

Versuch P1 - 13, 14, 15

Galvanometer

Vorbereitung

Gruppe Mo-19
Yannick Augenstein

Korrektur

Inhaltsverzeichnis

Grundlagen	2
1 Vorexperimente	4
1.1 Körperspannung	4
1.2 Drahtdrehwiderstand	4
1.3 Ruhelage mit/ohne Widerstand	4
2 Galvanometerausschlag α	5
2.1 Abhängigkeit vom Vorwiderstand B	5
2.2 Brückenschaltung zur Bestimmung des Innenwiderstands	6
2.3 Stromempfindlichkeit C_I	7
3 Galvanometer-Schwingungen	7
4 Kurze Stromstöße	8
5 Fragen	9

Grundlagen

Ein Galvanometer ist ein sehr empfindliches Strommessgerät, mit dem man niedrige Ströme messen kann. Ein Galvanometer besteht aus einer beweglich mit einer Feder verbundenen Spule, die sich im Feld eines Permanentmagneten befindet. Wenn nun ein Strom durch die Spule fließt, erfährt diese ein durch die Lorentzkraft hervorgerufenen Drehmoment. Dadurch gerät das System in eine Schwingung, die durch die rücktreibende Kraft der Feder gedämpft wird. Die Auslenkung des Systems wird durch Reflexion eines Lichtstrahls an einem auf der Spule angebrachten Spiegel über einen Schirm abgelesen. Durch diese Reflexion verdoppelt sich der Auslenkwinkel. Für ein Galvanometer gilt also eine angepasste Form der allgemeinen Differentialgleichung (DGL) für erzwungene, gedämpfte harmonische Schwingungen:

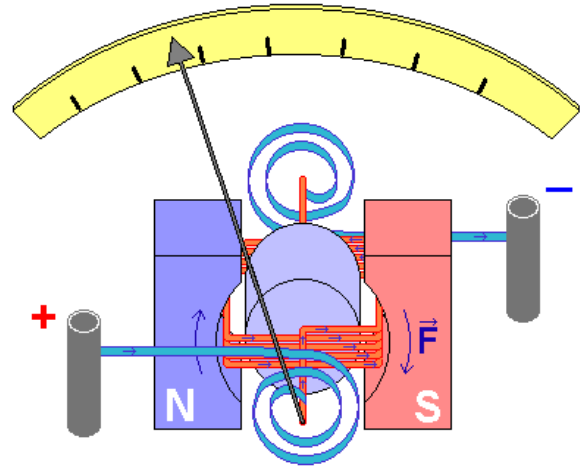


Abbildung 1: Galvanometer

$$\ddot{\varphi} + \frac{1}{\Theta} \cdot \left(\rho + \frac{G^2}{R_G + R_a} \right) \cdot \dot{\varphi} + \frac{D}{\Theta} \cdot \varphi = \frac{G}{\Theta} \cdot I \quad (1)$$

- Θ : Trägheitsmoment der Spule
- ρ : mechanische Dämpfungskonstante
- G : Galvanometerkonstante (entspricht beim idealen Galvanometer dem magnetischen Fluss durch die Spule)
- R_G : Innenwiderstand des Galvanometers
- R_a : Widerstand im äußeren Stromkreis (also an den Anschlüssen des Galvanometers)
- D : Federkonstante

Um diese DGL zu lösen setzen wir

$$2\beta = \frac{1}{\Theta} \cdot \left(\rho + \frac{G^2}{R_G + R_a} \right) \cdot \dot{\varphi} \quad \text{und} \quad \omega_0^2 = \frac{D}{\Theta}$$

Dadurch ergibt sich die allgemeine Form der Schwingungsgleichung für gedämpfte harmonische Schwingungen (wir betrachten die Schwingung um die Nulllage ohne äußere Kraft):

$$\ddot{\varphi} + 2\beta\dot{\varphi} + \omega_0^2 = 0$$

Diese DGL können wir mit dem Ansatz $\varphi = c \cdot e^{-\lambda t}$, $[\lambda \in \mathbb{C}]$ lösen. Hierbei erhält man $\lambda_{1/2} = \beta \pm \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2}$. Man muss deshalb zwischen drei Fällen unterscheiden.

Kriechfall ($\beta > \omega_0$)

$$x_h(t) = e^{-\beta t} \cdot (C_1 \cdot e^{-\sqrt{\beta^2 - \omega_0^2}} + C_2 \cdot e^{\sqrt{\beta^2 - \omega_0^2}})$$

In unserem System tritt dieser bei kleinen Widerständen R_a auf. Hier führt das System keine Schwingung aus (es wird zu stark gedämpft), sondern die Auslenkung nähert sich exponentiell der Ruhelage. Je kleiner der Wert für R_a , desto langsamer ist dieser Vorgang.

Aperiodischer Grenzfall ($\beta = \omega_0$)

$$x_h(t) = C_1 \cdot e^{-\beta t} + C_2 \cdot t e^{-\beta t}$$

Hier ist die Dämpfung gerade noch groß genug, dass das System nicht schwingen kann, wir haben also den größten möglichen Wert für R_a ohne Schwingung. Das System nähert sich somit in minimaler Zeit dem Nullpunkt.

Schwingfall ($\beta < \omega_0$)

$$x_h(t) = e^{-\beta t} \cdot (C_1 \cdot e^{i\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \cdot t} + C_2 \cdot e^{-i\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \cdot t}) \stackrel{Re}{=} e^{-\beta t} \cdot (A \cdot \cos(\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \cdot t - \alpha))$$

Hier wird die Wurzel negativ, deshalb ergeben sich für λ komplexe Lösungen. Diese Lösung der DGL beschreibt eine normale Schwingung. Das System schwingt und die Amplitude nähert sich auf Grund der Dämpfung exponentiell dem Nullpunkt.

Anhang: Herleitung der DGL

Die Spule erfährt über eine Feder ein rücktreibendes Drehmoment:

$$M_S = -D \cdot \varphi$$

Der Luftspalt zwischen Spule und äußerem Permanentmagnet sorgt für Reibung:

$$M_R = -\varrho \cdot \dot{\varphi}$$

Der Strom I_{ges} sorgt für ein Drehmoment aus der Lorentzkraft:

$$M_L = n \cdot A \cdot B \cdot I_{ges} \quad \text{mit} \quad n \cdot A \cdot B := G$$

Wobei n die Windungszahl der Spule, A die Spulenqueerschnittsfläche und G die Galvanometerkonstante ist. I_{ges} setzt sich aus zwei Komponenten zusammen:

Den durch eine äußere Spannung erzeugten äußeren Strom

$$I = \frac{U}{R_g + R_a}$$

Und den durch drehen induzierte Induktionsstrom

$$\begin{aligned}U_i &= -n \cdot \dot{\varphi} = -G \cdot \dot{\varphi} \\I_i &= \frac{U_i}{R_g + R_a} = -\frac{G}{R_g + R_a} \dot{\varphi}\end{aligned}$$

Für das Drehmoment folgt dann:

$$M_E = G \cdot (I + I_i) = G \cdot I - \frac{G^2}{R_g + R_a} \dot{\varphi}$$

Das kann man in die Schwingungsgleichung ($\Theta \ddot{\varphi} = M = M_D + M_R + M_E$) einsetzen und erhält

$$\ddot{\varphi} + \frac{1}{\Theta} \cdot \left(\rho + \frac{G^2}{R_g + R_a} \right) \cdot \dot{\varphi} + \frac{D}{\Theta} \cdot \varphi = \frac{G}{\Theta} \cdot I$$

1 Vorexperimente

Diese Versuche sind dazu gedacht, sich mit dem Galvanometer vertraut zu machen. Spezielles Augenmerk soll auf die Empfindlichkeit des Instruments und auf mögliche Fehlerquellen in späteren Messungen gelegt werden.

1.1 Körperspannung

Hier werden die zwei Messanschlüsse des Galvanometers jeweils in eine Hand genommen. Es wird erwartet, dass das Galvanometer zumindest ein wenig ausschlägt, da im Menschen (sehr kleine) elektrische Ströme fließen, die zu einer Potentialdifferenz zwischen rechter und linker Hand führen. Dies soll zur Veranschaulichung der Messempfindlichkeit des Galvanometers dienen.

1.2 Drahtdrehwiderstand

Das Galvanometer soll hierzu an einen Drahtdrehwiderstand (ohne Spannungsquelle!) angeschlossen werden. Wenn man nun den Widerstand verändert, ist ein Ausschlag am Galvanometer zu erwarten, da durch die Drehung eine Ladungstrennung im Widerstand hervorgerufen wird, die zu einer gewissen Spannung führt, welche dann wiederum durch den durch sie hervorgerufenen Strom am Galvanometer messbar sein sollte.

1.3 Ruhelage mit/ohne Widerstand

Wir vergleichen den Ausschlag am Galvanometer bei angeschlossenem Widerstand in der Ruhelage mit dem Ausschlag, welcher ohne Widerstand am Galvanometer vorliegt. Es sollte zumindest beim Anschließen (oder auch Abklemmen) des Widerstandes ein Ausschlag erkennbar sein.

2 Galvanometerausschlag α

In den nachfolgenden Versuchen wird die Versorgungsspannung U durch einen Spannungsteiler nach Abbildung 2 realisiert.

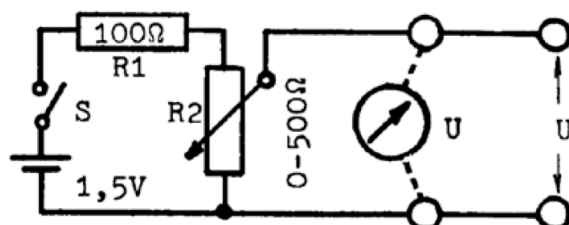


Abbildung 2: Spannungsteiler

2.1 Abhängigkeit vom Vorwiderstand B

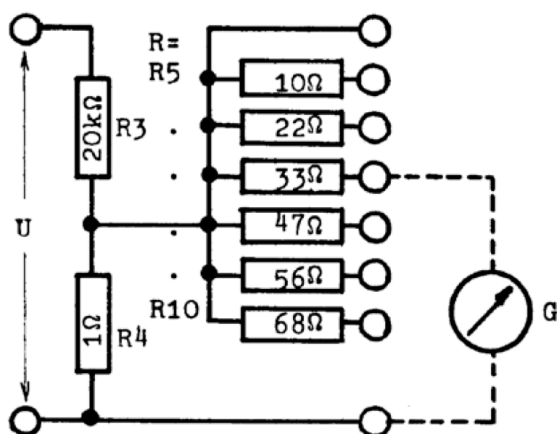


Abbildung 3: Vorwiderstände

Wir bauen zunächst die Schaltung nach Abbildung 3 auf. Wir sollen den Galvanometerausschlag bei verschiedenen Vorwiderständen R messen. Den Innenwiderstand R_G des Galvanometers und die Stromempfindlichkeit C_I bestimmen wir aus der Auftragung von α^{-1} über R . Der Strom I muss bekannt sein, denn es gilt $\alpha = C_I I^1$. Wir müssen also noch den Strom bestimmen, der durch das Galvanometer fließt. Dafür berechnen wir den Gesamtstrom I_{ges} . Da $R_4 \ll R_3$ gilt, können wir R_4 gegenüber R_3 vernachlässigen, so dass gilt $I_{ges} = \frac{U}{R_3}$.

Aus den Kirchhoffschen Regeln erhalten wir:

$$I_{ges} = I + I' \quad \text{und} \quad I \cdot (R_G + R) = I' \cdot R_4$$

Daraus folgt

$$I = \frac{U \cdot R_4}{R_3 \cdot (R_4 + R_G + R)}$$

Da $\alpha = C_I \cdot I$ können wir nun sagen

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{C_I \cdot I} = \frac{R_3 \cdot (R + R_G + R_4)}{R_4 \cdot C_I \cdot U} = \underbrace{\frac{R_3 \cdot (R_G + R_4)}{R_4 \cdot C_I \cdot U}}_A + \underbrace{\frac{R_3}{R_4 \cdot C_I \cdot U}}_B \cdot R$$

¹Im statischen Fall ($\dot{\varphi} = \ddot{\varphi} = 0$ und $\varphi = \alpha$ ist $\alpha = \frac{G}{D} \cdot I$. Wir setzen $\frac{G}{D} := C_I$)

Wir erhalten also beim Auftragen von α^{-1} gegen R einen linearen Zusammenhang. Nach Berechnen dieser Ausgleichsgeraden lassen sich der Galvanometer-Innenwiderstand R_G und die Stromempfindlichkeit C_I berechnen:

$$R_G = \frac{A}{B} - R_4 \quad \text{und} \quad C_I = \frac{R_3}{R_4 \cdot U \cdot B}$$

Die statische Spannungsempfindlichkeit² erhalten wir aus:

$$C_U = \frac{\alpha}{U_G} = \frac{C_I}{R_G}$$

2.2 Brückenschaltung zur Bestimmung des Innenwiderstands

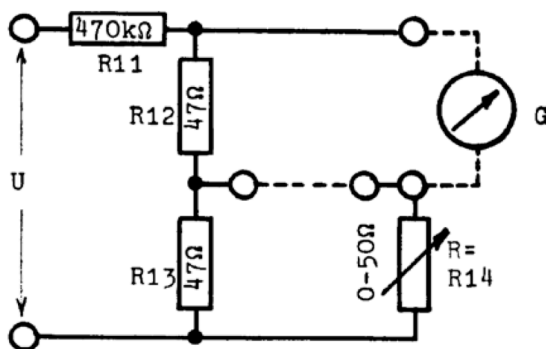


Abbildung 4: Brückenschaltung

Zur Bestimmung des Innenwiderstands des Galvanometers kann man kein übliches Widerstandsmessgerät verwenden, da die Stromstärken zu hoch für das Galvanometer wären³. Stattdessen werden wir eine Wheatstonesche Brückenschaltung wie in Abbildung 4 für diese Messung benutzen. Betrachten wir die Schaltung finden wir zwei in Reihe geschaltete Widerstände von 47Ω (R_{12} und R_{13}) auf der einen, und ein mit dem Galvanometer in Reihe geschaltetes Potentiometer (R_{14} , 0Ω bis 50Ω) auf

der anderen Seite. Zwischen den beiden Reihenschaltungen sind zwei Anschlüsse, sodass man diese durch Verbinden mit einem Kabel zu einer Wheatstoneschen Brücke zusammenschließen kann. Wir messen wieder den Galvanometerausgang α bei offener und bei geschlossener Brücke in Abhängigkeit vom Widerstand R_{14} . Für beide Fälle tragen wir die Regressionsgerade α^{-1} über R auf. Die beiden Geraden schneiden sich in einem Punkt, an welchem es gleich ist, ob die Verbindung zwischen den beiden Reihenschaltungen besteht. Das bedeutet, dass an diesem Punkt kein Strom durch die Brücke fließt, dass also das Potential zwischen den beiden Anschlüssen gleich ist. Durch Ablesen des eingestellten Widerstandes am Potentiometer kann somit der Innenwiderstand R_G des Potentiometers bestimmt werden⁴:

$$R_G = \frac{R_{12}}{R_{13}} \cdot R_{Pot}$$

²Wie ergibt sich die statische Spannungsempfindlichkeit des Galvanometers?

³Warum kann man R_G nicht mit einem üblichen Ohmmeter messen?

⁴Wieso ergibt sich bei Aufgabe 2.2 R_G als Schnittpunkt-R?

2.3 Stromempfindlichkeit C_I

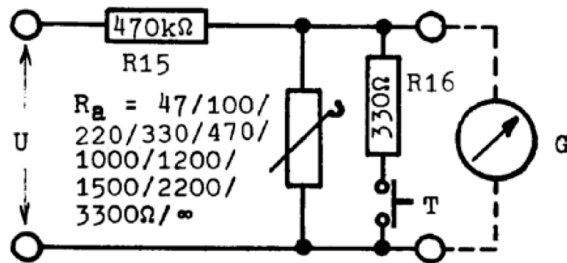


Abbildung 5: Schaltung zur Bestimmung der Galvanometer-Kenngrößen

Bei dieser Schaltung soll α in Abhängigkeit von der Spannung U für $R_a = \infty$ gemessen werden. Den Strom I , der durch das Galvanometer fließt, kann man durch $I = \frac{U}{R_{15}}$ berechnen. Wir nehmen an, dass $R_G \ll R_{15}$. Es gilt nun für die Stromempfindlichkeit C_I :

$$C_I = \frac{\alpha}{I} \quad \rightarrow \quad \alpha = C_I \cdot I$$

Tragen wir also α gegen I auf, dann bekommen wir eine Gerade mit der Steigung C_I .

3 Galvanometer-Schwingungen

Wir gehen nun vom statischen Galvanometer-Ausschlag zum dynamischen Fall über. Wir messen den Ausschlag des Galvanometers nicht mehr bei statischem Strom, sondern betrachten das System nach Ausschalten des Stroms. Deshalb werden wir es mit Schwingungen zu tun bekommen wie sie im Abschnitt *Grundlagen* bereits besprochen wurden. Die Schaltung wird gemäß Abbildung 5 aufgebaut. Zu messen sind bei dieser Versuchsreihe die Periodendauer T und die jeweiligen Schwingungsamplituden α in Abhängigkeit vom Außenwiderstand R_a . Um den Einschwingvorgang zu beschleunigen kann man ihn passend dämpfen. Dies wird durch den Tastschalter realisiert, der den Widerstand R_{16} , welcher nahe am aperiodischen Grenzfall liegt, dazuschaltet⁵. Folgende Größen sollen aus den Messdaten bestimmt werden:

- Das Dämpfungsverhältnis: $k = \frac{\alpha_{i-n}}{\alpha_i}$
- Schwingungsdauer T als Mittelwert: $T = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n T_i$
- Die Abklingkonstante: $\beta = \frac{\ln k}{T}$ (Wir tragen $(\beta_{R_a} - \beta_\infty)^{-1}$ über R_a auf.)
- Die Eigenfrequenz: $\omega_0 = \sqrt{\omega_\infty^2 + \beta_\infty^2} = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{T_\infty}\right)^2 + \beta_\infty^2}$
- Den Außenwiderstand R_a für den aperiodischen Grenzfall. Da hier $\beta = \omega_0$ gilt, kann der Widerstand bei $(\omega_0 - \beta_\infty)^{-1}$ abgelesen werden. Die Galvanometer-Kenngrößen Θ , G und D . Sie lassen sich aus $B = 2\frac{\Theta}{G^2}$, $\omega_0^2 = \frac{D}{\Theta}$ und $\frac{C_I}{2r} = \frac{G}{D}$.

⁵Wozu könnte wohl der in Schaltung 4 zum Galvanometer parallelschaltbare 330 Ω -Widerstand dienen?

4 Kurze Stromstöße

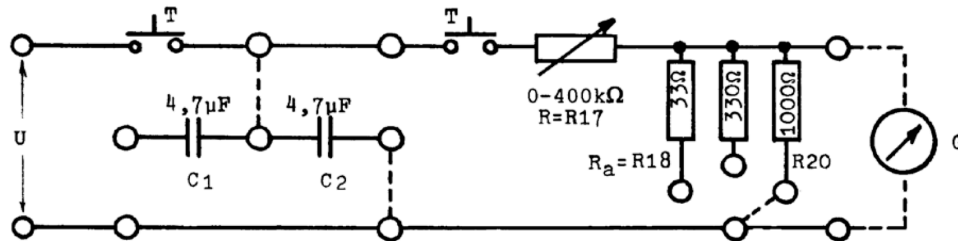


Abbildung 6: Stromstöße

In dieser Versuchsreihe wird das Verhalten des Galvanometers bei kurzen Stromstößen untersucht. Die Stromstöße werden durch das Entladen eines Kondensators erzeugt, der gemäß Abbildung 6 geschaltet ist. Da ein Kondensator sich jedoch exponentiell entlädt und somit erst für $t \rightarrow \infty$ vollständig entladen ist, rechnen wir mit einer Stromstoßdauer von $T_Q = 3RC$. Nach dieser Zeit hat sich der Kondensator zu etwa 95% entladen.

Wenn man stärkere Dämpfungen als β_∞ betrachten möchte, muss man über R_a weitere Widerstände parallel zum Galvanometer schalten. Zu beachten ist dabei, dass nur ein Bruchteil der Ladung durch das Galvanometer fließt:

$$Q_G = \frac{C \cdot U}{1 + \frac{R_G}{R_a}} \xrightarrow{R_a \rightarrow \infty} C \cdot U$$

Die ballistische Empfindlichkeit C_b können wir analog zur Stromempfindlichkeit C_I berechnen:

$$C_b = \frac{\alpha}{Q_G}$$

Für die Messung haben wir drei verschiedene Widerstände R_a , die die drei möglichen Schwingungsfälle abdecken und aus denen wir dann C_b berechnen können:

- Kriechfall ($R_a = 33 \Omega$):

$$C_b = \frac{R_G + R_a}{G}$$

- Aperiodischer Grenzfall ($R_a = 330 \Omega$):

$$C_b = \frac{G}{\Theta \cdot \omega_0 \cdot e}$$

- Schwingfall ($R_a = \infty$ und $R_a = 1000 \Omega$)

$$C_b = \frac{G}{\Theta \cdot \omega_0}$$

In diesem Versuch zum ballistischen Galvanometer kann man über den Ausschlag etwas über die durch das Galvanometer geflossene Ladungsmenge sagen (man könnte über C_b und den maximalen Ausschlag die geflossene Strommenge berechnen). Das ist vergleichbar mit mechanischen Versuchen, bei denen man über momentane Änderungen Aussagen der Energie oder des Impulses eine Aussage über die Geschwindigkeit eines Objekts machen kann, wie z.B. im Versuch “Schuss in einen Pendelsack”⁶.

5 Fragen

Die Fragen wurden an den passenden Stellen im Text beantwortet und mit einer Fußzeile markiert.

⁶Welchen Sinn haben ballistische Messungen? Vergleichen Sie z.B. mit dem Mechanik-Versuch “Schuss in einen Pendelsack”.

Versuch P1-15

Galvanometer

Auswertung (verbessert)

Gruppe Mo-19
Yannick Augenstein
Patrick Kuntze

28.11.11

Inhaltsverzeichnis

0	Grundsätzliches	3
1	Vorexperimente	3
1.1		3
1.2	und 1.3	3
2	Galvanometer-Innenwiderstand R_G und Stromempfindlichkeit C_I	4
2.1	Schaltung 2	4
2.2	Schaltung 3	5
2.3	Schaltung 4	6
3	Dämpfungsverhältnis, D, G, Θ	9
4	Ballistisches Galvanometer	12
4.1	C_b Messung	12
4.2	C_b Berechnung über G, Θ , ω_0 , R_G und R_a	13
4.3		13

0 Grundsätzliches

Für die Widerstände, welche in den Aufgabenbeschreibungen nur bedingt mit den tatsächlichen Werten übereinstimmen, verwenden wir in den folgenden Rechnungen immer die angepassten Werte aus Spalte 5 der "Messwerte der Widerstände und Kapazitäten"-Tabelle des Aufgabenanhangs. Dabei ist zu beachten, dass die Gruppennummern im Kopf der Zeilen vertauscht sind. Obwohl wir Gruppe P1-15 sind halten wir uns also an die Daten aus der Spalte für P1-14. In den Tabellen sind bereits die entsprechenden korrigierten Werte übernommen, diese werden deshalb nicht, wie alle anderen, extra am Aufgabenanfang aufgelistet.

Der Literaturwert für die Stromempfindlichkeit des Galvanometers ist in $\frac{\text{rad}}{\text{A}}$ angegeben. Um ihn mit unseren Ergebnissen vergleichen zu können rechnen wir ihn in $\frac{\text{m}}{\text{A}}$ um. Dafür multiplizieren wir ihn mit 0.25, dem Abstand "Spiegel-Skala" in Metern sowie dem Faktor 2, welcher sich durch den Weg des Lichts (Lichtzeiger) im Messgerät ergibt. Somit haben wir als Vergleichswert $C_I = C'_I \cdot 2 \cdot r \Rightarrow 10^5 \frac{\text{rad}}{\text{A}} = 5 \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{A}}$.

1 Vorexperimente

Zunächst haben wir das Verhalten des Galvanometers auf kleinste Spannungen untersucht.

1.1

Auch im menschlichen Körper gibt es kleine Potentialunterschiede. Diese sind allerdings so gering, dass sie sich im Alltag nicht bemerkbar machen. Mit dem Galvanometer war es uns jedoch möglich die körpereigene Spannung zu messen. So war der Ausschlag, nach dem Überbrücken der Zuleitungen mit unseren Händen überraschend groß. Mit periodischem Schließen und öffnen gelang es uns außerdem leicht die Schwingung des Messgerätes anzuregen um einen noch größeren Ausschlag zu erhalten.

1.2 und 1.3

Nun haben wir diesen Versuch mit einem Potentiometer wiederholt. Während wir dieses über den gesamten Bereich ($0\Omega - 100\Omega$) variierten konnten wir zunächst keine Veränderungen feststellen. Erst bei genauem Hinsehen stellten wir eine Bewegung des Zeigers im Millimeterbereich fest. Deutlich größer hingegen war der Unterschied zwischen angeschlossenen Poti und offenem Galvanometer, wenn auch verhältnismäßig gering im Vergleich zum Versuch mit der Körperspannung.

Anhand unserer Beobachtungen können wir sagen, dass das Galvanometer ein hoch empfindliches Gerät ist, das schon kleinsten Spannungen registriert. So schlägt das Gerät bereits aus, wenn beim Zusammenstecken der Kabel durch Reibung kleine Spannungen hervorgerufen werden. Dies könnte auch die Erklärung sein, warum es bei einem Potentiometer mit 0Ω -Einstellung einen Ausschlag gab.

2 Galvanometer-Innenwiderstand R_G und Stromempfindlichkeit C_I

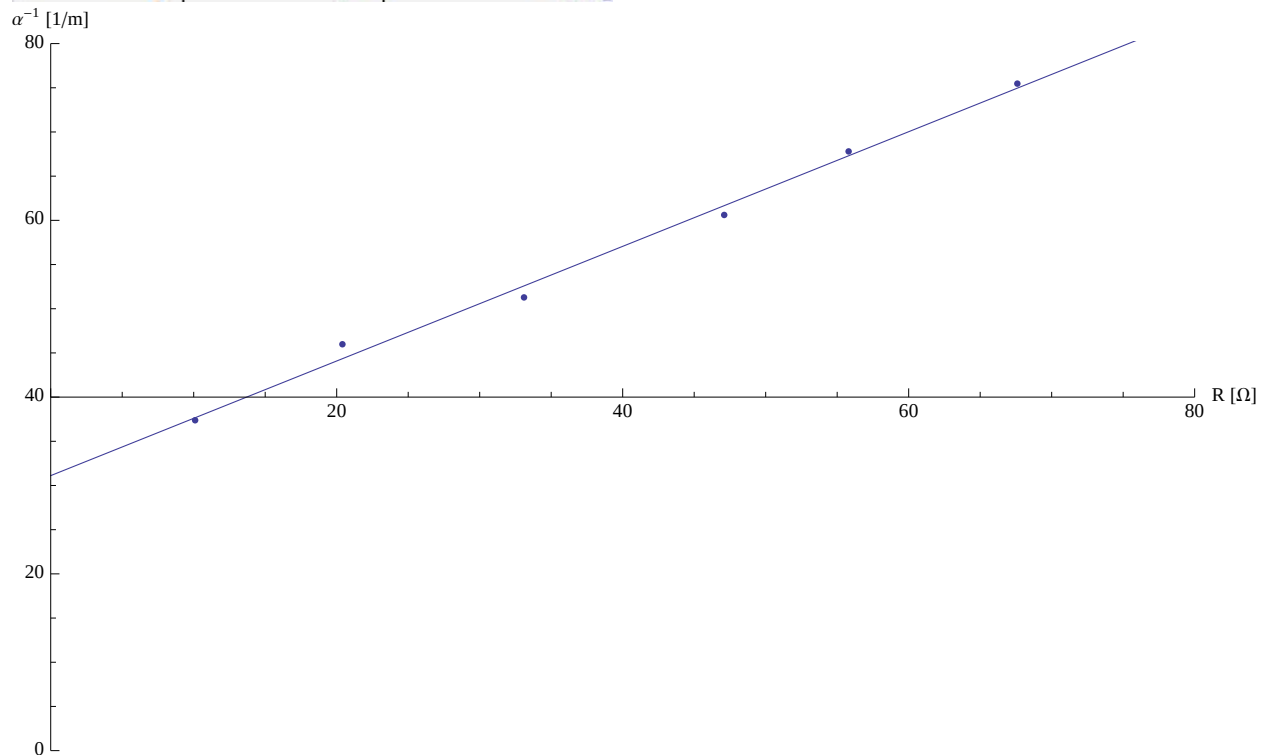
Mit den Versuchen 2.1 bis 2.3 wollen wir auf unterschiedliche Art und Weise den Innenwiderstand des Galvanometers sowie dessen Stromempfindlichkeit ermitteln. Während der Versuche 2.1 und 2.2 verwendeten wir stets eine konstante Spannung von $800mV$.

2.1 Schaltung 2

Korrigierte Werte: $R_3 = 14.9k\Omega$; $R_4 = 0.7\Omega$

Für diesen Versuch maßen wir, in Abhängigkeit vom Regelwiderstand, die Amplitude des Galvanometers und tragen nun deren Kehrwert über R auf.

R (in Ω)	α (in mm)	$1/\alpha$ (in $1/m$)
10,1	26,75	37,38
20,4	21,75	45,98
33,1	19,5	51,28
47,1	16,5	60,61
55,8	14,75	67,8
67,6	13,25	75,47



Ausgleichsgerade: $\alpha^{-1} = 31.1156 \frac{1}{m} + 0.648554 \frac{1}{\Omega m} \cdot R$

Mit linearer Regression und den Formeln aus der Vorbereitung ergibt sich somit für die Gesuchten Größen:

$$\alpha^{-1} = c + m \cdot R \approx 31.1 \frac{1}{m} + 0.65 \frac{1}{\Omega m} \cdot R$$

$$\Rightarrow R_G = \frac{c}{m} - R_4 \approx \frac{31.1 m^{-1}}{0.65 (\Omega m)^{-1}} - 0.7 \Omega \approx 47.1 \Omega$$

$$\Rightarrow C_I = \frac{R_3}{R_4 \cdot U \cdot m} = \frac{14.9 k\Omega}{0.7 \Omega \cdot 0.8 V \cdot 0.65 (\Omega m)^{-1}} \approx 41 \frac{k\Omega m}{V} = 4.1 \cdot 10^4 \frac{m}{A}$$

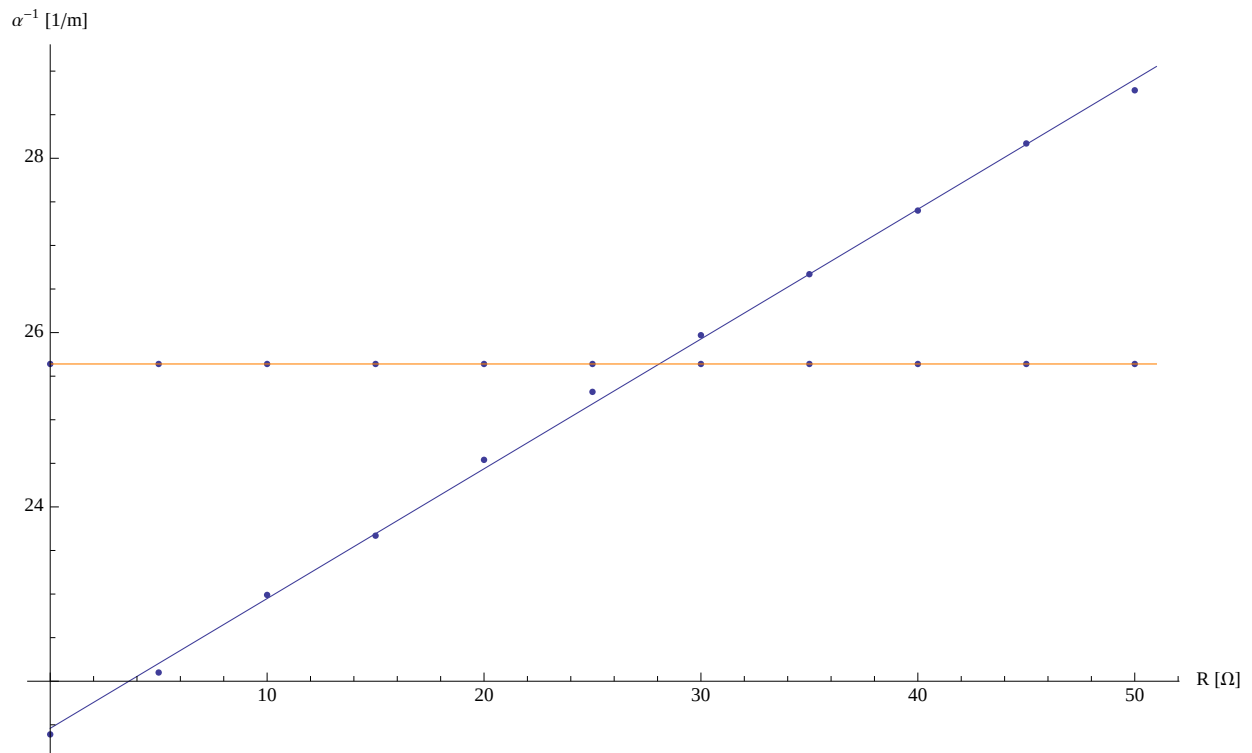
Dies gibt uns für den Galvanometerwiderstand eine sehr große Abweichung von etwa 57% zum Literaturwert (30Ω). Bei der Stromempfindlichkeit ist die Abweichung mit ungefähr 18% wesentlich geringer (Literaturwert: $5 \cdot 10^4 \frac{m}{A}$). Durch Vergleichen mit den Musterprotokollen, kommen wir zu dem Ergebniss, das unsere gemessenen Ausschläge deutlich zu klein sind, was zu deutlich größeren Kehrwerten und einem größeren y-Achsenabschnitt führt. Dies ist vermutlich die ausschlaggebende Ursache für die doch recht großen Abweichungen.

2.2 Schaltung 3

Korrigierte Werte: $R_{11} = 477 \Omega$; $R_{12} = R_{13} = 47 \Omega$

Wie in der Vorbereitung beschrieben maßen wir hier den Galvanometerwiderstand an Hand der Wheatstonschen Brücke in Schaltung 3. Wir tragen nun die Ergebnisse sowohl mit offener als auch geschlossener Brücke als α^{-1} gegen R_{14} auf. Wir erhalten demnach 2 Ausgleichsgeraden.

R (in Ω) ▾	α_{offen} (in mm) ▾	α_{zu} (in mm) ▾	$1/\alpha_{\text{offen}}$ (in 1/m) ▾	$1/\alpha_{\text{zu}}$ (in 1/m) ▾
0	46,75	39	21,39	25,64
5	45,25	39	22,1	25,64
10	43,5	39	22,99	25,64
15	42,25	39	23,67	25,64
20	40,75	39	24,54	25,64
25	39,5	39	25,32	25,64
30	38,5	39	25,97	25,64
35	37,5	39	26,67	25,64
40	36,5	39	27,4	25,64
45	35,5	39	28,17	25,64
50	34,75	39	28,78	25,64



Ausgleichsgeraden: rot(zu): $\alpha^{-1} = 25.64 \frac{1}{m}$; blau(offen): $\alpha^{-1} = 21.4595 \frac{1}{m} + 0.148891 \frac{1}{\Omega m} \cdot R$

Zur Berechnung von R_G müssen wir nun lediglich die bekannten Widerstände R_{12} , R_{13} und den Wert für R_{14} , der sich über den Schnittpunkt der Geraden ergibt, in die Formel $R_G = \frac{R_{12}}{R_{13}} \cdot R_{14}$ einsetzen. Um diesen zu ermitteln setzen wir beide Geradengleichungen gleich:

$$\begin{aligned} 25.64 \frac{1}{m} &\approx 21.45 \frac{1}{m} + 0.15 \frac{1}{\Omega m} \cdot R \\ \Rightarrow R_{14} &= \frac{25.64 - 21.45}{0.15} \Omega = \frac{4.19}{0.15} \Omega \approx 27.9 \Omega \\ \Rightarrow R_G &= \frac{R_{12}}{R_{13}} \cdot R_{14} = \frac{47 \Omega}{47 \Omega} \cdot 27.9 \Omega = 27.9 \Omega \end{aligned}$$

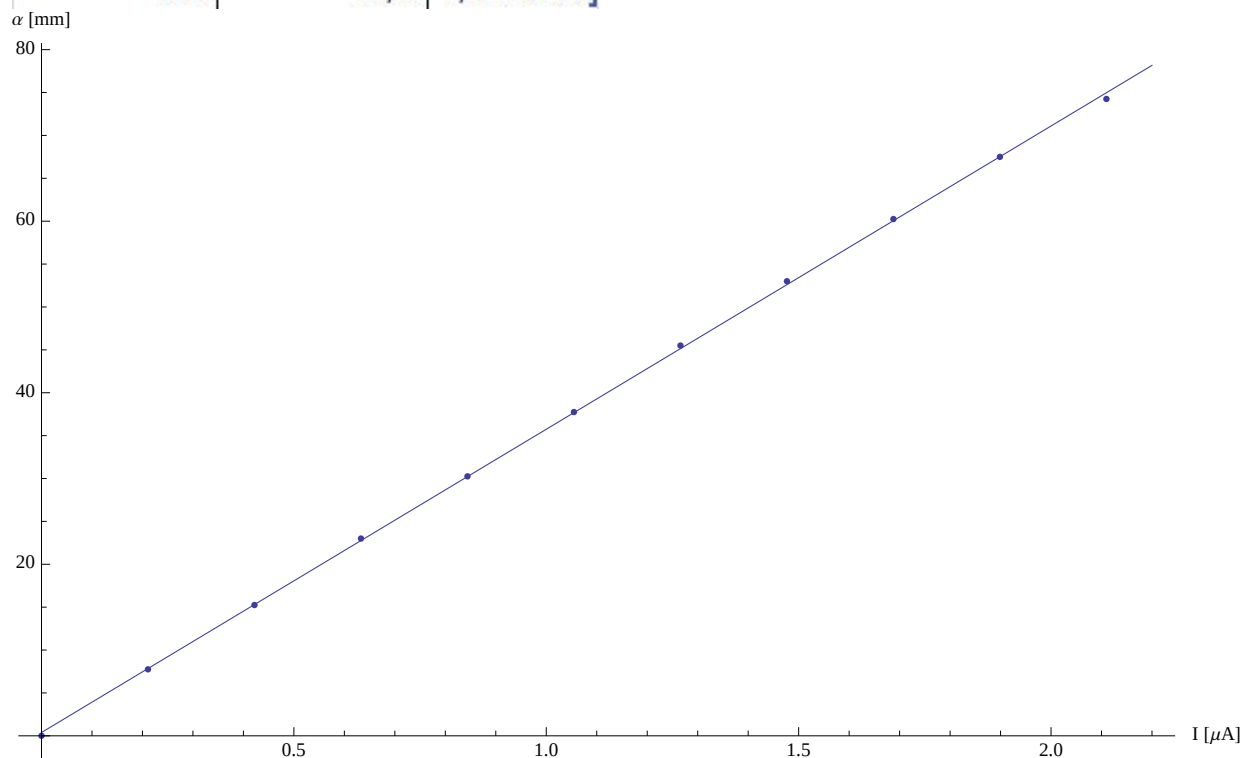
Dieser Wert ist mit einer Abweichung von nur 7% weit näher am Literaturwert (30Ω) als das Ergebniss aus 2.1. Ein sehr grober Fehler des Geräts oder eine große Unstimmigkeit der Herstellerangaben ist also unwahrscheinlich. In Anbetracht des Unterschieds werden wir in den folgenden Versuchen immer mit dem 2. Ergebniss rechnen (27.9Ω), da wir uns am Literaturwert orientieren wollen.

2.3 Schaltung 4

Korrigierte Werte: $R_{15} = 474 k\Omega$; $R_{16} = 330 \Omega$; $R_a = \infty$

Nun bestimmen wir erneut die Stromempfindlichkeit des Messgeräts mit Hilfe Schaltung 4. Diesmal allerdings variierten wir die angelegte Spannung und tragen jetzt α über die entsprechenden, das Galvanometer durchfließenden, Ströme I_G auf. Diese lassen sich mit der Formel $I_G = \frac{U}{R_{15}} = \frac{U}{474k\Omega}$ berechnen.

U (in mV)	α (in mm)	I (in μA)
0	0	0
100	7,75	0,210970464
200	15,25	0,421940928
300	23	0,632911392
400	30,25	0,843881857
500	37,75	1,054852321
600	45,5	1,265822785
700	53	1,476793249
800	60,25	1,687763713
900	67,5	1,898734177
1000	74,25	2,109704641



$$\text{Ausgleichsgerade: } \alpha = 0,386364mm + 35.3561 \frac{mm}{\mu A} \cdot I$$

Die Steigung der Ausgleichsgeraden entspricht hierbei der Stromempfindlichkeit.

$$\Rightarrow C_I = 35.5 \frac{mm}{\mu A} \approx 3.55 \cdot 10^4 \frac{m}{A}$$

Unser Ergebniss überschreitet den Literaturwert ($5 \cdot 10^4 \frac{m}{A}$) um 29%. Dies ist wiederum eine bessere Übereinstimmung als bei Aufgabe 2.1, dennoch ist es ein großer Unterschied und wir können lediglich sagen, dass die Größenordnung vergleichbar ist. Da hier beide Werte für C_I stark von der Vorgabe abweichen, werden wir für die späteren Versuche den Mittelwert nutzen.

$$C_I^M = \frac{C_I^{(2.1)} + C_I^{(2.3)}}{2} = \frac{4.1 \cdot 10^4 \frac{m}{A} + 3.55 \cdot 10^4 \frac{m}{A}}{2} \approx 3.85 \cdot 10^4 \frac{m}{A}$$

Für die Statische Spannungsempfindlichkeit gilt:

$$C_U^M = \frac{C_I^M}{R_G} = \frac{3.85 \cdot 10^4 \frac{m}{A}}{29\Omega} \approx 1.35 \cdot 10^3 \frac{m}{V}$$

3 Dämpfungsverhältnis, D, G, Θ

Bei diesem Versuch wurde erneut Schaltung 4 verwendet. Allerdings ließen wir die Spannung konstant auf $500mV$ und variierten stattdessen den Widerstand R_a . Wir maßen das Dämpfungsverhältnis $\frac{\alpha_{n-1}}{\alpha_n}$ und die Schwingdauer T indem wir das ausgeschlagene Galvanometer von der Spannungsquelle trennten und die Schwingung beobachteten.

		$R_a = \infty \Omega$	$R_a = 3300 \Omega$	$R_a = 2260 \Omega$	$R_a = 1500 \Omega$	$R_a = 1194 \Omega$	$R_a = 1001 \Omega$
α_n (in mm)	α_{n-1} $/\alpha_n$	38	37,75	37,75	37,5	37,25	37
		28 1,3571	21,5 1,7558	19 1,9868	15 2,5000	13 2,8654	11 3,3636
		22 1,2727	12 1,7917	9 2,1111	6 2,5000	4 3,2500	3 3,6667
		17 1,2941	6,75 1,7778	4,5 2,0000	2 3,0000	1 4,0000	1 3,0000
		13 1,3077	3,75 1,8000	2 2,2500	1 2,0000		
		9,5 1,3684	2 1,8750	1 2,0000	0,5 2,0000		
		7 1,3571	1 2,0000				
		5,5 1,2727					
		4 1,3750					
		3 1,3333					
		2 1,5000					
		1,5 1,3333					
T (in s)		4,083	4,084	4,112	4,054	4,487	4,13
$\langle \alpha_{n-1} / \alpha_n \rangle$		1,342876176	1,8333764	2,069590643	2,4	3,371794872	3,343434343

Zunächst zeigen die Werte, dass bei allen Widerständen die Ausgangslage in etwa konstant blieb. Doch mit abnehmendem Widerstand R_a , wurde die Dämpfung immer stärker, weswegen wir auch zunehmend weniger Messwerte haben. Dies führte nun dazu, dass bei den niedrigeren Widerständen die Messung der Schwingdauer T schwieriger wurde. Trotzdem können wir auch diese mit im Durchschnitt $T \approx 4.158s$ als weitestgehend konstant ansehen. Die Abweichung von etwa 20% zum Literaturwert ($T \approx 5s$) ist in diesen Zeitintervallen nicht verwunderlich, da ungenaues Messen schnell zu großen Abweichungen, vor allem bei wenigen Schwingungen, führen.

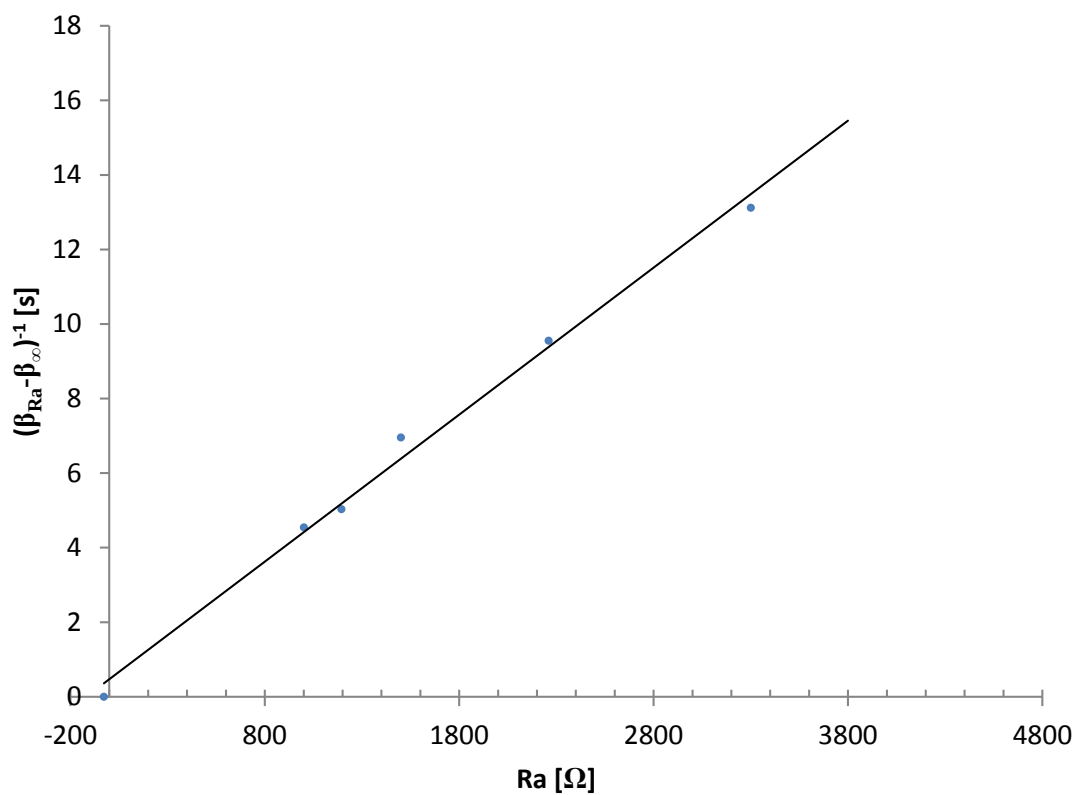
Der Mittelwert des Dämpfverhältnisses $\langle \frac{\alpha_{n-1}}{\alpha_n} \rangle$ hat dagegen den Trend zu steigen, wenn man R_a verringert. Nur auf $R_a = 1001 \Omega$ trifft dies nicht zu. Dies können wir aber auf Grund der, bereits genannten, geringen Anzahl an Messwerten als statistische Ungenauigkeit erklären.

Nun besteht unsere Aufgabe noch darin einige Größen zu ermitteln.

In folgender Tabelle sind die zugehörigen Abklingkonstanten β_{Ra} , Außenwiderstände $R_{a,gr}$ und die Frequenz des ungedämpften Galvanometers ω_0 aufgelistet. Um diese zu berechnen verwendeten wir die in der Vorbereitung beschriebenen Formeln, wobei $\langle k \rangle$ den Mittelwert der Dämpfungsverhältnisse darstellt.

	$R_a = \infty \Omega$	$R_a = 3300 \Omega$	$R_a = 2260 \Omega$	$R_a = 1500 \Omega$	$R_a = 1194 \Omega$	$R_a = 1001 \Omega$
k	1,342876176	1,8333764	2,069590643	2,4	3,371794872	3,343434343
β_{Ra} (in s^{-1})	0,072205171	0,148422942	0,17688493	0,215951835	0,270881481	0,292251459
a) $(\beta_{Ra} - \beta_{\infty})^{-1}$ (in s)	$(\beta_{\infty} - \beta_{\infty})^{-1} = (0)^{-1}$	13,12029979	9,552945226	6,956683208	5,03331273	4,544498387

Wir sehen also, dass β_{Ra} mit abnehmendem Widerstand linear ansteigt. $(\beta_{Ra} - \beta_{\infty})^{-1}$, mit zusätzlichem Punkt $(-R_g, 0)$, gegen R_a aufgetragen ergibt:



$$\text{Ausgleichsgerade: } \frac{1}{\beta_{Ra} - \beta_{\infty}} = 0.4688s + 0.0039 \frac{s}{\Omega} \cdot R$$

Für die Frequenz des ungedämpften Galvanometers folgt:

$$\omega_0 = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{T_{\infty}}\right)^2 + \beta_{\infty}^2} \approx \sqrt{\left(\frac{2\pi}{4,083s}\right)^2 + \left(\frac{0.0722}{s}\right)^2} \approx \frac{1.54}{s}$$

Damit können wir jetzt den Außenwiderstand $R_{a,gr}$ berechnen, indem wir die Ausgleichs-

gerade mit ω_0 gleichsetzen und nach $R \equiv x$ auflösen:

$$\begin{aligned}\omega_0 &= 0.4788 \frac{1}{s} + 0.0039 \frac{1}{\Omega s} \cdot R_{a,gr} \\ \Rightarrow R_{a,gr} &= \frac{\omega_0 - 0.4688s}{0.0039s} \Omega = \frac{1.5406s - 0.4688s}{0.0039s} \Omega \approx 274.8 \Omega\end{aligned}$$

Daraus folgt für den Außenwiderstand $R_{a,gr} = 274.8 \Omega$.

Zuletzt wollen wir für diese Aufgabe noch die Galvanometerkenngrößen D , G und Θ mit Hilfe der Formeln aus der Vorbereitung ermitteln. Es gilt nach Aufgaben 2 und 3.1:
 $m = 3.9 \cdot 10^{-3} \frac{1}{s\Omega}$; $C_I^M = 3.8186 \cdot 10^4 \frac{m}{A} \Rightarrow C_I^{M'} = 1.5274 \cdot 10^5 \frac{rad}{A}$.

$$\begin{aligned}G &= \frac{2}{m \cdot C_I^{M'} \cdot \omega_0^2} = \frac{2}{3.9 \cdot 10^{-3} \frac{1}{s\Omega} \cdot 1.5274 \cdot 10^5 \frac{rad}{A} \cdot \left(\frac{1.5406}{s}\right)^2} \approx 1.4146 \cdot 10^{-3} \frac{T}{m^2} \\ D &= \frac{2}{m \cdot (C_I^{M'})^2 \cdot \omega_0^2} = \frac{2}{3.9 \cdot 10^{-3} \frac{1}{s\Omega} \cdot (1.5274 \cdot 10^5 \frac{rad}{A})^2 \cdot \left(\frac{1.5406}{s}\right)^2} \approx 9.2615 \cdot 10^{-9} \frac{N}{m} \\ \Theta &= \frac{2}{m \cdot (C_I^{M'})^2 \cdot \omega_0^4} = \frac{2}{3.9 \cdot 10^{-3} \frac{1}{s\Omega} \cdot (1.5274 \cdot 10^5 \frac{rad}{A})^2 \cdot \left(\frac{1.5406}{s}\right)^4} \approx 3.9021 \cdot 10^{-9} kg \cdot m^2\end{aligned}$$

4 Ballistisches Galvanometer

Nun wollen wir die Stromstoßempfindlichkeit des Galvanometers ermitteln. Dabei untersuchen wir dessen Reaktion auf, durch Entladen eines Kondensators verursachte, kurze Stromstöße. Wir führten die Versuche jeweils mit $R_{18} = 33\Omega$, $R_{19} = 332\Omega$, $R_{20} = 999\Omega$ und $R_{\infty} \approx \infty$, parallel zum Messgerät geschaltet, durch. Alle folgenden Messungen wurden bei $300mV$ aufgenommen.

4.1 C_b Messung

Korrigierte Werte: $C_2 = 5.52\mu F$

Wir maßen für jeden der vier Widerstände den Galvanometerausschlag drei mal. Die Mittelwerte lauten wie folgt:

$$R_{18} = 33\Omega \Rightarrow \alpha_{18} = 8.8333mm \approx 0.04rad$$

$$R_{19} = 332\Omega \Rightarrow \alpha_{19} = 47.8333mm \approx 0.19rad$$

$$R_{20} = 999\Omega \Rightarrow \alpha_{20} = 68.4167mm \approx 0.27rad$$

$$R_{\infty} \approx \infty \Rightarrow \alpha_{\infty} = 85.5mm = 0.34rad$$

Mit diesen Daten können wir C_b berechnen, wobei wir den Galvanometerausschlag in rad verwenden. R_a entspricht dabei jeweils einem der vier oben genannten Widerständen.

$$C_b = \frac{R_a + R_G}{R_a} \cdot \frac{\alpha}{CU}$$

$$C_{b,18} = \frac{R_{18} + R_G}{R_{18}} \cdot \frac{\alpha_{18}}{CU} = \frac{33\Omega + 27.9\Omega}{33\Omega} \cdot \frac{0.04rad}{5.52\mu F \cdot 0.3V} \approx 4.46 \cdot 10^4 \frac{rad}{C}$$

$$C_{b,19} = \frac{R_{19} + R_G}{R_{19}} \cdot \frac{\alpha_{19}}{CU} = \frac{332\Omega + 27.9\Omega}{332\Omega} \cdot \frac{0.19rad}{5.52\mu F \cdot 0.3V} \approx 1.24 \cdot 10^5 \frac{rad}{C}$$

$$C_{b,20} = \frac{R_{20} + R_G}{R_{20}} \cdot \frac{\alpha_{20}}{CU} = \frac{999\Omega + 27.9\Omega}{999\Omega} \cdot \frac{0.27rad}{5.52\mu F \cdot 0.3V} \approx 1.68 \cdot 10^5 \frac{rad}{C}$$

$$C_{b,\infty} = \frac{R_{\infty} + R_G}{R_{1\infty}} \cdot \frac{\alpha_{\infty}}{CU} = \frac{\infty\Omega + 27.9\Omega}{\infty\Omega} \cdot \frac{0.34rad}{5.52\mu F \cdot 0.3V} \approx 2.05 \cdot 10^5 \frac{rad}{C}$$

4.2 C_b Berechnung über G , Θ , ω_0 , R_G und R_a

Kriechfall:

$$R_{18} \Rightarrow C'_{b,18} = \frac{R_G + R_a}{G} = \frac{28.0776\Omega + 33\Omega}{1.4146 \cdot 10^{-3} \frac{T}{m^2}} \approx 4.3176 \cdot 10^4 \frac{rad}{C}$$

Im Vergleich zur Messung weicht der berechnete Wert um 9.4% ab.

Grenzfall:

$$R_{19} \Rightarrow C'_{b,19} = \frac{G}{\Theta \cdot \omega_0 \cdot e} = \frac{1.4146 \cdot 10^{-3} \frac{T}{m^2}}{3.9021 \cdot 10^{-9} kg \cdot m^2 \cdot \frac{1.5406}{s} \cdot 2.7182818} \approx 8.6567 \cdot 10^4 \frac{rad}{C}$$

Hiermit ergibt sich ein Unterschied zur Messung von 30.9%.

Schwingfall:

$$R_{20} = R_\infty \Rightarrow C'_{b,20} = \frac{G}{\Theta \cdot \omega_0} = \frac{1.4146 \cdot 10^{-3} \frac{T}{m^2}}{3.9021 \cdot 10^{-9} kg \cdot m^2 \cdot \frac{1.5406}{s}} \approx 2.3531 \cdot 10^5 \frac{rad}{C}$$

Dies ergibt im Vergleich zu unseren gemessenen Werten eine Abweichung von 13.9% bei $R_\infty = \infty\Omega$ und 38.5% bei $R_{20} = 999\Omega$.

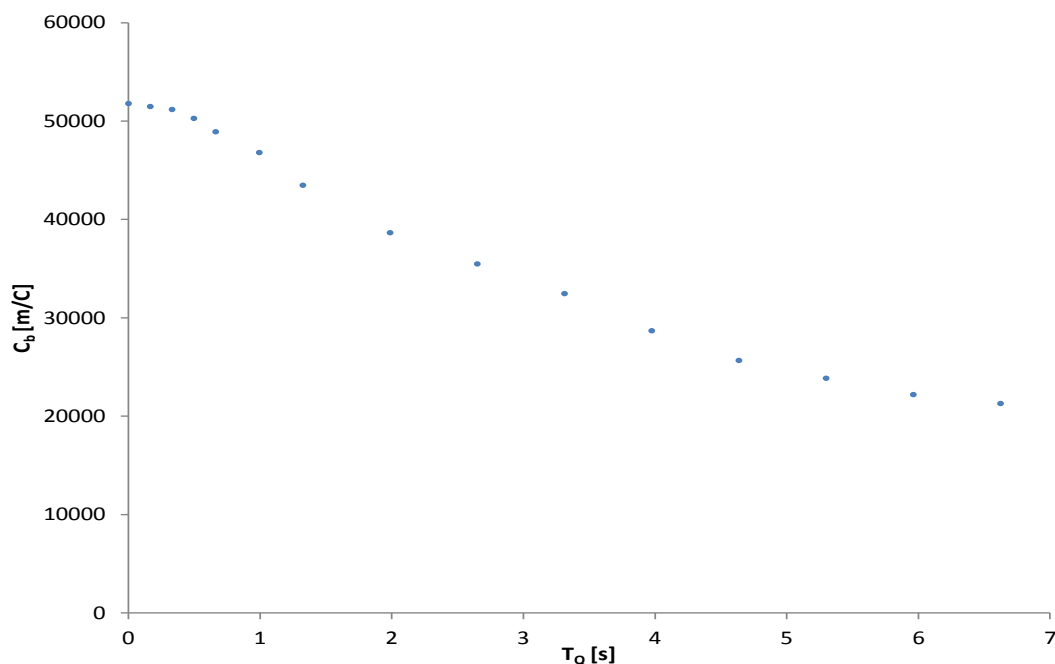
Somit ergibt sich für $R_{18} = 33\Omega$ und $R_\infty = \infty\Omega$ eine relativ gut Übereinstimmung. Beim Grenzfall hingegen liegt eine deutlich größere Abweichung vor, was daran liegen könnte, dass mit 332Ω nicht exakt der Grenzwiderstand eingestellt wurde. Der recht große Unterschied der Werte für $R_{20} = 999\Omega$ lässt sich hauptsächlich auf mögliche Messfehler während des Versuchs zurückführen.

4.3

Zuletzt wollen wir noch zeigen, dass nur für kurze Stöße die Stoßempfindlichkeit des Galvanometers fast unabhängig von T_Q ist. Dazu haben wir für $R_a = \infty$ beobachtet, wie das Messgerät auf eine Änderung von $R_{17} = 0k\Omega \rightarrow 400k\Omega$, und der damit einhergehenden Stoßdauer, reagierte.

R (in k Ω)	α (in mm)	T_Q (in s)	C_b (in m/C)
0	85,75	0	51781,40097
10	85,25	0,1656	51479,4686
20	84,75	0,3312	51177,53623
30	83,25	0,4968	50271,73913
40	81	0,6624	48913,04348
60	77,5	0,9936	46799,51691
80	72	1,3248	43478,26087
120	64	1,9872	38647,343
160	58,75	2,6496	35477,05314
200	53,75	3,312	32457,72947
240	47,5	3,9744	28683,57488
280	42,5	4,6368	25664,25121
320	39,5	5,2992	23852,657
360	36,75	5,9616	22192,02899
400	35,25	6,624	21286,23188

Dies wollen wir nun grafisch veranschaulichen:



Das Schaubild zeigt ein kleines Plateau bei kleinen Zeitdauern. Dies ist der Bereich, in welchem T_Q nur geringen Einfluss auf die Messung hat. Wir können also festhalten, dass bis etwa 0.6 Sekunden Stromstoßdauer das Galvanometer relativ unabhängig messen kann. Danach fällt die Kurve der Graphik stark ab und T_Q kann nicht mehr als Stromstoß angesehen werden.