delta_{R_3} \right| + \left| \frac{\partial C_I}{\partial R_4} \Delta_{R_4} \right| + \left| \frac{\partial C_I}{\partial U} \Delta_U \right| + \left| \frac{\partial C_I}{\partial r} \Delta_r \right| \\ &= \left| \frac{C_I}{R_3} \right| \Delta_{R_3} + \left| \frac{C_I}{R_4} \right| \Delta_{R_4} + \left| \frac{C_I}{U} \right| \Delta_U + \left| \frac{C_I}{r} \right| \Delta_r \\ &= |C_I| \left[ \frac{\Delta_{R_3}}{|R_3|} + \frac{\Delta_{R_4}}{|R_4|} + \frac{\Delta_U}{|U|} + \frac{\Delta_r}{|r|} \right] \\ &= \frac{14900\Omega \cdot 1m \cdot \Omega \cdot rad}{0,636 \cdot 1,0V \cdot 0,70\Omega \cdot 2 \cdot 0,250m} \left[ \frac{224\Omega}{14900\Omega} + \frac{0,0105\Omega}{0,70\Omega} + \frac{0,1V}{1,0V} + \frac{0,003m}{0,250m} \right] \\ &= 0,9507 \cdot 10^4 \frac{rad}{A} \end{aligned}$$

### Berechnung von $C_I$

Wir setzen unsere Werte nun in obige Formel ein und geben gleichzeitig den statistischen und den systematischen Fehler (in dieser Reihenfolge) mit an:

$$\begin{aligned} C_I &= \frac{R_3}{mUR_4} \frac{\alpha}{2r} = \frac{0,70\Omega}{0,636 \cdot 1,0V \cdot 14900\Omega \cdot 2 \cdot 0,250m} \frac{1m \cdot rad}{1} \\ &= (6,69 \pm 0,12 \pm 0,95) \cdot 10^4 \frac{rad}{A} \end{aligned}$$

Der Literaturwert der Stromempfindlichkeit wird mit  $C_I \approx 10^5 \frac{\text{rad}}{\text{A}}$  angegeben, somit haben wir eine relative Abweichung von  $-33,1\%$ .

### (b) Galvanometerwiderstand $R_G$

Mit dem y-Achsenabschnitt  $c$  lässt sich der Galvanometerwiderstand  $R_G$  bestimmen:

$$R_G = \frac{c}{m} - R_4$$

#### Statistischer Fehler

Der statistische Fehler hängt hier von  $c$  und von  $m$  ab. Wir finden die Fehler  $\sigma_m = \frac{0,0117}{m \cdot \Omega}$  und  $\sigma_c = \frac{0,153}{m}$  vor. Mittels Gaußscher Fehlerfortpflanzung erhält man:

$$\begin{aligned} \sigma_{R_G} &= \sqrt{\left(\frac{\partial R_G}{\partial c} \sigma_c\right)^2 + \left(\frac{\partial R_G}{\partial m} \sigma_m\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{m} \sigma_c\right)^2 + \left(-\frac{c}{m^2} \sigma_m\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{m \cdot \Omega \cdot 0,153}{0,636 \cdot m}\right)^2 + \left(-\frac{18,5 \cdot (m \cdot \Omega)^2 \cdot 0,0117}{0,636^2 m \cdot m \cdot \Omega}\right)^2} = 0,587 \Omega \end{aligned}$$

#### Systematischer Fehler

Der systematische Fehler hängt hier nur von  $R_4$  ab, wobei  $\Delta_{R_4} = 0,0105 \Omega$  gilt.

$$\Delta_{R_G} = \left| \frac{\partial R_G}{\partial R_4} \Delta_{R_4} \right| = \Delta_{R_4} = 0,0105 \Omega$$

Da dieser Fehler so gering ist, wurde er bei der Angabe des Ergebnisses vernachlässigt.

#### Berechnung von $R_G$

Wir setzen unsere Werte nun in obige Formel ein und geben gleichzeitig den statistischen Fehler mit an:

$$R_G = \frac{c}{m} - R_4 = \frac{18,5m \cdot \Omega}{0,636m} - 0,70 \Omega = (28,4 \pm 0,6) \cdot \Omega$$

Im Vergleich zum Literaturwert von  $R_G \approx 30 \Omega$  haben wir eine relative Abweichung von  $-5,3\%$ .

## Aufgabe 2.2

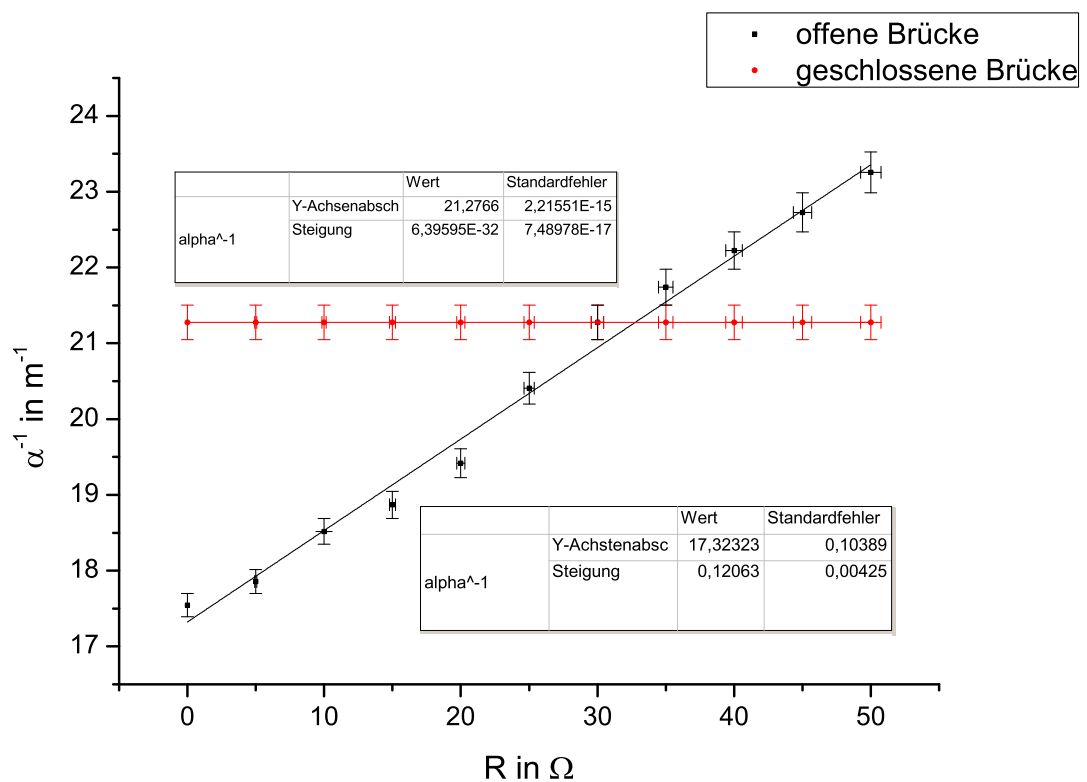
Mittels Schaltung 3 finden wir eine weitere Methode, den Galvanometerwiderstand  $R_G$  zu bestimmen. Die Versorgungsspannung  $U$  betrug wieder  $U = 1,0V$  und die verwendeten Widerstände hatten folgende Werte:  $R_{11} = 477k\Omega$  und  $R_{12} = R_{13} = 47,0\Omega$ .  $R_{14}$  ließ sich mit  $R_{14} \in [0,0\Omega; 50,0\Omega]$  frei wählen. Es wurde von uns der Ausschlag  $\alpha$  bei geschlossener sowie bei geöffneter Brücke in Abhängigkeit verschiedener Werte von  $R_{14}$  gemessen.

Unsere Messwerte sind in nachfolgenden Tabellen übersichtlich zusammengestellt.

| Brücke offen  |                        |                |               |                           |                                  |
|---------------|------------------------|----------------|---------------|---------------------------|----------------------------------|
| R in $\Omega$ | $\Delta R$ in $\Omega$ | $\alpha$ in mm | $\alpha$ in m | $\alpha^{-1}$ in $m^{-1}$ | $\Delta \alpha^{-1}$ in $m^{-1}$ |
| 0             | 0,000                  | 57,0           | 0,0570        | 17,5                      | 0,154                            |
| 5             | 0,075                  | 56,0           | 0,0560        | 17,9                      | 0,159                            |
| 10            | 0,150                  | 54,0           | 0,0540        | 18,5                      | 0,171                            |
| 15            | 0,225                  | 53,0           | 0,0530        | 18,9                      | 0,178                            |
| 20            | 0,300                  | 51,5           | 0,0515        | 19,4                      | 0,189                            |
| 25            | 0,375                  | 49,0           | 0,0490        | 20,4                      | 0,208                            |
| 30            | 0,450                  | 47,0           | 0,0470        | 21,3                      | 0,226                            |
| 35            | 0,525                  | 46,0           | 0,0460        | 21,7                      | 0,236                            |
| 40            | 0,600                  | 45,0           | 0,0450        | 22,2                      | 0,247                            |
| 45            | 0,675                  | 44,0           | 0,0440        | 22,7                      | 0,258                            |
| 50            | 0,750                  | 43,0           | 0,0430        | 23,3                      | 0,270                            |

| Brücke geschlossen |                        |                |               |                           |                                  |
|--------------------|------------------------|----------------|---------------|---------------------------|----------------------------------|
| R in $\Omega$      | $\Delta R$ in $\Omega$ | $\alpha$ in mm | $\alpha$ in m | $\alpha^{-1}$ in $m^{-1}$ | $\Delta \alpha^{-1}$ in $m^{-1}$ |
| 0                  | 0,000                  | 47,0           | 0,0470        | 21,3                      | 0,226                            |
| 5                  | 0,075                  | 47,0           | 0,0470        | 21,3                      | 0,226                            |
| 10                 | 0,150                  | 47,0           | 0,0470        | 21,3                      | 0,226                            |
| 15                 | 0,225                  | 47,0           | 0,0470        | 21,3                      | 0,226                            |
| 20                 | 0,300                  | 47,0           | 0,0470        | 21,3                      | 0,226                            |
| 25                 | 0,375                  | 47,0           | 0,0470        | 21,3                      | 0,226                            |
| 30                 | 0,450                  | 47,0           | 0,0470        | 21,3                      | 0,226                            |
| 35                 | 0,525                  | 47,0           | 0,0470        | 21,3                      | 0,226                            |
| 40                 | 0,600                  | 47,0           | 0,0470        | 21,3                      | 0,226                            |
| 45                 | 0,675                  | 47,0           | 0,0470        | 21,3                      | 0,226                            |
| 50                 | 0,750                  | 47,0           | 0,0470        | 21,3                      | 0,226                            |

Daraus erstellen wir mit Origin das gewünschte Diagramm.



Wie von uns in der Vorbereitung hergeleitet befindet sich  $R_G$  genau beim Schnittpunkt der beiden Regressionsgeraden, sodass gilt:

$$R_G = \frac{c_1 - c_2}{m_2}$$

### Statistischer Fehler

Als statistischen Fehler für  $c_1$  nehmen wir  $\sigma_{c_1} = 0,226$  an. Dies entspricht zwar nicht dem angegebenen Fehler unserer Auswertungssoftware, allerdings ist das die Größe unseres y-Fehlers  $\alpha^{-1}$  für jeden Punkt der Geraden und somit auch für die gesamte Gerade.

Wir nehmen außerdem  $\sigma_{c_2} = 0,104$  und  $\sigma_{m_2} = 0,00425$  an. Mithilfe der Gaußschen Fehlerfortpflanzung ergibt sich also:

$$\begin{aligned}\sigma_{R_G} &= \sqrt{\left(\frac{\partial R_G}{\partial c_1} \sigma_{c_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial R_G}{\partial c_2} \sigma_{c_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial R_G}{\partial m_2} \sigma_{m_2}\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{1}{m_2} \sigma_{c_1}\right)^2 + \left(-\frac{1}{m_2} \sigma_{c_2}\right)^2 + \left(-\frac{c_1 - c_2}{m_2^2} \sigma_{m_2}\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{1}{0,121} \cdot 0,226\Omega\right)^2 + \left(-\frac{1}{0,121} \cdot 0,104\Omega\right)^2 + \left(-\frac{21,28 - 17,32}{0,121^2} \cdot 0,00425\Omega\right)^2} \\ &= 2,36\Omega\end{aligned}$$

### Systematischer Fehler

Bei der Berechnung des systematischen Fehlers muss man berücksichtigen, dass bei der Formel für  $R_G$

$$R_G = R \frac{R_{12}}{R_{13}} = \frac{c_2 - c_1}{m_1 - m_2} \frac{R_{12}}{R_{13}}$$

der hintere Bruch nicht gekürzt werden darf, da er fehlerbehaftet ist. Außerdem gilt  $m_1 \approx 0$ .  $R_{12}$  und  $R_{13}$  sind mit einem Fehler von  $\pm 1,5\%$  angegeben  $\Rightarrow \Delta_{R_{12}} = \Delta_{R_{13}} = 0,705\Omega$ . Mit der arithmetischen Fehlerfortpflanzung ergibt sich für den systematischen Fehler  $\Delta_{R_G}$ :

$$\begin{aligned}\Delta_{R_G} &= \left| \frac{\partial R_G}{\partial R_{12}} \Delta_{R_{12}} \right| + \left| \frac{\partial R_G}{\partial R_{13}} \Delta_{R_{13}} \right| = \frac{c_1 - c_2}{m_2} \left( \left| \frac{\Delta_{R_{12}}}{R_{13}} \right| + \left| -\frac{R_{12}}{R_{13}^2} \Delta_{R_{13}} \right| \right) \\ &= \frac{21,28 - 17,32}{0,121} \Omega \left( \frac{0,705\Omega}{47,0\Omega} + \frac{47,0\Omega \cdot 0,705\Omega}{(47,0\Omega)^2} \right) = 0,98\Omega\end{aligned}$$

### Berechnung von $R_G$

Wir setzen nun unsere Werte in die obige Formel ein und geben gleichzeitig den statistischen Fehler mit an:

$$R_G = \frac{c_1 - c_2}{m_2} = \frac{21,28 - 17,32}{0,121} \Omega = (32,7 \pm 2,4 \pm 1,0) \Omega$$

Bei dieser Messmethode erhalten wir eine relative Abweichung von 9,0% vom Literaturwert.

## Aufgabe 2.3

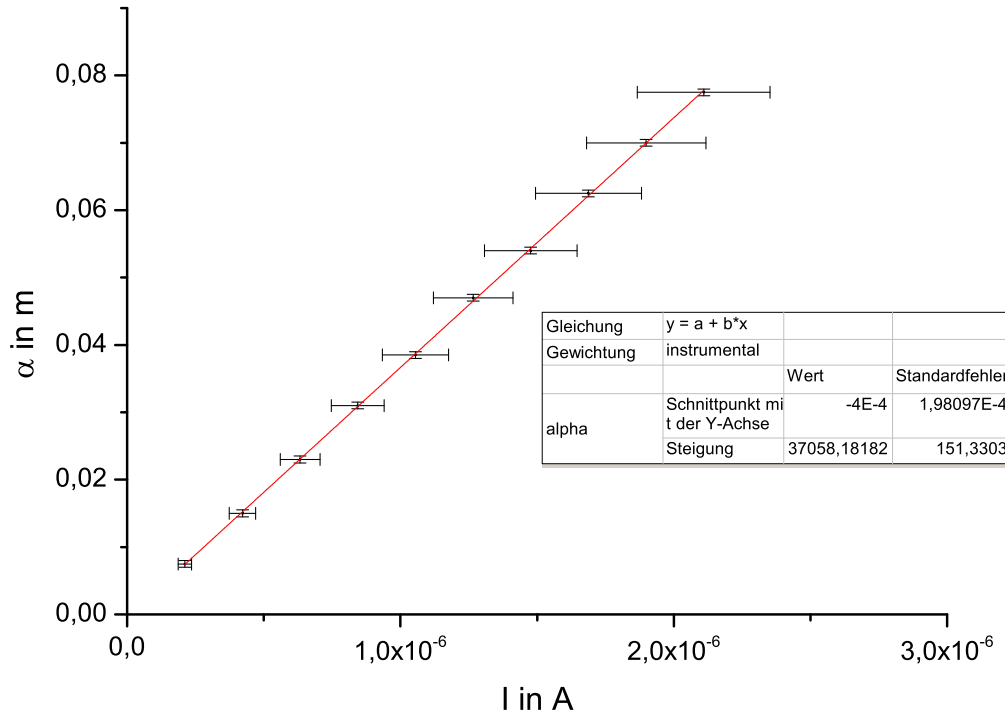
Mittels Schaltung 4 haben wir eine alternative Möglichkeit, die Stromstoßempfindlichkeit  $C_I$  zu bestimmen.

Dazu stellen wir  $R_a$  auf  $\infty$  und variieren die Versorgungsspannung  $U$  zwischen 0,0V und 1,0V. Der Wert von  $R_{15}$  betrug  $474k\Omega$ .

Nachfolgend findet sich unsere Messwertetabelle.

| U in V | $\alpha$ in mm | $\alpha$ in m | I in A   | $\Delta I$ in A |
|--------|----------------|---------------|----------|-----------------|
| 0,1    | 7,5            | 0,0075        | 2,11E-07 | 2,43E-08        |
| 0,2    | 15,0           | 0,0150        | 4,22E-07 | 4,85E-08        |
| 0,3    | 23,0           | 0,0230        | 6,33E-07 | 7,28E-08        |
| 0,4    | 31,0           | 0,0310        | 8,44E-07 | 9,70E-08        |
| 0,5    | 38,5           | 0,0385        | 1,05E-06 | 1,21E-07        |
| 0,6    | 47,0           | 0,0470        | 1,27E-06 | 1,46E-07        |
| 0,7    | 54,0           | 0,0540        | 1,48E-06 | 1,70E-07        |
| 0,8    | 62,5           | 0,0625        | 1,69E-06 | 1,94E-07        |
| 0,9    | 70,0           | 0,0700        | 1,90E-06 | 2,18E-07        |
| 1,0    | 77,5           | 0,0775        | 2,11E-06 | 2,43E-07        |

Auch aus diesen Werten wurde das gewünschte Diagramm erstellt.



$C_I$  ergibt sich dieses Mal direkt aus der Steigung der Regressionsgeraden:

$$C_I = m \frac{\alpha}{2r}$$

Für die Spannung  $U$  nehmen wir wieder einen Fehler von  $\Delta_U = \pm 10\%$  an, für den Ablesefehler  $\Delta_\alpha = 0,5mm$ . Die Stromstärke  $I$  ist durch  $\Delta_U$  und  $\Delta_R = 7110\Omega$  fehlerbehaftet. Wir verwenden die arithmetischen Fehlerfortpflanzung für diesen systematischen Fehler (Zahlenbeispiel mit letztem Messwert):

$$\begin{aligned}\Delta_I &= \left| \frac{\partial I}{\partial U} \Delta_U \right| + \left| \frac{\partial I}{\partial R} \Delta_R \right| = \left| \frac{1}{R} \Delta_U \right| + \left| -\frac{U}{R^2} \Delta_R \right| \\ &= \left| \frac{1}{474000\Omega} 0,1V \right| + \left| -\frac{1,0V}{(474000\Omega)^2} 7110\Omega \right| = 2,426 \cdot 10^{-7} A\end{aligned}$$

Der Fehler von  $C_I$  hängt vom Steigungsfehler  $\sigma_m = 151 \frac{rad}{A}$  und von der Umrechnung von  $\Delta_r = 0,003m$  in  $\frac{rad}{A}$  ab.

### Statistischer Fehler

$$\sigma_{C_I} = \sqrt{\left( \frac{\partial C_I}{\partial m} \sigma_m \right)^2} = \sqrt{\left( \frac{\alpha}{2r} \sigma_m \right)^2} = \sqrt{\left( \frac{1m}{2 \cdot 0,250m} \cdot 151 \frac{rad}{A} \right)^2} = 302 \frac{rad}{A}$$

### Systematischer Fehler

$$\Delta_{C_I} = \left| \frac{\partial C_I}{\partial r} \Delta_r \right| = \left| -\frac{m\alpha}{2r^2} \Delta_r \right| = \left| -\frac{37100 \frac{m}{A} \cdot 1m \cdot rad}{2 \cdot (0,250m)^2} \cdot 0,003m \right| = 890 \frac{rad}{A}$$

### Berechnung von $C_I$

$$C_I = m \frac{\alpha}{2r} = 37100 \frac{m}{A} \frac{1m}{2 \cdot 0,250m} = (74200 \pm 300 \pm 900) \frac{rad}{A}$$

Die relative Abweichung zum Literaturwert ( $C_I \approx 10^5 \frac{rad}{A}$ ) beträgt dieses mal -25,8%.

## Fehlerdiskussion

Gerade bei der Bestimmung von  $C_I$  haben wir ziemlich große Abweichungen von über 25% vom Literaturwert. Zwar haben wir sämtliche Messgrößen mit Fehlern behaftet, allerdings ist nicht garantiert, dass dabei alle möglichen Fehlerquellen abgedeckt wurden. Außerdem sind die Literaturwerte auf dem Aufgabenblatt nur als ungefähre Angaben zu sehen, die nicht unbedingt auf das von uns untersuchte Galvanometer zutreffen müssen. Hinzu kommt noch, dass das Galvanometer ein sehr empfindliches Messgerät ist (siehe Aufgabe 1) und sich seine Eigenschaften im Laufe der Jahre durch äußere Einflüsse verändern können.

## Aufgabe 3: Dynamische Versuche

In Schaltung 4 haben wir die äußere Spannung  $U = 1V$  beibehalten. Es wurden verschiedene Widerstände von  $R = 1k\Omega$  aufwärts eingestellt und für jeden Widerstand zunächst der Maximalausschlag

gemessen.

Anschließend wurde die äußere Spannung abgeklemmt, wodurch das Galvanometer in Schwingungen um die Ruhelage versetzt wurde. Bei diesen Schwingungen haben wir für jede halbe Periode die Auslenkung bestimmt. Dabei wurde von uns darauf geachtet, dass nur Werte aufgenommen wurden, solange das Galvanometer noch sauber durchschwingt.

Eine Übersicht über die Messwerte findet sich in unten stehender Tabelle.

| $R_a$ in $\Omega$ | $\infty$       | 3300 | 2260 | 1500 | 1194 | 1001 |
|-------------------|----------------|------|------|------|------|------|
| Periodenzahl      | $\alpha$ in mm |      |      |      |      |      |
| 0,0               | 62,0           | 62,0 | 61,5 | 61,0 | 61,0 | 60,0 |
| 0,5               | 54,0           | 46,0 | 43,0 | 38,0 | 35,0 | 33,0 |
| 1,0               | 47,0           | 35,0 | 31,0 | 25,0 | 21,0 | 18,0 |
| 1,5               | 42,0           | 26,0 | 21,0 | 16,0 | 17,0 | 10,0 |
| 2,0               | 36,0           | 20,0 | 15,0 | 10,0 | 7,0  | 5,0  |
| 2,5               | 31,0           | 18,0 | 11,0 | 7,0  | 4,0  | 3,0  |
| 3,0               | 27,0           | 17,0 | 7,0  | 3,0  | 3,0  | 2,0  |
| 3,5               | 24,0           | 8,0  | 5,0  |      |      |      |
| 4,0               | 21,0           | 7,0  | 3,0  |      |      |      |
| 4,5               | 18,0           | 5,0  |      |      |      |      |
| 5,0               | 15,0           | 3,0  |      |      |      |      |
| 5,5               | 14,0           |      |      |      |      |      |
| 6,0               | 12,0           |      |      |      |      |      |

| T in s | 4,10 | 4,11 | 4,14 | 4,26 | 4,23 | 4,11 |
|--------|------|------|------|------|------|------|
|--------|------|------|------|------|------|------|

Für die Bestimmung der Periodendauer haben wir nach  $n$  Perioden die Zeit gestoppt und diese Zeit dann durch  $n$  geteilt. Die Ergebnisse sind in der Tabelle weiter unten aufgeführt.

Um das Dämpfungsverhältnis  $\kappa$  zu bestimmen, berechnen wir

$$\kappa = \frac{\alpha_{n-1}}{\alpha_n}$$

für je zwei Wertepaare, die eine Periodendauer auseinanderliegen. Die daraus resultierenden Ergebnisse sind in der unten stehenden Tabelle aufgeführt.

| $R_a$ in $\Omega$                  | $\infty$ | 3300   | 2260   | 1500   | 1194   | 1001   |
|------------------------------------|----------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $\kappa = \alpha_{n-1} / \alpha_n$ |          |        |        |        |        |        |
|                                    | 1,3191   | 1,7714 | 1,9839 | 2,4400 | 2,9048 | 3,3333 |
|                                    | 1,2857   | 1,7692 | 2,0476 | 2,3750 | 2,0588 | 3,3000 |
|                                    | 1,3056   | 1,7500 | 2,0667 | 2,5000 | 3,0000 | 3,6000 |
|                                    | 1,3548   | 1,4444 | 1,9091 | 2,2857 | 4,2500 | 3,3333 |
|                                    | 1,3333   | 1,1765 | 2,1429 | 3,3333 | 2,3333 | 2,5000 |
|                                    | 1,2917   | 2,2500 | 2,2000 |        |        |        |
|                                    | 1,2857   | 2,4286 | 2,3333 |        |        |        |
|                                    | 1,3333   | 1,6000 |        |        |        |        |
|                                    | 1,4000   | 2,3333 |        |        |        |        |
|                                    | 1,2857   |        |        |        |        |        |
|                                    | 1,2500   |        |        |        |        |        |

Zur weiteren Verarbeitung unserer Messdaten wird nun ein Mittelwert des Dämpfungsverhältnisses gebildet. Daraus ermitteln wir zusätzlich das logarithmische Dekrement  $\ln \kappa$ , welches zur Berechnung der Abklingkonstanten genutzt wird.

Wir teilen dieses für jeden Widerstand  $R_a$  durch die Periodendauer und erhalten so die Abklingkonstante  $\beta_{R_a}$ :

$$\beta_{R_a} = \frac{\ln \kappa}{T}$$

Gleichzeitig berechnen wir noch die Werte für  $(\beta_{R_a} - \beta_{\infty})^{-1}$ , da wir sie gleich benötigen. Die Ergebnisse sind in der nachfolgenden Tabelle aufgelistet.

| $R_a$ in $\Omega$ | $T$ in s | Mittelwert von $\kappa$ | $\ln(\kappa)$ | $\beta_{R_a} = \ln(\kappa)/T$ in $s^{-1}$ | $(\beta_{R_a} - \beta_{\infty})^{-1}$ in s |
|-------------------|----------|-------------------------|---------------|-------------------------------------------|--------------------------------------------|
| $\infty$          | 4,10     | 1,3132                  | 0,2725        | 0,066                                     | $\infty$                                   |
| 3300              | 4,11     | 1,5823                  | 0,4589        | 0,112                                     | 22,12                                      |
| 2260              | 4,14     | 2,0327                  | 0,7094        | 0,171                                     | 9,53                                       |
| 1500              | 4,26     | 2,4002                  | 0,8755        | 0,206                                     | 7,19                                       |
| 1194              | 4,23     | 3,0534                  | 1,1163        | 0,264                                     | 5,06                                       |
| 1001              | 4,11     | 3,3917                  | 1,2213        | 0,297                                     | 4,33                                       |
| -32,7             |          |                         |               |                                           | 0                                          |

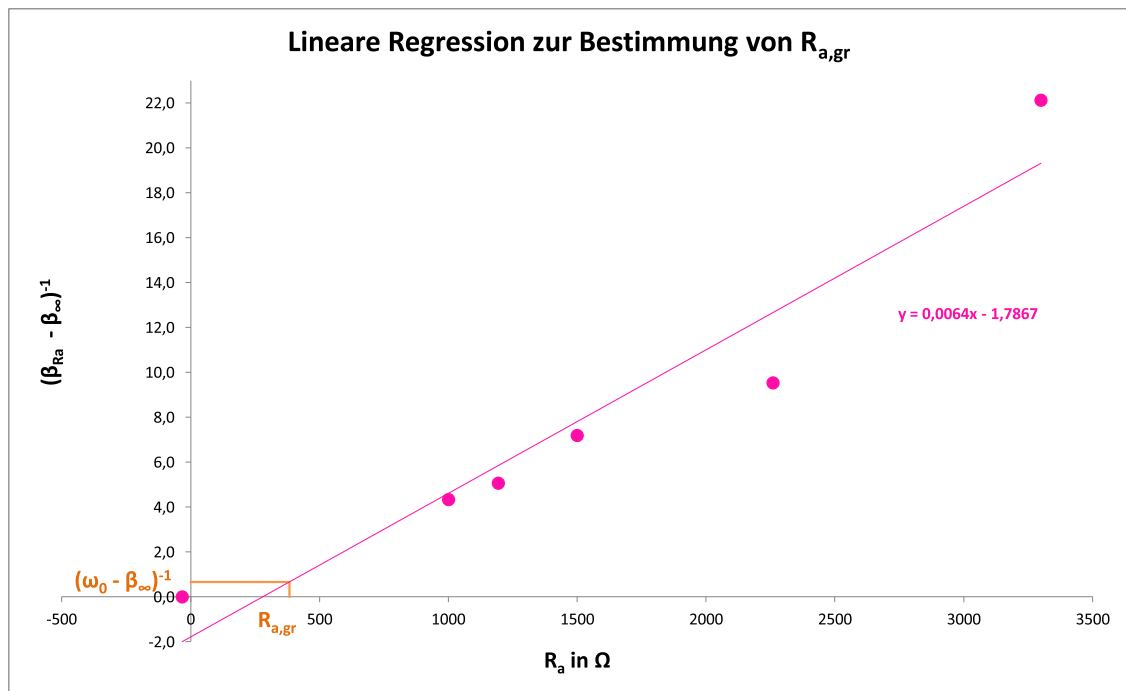
**(a) Abklingkonstante  $\beta_{R_a}$**

Die Werte für  $\beta_{R_a}$  wurden gemäß dem obigen Zusammenhang in der Tabelle zusammengestellt. Es wird nun noch  $(\beta_{R_a} - \beta_{\infty})^{-1}$  über  $R_a$  aufgetragen. Diese lineare Regression gehorcht der in der Vorbereitung hergeleiteten Beziehung

$$(\beta_{R_a} - \beta_{\infty})^{-1} = \frac{2\Theta R_G}{G^2} + \frac{2\Theta}{G^2} R_a = m R_a + c$$

Damit erhalten wir das unten stehende Diagramm mit den benötigten Konstanten  $c$  und  $m$ . Als weiteren Punkt im Diagramm haben wir wie angegeben  $(-R_G, 0)$  aufgetragen. Den Wert des Galvanometerwiderstands haben wir dabei der Auswertung aus Aufgabe 2.2 entnommen:

$$R_G = 32,7\Omega.$$



**(b) Frequenz  $\omega_0$**

Wir setzen die Werte  $T_\infty$  und  $\beta_\infty$  in die Formel der Vorbereitung ein:

$$\omega_0 = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{T_\infty}\right)^2 + \beta_\infty} = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{4,1s}\right)^2 + 0,066\frac{1}{s^2}} = 1,554Hz$$

**(c) Außengrenzwiderstand  $R_{a,gr}$**

Es wird nun der in (b) berechnete Wert der Frequenz  $\omega_0$  in  $(\beta_{Ra} - \beta_\infty)^{-1}$  eingesetzt und im obigen Schaubild der Schnittpunkt dieser Geraden mit der Regressionsgeraden bestimmt. Die Ordinate dieses Schnittpunkts ist gerade der Außengrenzwiderstand  $R_{a,gr}$ .

Dieser berechnet sich bei uns zu

$$R_{a,gr} = \frac{(\omega_0 - \beta_\infty)^{-1} - c}{m} = \frac{0,6722s + 1,7867s}{0,0064\frac{s}{\Omega}} = 384,21\Omega$$

Wir haben anhand von Schaltung 4 überprüft, dass etwa bei diesem Widerstand tatsächlich der Grenzfall vorliegt.

**(d) Galvanometer-Kenngrößen  $G$ ,  $\Theta$  und  $D$**

Die Galvanometer-Kenngrößen werden mittels den in unseren Vorbereitungen hergeleiteten Formeln berechnet. Die Stromempfindlichkeit  $C'_I = 74200\frac{rad}{A}$  wurde dabei aus Aufgabe 2.3 übernommen.

Damit werden nun die Kenngrößen ausgerechnet:

$$G = \frac{2}{mC_I' \omega_0^2} = \frac{2}{0,0064 \frac{s}{\Omega} \cdot 74200 \frac{1}{A} \cdot (1,554 Hz)^2} = 1,7440 \cdot 10^{-3} Tm^2$$

$$\Theta = \frac{2}{mC_I'^2 \omega_0^4} = \frac{2}{0,0064 \frac{s}{\Omega} \cdot (74200 \frac{1}{A})^2 \cdot (1,554 Hz)^4} = 9,7325 \cdot 10^{-9} kg \cdot m^2$$

$$D = \frac{2}{mC_I'^2 \omega_0^2} = \frac{2}{0,0064 \cdot \frac{s}{\Omega} (74200 \frac{1}{A})^2 \cdot (1,554 Hz)^2} = 2,3503 \cdot 10^{-8} \frac{N}{m}$$

Da wir zur Berechnung den fehlerbehafteten Wert von  $C_I'$  aus Aufgabe 2.3 übernommen haben, unterliegen auch diese Kenngrößen gewissen Abweichungen von den wirklichen Werten des Galvanometers.

## Aufgabe 4: Ballistische Versuche

In Aufgabe 4 haben wir ballistische Versuche am Galvanometer durchgeführt. Die Stromstöße in Schaltung 5 kamen dabei vom Kondensator  $C_2$  mit der Kapazität  $C_2 = 4,7 \cdot 10^{-6}$ , den wir mit der Spannung  $U = 0,3V$  aus unserem Spannungsteiler in Schaltung 1 über einen Taster aufladen konnten.

Der Abstand  $r$  des Spiegels von der Millimeterskala ist dabei als Literaturwert gegeben mit  $r = 250mm$ . Als Wert des Galvanometerwiderstands haben wir unser Ergebnis aus Aufgabe 2.2 übernommen mit  $R_G = 32,7\Omega$ .

### Aufgabe 4.1

Ziel dieser Aufgabe ist es, für verschiedene Außenwiderstände  $R_a$  die Stromstoßempfindlichkeiten  $C_b$  zu berechnen. Dazu haben wir für jeden Widerstand  $R_a$  den Maximalausschlag  $\alpha_{max}$  des Galvanometers registriert. Da  $C_b$  in der gängigen Literatur häufig die Einheit  $\frac{rad}{C}$  hat, haben wir den Maximalausschlag umgerechnet in den Maximalwinkel  $\varphi_{max}$  des Galvanometers. Da der Lichtstrahl gespiegelt wird, muss dieser Winkel doppelt genommen werden.

Es gilt dann für  $\varphi_{max}$ :

$$\varphi_{max} = \frac{\alpha_{max}}{2r}$$

So können wir dann  $C_b$  bzw.  $C_b'$  (je nach Einheit) berechnen, indem wir die gemessenen Werte in die in der Vorbereitung hergeleiteten Formel einsetzen:

$$C_b = \frac{\alpha_{max}}{CU} \frac{R_a + R_G}{R_a} \quad C_b' = \frac{\varphi_{max}}{CU} \frac{R_a + R_G}{R_a}$$

Die berechneten Ergebnisse sind in der unten stehenden Tabelle aufgeführt.

| $R_a$ in $\Omega$ | $\alpha_{max}$ in mm | $\varphi_{max}$ in rad | $C_b$ in m/C | $C_b'$ in rad/C |
|-------------------|----------------------|------------------------|--------------|-----------------|
| $\infty$          | 86,0                 | 0,172                  | 60993        | 121986          |
| 999               | 69,0                 | 0,138                  | 50538        | 101076          |
| 332               | 48,0                 | 0,096                  | 37396        | 74791           |
| 33                | 8,5                  | 0,017                  | 12002        | 24004           |

## Aufgabe 4.2

Wir vergleichen nun unsere experimentell bestimmten Werte der Stromstoßempfindlichkeit mit den theoretischen Werten, die wir unter Benutzung der zuvor bestimmten Konstanten gemäß der Herleitung in der Vorbereitung ausrechnen können. Dabei muss zwischen den drei Fällen der minimalen Dämpfung, der Grenzämpfung und der fluxmetrischen Empfindlichkeit unterschieden werden. Zur Berechnung nutzen wir die folgenden Werte aus den Aufgaben 2 und 3:

| $G$ in $\text{Tm}^2$ | $R_G$ in $\Omega$ | $\Theta$ in $\text{kg}\cdot\text{m}^2$ | $\omega_0$ in $\text{Hz}$ |
|----------------------|-------------------|----------------------------------------|---------------------------|
| 1,7440E-03           | 32,7              | 9,7325E-09                             | 1,554                     |

Nun errechnen wir die theoretischen Werte gemäß den Formeln der Vorbereitung und tragen diese in unten stehender Tabelle zusammen mit den Werten aus Aufgabe 4.1 auf. Dabei vergleichen wir noch die Abweichung der experimentell und theoretisch bestimmten Stromstoßempfindlichkeiten.

| $R_a$ in $\Omega$                 | $\infty$ | 999     | 332    | 33      |
|-----------------------------------|----------|---------|--------|---------|
| $C_b'$ in $\text{rad/C}$ (exper.) | 121986   | 101076  | 74791  | 24004   |
| $C_b'$ in $\text{rad/C}$ (theor.) | 115308   | 115308  | 42419  | 37673   |
| Abweichung                        | 5,79%    | -12,34% | 76,31% | -36,28% |

Die experimentell bestimmten Werte decken sich mit Ausnahme des aperiodischen Grenzfalls im Rahmen der Messgenauigkeit ungefähr mit den theoretisch berechneten Werten. Die Abweichung bei Grenzämpfung könnte daran liegen, dass der verwendete Widerstand mit  $R_a = 332\Omega$  nicht exakt den aperiodischen Grenzfall trifft, für den die theoretische Berechnung gilt.

## Aufgabe 4.3

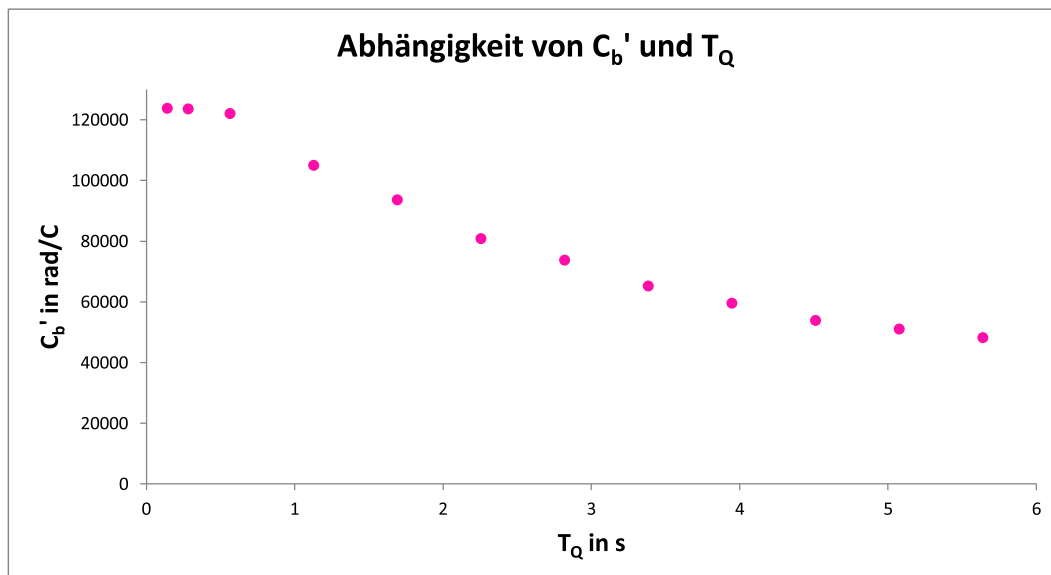
Gemäß der Beziehung  $T_Q = 3R_a C$  wächst mit steigendem Widerstand  $R_a$  auch die Stromstoßdauer  $T_Q$ . Wir überzeugen uns durch einige Messungen des maximalen Ausschlags  $\alpha_{max}$  davon, dass die Stromstoßempfindlichkeit  $C_b'$  durchaus auch von der Stromstoßdauer abhängen kann. Dazu berechnen wir gemäß der obigen Beziehung

$$C_b' = \frac{\alpha_{max}}{2rCU} \frac{R_a + R_G}{R_a}$$

die Stromstoßempfindlichkeiten und die zugehörigen  $T_Q$ . Es ergeben sich folgende Werte:

| $R_a$ in $\Omega$ | $\alpha_{\max}$ in mm | $T_Q$ in s | $C_b'$ in rad/C |
|-------------------|-----------------------|------------|-----------------|
| 0                 | 87                    | 0          | -               |
| 10000             | 87                    | 0,141      | 123808          |
| 20000             | 87                    | 0,282      | 123606          |
| 40000             | 86                    | 0,564      | 122086          |
| 80000             | 74                    | 1,128      | 105007          |
| 120000            | 66                    | 1,692      | 93643           |
| 160000            | 57                    | 2,256      | 80868           |
| 200000            | 52                    | 2,82       | 73771           |
| 240000            | 46                    | 3,384      | 65257           |
| 280000            | 42                    | 3,948      | 59581           |
| 320000            | 38                    | 4,512      | 53906           |
| 360000            | 36                    | 5,076      | 51068           |
| 400000            | 34                    | 5,64       | 48231           |

Man erkennt schon an den einzelnen Werten, dass eine Abhängigkeit von  $C_b'$  zu  $T_Q$  besteht. Dies kann man in einem Schaubild noch besser veranschaulichen:



Es ist zu erkennen, dass die ersten paar Messwerte ungefähr auf gleicher Höhe liegen. Überschreitet man einen Wert der Stromstoßdauer von  $T_Q \approx 0,6s$ , so fällt auch die Stromstoßempfindlichkeit ab. Damit ist nachgewiesen, dass eine Abhängigkeit zwischen  $C_b'$  und  $T_Q$  besteht.

## Fragen

Die Beantwortung der Fragen erfolgte im Zuge der Vorbereitung.