

Vorbereitung: Galvanometer

Marcel Köpke
Gruppe 7

17.11.2011

Inhaltsverzeichnis

1 Grundlagen	3
1.1 Allgemein	3
1.2 Theorie	4
2 Versuche	7
2.1 Vorexperimente	7
2.2 statische Messungen	7
2.2.1 Schaltung 2	7
2.2.2 Schaltung 3	9
2.2.3 Schaltung 4	10
2.3 dynamische Messungen	10
2.4 Stromstöße	11
2.4.1 Stromstoßempfindlichkeit	12
2.4.2 Theoretische Stromstoßempfindlichkeit	12
2.4.3 Abhängigkeit von T_Q	13
2.5 Fragen	13
2.5.1 Warum kann R_G nicht mit einem üblichen Ohmmeter gemessen werden?	13
2.5.2 Wozu könnte wohl der in Schaltung 4 zum Galvanometer parallel-schaltbare 300Ω –Widerstand dienen?	13
2.5.3 Wie ergibt sich die statische Spannungsempfindlichkeit des Galvanometers?	14
2.5.4 Wieso ergibt sich bei Aufgabe 2.2 R_G als Schnittpunkt-R?	14
2.5.5 Welchen Sinn haben ballistische Messungen?	14

1 Grundlagen

1.1 Allgemein

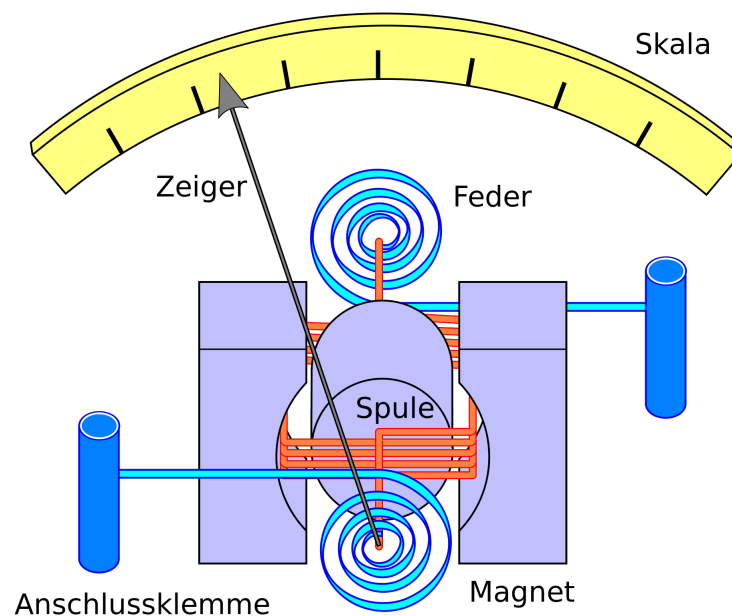


Abbildung 1.1: Galvanometer (Quelle: <http://de.wikipedia.org/wiki/Galvanometer>)
17.11.2011

Abbildung 1.1 zeigt die schematische Skizze eines Galvanometers. Ein Galvanometer ist ein Drehspulmessinstrument zur Messung von Strömen. Es besteht, wie der Name schon sagt, aus einer drehbar gelagerten Spule, die bei Stromfluss ein B-Feld hervorruft. Da sich die Spule innerhalb eines Permanentmagneten befindet kann so ein Drehmoment erzeugt werden. Die Lorentzkraft auf die einzelnen Leiterschleifen bewirkt die parallele Ausrichtung des Spulenfeldes zum Permanentfeld. Rückstellfedern (hier zwei) sorgen für ein rückstellendes Drehmoment an der Spule. So kann also die Auslenkung der Spule als Maß für die Stärke des durch sie fließenden Stroms angenommen werden. Die jeweilige Realisierung der Anzeige kann variieren. So wird hier eine Zeigerapparatur dargestellt. Im

Versuch allerdings wird die Auslenkung durch eine optische Vorrichtung angezeigt (Lichtpunkt auf Skala). Auch werden meist die Rückstellfedern direkt als Anschlussklemmen verwendet.

1.2 Theorie

Die Rückstellfedern bewirken ein Drehmoment, welches proportional zur Auslenkung φ ist:

$$M_r = -D\varphi$$

Dabei ist D die Winkelrichtgröße bzw. das Richtmoment der Feder(n).

Die Apparatur ist zwar frei gelagert erfährt aber dennoch eine gewisse Dämpfung durch Luftreibung oder mechanischem Wärmeverlust an den sich bewegenden Federn. Es ist praktikabel hier von Stokes'scher Dämpfung auszugehen. Damit wird ergibt sich ein Dämpfungsmoment proportional zur Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}$:

$$M_d = -\rho\dot{\varphi}$$

Der Strom durch die Spule ruft ein B-Feld hervor, welches wiederum aufgrund der Anwesenheit des Permanentmagneten ein auslenkendes Drehmoment verursacht:

$$M_a = nABI = GI$$

G ist dabei die sogenannte dynamische Galvanometerkonstante. Sie berechnet sich aus der Windungszahl n , dem Spulenquerschnitt A und dem anliegenden Magnetfeld B . Der Strom I ist dabei der Gesamtstrom durch die Spule. Er kommt durch die von außen angelegte Spannung U_a und die durch die Drehung der Spule im Magnetfeld induzierte Spannung U_i zustande:

- $U_a = (R_G + R_a) \cdot I_a$
 $\Rightarrow I_a = \frac{U_a}{R_G + R_a}$
mit R_G dem Widerstand des Galvanometers und R_a dem Widerstand der angeschlossenen äußeren Apparatur.
- $U_i = -n \cdot \dot{\Phi} = -nAB\dot{\varphi} = -G\dot{\varphi}$
 $\Rightarrow I_i = \frac{U_i}{R_G + R_a} = -\frac{G}{R_G + R_a}\dot{\varphi}$
 $\Rightarrow I = I_a + I_i = \frac{U_a}{R_G + R_a} - \frac{G}{R_G + R_a}\dot{\varphi}$

Damit ergibt sich M_a zu:

$$M_a = GI_a - \frac{G^2}{R_G + R_a}\dot{\varphi}$$

Mit diesen Drehmomenten kann nun die Differentialgleichung des Galvanometers aufgestellt werden:

$$\Theta\ddot{\varphi} = M_{ges} = M_r + M_d + M_a$$

$$\Rightarrow \ddot{\varphi} + \frac{1}{\Theta}(\varrho + \frac{G^2}{R_G + R_a})\dot{\varphi} + \frac{D}{\Theta}\varphi = \frac{GI_a}{\Theta}$$

$$\Leftrightarrow \ddot{\varphi} + 2\gamma\dot{\varphi} + \omega_0^2\varphi = c$$

mit

$$\begin{aligned}\gamma &= \frac{1}{2\Theta}(\varrho + \frac{G^2}{R_G + R_a}) \text{ der Dämpfungskonstante} \\ \omega_0 &= \sqrt{\frac{D}{\Theta}} \text{ der Eigenkreisfrequenz} \\ c &= \frac{GI_a}{\Theta} \text{ der äußeren Anregung} \\ \text{und} \\ \Theta &\hat{=} \text{ dem Trägheitsmoment der Spule}\end{aligned}$$

Man sieht, dass die Differentialgleichung der eines angeregten harmonischen Oszillators gleicht. Bei der homogenen Lösung müssen 3 Fälle unterschieden werden:

- Schwingfall ($\gamma < \omega_0$):

$$\begin{aligned}\varphi &= e^{-\gamma t} \cdot A \cdot \cos(\omega t + \psi) \\ \text{mit } \omega &= \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}\end{aligned}$$

Die Schwingung ist schwach gedämpft, sodass mehrmals die Ruhelage durchlaufen werden kann. Die Amplitude A nimmt dabei exponentiell mit der Zeit ab.

- Aperiodischer Grenzfall ($\gamma = \omega_0$):

$$\varphi = (A + Bt) \cdot e^{-\gamma t}$$

Es findet keine Schwingung statt! Die Ruhelage wird nicht durchlaufen und das System findet sich am schnellsten (im Vergleich zu den anderen beiden Fällen) in dieser ein.

- Kriechfall ($\gamma > \omega_0$):

$$\begin{aligned}\varphi &= e^{-\gamma t} \cdot A \cdot \cosh(\omega t) \\ \text{mit } \omega &= \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}\end{aligned}$$

Der Verlauf ähnelt dem des Aperiodischen Grenzfalls, jedoch kann hier die Ruhelage noch einmal durchlaufen werden.

Die partikuläre Lösung der DGL ist gegeben durch:

$$\varphi = \frac{c}{\omega_0^2} = \frac{GI_a}{D}$$

Die allgemeine Lösung der DGL ist dann eine Superposition aus der partikulären und einer der 3 homogenen Lösungen!

Wie man sieht ist das Galvanometer schwingungsfähig. Durch anlegen eines äußeren Stroms $I_a \neq 0A$ wird die Spule ausgelenkt (siehe partikuläre Lösung) und beginnt dann, z.B. im Fall von schwacher Dämpfung, eine Schwingung um die neue Gleichgewichtslage $\varphi_0 = \frac{GI_a}{D}$. Um den Strom I_a zu bestimmen ist die Kenntnis dieser neuen Gleichgewichtslage nötig. Man wartet also bis die Schwingung durch Dämpfung ausgelaufen ist und misst dann φ_0 .

2 Versuche

2.1 Vorexperimente

Hier sollen bestimmte Fehlerquellen in der Messung und die Empfindlichkeit des Galvanometers verdeutlicht werden:

- Durch das Anfassen der Galvanometer-Anschlüsse sollte ein Strom messbar sein, der durch winzige elektrische Ströme im menschlichen Körper verursacht wird.
- Schließt man einen Drahtdrehwiderstand an das Galvanometer an, so sollte beim Drehen ein Strom messbar sein. Dieser kommt durch Reibung und damit verbundene Ladungstrennung zu stande.
- Vergleicht man die Ruhelagen bei offenem und (mit dem Drahtdrehwiderstand) kurzgeschlossenem Galvanometer so sollte kein Unterschied feststellbar sein. Jedoch kann es beim An- und Abschließen des Widerstands zu kurzzeitigen Ladungsverschiebungen und damit zum Ausschlag des Galvanometers kommen.

2.2 statische Messungen

2.2.1 Schaltung 2

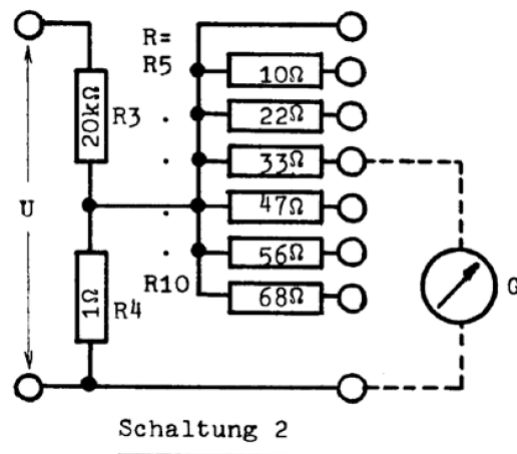


Abbildung 2.1: Schaltung 2 (Quelle: Aufgabenblatt)

In diesem Versuch soll der Galvanometerausschlag α in Abhängigkeit vom Vorwiderstand R gemessen werden. Dafür wird die oben gezeigte Schaltung verwendet. Für den Gesamtwiderstand gilt dann:

$$R_{ges} = \frac{1}{\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R+R_G}} + R_3 = \frac{R_4(R+R_G)}{R_4+R+R_G} + R_3 = \frac{(R+R_G)(R_3+R_4) + R_3R_4}{R_4+R+R_G}$$

Da $R_4 \ll R_3$ gilt in guter Näherung:

$$R_{ges} \approx \frac{R_3(R_4+R+R_G)}{R_4+R+R_G}$$

Damit ergibt sich für den Gesamtstrom:

$$\begin{aligned} I_{ges} &= \frac{U}{R_{ges}} = \frac{U(R_4+R+R_G)}{R_3(R_4+R+R_G)} \\ I_{ges} &= I_a + I_{R_4} \end{aligned}$$

Nun gilt aber für die Spannung an R_4 :

$$U_{R_4} = R_4 \cdot I_{R_4} = (R+R_G)I_a = U_{R+R_G}$$

Damit folgt für den Strom durch das Galvanometer:

$$I_a = \frac{UR_4}{R_3(R_4+R+R_G)}$$

Für große Zeiten spielt der homogene Anteil der Lösung der DGL keine Rolle. Es gilt also:

$$\varphi = \frac{G}{D} \cdot I_a$$

Je nachdem wie das (optische) Galvanometer realisiert ist (ohne oder mit Umlenkspiegel) gilt entweder $\alpha = \varphi$ oder $\alpha = 2\varphi$. Wir nehmen nun allgemein $\alpha = z\varphi$ mit z beliebig an. Dann folgt:

$$\alpha = z \frac{G}{D} I_a$$

Die statische Stromempfindlichkeit ist damit:

$$C_I = z \frac{G}{D}$$

Durch Einsetzen ergibt sich:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\alpha} &= \frac{1}{C_I I_a} = \frac{R_3(R_4+R+R_G)}{C_I U R_4} \\ &= \frac{R_3}{C_I U R_4} R + \frac{R_3(R_4+R_G)}{C_I U R_4} \\ &= a \cdot R + b \end{aligned}$$

mit

$$\begin{aligned} a &= \frac{R_3}{C_I U R_4} \\ b &= \frac{R_3(R_4+R_G)}{C_I U R_4} \end{aligned}$$

Man erhält also einen linearen Zusammenhang zwischen $\frac{1}{\alpha}$ und R . Durch die Messungen lassen sich a und b mit Hilfe von linearer Regression bestimmen. Damit erhält man schlussendlich:

$$R_G = \frac{b}{a} - R_4$$

$$C_I = \frac{R_3}{aUR_4}$$

2.2.2 Schaltung 3

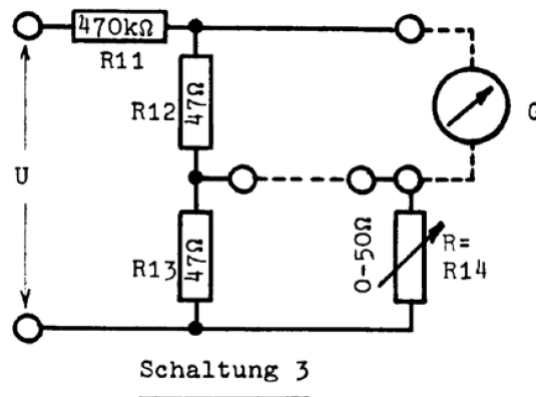


Abbildung 2.2: Schaltung 3 (Quelle: Aufgabenblatt)

Die Schaltung zeigt eine Wheatstone'sche Brückenschaltung. Mit ihr lassen sich Widerstände stromlos messen.

Bei offener Brücke ergibt sich gerade Schaltung 2 wobei jetzt eben $R_3 \mapsto R_{11}$ und $R_4 \mapsto R_{12} + R_{13} = 2R_{12}$ gilt. Die Geradengleichung lautet dann also:

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{R_{11}}{C_I U 2 R_{12}} R + \frac{R_{11}(2R_{12} + R_G)}{C_I U 2 R_{12}}$$

Bei geschlossener Brücke gilt:

$$I_{ges} = I_{R_{11}} = \frac{U_{R_{11}}}{R_{11}} = I_{R_{12}} + I_a$$

An R_{12} und R_G liegt die gleiche Spannung an:

$$U_{R_{12}} = R_{12} I_{R_{12}} = R_G I_a = U_G$$

Nimmt man nun noch an, dass $U_{R_{11}} \approx U$ gilt da $R_{11} \gg R_{12}, R_{13}, R$, dann folgt:

$$I_a = \frac{R_{12} U}{R_{11}(R_G + R_{12})}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\alpha} = \frac{R_{11}(R_G + R_{12})}{R_{12}UC_I}$$

Gleichsetzen mit der «offenen» Gerade ergibt:

$$R = R_G$$

Der Schnittpunkt ergibt also gerade den Galvanometerwiderstand. Außerdem ist die geschlossene Brücke an dieser Stelle abgeglichen.

2.2.3 Schaltung 4

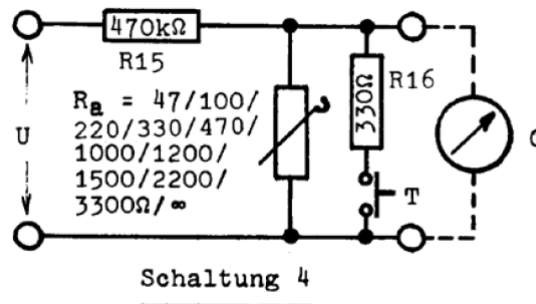


Abbildung 2.3: Schaltung 4

Für diesen Versuch sei $R_a = \infty$, d.h. die Leitung von und nach R_a sei nicht vorhanden. Wir messen nun die Spannungsabhängigkeit von α . Der Schalter T bei R_{16} sein nicht geschlossen. Dann folgt:

$$R_{ges} = R_{15} + R_G$$

$$\Rightarrow I_{ges} = I_a = \frac{U}{R_{15} + R_G} \approx \frac{U}{R_{15}}$$

Bei der Näherung wurde ausgenutzt, dass $R_{15} \gg R_G$. Da α und I_a linear über C_I zusammenhängen, ergibt die Steigung der durch die Messung ermittelten Geraden $\alpha(I_a)$ die Stromempfindlichkeit C_I .

2.3 dynamische Messungen

In diesem Versuch sollen bestimmte Größen des Galvanometers bzw. der Galvanometerschwingung ermittelt werden. Dafür wird Schaltung 4 (siehe oben) verwendet. Der Schalter T bleibt auch hier während der tatsächlichen Messung offen. Die Messungen werden jeweils für verschieden Widerstände R_a (von $1k\Omega$ bis ∞) durchgeführt.

Tatsächlich gemessen wird nur die Periodendauer T und das Dämpfungsverhältnis k mit

$$k = \frac{\alpha_{n-1}}{\alpha_n} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{\alpha_{i-1}}{\alpha_i}$$

wobei die α_i die Amplituden der Auslenkung sind.

Damit lassen sich nun folgende Größen ermitteln:

- Abklingkonstante β_{R_a} :
 Es gilt: $k = e^{\beta_{R_a} T} \iff \beta_{R_a} = \frac{\ln(k)}{T}$
 Außerdem gilt: $\beta_{R_a} = \frac{1}{2\Theta} \left(\varrho + \frac{G^2}{R_G + R_a} \right) = \beta_\infty + \frac{G^2}{2\Theta(R_G + R_a)}$
 Damit folgt dann: $(\beta_{R_a} - \beta_\infty)^{-1} = \frac{2\Theta}{G^2} R_a + \frac{2\Theta R_G}{G^2} = \tilde{a} \cdot R_a + \tilde{b}$
 Es besteht also ein linearer Zusammenhang (Gerade) zwischen R_a und $(\beta_{R_a} - \beta_\infty)^{-1}$.
- Eigenfrequenz ω_0 des Galvanometers:
 Es gilt: $\omega_0 = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{T_\infty}\right)^2 + \beta_\infty^2} = \sqrt{\omega_\infty^2 + \beta_\infty^2}$
- Außenwiderstand R_a bei Grenzdämpfung:
 Gesucht ist also R_a bei $\beta_{R_a} = \omega_0$. Man kann den Widerstand einfach durch ablesen an der oben ermittelten Geraden bei $y = (\omega_0 - \beta_\infty)^{-1}$ bestimmen.
- Galvanometer-Kenngrößen G , Θ und D :
 Diese Größen ermitteln sich durch:

$$G = \frac{2}{\tilde{a}\omega_0^2 C_I}$$

$$\Theta = \frac{2}{\tilde{a}\omega_0^4 C_I^2}$$

$$D = \frac{2}{\tilde{a}\omega_0^2 C_I^2}$$

Dabei muss darauf geachtet werden, dass (falls nötig) C_I von Metern/Amper in Bogenmaß/Amper umgerechnet wird.

2.4 Stromstöße

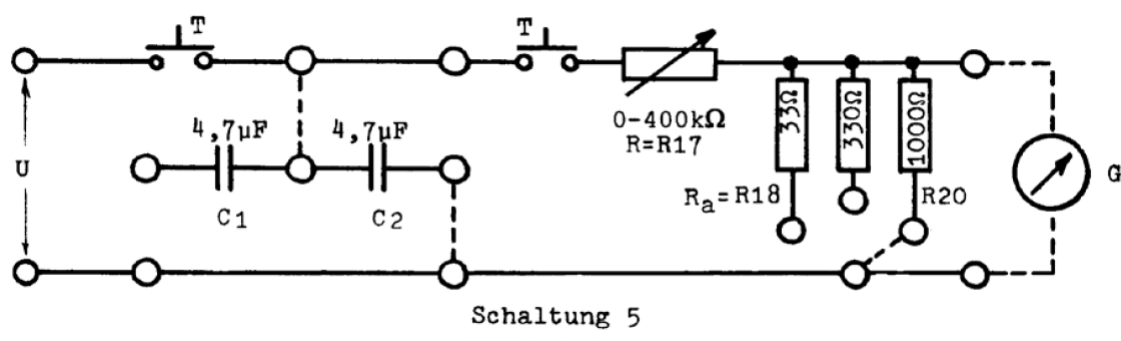


Abbildung 2.4: Schaltung 5

In diesem Versuch wird das Verhalten des Galvanometers bei kurzen (starken) Stromstößen untersucht. Dazu wird Schaltung 5 verwendet, in welcher der Stromstoß durch die Entladung eines Kondensators realisiert wird. Da ein Kondensator sich jedoch (idealisiert) nie vollständig entlädt wird als Stromstoßdauer die Zeit $T_Q = 3RC$ verwendet, bei der 95% der Ladung vom Kondensator abgeflossen ist.

2.4.1 Stromstoßempfindlichkeit

Die Messung wird für verschiedene Widerstände R_a durchgeführt. Dadurch können verschiedene Bereiche der Dämpfung erfasst werden:

- $R_a = \infty$: ballistische Empfindlichkeit bei minimaler Dämpfung
- $R_a = 1k\Omega$: ballistische Empfindlichkeit im Schwingfall
- $R_a = 330\Omega$: ballistische Empfindlichkeit nahe der Grenzdämpfung
- $R_a = 33\Omega$: fluxmetrische Empfindlichkeit im Kriechfall

Die Stromstoßempfindlichkeit ist definiert als das Verhältnis zwischen der Auslenkung der Galvanometers und die durch das Galvanometer geflossene Stoß-Ladung. Dabei muss beachtet werden, dass nicht die komplette Ladung durch das Galvanometer abfließt. Ein Teil kann nämlich durch den Widerstand R_a abfließen! Es folgt damit also:

$$C_b = \frac{\alpha}{Q_G} = \frac{\alpha}{CU_G} = \frac{R_a + R_G}{R_G} \cdot \frac{\alpha}{CU}$$

2.4.2 Theoretische Stromstoßempfindlichkeit

Integriert man die DGL des Galvanometers nach der Zeit so folgt:

$$\dot{\varphi} + 2\gamma\varphi + \omega_0^2 \int_0^{T_Q} \varphi(t) dt = \frac{G}{\Theta} \cdot Q_G$$

Für einen Stromstoß gilt zum Zeitpunkt $t = 0$:

$$\begin{aligned}\dot{\varphi}(0) &= 0 \\ \varphi(0) &= 0\end{aligned}$$

Damit wird die DGL zu:

$$\omega_0^2 \int_0^{T_Q} \varphi(t) dt = \frac{G}{\Theta} \cdot Q_G$$

Dies liefert die Maximale Auslenkung $\varphi_{max} = \frac{\alpha_{max}}{z}$ für die verschiedenen Dämpfungsarten:

- Schwingfall:

$$\alpha_{max} \approx z \frac{GQ}{\Theta\omega_0}$$

$$\Rightarrow C_b = z \frac{G}{\Theta\omega_0}$$

- aperiodischer Grenzfall:

$$\alpha_{max} = z \frac{GQ}{\Theta\omega_0 e}$$

$$\Rightarrow C_b = z \frac{G}{\Theta\omega_0 e}$$

- Kriechfall:

$$\alpha_{max} \approx z \frac{GQ}{\Theta 2\gamma} \approx z \frac{R_G + R_a}{G} Q$$

$$\Rightarrow C_b = z \frac{R_G + R_a}{G}$$

2.4.3 Abhängigkeit von T_Q

In den Formeln für die Stoßempfindlichkeit tritt keine Abhängigkeit von T_Q auf. Dies ist nur dann der Fall, wenn $T_Q \ll T$ angenommen werden darf. Durch Erhöhen der Stromstoß-Zeit ($T_Q = 3RC$) kann die Abhängigkeit von T_Q jedoch experimentell nachgewiesen werden. Dies kann zum Beispiel durch Erhöhen des Widerstandes geschehen.

2.5 Fragen

2.5.1 Warum kann R_G nicht mit einem üblichen Ohmmeter gemessen werden?

Antwort: Das Galvanometer ist äußerst empfindlich gegenüber zu hohen Stromstärken und kann dadurch leicht beschädigt werden. Ein «normales» Ohmmeter legt eine Spannung an den Widerstand an und misst den Strom, der dadurch entsteht. Es kann also nicht gewährleistet werden, dass das Galvanometer dadurch unbeschädigt bliebe.

2.5.2 Wozu könnte wohl der in Schaltung 4 zum Galvanometer parallelschaltbare 300Ω -Widerstand dienen?

Antwort: Wird $R_a = \infty$ gewählt, so ist die Dämpfung am Galvanometer minimal. Der Schwingvorgang würde sehr lange andauern. Durch Zuschalten des Widerstands kann $R_a = 300\Omega$ gesetzt werden. Dadurch stellt sich eine Dämpfung ein, die nahe am aperiodischen Grenzfall liegt. Das Galvanometer kehrt so also am schnellsten in die Gleichgewichtslage zurück!

2.5.3 Wie ergibt sich die statische Spannungsempfindlichkeit des Galvanometers?

Antwort: Über das Ohm'sche Gesetz. Es gilt $I_a = \frac{U_a}{R_G}$. Damit folgt: $\alpha = \frac{G}{zD} I_a = \frac{G}{zDR_G} U_a = C_U U_a$. Also ist $C_U = \frac{G}{zDR_G} = \frac{C_I}{R_G}$.

2.5.4 Wieso ergibt sich bei Aufgabe 2.2 R_G als Schnittpunkt-R?

Antwort: siehe Abschnitt 2.2.2 auf Seite 9.

2.5.5 Welchen Sinn haben ballistische Messungen?

Bei mechanischen ballistischen Messungen kann man anhand der Auslenkung Rückschlüsse auf Eigenschaften des «Geschosses», wie zum Beispiel seine kinetische Energie und bei bekannter Masse seine Geschwindigkeit, machen. Ähnlich kann dies auch hier durchgeführt werden. Ein Stromstoß ist verantwortlich für eine gewissen Auslenkung des Galvanometers. Aus dieser kann man Rückschlüsse auf die Gesamtladung des Stromstoßes ziehen.

Auswertung: Galvanometer

Axel Müller
Marcel Köpke

21.11.2011

Inhaltsverzeichnis

1	Vorexperimente	3
2	Statische Messungen	4
2.1	Schaltung 2	4
2.2	Schaltung 3	5
2.3	Schaltung 4	7
3	Dynamische Messungen	9
4	Ballistische Messungen	11
4.1	Bestimmen der Stromstoßempfindlichkeit	11
4.2	Theoretische Stromstoßempfindlichkeit	11
4.3	Abhängigkeit von der Stromstoßdauer	12

1 Vorexperimente

Durch Anfassen der Galvanometeranschlüsse, konnten wir einen Ausschlag registrieren, der wohl durch statische Aufladung und winzige elektrische Ströme des menschlichen Körpers verursacht wird. Der Ausschlag war im Bereich von etwa 3 bis 10 mm.

Durch Anschließen an einen Drahtdrehwiderstand wurde beim Drehen ein Strom gemessen. Der Ausschlag belief sich auf etwa 5mm. Wie im Vorprotokoll beschrieben, wird der Strom durch Reibungseffekte verursacht.

Auch beim An- und Abschließen der Widerstände konnte wie erwartet ein Strom gemessen werden. Dies zeigt insgesamt, dass das Galvanometer ein sehr empfindliches Messgerät für kleine Ströme ist.

2 Statische Messungen

2.1 Schaltung 2

Mit den verschiedenen Vorwiderständen ergaben sich folgende Zeigerauslenkungen:

$R [\Omega]$	$\alpha [mm]$
10,1	62,00
20,4	51,00
29,8	42,00
38,8	36,00
50,3	30,50
61,8	27,00

Tabelle 2.1: Messprotokoll 1

Dabei ist zu Bemerken, dass die Widerstände nicht mit denen in der Vorbereitungshilfe übereinstimmen. Die Widerstände R_3 und R_4 waren angegeben mit:

$$R_3 = 19950\Omega$$

$$R_4 = 1,04\Omega$$

Gemessen wurde stets bei $U = 1V$. Trägt man nun die inverse der Auslenkung gegen den Widerstand auf, so erhält man folgende Ausgleichsgerade:

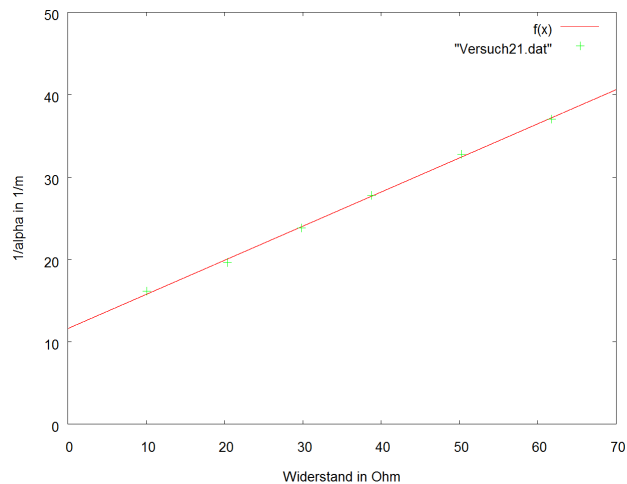


Abbildung 2.1: Ausgleichgerade

Die Steigung der Geraden beträgt: $a = 0,41 \frac{1}{\Omega m}$. Der Y-Achsenabschnitt ist $b = 11,61 \frac{1}{m}$. Damit berechnen sich der Innenwiderstand des Galvanometers und die Stromempfindlichkeit wie folgt:

$$R_G = \frac{b}{a} - R_4 = \frac{11,61}{0,41} \Omega - 1,04 \Omega = 27,0 \Omega$$

$$C_I = \frac{R_3}{a U R_4} = \frac{19950 \Omega}{0,41 \frac{1}{\Omega m} \cdot 1V \cdot 0,04 \Omega} = 46311,07 \frac{m}{A}$$

Dies zeigt, dass das Messgerät höchst empfindlich für sehr kleine Ströme ist. Messungen von z.B. 1A sind völlig unmöglich! Die angegebene Stromempfindlichkeit ist die für die Auslenkung α auf der Skala. Gibt man sie für die Auslenkung φ des Spiegels an, muss sie mit dem Faktor $\frac{1}{2r} rad$ skaliert werden:

$$C'_I = 92622,1 \frac{rad}{A}$$

2.2 Schaltung 3

Wiederum unterschieden sich einige Widerstände von Angabe in der Aufgabenstellung:

$$R_{12} = R_{13} = 43 \Omega$$

Für die geöffnete Brücke ergaben sich folgende Messwerte:

$R [\Omega]$	$\alpha [mm]$
50	54
45	56
40	58
35	60
30	61,5
25	64
20	66
15	69
10	71,75
5	74,75

Tabelle 2.2: Messprotokoll 2

Bei geschlossener Brücke fanden wir folgende Messwerte:

$R [\Omega]$	$\alpha [mm]$
50	63,5
40	63
30	62,75
15	62,75
10	62,75
5	62,75

Tabelle 2.3: Messprotokoll 3

Bei geschlossener Brücke fanden wir wie erwartet (bis auf Messungenauigkeiten) konstante Werte. Um den Innenwiderstand des Galvanometers zu bestimmen, ermitteln wir den Schnittpunkt beider Geraden.

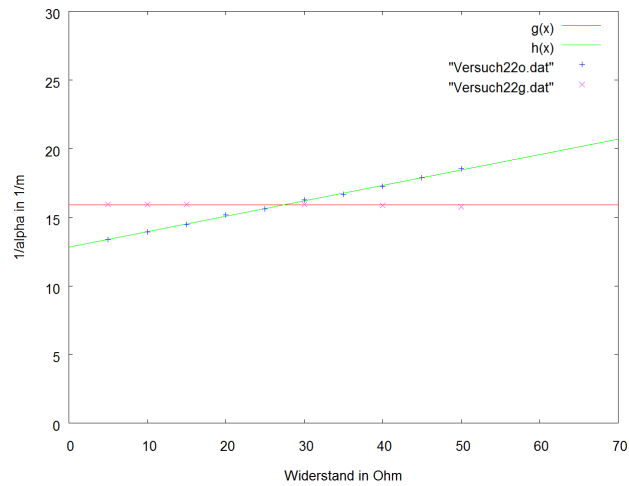


Abbildung 2.2: Schnittpunkt der Ausgleichgeraden

Für den Schnittpunkt, und somit für den Innenwiderstand des Galvanometers, ergibt sich:

$$R_G = 27,3\Omega$$

Es zeigt sich also eine sehr geringe Abweichung zum Messergebnis aus Abschnitt 2.1.

2.3 Schaltung 4

Für R_{15} war ein Widerstand von $500k\Omega$ verbaut. Der Strom I ergibt sich aus:

$$I = \frac{U}{R_G + R_{15}}$$

wobei für R_G der Mittelwert der ersten beiden Messungen genommen wird.

$I [\mu A]$	$\alpha [mm]$
0,26665	13,25
0,53330	26,50
0,79996	39,50
1,06661	52,75
1,33326	66,00
1,59991	79,25
1,86657	91,25
1,99989	96,75

Tabelle 2.4: Messprotokoll 4

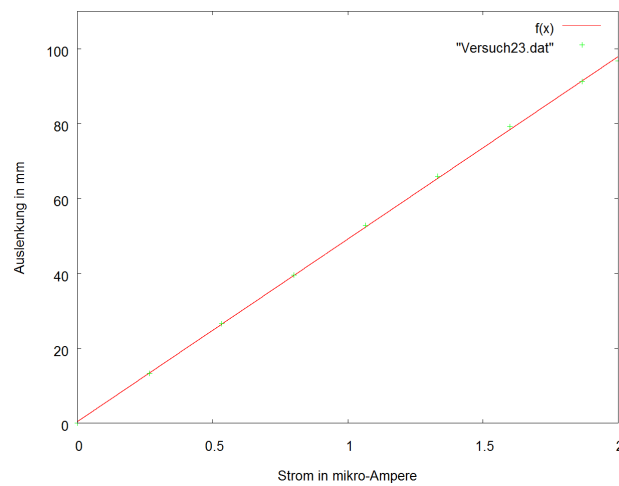


Abbildung 2.3: Ausgleichgerade

Aus der Steigung der Ausgleichgeraden ergibt sich die Stromempfindlichkeit zu:

$$C_I = 48724,8 \frac{m}{A}$$

Auch hier liegen wir wieder in der Nähe des zuvor ermittelten Wertes. Die umgerechnete Empfindlichkeit ist dann:

$$C'_I = 97449,6 \frac{rad}{A}$$

3 Dynamische Messungen

Folgende Messwerte wurden bei $U = 1V$ ermittelt.

$R_a [k\Omega]$	$T [s]$	k
1,0	4,1	12,046
1,5	4,14	6,229
2,0	3,98	4,137
2,5	4,02	3,473
3,0	4,05	3,011
∞	4,0	1,556

Tabelle 3.1: Messprotokoll

Aus diesen Werten soll die Abklingkonstante berechnet werden:

$$\beta_{R_a} = \frac{\ln(k)}{T}$$

$R_a [\Omega]$	$\beta_{R_a} = \frac{\ln(k)}{T}$ in $\frac{1}{s}$
1,0	0,607
1,5	0,442
2,0	0,357
2,5	0,310
3,0	0,272
∞	0,111

Tabelle 3.2: Abklingkonstante

Außerdem ergibt sich die Eigenfrequenz:

$$\omega_0 = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{T_\infty}\right)^2 + \beta_\infty^2} = 1,575 \frac{1}{s}$$

Nun tragen wir $y = (\beta_{R_a} - \beta_\infty)^{-1}$ über R_a auf. Damit erhalten wir folgende Ausgleichsgerade:

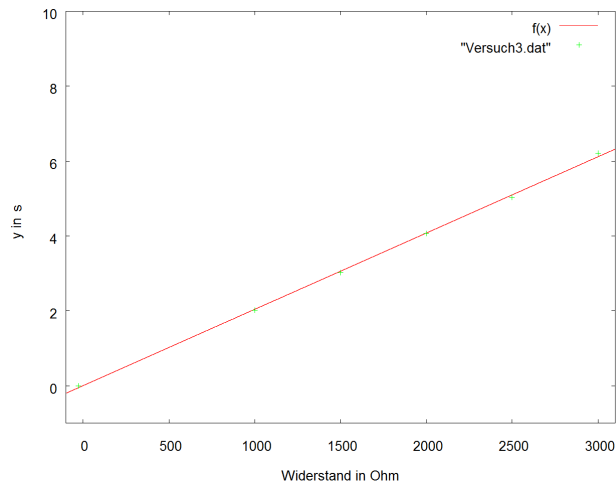


Abbildung 3.1: Ausgleichgerade

Die Steigung m und der y-Achsenabschnitt c sind:

$$\begin{aligned} m &= 2,04 \cdot 10^{-3} \frac{s}{\Omega} \\ c &= 3,8 \cdot 10^{-3} s \end{aligned}$$

Gesucht ist jetzt der Grenzwiderstand bei $\beta_{R_a} = \omega_0$. Wir lesen also den Widerstand für den y-Wert $y = (\omega_0 - \beta_\infty)^{-1} = 0,683s$. Es ergibt sich der Grenzwiderstand zu:

$$R_{a,gr} = 333,441\Omega$$

Nun sollen noch die charakteristischen Galvanometerkenngrößen bestimmt werden:

$$\begin{aligned} G &= \frac{2}{m\omega_0^2 C_I'} = \frac{2}{2,04 \cdot 10^{-3} \frac{s}{\Omega} \cdot (1,575 \frac{1}{s})^2 \cdot 97449,6 \frac{rad}{A}} = 4,2 \cdot 10^{-3} m^2 T \\ \Theta &= \frac{2}{m\omega_0^4 C_I'^2} = \frac{2}{2,04 \cdot 10^{-3} \frac{s}{\Omega} \cdot (1,575 \frac{1}{s})^4 \cdot (97449,6 \frac{rad}{A})^2} = 17,7 \cdot 10^{-9} kgm^2 \\ D &= \frac{2}{m\omega_0^2 C_I'^2} = \frac{2}{2,04 \cdot 10^{-3} \frac{s}{\Omega} \cdot (1,575 \frac{1}{s})^2 \cdot (97449,6 \frac{rad}{A})^2} = 43,8 \cdot 10^{-9} \frac{N}{rad} \end{aligned}$$

4 Ballistische Messungen

4.1 Bestimmen der Stromstoßempfindlichkeit

Die Kapazitäten waren je $C = 4,12\mu F$ und den Vorwiderstand stellten wir auf $R = 2k\Omega$, sodass unsere theoretische Stromstoßzeit $T_Q = 3RC = 0,02472s$ betrug und damit deutlich unter der Periodendauer T lag.

$R_a[\Omega]$	$\alpha_{max}[mm]$	$U[V]$
∞	78,00	0,2
999	84,33	0,33
341	72,17	0,5
33	20,92	1

Tabelle 4.1: Messprotokoll 6

Die Stromstoßempfindlichkeiten ergeben sich damit zu:

$R_a[\Omega]$	$C'_b = \frac{R_a + R_G}{R_a} \cdot \frac{\alpha_{max}}{CU \cdot 2r}$
∞	$189320,388 \frac{rad}{C}$
999	$127424,229 \frac{rad}{C}$
341	$75649,460 \frac{rad}{C}$
33	$18514,569 \frac{rad}{C}$

Tabelle 4.2: Stromstoßempfindlichkeit

4.2 Theoretische Stromstoßempfindlichkeit

Mit den in Aufgabe 2 und 3 ermittelten Werten ergeben sich die theoretischen Stromstoßempfindlichkeiten:

- Schwingfall ($R_a = \text{groß genug}$):

$$C'_b = \frac{G}{\Theta \omega_0} = 149691,183 \frac{rad}{C}$$

- aperiodischer Grenzfall ($R_a \approx 333,441\Omega$):

$$C'_b = \frac{G}{\Theta \omega_{0e}} = 55068,309 \frac{rad}{C}$$

- Kriechfall ($R_a = 33\Omega$):

$$C'_b = \frac{R_G + R_a}{G} = 14445,018 \frac{\text{rad}}{C}$$

Man sieht, dass im Schnitt unsere gemessenen Werte um einen Faktor 1,5 über den theoretischen Werten liegen, wobei die theoretischen Werte natürlich auch nur auf vorherigen Messungen beruhen, die Fehler enthalten können. Mann kann also nicht genau sagen, welche der beiden Datenreihen exakter ist. Auch wird zum Beispiel der aperiodische Grenzfall mit einem Widerstand $R_a = 341\Omega$ nicht genau nach dem zuvor ermittelten Wert getroffen. Aber auch hier gilt wieder, die Unsicherheit über den genauen Wert.

4.3 Abhängigkeit von der Stromstoßdauer

Wir regelten den Vorwiderstand R von $400\text{ k}\Omega$ bis $5\text{ k}\Omega$ bei einem Widerstand $R_a = 341\Omega$ und einer angelegten Spannung von $U = 0,4\text{V}$. Damit konnten wir die Stromstoßdauer in Bereiche bringen, für die nicht $T_Q \ll T$ gilt. Die Ergebnisse sind in folgender Tabelle zu sehen:

$R[\text{k}\Omega]$	$T_Q[\text{s}]$	$\alpha_{\text{max}}[\text{mm}]$	$C'_b[\frac{\text{rad}}{C}]$
400	4,944	30	39307,950
360	4,450	31,5	41273,347
320	3,955	34	44549,010
240	2,966	38	49790,070
160	1,978	45	58961,925
80	0,989	53,5	70099,177
40	0,494	59,5	77960,767
20	0,247	60,5	79271,032
10	0,124	61,5	80581,297
5	0,062	62,5	81891,562

Tabelle 4.3: Messreihe 7

Wie man sieht ist also die Stromstoßempfindlichkeit stark von der Stromstoßdauer abhängig. R sollte also für solche Messungen möglichst klein gehalten werden!

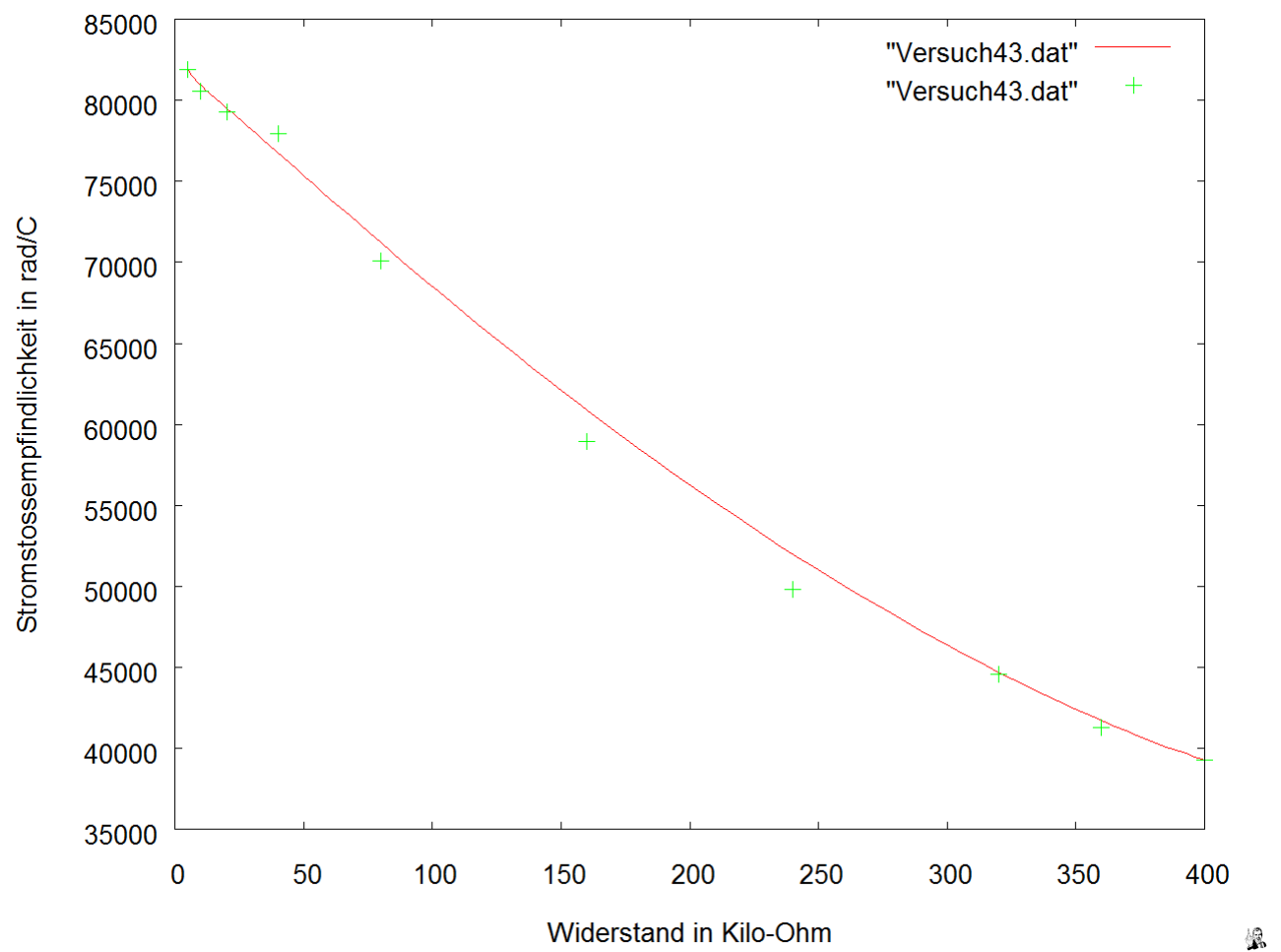


Abbildung 4.1: Zusammenhang zwischen Widerstand und C'_b