



~~X~~/WS 20.11../12..

Praktikum: (P1/~~X~~) (~~X~~o/Di/~~X~~/1/~~X~~) Gruppe-Nr: ..11..

Name: Fleig Vorname: Georg

Name: Krause Vorname: Marcel

Versuch: Geometrische Optik (~~X~~t/ohne) Fehlerrechnung

Betreuer: David Gruia Durchgeführt am: 13.12.11..

Abgabe am:

Rückgabe am:

Begründung:

2. Abgabe am:

Ergebnis: (+ / 0 / -)

Fehlerrechnung: ja / nein

Datum:

Handzeichen:

Bemerkungen:



Hier geht es um optischen Versuche, bei denen die geometrischen Abmessungen groß gegen die Wellenlänge sind und deshalb die Wellennatur des Lichts nicht auffällig zum Vorschein kommt.

Bei einigen Teilaufgaben geht es darum, bekannte optische Instrumente modellhaft aufzubauen und dabei das planvolle Einsetzen optischer Bauelemente zu üben. Bei anderen Aufgaben sollen Brennweite von Linsen und Linsensystemen bestimmt werden. Dabei wird deutlich, wie man die Absolutmessung von Größen (hier Gegenstands- und Bildweiten wegen nur ungenau feststellbarer Positionen der Linsenmitten bzw. unbekannter Hauptebenenlagen) vermeidet und stattdessen Verfahren benutzt, die mit einfacheren und genaueren Differenzmessungen auskommen. Im Zusammenhang mit der Brennweitenbestimmung werden auch gleich sphärische und chromatische Aberrationen untersucht.

Achtung: Gehen Sie bitte sehr sorgfältig mit dem Zubehör in der abgedunkelten Kabine um. Auch scheinbar simple optische Elemente wie Farbrgläser und Diapositive sind sehr teuer. *Nicht direkt in einen sehr hellen Strahl hineinblicken! Blendungsgefahr!*

Allgemeiner Hinweis: Bei allen Versuchen, bei denen beleuchtete Objekte abgebildet werden, ist eine sorgfältige Justierung aller optischen Elemente, inklusive Beleuchtungssystem, nötig. Deshalb soll bei der Vorbereitung ein Strahlengang gezeichnet werden, in dem das Beleuchtungssystem nicht fehlen darf.

Aufgaben:

1.) Brennweiten Bestimmungen

1.1 Kontrollieren Sie nur mit Hilfe eines Maßstabes und eines Schirmes die angegebene Brennweite einer dünnen Sammellinse.

1.2 Bestimmen Sie die Brennweite dieser Linse genau mit Hilfe des Besselschen Verfahrens. Untersuchen Sie gleichzeitig die sphärische und chromatische Aberration der Linse.

Hinweise: Bilden Sie einen Gegenstand auf einen Transparenzschirm ab. Für einen festen Abstand $e > 4f$ gibt es zwei Linsenstellungen, in denen ein scharfes vergrößertes bzw. verkleinertes Bild erscheint. Betrachten Sie das Bild zur Beurteilung der Schärfe nötigenfalls mit einer Lupe. Verwenden Sie die folgenden vier möglichen Versuchsbedingungen: rotes / blaues Licht und inneres / äußeres Linsengebiet. Dafür existieren Farbrgläser sowie auf die Linsenfassung aufsteckbare Loch- und Scheibenblenden. Zur Erhöhung der Messgenauigkeit sind für jede Versuchsbedingung mehrere Messungen auszuführen:

- bei festem Abstand e zwischen Gegenstand und Bild wiederholte unabhängige Scharfeinstellungen
- Variationen von e .

Fragen: Warum muss $e > 4f$ sein? Warum ist es nachteilig, e/f zu groß zu wählen?

1.3 Bestimmen Sie mit Hilfe des Abbéschen Verfahrens die Brennweite eines Zweilinsensystems bei verschiedenen Linsenabständen. Bestimmen Sie bei einem festen Linsenabstand auch die Hauptebenenabstände.

Hinweise: Bei jedem Linsenabstand sollen mindestens für sechs 'Gegenstand-Marke-Abständen' die Vergrößerungen gemessen werden. Die Marke ist ein beliebiger aber fester Ort am Linsensystem. Als Gegenstand ist eine geeichte Skala vorteilhaft und als Schirm wird Millimeterpapier verwendet. Zur Bestimmung der Hauptebenenabstände müssen Sie auch eine Messreihe mit dem um 180° gedrehten Linsensystem durchführen.

Schließen Sie aus den gemessenen Brennweiten des Systems bei mindestens zwei deutlich unterschiedlichen Linsenabständen auf die Brennweiten der beiden Einzellinsen. Es ist vorteilhaft, bei wesentlich mehr Linsenabständen zu messen und eine Ausgleichsrechnung vorzunehmen.

2.) Aufbau optischer Instrumente

2.1 Bauen Sie ein Keplersches (astronomisches) Fernrohr mit wenigstens sechsfacher Vergrößerung und betrachten Sie damit entfernte Gegenstände. Bauen Sie die Linsencombination auf der leicht transportablen 'kleinen optischen Bank' auf. Messen Sie auf einfache Weise die Vergrößerung und vergleichen Sie sie mit dem errechneten Wert. Bauen Sie auch ein Galileisches Fernrohr auf und überprüfen Sie seine Funktion.

2.2 Bauen Sie einen Projektionsapparat, der $24 \times 36 \text{ mm}^2$ -Diapositive ausleuchtet und in etwa 1,5 m Entfernung etwa zehnfache Vergrößerung aufweist. Projizieren Sie Diapositive und vergleichen Sie Ergebnis und Voraussage. Zeichnen Sie den prinzipiellen Strahlengang (mit Konstruktionslinien für die 'Beleuchtung' und für die 'Abbildung' und mit Lichtbündeln).

2.3 Bauen Sie ein Mikroskop mit >20 -facher Vergrößerung und vergleichen Sie die näherungsweise gemessene Vergrößerung mit dem berechneten Wert. Skizzieren Sie den Strahlengang.

Frage: Warum hat es keinen Sinn, bei einem Mikroskop die Vergrößerung durch Einsatz von Linsen mit immer kleineren Brennweiten in der Hoffnung zu steigern, dann auch eine immer bessere 'Auflösung' zu erreichen?

Zubehör:

Optische Bank mit Reitern
Glühlampe (6V;5A) im Gehäuse und mit Netzgerät
Kondensator
Sammellinsen (4 / 5 / 7 / 9 / 10 / 15 / 20 / 30 / 50 / 100cm, evtl. leicht abweichende Zusammenstellung)
Zerstreuungslinsen (-5 / -10cm)
Zweilinsensystem mit einstellbarem Linsenabstand
verstellbarer Spalt
Irisblende
auf die Linsen aufsteckbare Lochblende, dto. Scheibenblende
Rotfilter und Blaufilter
farbiges Testdiapositiv; Demonstrationsdiapositiv
diverse Gitter (20 Striche/cm bis 208 Striche/cm und Kreuzgitter)
Filterhalter; Blendenhalter
Mattscheibenschirm; mm-Papier
kleine optische Bank (gemeinsam für alle Versuche)
Millimeterskala

Literatur:

Alle Lehrbücher der Optik und alle Optik-Kapitel
Speziell zu Bessel- und Abbéverfahren:
Walcher: *Praktikum der Physik*, 2. Aufl., Par. 4.1.2, 4.1.3
Bergmann, Schaefer: *Experimentalphysik*, Bd. 3, 6. Aufl., S. 99,100
Westphal: *Physikalisches Praktikum*, 13. Aufl., Aufg. 18 und 21
Zu optischen Instrumenten (besonders instruktiv: Projektionsapparat!):
Pohl: *Optik und Atomphysik*, 12. Aufl., §29 - §33

Inhaltsverzeichnis

Schriftliche Vorbereitung von Georg Fleig	5
Einführung	6
Aufgabe 1: Brennweiten Bestimmungen	6
Linsen	6
Brennweite einer Linse	6
Bildkonstruktion	7
Linsenfehler: chromatische Aberration	7
Linsenfehler: Sphärische Aberration	8
Aufgabe 1.1 - Ungefähre Brennweite einer dünnen Linse	8
Aufgabe 1.2 - Bestimmung der Brennweite nach Bessel	8
Aufgabe 1.3 - Bestimmung der Brennweite nach Abbe	9
Aufgabe 2: Aufbau optischer Instrumente	10
Aufgabe 2.1 - Keplersches und Galileisches Fernrohr	11
Aufgabe 2.2 - Projektionsapparat	12
Aufgabe 2.3 - Mikroskop	12
Schriftliche Vorbereitung von Marcel Krause	13
Theoretische Grundlagen	15
Linsen	15
Bildkonstruktion	16
Sphärische Aberration	16
Chromatische Aberration	17
Aufgabe 1: Brennweitenbestimmung	17
Aufgabe 1.1: Ungefähre Brennweitenbestimmung einer dünnen Linse	17
Aufgabe 1.2: Brennweitenbestimmung mit dem Besselschen Verfahren	18
Aufgabe 1.3: Brennweitenbestimmung mit dem Abbeschen Verfahren	19
Aufgabe 2: Aufbau optischer Instrumente	20
Aufgabe 2.1: Keplersches und Galileisches Fernrohr	20
Aufgabe 2.2: Projektionsapparat	21
Aufgabe 2.3: Mikroskop	22
Auswertung	23
Aufgabe 1: Brennweitenbestimmung	25
Aufgabe 1.1: Ungefähre Brennweitenbestimmung einer dünnen Linse	25
Aufgabe 1.2: Brennweitenbestimmung mit dem Besselschen Verfahren	25
Aufgabe 1.3: Brennweitenbestimmung mit dem Abbeschen Verfahren	27
Aufgabe 2: Aufbau optischer Instrumente	30
Aufgabe 2.1: Keplersches und Galileisches Fernrohr	30
Aufgabe 2.2: Projektionsapparat	31
Aufgabe 2.3: Mikroskop	31

Physikalisches Anfängerpraktikum P1

**Versuch:
P1-31,40,41
Geometrische Optik**

Schriftliche Ausarbeitung von Georg Fleig
Gruppe: Di-11

Datum der Versuchsdurchführung:
13.12.2011

Einführung

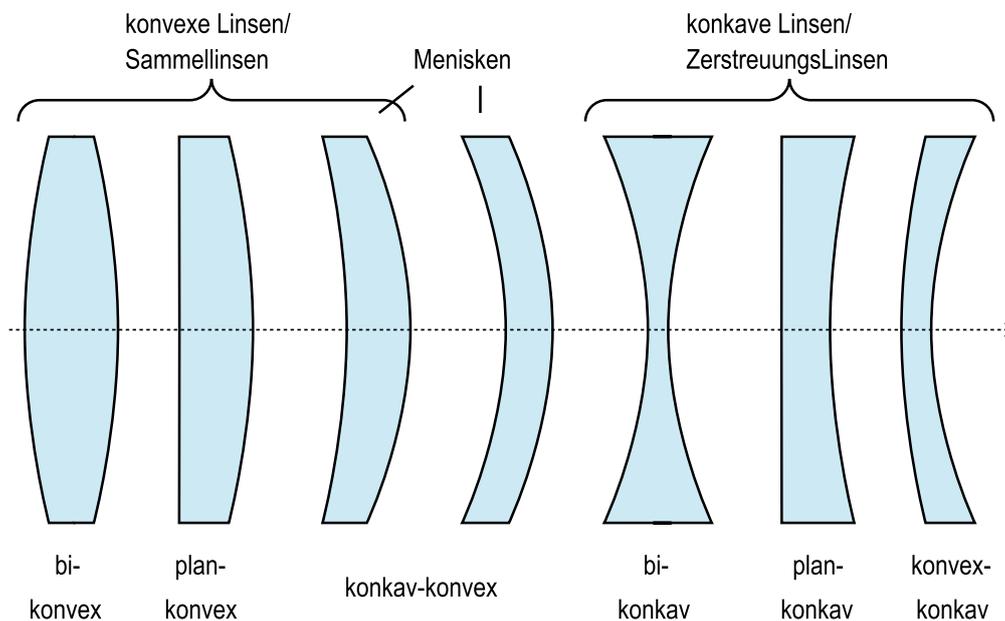
In diesen Versuchen werden optische Bauelemente wie z.B. Linsen auf ihre Eigenschaften hin untersucht. Dabei werden stets Abmessungen verwendet, die groß gegenüber der Wellenlänge des Lichtes sind, wodurch die Welleneigenschaften des Lichtes nicht berücksichtigen müssen. Wir befassen uns also mit der geometrischen Optik, bei welcher mit Lichtstrahlen argumentiert wird. So lassen sich beispielsweise Brechungen und Reflexionen mit einfachen Gesetzen darstellen.

Aufgabe 1: Brennweiten Bestimmungen

Mit Hilfe unterschiedlicher Methoden sollen die Brennweiten von Linsen bestimmt werden. Zunächst soll kurz auf benötigte Bezeichnungen und Techniken bei der Verwendung von Linsen, sowie auf Linsenfehler eingegangen werden.

Linsen

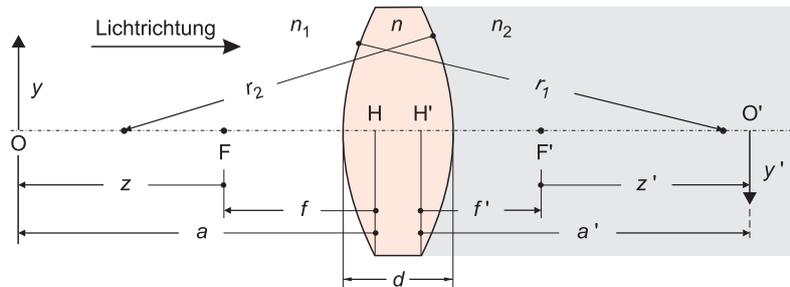
Linsen sind optisch wirksame Elemente, die zwei lichtbrechende Seitenflächen besitzen. Dabei sind entweder nur eine oder beide Flächen gewölbt. Ist die Fläche nach außen gewölbt, wird sie als konvex bezeichnet, eine nach innen gewölbte Fläche heißt konkav. Die daraus resultierenden verschiedenen Linsentypen sind in folgendem Bild dargestellt:



In den folgenden Versuchen betrachten wir lediglich Linsen, die auf beiden Seiten dieselbe Wölbung besitzen, Also bi-konkav oder bi-konvex sind. Diese werden auch allgemein als Zerstreuungslinse bzw. Sammellinse bezeichnet. Eine wichtige charakterisierende Eigenschaft von Linsen ist ihre Brennweite. Auf diese wird im Folgenden genauer eingegangen.

Brennweite einer Linse

Fällt Licht parallel zur Linsenachse auf eine Linse, so treffen sich die Lichtstrahlen hinter der Linse in einem Punkt, dem Brennpunkt F . Die Abstand zwischen der Hauptebene H der Linse und dem Brennpunkt F wird als Brennweite f bezeichnet. Außerdem wird der Abstand des Gegenstandes G zur Hauptebene H mit der Gegenstandsweite g und der Abstand zwischen Bild B und Hauptebene H' mit der Bildweite b bezeichnet. Dargestellt ist dies in folgender Skizzen, wobei die Bezeichnungen leicht abweichen, was aber nicht das Verständnis trüben sollte.



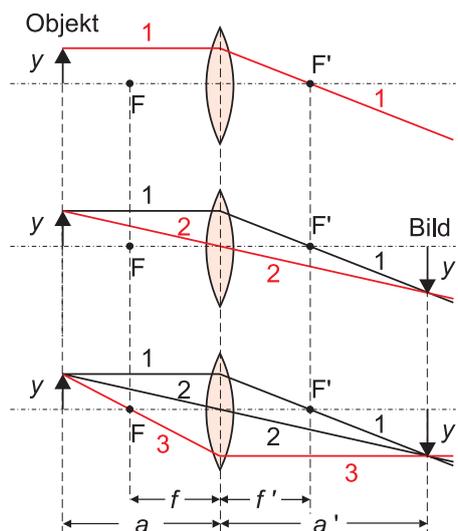
Beim Betrachten einer dünnen Linse fallen die Hauptebenen H und H' zusammen.

Hier gilt die Abbildungsgleichung:

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \quad (1)$$

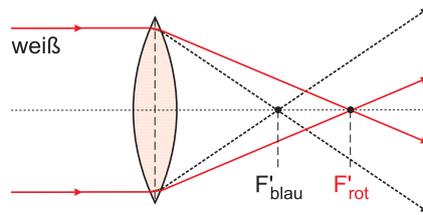
Bildkonstruktion

Das Bild eines Objektes, das durch eine dünne Sammellinse abgebildet wird, lässt sich mit einfachen geometrischen Mitteln konstruieren. Das verwendete Verfahren wird Listingsche Bildkonstruktion genannt. Dafür werden neben Position und Größe des abzubildenden Objektes y lediglich die Brennpunkte F und F' benötigt. Durch das Einzeichnen dreier Strahlen, kann Ort und Größe des Bildes y' bestimmt werden. Diese speziellen Strahlen sind in folgender Skizze dargestellt:



Linsefehler: Chromatische Aberration

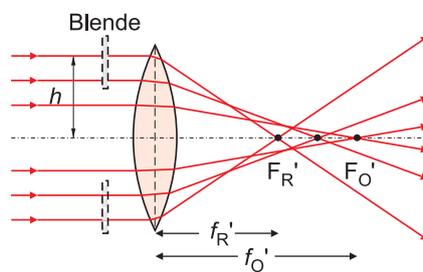
Lichtstrahlen verschiedener Wellenlängen erfahren in Linsen eine unterschiedliche Brechung, da der Brechungsindex von der Wellenlänge λ abhängig ist (Dispersion).



Hierbei wird blaues Licht unabhängig vom Abstand zur Linsenachse stärker gebrochen als rotes Licht. Verwendet man also weißes Licht, wird auf dem Schirm ein Bild mit farbigen Rändern zu sehen sein.

Linsenfehler: Sphärische Aberration

Die sphärische Sammellinse kann nur parallele achsnahe Strahlen aus dem Paraxialgebiet in einem Brennpunkt abbilden. Randstrahlen, die weiter entfernt einfallen, werden aufgrund der Geometrie der Linse stärker gebrochen. Ihre Brennweite ist daher geringer als die der achsnahen Strahlen und es gibt keinen eindeutigen Brennpunkt mehr.



Durch das Anbringen von Blenden lassen sich die Randstrahlen herausfiltern und so ein einziger Brennpunkt erzeugen.

Aufgabe 1.1 - Ungefähre Brennweite einer dünnen Linse

Als erstes soll die Brennweite einer dünnen Linse durch einen einfachen Versuch bestimmt werden. Mittels einer Linse wird ein Objekt auf einen Schirm abgebildet. Durch Variation des Abstandes des Schirms zur Linse wird versucht ein möglichst scharfes Bild auf dem Schirm zu erzeugen. Ist dies erreicht, entspricht der Abstand des Schirmes zur Linse genau der Bildweite b . Zusätzlich wird nun noch die Gegenstandsweite g gemessen. Nun kann mit der Abbildungsgleichung (1) für dünne Linsen die gesuchte Brennweite f berechnet werden:

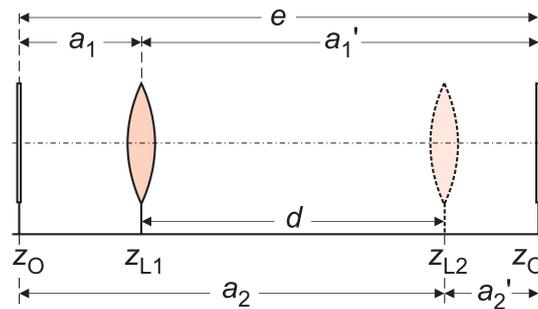
$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

Wird g als sehr groß angenommen, gilt $f \approx b$.

Dieser Wert soll mit der angegebenen Brennweite der Linse verglichen werden. Dieses Verfahren ist eher ungenau, da die Annahme der dünnen Linse eine Näherung ist und Linsenfehler nicht berücksichtigt werden. Daher gehen wir davon aus, dass der so bestimmte Wert nicht sehr genau ist.

Aufgabe 1.2 - Bestimmung der Brennweite nach Bessel

Es soll erneut die Brennweite der dünnen Linse bestimmt werden, dieses Mal wird allerdings das Besselsche Verfahren angewandt, um einen genaueren Wert zu erzielen. Anhand folgender Skizze wird dieses Verfahren erklärt:



Da die Strahlengänge stets umkehrbar sind, gibt es für einen festen Abstand e zwischen Bild und Gegenstand zwei Positionen Z_{L1} und Z_{L2} der Linse, für die ein scharfes Bild erscheint.

Es gilt:

$$a'_1 = a_2 = b \quad \text{und} \quad a'_2 = a_1 = g$$

und damit:

$$e = g + b \quad \text{und} \quad f = g - b$$

So ergibt sich die Abbildungsgleichung zu:

$$f = \frac{bg}{b+g} = \frac{e^2 - d^2}{4e}$$

Im Versuch soll die Linse nun so verschoben werden, dass auf dem Schirm stets ein scharfes Bild entsteht. Durch messen der Linsenpositionen sowie e und d kann nun die Brennweite bestimmt werden. Da entweder rotes oder blaues Licht verwendet wird, kommt es zur chromatischen Aberration. Zusätzlich sollen die Messungen mit und ohne Randstrahlen durchgeführt werden um die sphärischer Aberration zu beobachten.

Warum muss $e > 4f$ gelten?

Mit $g = e - b$ folgt:

$$\begin{aligned} f &= \frac{gb}{g+b} = \frac{(e-b)b}{e-b+b} \\ \Leftrightarrow b^2 - eb + ef &= 0 \tag{2} \\ \Rightarrow b_{1/2} &= \frac{e}{2} \pm \frac{e}{2} \sqrt{1 - \frac{4f}{e}} \end{aligned}$$

Um ein Bild zu erhalten, darf die Diskriminante nicht negativ sein. Daraus folgt direkt die Forderung $e > 4f$.

Warum ist es nachteilig e/f zu groß zu wählen?

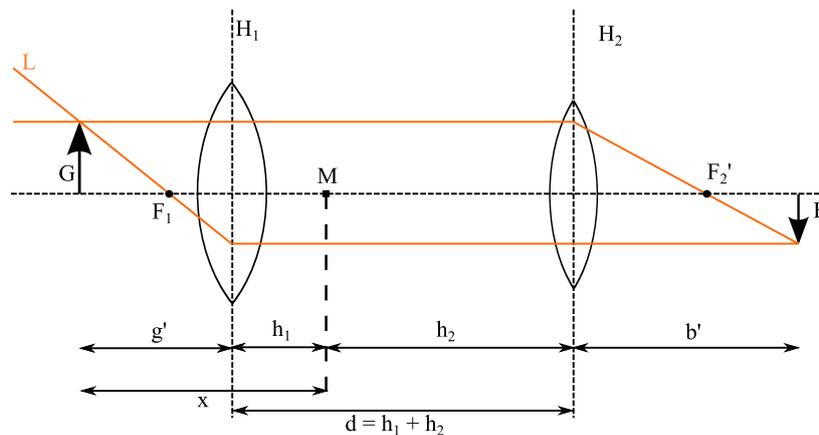
Für e/f groß gilt $f/e \ll 1$. Die Gleichung (2) für die Bildweite wird damit zu

$$b_{1/2} \approx \frac{e}{2} \pm \frac{e}{2}$$

Die Linsen müssten sehr nahe am Objekt oder am Schirm positioniert werden. Dies würde die Messung erschweren.

Aufgabe 1.3 - Bestimmung der Brennweite nach Abbe

In diesem Versuch bestimmen wir die Brennweite eines Zweilinsensystems mit dem Abbe-Verfahren, sowie die Abstände der Hauptebenen der Linsen. Da Gegenstandsweite g und Bildweite b nicht bekannt sind, wird das Linsensystem mit einem festen Abstand d auf der optischen Bank montiert. Als fester Bezugspunkt wird ein Marker M montiert, der über alle Versuchsreihen an derselben Position bleibt.



Nun wird für verschiedene Abstände x zwischen Marker und Gegenstand die Vergrößerung β bestimmt. Es gilt:

$$\beta = \frac{B}{G} = \frac{b}{g} = \frac{b'}{g'}$$

Hier seien B und G Bild- bzw. Gegenstandsgröße sowie b' und g' der Abstand zwischen Bild und der zweite Hauptebene bzw. zwischen Gegenstand und der ersten Hauptebene.

Durch Einsetzen von β in die Abbildungsgleichung (1) erhält man:

$$g = f \left(\frac{1}{\beta} + 1 \right)$$

Mit

$$x = g + h_1$$

ergibt sich

$$x = f \left(\frac{1}{\beta} + 1 \right) + h_1$$

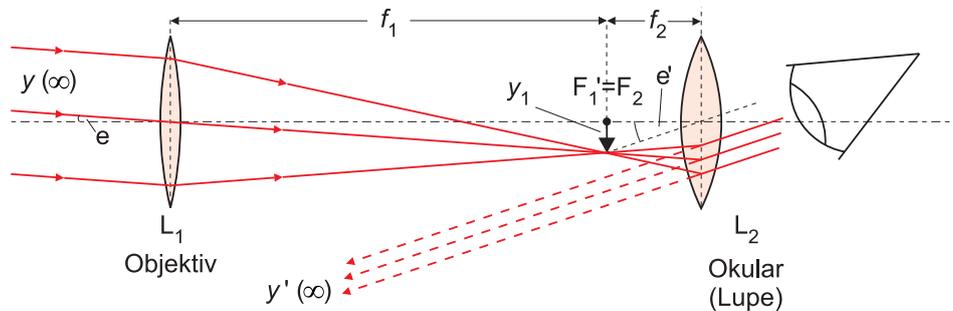
Nun können wir durch Auftragen von x über $\frac{1}{\beta} + 1$ mittels linearer Regression aus der Steigung der Geraden direkt die Brennweite f des Linsensystems bestimmen. Der y-Achsenabschnitt liefert außerdem den Hauptebenenabstand h_1 . Um auch den Abstand h_2 zu bestimmen, drehen wir das gesamte Linsensystem auf der optischen Bank um 180° und führen eine Messreihe erneut durch. Nun gilt $x = g + h_2$. Entsprechend erhält man nun durch den y-Achsenabschnitt der linearen Regression den Hauptebenenabstand h_2 .

Aufgabe 2: Aufbau optischer Instrumente

Aufgabe 2.1 - Keplersches und Galileisches Fernrohr

Keplersches Fernrohr

Auf der kleinen optischen Bank soll ein Keplersches Fernrohr mit mindestens sechsfacher Vergrößerung aufgebaut werden. Ein solches Fernrohr ist hier dargestellt:



Die Linse L_1 (Objektiv) bildet einen weit entfernten Gegenstand $y(\infty)$ als reelles umgekehrtes Bild y' im Brennpunkt F_1' ab. Dieses Bild wird durch ein Okular (Linse L_2) betrachtet. Das Okular erzeugt ein virtuelles vergrößertes Bild $y'(\infty)$ im Unendlichen, das für den Betrachter zu sehen ist. Dieses Bild bleibt jedoch weiterhin umgekehrt. Für die Winkelvergrößerung Γ_{Kep} des Keplerschen Fernrohrs gilt:

$$\Gamma_{Kep} \approx \frac{f_1}{f_2} = \frac{f_{Objektiv}}{f_{Okular}} \quad (3)$$

Die Baulänge beträgt außerdem:

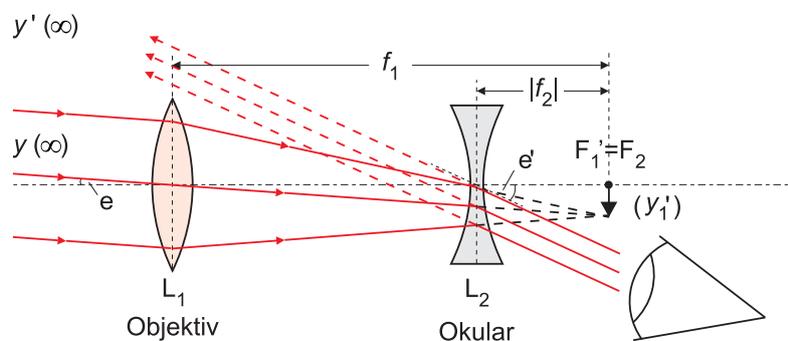
$$l = f_1 + f_2$$

Um mindestens eine sechsfache Vergrößerung zu erreichen, liegt es nach Gleichung (3) nahe die Linsen folgendermaßen zu wählen:

$$f_{Objektiv} \geq 6 f_{Okular}$$

Die im Versuch gemessene Vergrößerung soll mit der Theorie verglichen werden.

Galileisches Fernrohr



Beim Galileischen Fernrohr wird als Okular eine Zerstreuungslinse mit negativer Brennweite f_2 verwendet. Wie in der Skizze dargestellt, fallen auch hier die Brennpunkte F_1' und F_2 zusammen, so dass für

den Betrachter ein aufrechtes vergrößertes Bild entsteht. Hier gilt für die Winkelvergrößerung Γ_{Gal} :

$$\Gamma_{Gal} = \frac{f_1}{|f_2|} = \frac{f_{Objektiv}}{|f_{Okular}|}$$

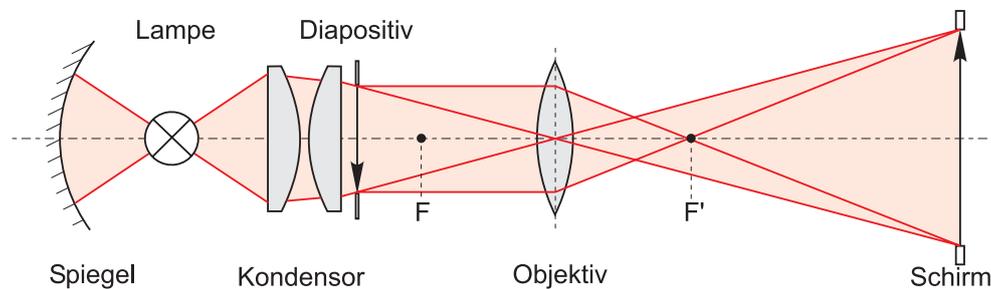
Sowie für die Baulänge des Fernrohrs:

$$l = f_1 - |f_2|$$

Hier kann man direkt erkennen, dass das Galileische Fernrohr gegenüber dem Keplerschen Fernrohr eine geringere Baulänge aufweist und damit kompakter ist.

Aufgabe 2.2 - Projektionsapparat

Es soll ein Projektionsapparat aufgebaut werden, welcher Diapositive der Größe $24 \times 36 \text{ mm}^2$ auf einer Entfernung von $d = 1,5 \text{ m}$ mit 10-facher Vergrößerung darstellt. Realisiert wird dieser entsprechend folgendem Aufbau:



Hier sind bereits die Strahlengänge eingezeichnet, die den Verlauf der Strahlen und damit das erzeugte Bild zeigen. Dabei ist anzumerken, dass es eine Kombination aus dem Beleuchtungs- und Abbildungsstrahl ist. Dies wird auch Köhlerscher Strahlengang genannt. Der Hohlspiegel hinter der Lampe sorgt für eine verbesserte Ausnutzung des erzeugten Lichtes zur Projektion. Weiterhin wird ein Kondensator für die Bündelung der Lichtstrahlen eingesetzt, damit sie alle das Dia durchlaufen und dieses voll ausgeleuchtet wird. Wie zu sehen ist, muss das Dia umgekehrt in den Aufbau eingesetzt werden, damit ein aufrechtes Bild erzeugt wird.

Für den Abbildungsmaßstab β gilt wegen der geforderten 10-fachen Vergrößerung:

$$\beta = \frac{b}{g} = 10 \quad \text{mit} \quad d = b + g$$

Berechnet man b und g

$$g = \frac{d}{11} = 13,64 \text{ cm}$$

$$b = \frac{10}{11}d = 136,36 \text{ cm}$$

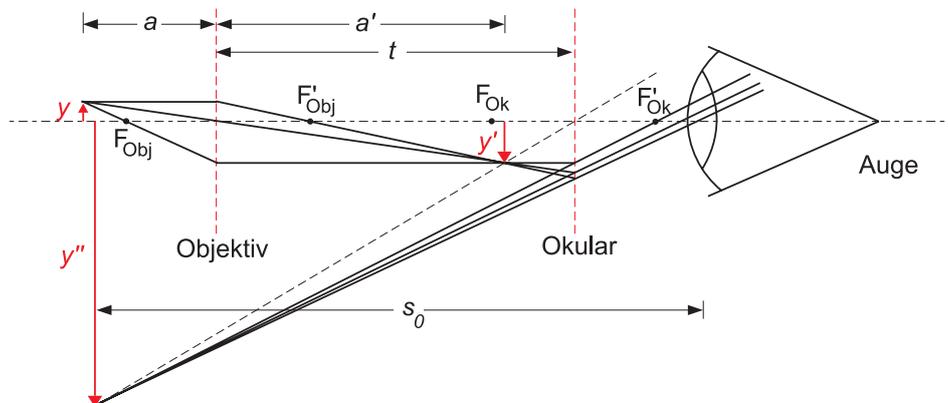
und setzt diese Werte in die Abbildungsgleichung (1) ein, lässt sich die Brennweite f des Objektivs bestimmen, das verwendet werden soll:

$$f \approx 124 \text{ mm}$$

Die tatsächliche Vergrößerung soll anschließend noch mit dem theoretischen Wert verglichen werden.

Aufgabe 2.3 - Mikroskop

In dieser letzten Teilaufgabe soll ein Mikroskop mit einer mindestens 20-fachen Vergrößerung aufgebaut werden. Wir realisieren dieses entsprechend der folgenden Skizze mit einem Zweilinsensystem:



Hier erzeugt das Objektiv ein reelles vergrößertes Bild, das durch das Betrachten durch das Okular nochmals vergrößert virtuell im Unendlichen dargestellt wird. Die Winkelvergrößerung Γ_{Mi} dieses Mikroskops ist:

$$\Gamma_{Mi} = \frac{b}{g} \frac{s_0}{f_2}$$

$$a' = b \quad \Rightarrow \quad t = b + f_2$$

Für eine gute Vergrößerung muss der Gegenstand möglichst nahe an das Objektiv gerückt werden, damit gilt $g \approx f_1$. So ergibt sich Γ_{Mi} zu:

$$\Gamma_{Mi} = \frac{(t - f_2) s_0}{f_1 f_2}$$

Die gemessene Vergrößerung soll anschließend noch mit der berechneten verglichen werden.

Warum ist es nicht sinnvoll mit Linsen kleinerer Brennweiten die Vergrößerung sowie die Auflösung zu steigern?

Bei kleineren Brennweiten wird zwar weiter vergrößert, allerdings nimmt die Auflösung des Bildes aufgrund zunehmender Beugungseffekte ab. Beim herkömmlichen Mikroskop kann bis zur sogenannten Abbeschen Auflösungsgrenze gearbeitet werden, diese liegt etwa bei einer halben Wellenlänge des verwendeten Lichtes.

Quellenangabe

Eichler, Kronfeldt, Sahn: Das neue physikalische Grundpraktikum

Demtröder, W.: Experimentalphysik 2 - Elektrizität und Optik

Skizze der Linsenarten:

<http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/4/49/Linsenarten.svg>, aufgerufen am 12.12.2011

Sämtliche andere Skizzen exkl. Abbe-Verfahren:

Eichler, Kronfeldt, Sahn: Das neue physikalische Grundpraktikum

Physikalisches Anfängerpraktikum P1

**Versuch:
P1-31,40,41
Geometrische Optik**

Schriftliche Vorbereitung von Marcel Krause (mrrrc@leech.it)
Gruppe: Di-11

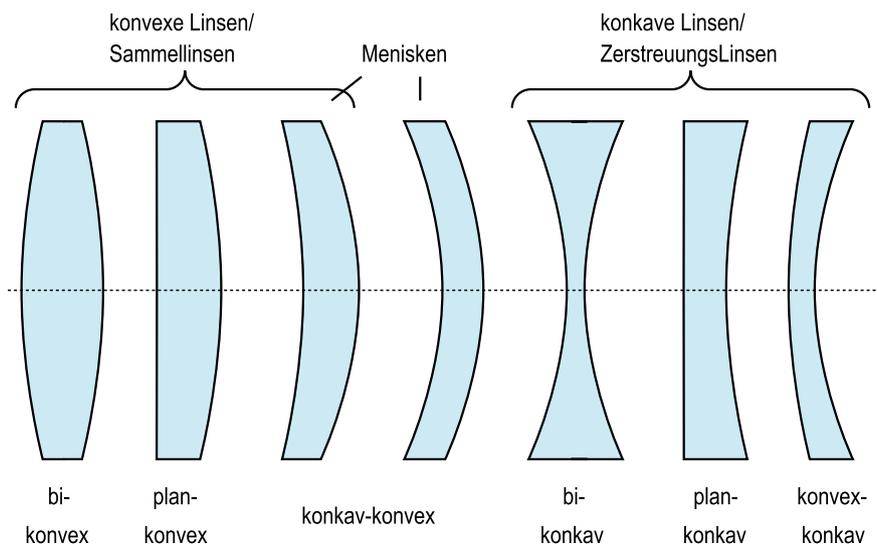
Datum der Versuchsdurchführung:
13.12.11

Theoretische Grundlagen

In den Versuchsreihen zur geometrischen Optik lernen wir den Umgang mit optischen Instrumenten und deren Wechselwirkung mit Licht näher kennen. Es sollen dabei unter anderem das planvolle Einsetzen optischer Bauelemente geübt, Brennweitenbestimmungen durchgeführt und sphärische sowie chromatische Aberration untersucht werden. Es ist dabei wichtig zu erkennen, dass die geometrische Optik im Wesentlichen nur eine Näherung an die wirklichen optischen Prozesse darstellt. Man betrachtet das Licht in Form von Lichtstrahlen, die mit verschiedenen optischen Instrumenten auf elementare Weise, beispielsweise nach Reflexions- und Brechungsgesetzen, wechselwirken. Der Wellencharakter des Lichts wird hierbei vernachlässigt, da die Abmessungen der verwendeten Instrumente groß sind gegen die Wellenlänge des Lichts.

Linsen

Linsen sind ganz allgemein optisch wirksame Elemente mit zwei lichtbrechenden Seiten, von denen mindestens eine gewölbt sei. Je nach Art der Wölbung unterscheidet man dann konvexe, also vom Linsenzentrum nach außen gewölbte, und konkave, also zum Zentrum hin gewölbte Linsen. Die unten stehende Skizze soll diese Typen veranschaulichen.

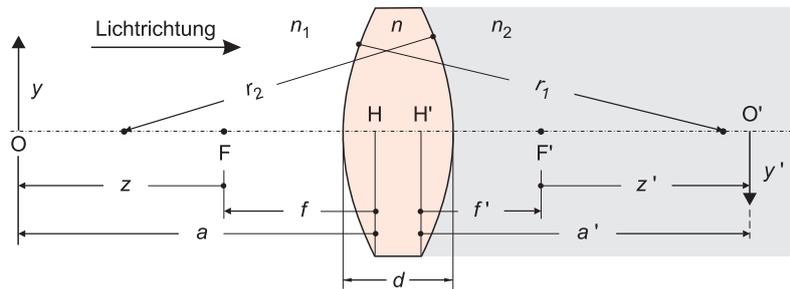


Bikonkave und bikonvexe Linsen bezeichnet man üblicherweise schlicht mit konkav und konvex. Diese Linsen besitzen also konkave respektive konvexe Wölbungen auf beiden Seiten. Besitzt eine der beiden Linsenseiten keinerlei Krümmung, so nennt man sie “plan-”, gefolgt von der Art der Wölbung. Die in der Skizze angedeuteten Mischtypen finden in der Praxis, beispielsweise in Teleobjektiven für Kameras, ebenfalls Verwendung.

Linsen lassen sich überdies hinaus auch noch durch die Form ihrer Wölbung charakterisieren. Sind die Randflächen Begrenzungen einer Kugel, so nennt man sie sphärische Linsen. Davon abweichende Formen nennt man üblicherweise asphärische Linsen.

Zur Charakterisierung der Linsen nutzt man meist deren Brennweite f , welche im Allgemeinen den Abstand zwischen Brennpunkt bzw. Brennebene F und Linsenebene (bzw. Hauptebene H bei dicken Linsen) angibt. Der Brennpunkt als solcher lässt sich als der Punkt charakterisieren, an dem bei einer Sammellinse parallel einfallendes Licht gebündelt wird, oder aber von dem bei einer Streulinse das

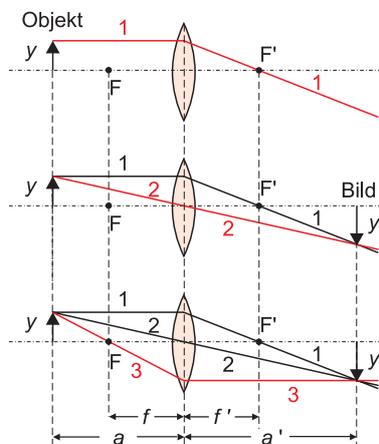
parallel einfallende Licht nach der Streuung zu stammen scheint. Die nachstehende Skizze soll dies veranschaulichen. Man findet dort zwei verschiedene Brennpunkte F und F' , da die konvexe Linse auf jeder Seite unterschiedliche Krümmungsradien r_i besitzt.



Den Abstand eines Gegenstands G zur Linse nennt man Gegenstandsweite g und der Abstand des Bilds B zur Linse wird als Bildweite b bezeichnet.

Bildkonstruktion

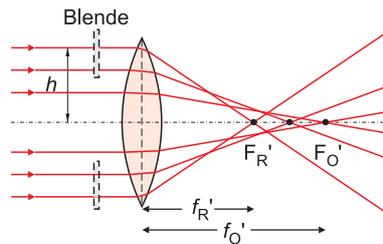
Die Bildkonstruktion ist ein einfaches Mittel, um nachzuvollziehen, in welcher Form Gegenstände o.Ä. abgebildet werden. Dazu nutzt man, wie zuvor angesprochen, die Darstellung des Lichts in Form von Lichtstrahlen. Für die Konstruktion eines Bilds sind im Allgemeinen zwei Strahlen ausreichend, bei der Listingschen Bildkonstruktion verwendet man in der Regel allerdings drei spezielle Lichtstrahlen. Voraussetzungen sind bekannte Brennpunkte F und F' der Linse sowie die Gegenstandsweite. Die drei speziellen Strahlen sind in der nachfolgenden Skizze dargestellt:



Es handelt sich hierbei um den Parallelstrahl (1), den Mittelpunktstrahl (2) und den Brennpunktstrahl (3). Der Gegenstand wird im Schnittpunkt dieser drei Strahlen abgebildet, sofern er existiert.

Sphärische Aberration

Bei der sphärischen Aberration handelt es sich um einen der Abbildungsfehler, den wir im Zuge dieser Versuchsreihe untersuchen werden. Sie tritt bei der Verwendung von sphärischen Sammellinsen auf. Mittels der nachfolgenden Skizze soll dieser Abbildungsfehler für parallel einfallendes Licht kurz erläutert werden.

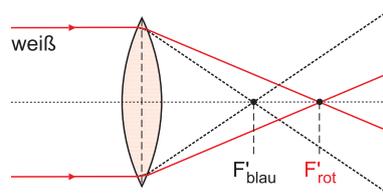


Die achsennahen Strahlen werden im Brennpunkt F'_O gesammelt, wohingegen achsenferne Randstrahlen mit dem Abstand h zur optischen Achse in einem Brennpunkt F'_R gebündelt werden, der desto näher an der Linse liegt, je größer h wird. Somit findet sich mit vielen Randstrahlen das Problem vor, dass die Linse keinen eindeutigen Brennpunkt mehr besitzt; das Abbild würde also unscharf werden.

Abhilfe kann man sich hier verschaffen, indem man entweder asphärische (beispielsweise parabelförmige) Linsen verwendet, oder aber in dem man Blenden verwendet, um nur achsennahe Strahlen zur Abbildung zuzulassen. Letzteres verringert allerdings die Intensität des Bilds.

Chromatische Aberration

Die chromatische Aberration ist ein weiterer Abbildungsfehler, der sich auf die Farbe des verwendeten Lichts bezieht. Der Brechungsindex realer Linsen ist stets von der Wellenlänge des Lichts abhängig, welches auf sie trifft. Auf das sichtbare Lichtspektrum bezogen bedeutet dies, dass blaues Licht stärker gebrochen wird als rotes. Die unten stehende Skizze veranschaulicht dies.



Die chromatische Aberration tritt stets dann auf, wenn man Licht verschiedener Wellenlängen auf die Linse strahlt. Wie man in der Skizze erkennt, ergeben sich so für jede Wellenlänge unterschiedliche Brennpunkte, sodass ein derart abgebildeter Gegenstand Farbfehler in Form von Farbsäumen aufweist. Dieser Abbildungsfehler ist nicht abhängig vom Abstand der Lichtstrahlen zur optischen Achse.

Aufgabe 1: Brennweitenbestimmung

In der ersten Aufgabe widmen wir uns der Brennweitenbestimmung mittels verschiedener Verfahren.

Aufgabe 1.1: Ungefähre Brennweitenbestimmung einer dünnen Linse

In der ersten Teilaufgabe sollen wir nur mit Hilfe eines Messstabs und eines Schirms die angegebene Brennweite einer dünnen Sammellinse kontrollieren. Dazu werden wir die Position des Schirms so lange variieren, bis sich ein maximal scharfes Bild ergibt, und dann den Abstand des Schirms von der Linse ausmessen. Diese experimentell bestimmte Brennweite soll dann mit dem Literaturwert der Linse verglichen werden.

Es soll noch kurz auf die rechnerische Bestimmung der Brennweite eingegangen werden. Für dünne

Linsen fallen die weiter oben angesprochenen Hauptebenen H und H' zu einer einzigen Linsenebene zusammen. Die Abbildungsgleichung lautet in diesem Fall

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

Die linke Seite dieser Gleichung ergibt sich im Fall einer dünnen Linse zu

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

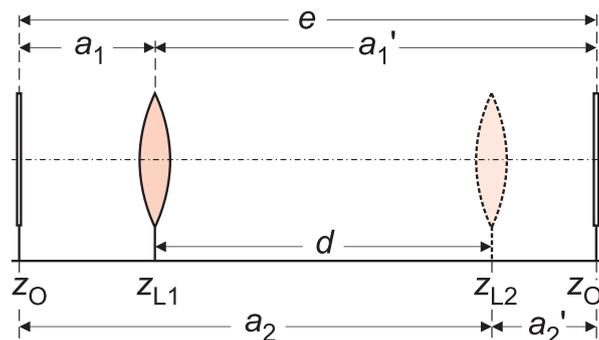
wenn n die Brechzahl des Linsenglases und r_i die Krümmungsradien der beiden Linsenseiten seien. Setzt man dies in die Abbildungsgleichung ein und formt nach der Brennweite um, dann erhält man:

$$f = \frac{1}{n - 1} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)^{-1} = \frac{1}{n - 1} \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1}$$

Auf diese Weise ließe sich bei Kenntnis der in der Formel verwendeten Werte die Brennweite berechnen.

Aufgabe 1.2: Brennweitenbestimmung mit dem Besselschen Verfahren

Nachdem die Brennweite einer Linse auf recht ungenaue Weise kontrolliert wurde, soll nun mit Hilfe des Besselschen Verfahrens eine genauere Messung an derselben Linse erfolgen. Zur Erläuterung des Verfahrens ist die nachfolgende Skizze hilfreich.



Ist der Abstand e zwischen Gegenstand und Bild hinreichend groß, dann gibt es genau zwei Linsenpositionen Z_{L1} und Z_{L2} so, dass sich ein scharfes Bild einstellt, denn der Strahlengang ist in der geometrischen Optik stets umkehrbar. Nach obiger Skizze gilt:

$$a_2' = a_1 = g \quad \text{und} \quad a_1' = a_2 = b$$

Setzt man dies in die Abbildungsgleichung ein, so erhält man:

$$f = \frac{bg}{b + g} = \frac{e^2 - d^2}{4e}$$

wobei d der Abstand beider Linsen zueinander sei. Wir werden die Linse so verschieben, dass sich auf einem Schirm stets ein scharfes Bild ergibt; dabei betrachten wir beide möglichen Positionen Z_{L1} und Z_{L2} . Mittels Messung von e und d können wir dann mit obiger Formel die Brennweite f berechnen.

Als Versuchsvariationen werden wir sowohl rotes als auch blaues Licht verwenden. Dadurch wird sich, wie in den theoretischen Grundlagen angesprochen, der Effekt der chromatischen Aberration einstellen. Außerdem soll die Linse auf sphärische Aberration untersucht werden, wenn man auch Randstrahlen zur Brennpunktbestimmung zulässt. Es soll im Zuge der Vorbereitung noch kurz auf die Fragen des Versuchsblatts eingegangen werden.

(a) **Warum muss $e > 4f$ sein?**

Setzt man $g = e - b$ in die Abbildungsgleichung ein, so erhält man

$$f = \frac{bg}{b+g} = \frac{be - b^2}{e} \Leftrightarrow b^2 - eb + ef = 0$$

Woraus folgt:

$$b_{\pm} = \frac{e}{2} \pm \frac{e}{2} \sqrt{1 - \frac{4f}{e}}$$

Möchte man überhaupt ein Bild erhalten, so darf die obige Lösung für b_{\pm} nicht komplex werden. Also muss $1 - \frac{4f}{e} > 0$ gelten, da sonst der Radikand negativ ist. Daraus folgt aber sofort:

$$e > 4f$$

(b) **Warum ist es nachteilig, e/f zu groß zu wählen?**

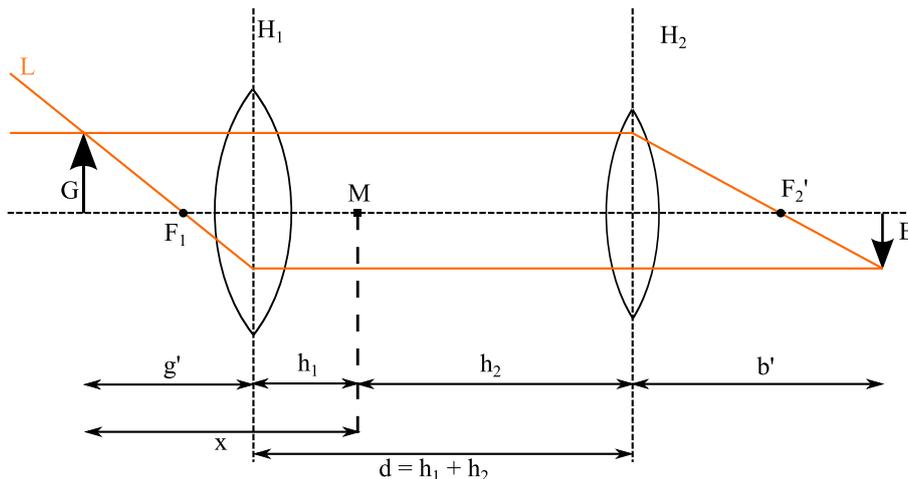
Auch dies lässt sich mit obiger Formel leicht begründen. Wird e/f zu groß gewählt, so ist $f/e \ll 1$, sodass sich für die Bildweite ergibt:

$$b_{\pm} \approx \frac{e}{2} \pm \frac{e}{2}$$

Die Linse rückt in diesem Fall also sehr nah entweder an den Gegenstand oder an den Schirm. Beides wäre für genaue Messungen nachteilig.

Aufgabe 1.3: Brennweitenbestimmung mit dem Abbeschen Verfahren

Das Abbe-Verfahren bietet uns nun die Möglichkeit, die Brennweite eines Zweilinsensystems in Abhängigkeit der Linsenabstände zu bestimmen. Des Weiteren werden wir die Hauptebenenabstände bestimmen können. Wir nutzen zum Aufbau des Linsensystems die optische Bank. Die Lage der Hauptebenen soll im Zuge des Versuchs erst bestimmt werden, sodass die Bildweite b und Gegenstandsweite g nicht unmittelbar bekannt sind. Es wird daher ein Marker benutzt, dessen Position am Linsensystem beliebig, jedoch fest sein soll.



Wir halten den Linsenabstand d nun konstant und messen für mindestens sechs Abstände x zwischen Gegenstand und fixiertem Marker die sich einstellende Vergrößerung β . Für sie gilt

$$\beta = \frac{B}{G} = \frac{b}{g} = \frac{b'}{g'}$$

wobei B und G die Bild- respektive Gegenstandsgröße und b' und g' der Abstand zwischen Bild und zweiter Hauptebene respektive Gegenstand und erster Hauptebene seien. Nimmt man nun die Abstände h_1 und h_2 der Hauptebenen vom Marker hinzu, so findet man, dass in unserem ersten Aufbau $x = g + h_1$ gelte. Setzt man β in die Abbildungsgleichung ein, so erhält man zunächst

$$g = f \left(\frac{1}{\beta} + 1 \right)$$

und unter Beachtung der obigen Beziehung für x ergibt sich schließlich:

$$x = f \left(\frac{1}{\beta} + 1 \right) + h_1$$

Im Versuch werden wir also für jeden festen Linsenabstand d die Abstände x zwischen Gegenstand und Marker variieren und die Vergrößerung β messen. Mittels einer linearen Regression an alle Messwerte eines Linsenabstands können wir so die Brennweite f als Steigung und die Hauptebene h_1 als y -Achsenabstand bestimmen. Anschließend führen wir dieselben Messungen durch, allerdings drehen wir das gesamte Linsensystem um 180° . Dadurch erhält man als Abstand $x = g + h_2$, sodass sich als y -Achsenabstand der linearen Regression nun h_2 ergibt.

In der späteren Auswertung wollen wir für zwei deutlich unterschiedliche Linsenabstände die Einzelbrennweiten der beiden verwendeten Linsen bestimmen. Für dünne Linsen gilt dabei

$$f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - d}$$

Bestimmen wir also f für hinreichend viele unterschiedliche d , so erhalten wir Gleichungen, die dann nach f_1 und f_2 aufgelöst werden können.

Aufgabe 2: Aufbau optischer Instrumente

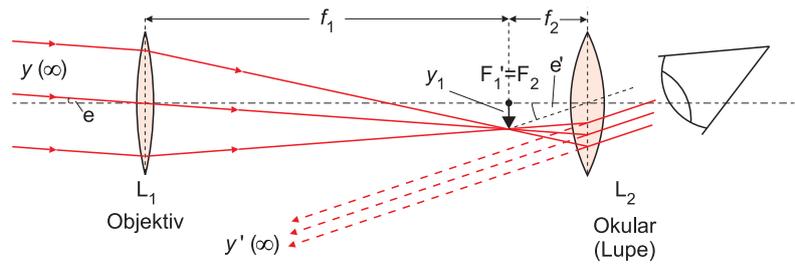
Nachdem wir uns im ersten Aufgabenteil im Wesentlichen mit der Brennweite von Linsen beschäftigt haben, folgen nun mehrere Versuchsreihen, in denen wir uns dem Aufbau optischer Instrumente widmen.

Aufgabe 2.1: Keplersches und Galileisches Fernrohr

Zunächst wollen wir zwei verschiedene Fernrohre aufbauen: das Keplersche und das Galileische Fernrohr.

Keplersches Fernrohr

Das Keplersche Fernrohr besteht allgemein aus einem konvexen Objektiv (Linse L_1), welches das reelle Bild eines weit entfernten Objekts y umgekehrt in den Brennpunkt eines ebenfalls konvexen Okulars wirft. Dadurch sieht man hinter dem Okular ein vergrößertes virtuelles Bild y' . Die nachfolgende Skizze veranschaulicht dies:



Die Winkelvergrößerung Γ_{Kep} des Keplerschen Fernrohrs ergibt sich zu

$$\Gamma_{kep} = \frac{f_1}{f_2} = \frac{f_{objektiv}}{f_{okular}}$$

und dessen Baulänge l zu

$$l = f_1 + f_2$$

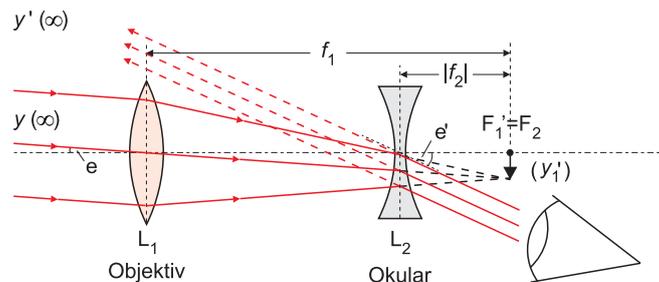
Im Versuch wollen wir ein Kepler-Fernrohr mit mindestens sechsfacher Vergrößerung aufbauen. Nach obiger Gleichung müssen wir bei der Wahl unserer Linsen also die Bedingung

$$f_{objektiv} \geq 6f_{okular}$$

beachten. Es soll dann die Vergrößerung gemessen und dadurch der theoretisch berechnete Wert überprüft werden.

Galileisches Fernrohr

Anschließend wollen wir das Galileische Fernrohr betrachten. Ein wesentlicher Unterschied im Aufbau besteht hier in der Verwendung einer konkaven Linse als Okular, die so angebracht wird, dass die Brennpunkte F_1' und F_2 , wie in der Skizze erkennbar, zusammenfallen.



So erkennt man ein vergrößertes, virtuelles Bild, welches jedoch hier nun aufrecht dargestellt wird. Beim Galilei-Fernrohr ist die Winkelvergrößerung Γ_{gal} gleich

$$\Gamma_{gal} = \frac{f_1}{|f_2|} = \frac{f_{objektiv}}{|f_{okular}|}$$

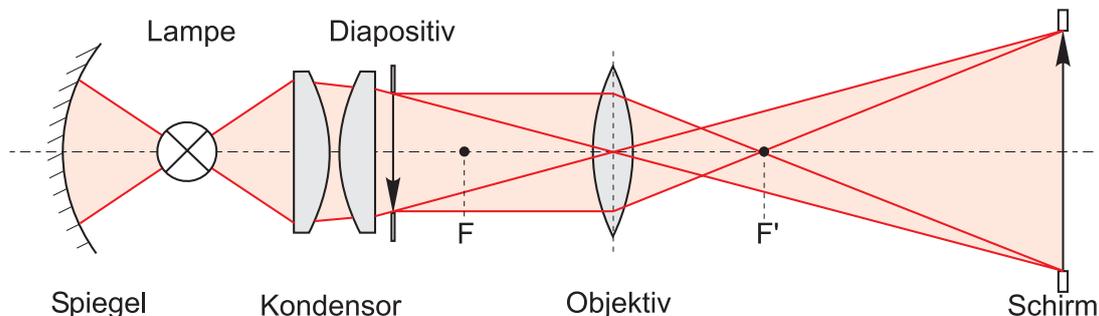
und die Baulänge l ist

$$l = f_1 - |f_2|$$

Vorteile dieses Fernrohraufbaus gegenüber des Kepler-Fernrohrs ist also eine geringere Baulänge sowie die Tatsache, dass das Bild aufrecht dargestellt wird.

Aufgabe 2.2: Projektionsapparat

Eine weiteres interessantes optisches Instrument stellt der Projektionsapparat dar, den wir im Folgenden aufbauen werden. Ein solcher Apparat dient der vergrößerten Abbildung von im vorliegenden Fall $24 \times 36 \text{ mm}^2$ großen Diapositiven auf einen Schirm in einer Entfernung von $d = 1,5 \text{ m}$. Dabei sollen wir etwa zehnfache Vergrößerung erreichen. Die folgende Skizze zeigt schematisch den Aufbau des Projektionsapparates mit einigen eingezeichneten Strahlengängen.



Um das Licht der Lampe optimal auszunutzen, wird an der Rückseite des Aufbaus ein Hohlspiegel angebracht. Außerdem bildet man das Licht mit einem Kondensator auf das Dia ab, wodurch eine maximal mögliche Ausleuchtung gewährleistet wird. Wie man in der Skizze erkennen kann, ergibt sich so der sogenannte Köhlersche Strahlengang bestehend aus Beleuchtungs- und Abbildungsstrahlengang. Da das Objekt in diesem Aufbau ein reelles, umgekehrtes Bild erzeugt, ist darauf zu achten, das Dia auf dem Kopf stehend in den von uns aufgebauten Apparat einzubringen.

Der Abbildungsmaßstab β soll

$$\beta = \frac{b}{g} = 10$$

betragen. Weiter gilt

$$d = b + g$$

woraus sich mit $d = 1,5 \text{ m}$ b und g berechnen lassen:

$$g = \frac{d}{11} = 13,64 \text{ cm}$$

$$b = \frac{10}{11}d = 136,36 \text{ cm}$$

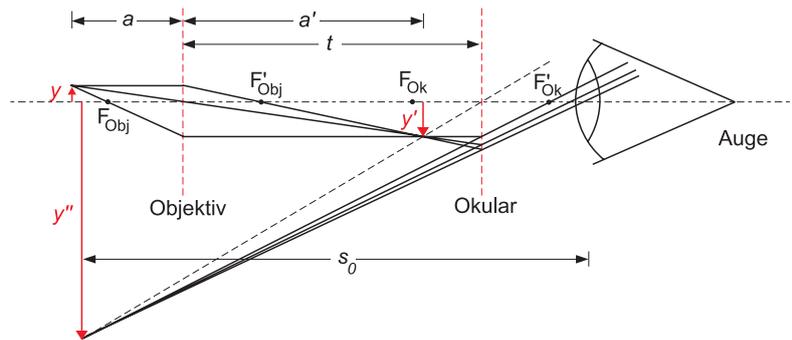
Setzt man diese schließlich in die Abbildungsgleichung ein, so erhält man die zu verwendende Brennweite f :

$$f \approx 12,4 \text{ cm}$$

Im Laufe des Versuchs werden wir die sich einstellende Vergrößerung messen und mit dem theoretischen Wert vergleichen, der sich durch obige Formel ergibt.

Aufgabe 2.3: Mikroskop

Abschließend werden wir als letzte Aufgabe ein einfaches Mikroskop bauen, mit dessen Hilfe wir über zwanzigfache Vergrößerungen erzielen wollen. Der Aufbau sowie der Strahlengang zeigen sich schematisch in nachfolgender Skizze.



Über das Objektiv wird ein reelles, umgekehrtes Zwischenbild erzeugt, welches anschließend mit dem Okular vergrößert wird. Man erkennt so im Unendlichen ein stark vergrößertes, virtuelles Bild. Die Winkelvergrößerung des Mikroskops ist das Produkt aus Vergrößerung des Okulars und Abbildungsmaßstab des Objektivs:

$$\Gamma_{Mi} = \frac{b}{g} \cdot \frac{s_O}{f_2}$$

Dabei bezeichne s_O den Abstand zwischen Gegenstand und Auge. Liegt der Gegenstand nahe am Objektiv, so gilt $g \approx f_1$. In der Skizze erkennt man mit $a' = b$ weiter $t = b + f_2$. Dies eingesetzt ergibt:

$$\Gamma_{Mi} = \frac{(t - f_2) s_O}{f_1 f_2}$$

Wir werden daraus die theoretische Vergrößerung berechnen und mit dem gemessenen Wert vergleichen. Es soll noch kurz auf die Frage des Versuchsblatts eingegangen werden. Mit immer kleineren Brennweiten erreicht man zunächst noch deutliche Vergrößerungen, allerdings nehmen dadurch Beugungseffekte ebenfalls stärker zu. Die physikalische Grenze beim Mikroskop liegt bei einer Auflösung in der Größenordnung der halben Wellenlänge des verwendeten Lichts. Darüber hinaus können die Abbildungen nicht weiter scharf vergrößert werden.

Quellenverzeichnis

Meschede, D.: Gerthsen Physik

Eichler, Kronfeldt, Sahn: Das neue physikalische Grundpraktikum

Demtröder, W.: Experimentalphysik 2 - Elektrizität und Optik

Skizze der Linsenarten:

<http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/4/49/Linsenarten.svg>

Alle weiteren Skizzen:

Eichler, Kronfeldt, Sahn: Das neue physikalische Grundpraktikum

Physikalisches Anfängerpraktikum P1

**Versuch:
P1-31,40,41
Geometrische Optik**

Auswertung

von

Georg Fleig (georg@leech.it)
Marcel Krause (mrrrc@leech.it)

Gruppe: Di-11

Datum der Versuchsdurchführung:

13.12.11

Aufgabe 1: Brennweitenbestimmung

Die erste Aufgabe bestand darin, die Brennweite von Linsen mittels verschiedener Verfahren zu bestimmen. Die von uns verwendete Lichtquelle besaß einen eingebauten Kondensator, mittels dessen Hilfe wir das von der Quelle ausgehende Licht hinreichend parallel einstellen konnten. Dazu haben wir das Licht auf eine beliebige Linse geworfen und die Position eines dahinter liegenden Schirms insofern variiert, als dass sich ein maximal scharfer Punkt ergab. Durch Verstellen des Kondensators haben wir so die Einstellung gefunden, bei der der auf die Linse treffende Lichtfleck in etwa gleich groß wie die Austrittsöffnung der Lichtquelle war. Dabei ergab sich auch ein Maximum der Intensität des Lichtpunkts auf dem Schirm.

Aufgabe 1.1: Ungefähre Brennweitenbestimmung einer dünnen Linse

Zunächst haben wir die Brennweite einer Linse, die mit $f = 50\text{mm}$ angegeben war, mit sehr einfachen Mitteln überprüft. Dazu haben wir die Linse auf der optischen Bank zwischen einem Schirm und der Lichtquelle befestigt. Dann haben wir die Linse immer näher an den Schirm herangeschoben, bis sich auf ihm ein maximal scharfer Lichtfleck ergab. Der Abstand zwischen dem Linsenmittelpunkt und dem Schirm war dann gerade die experimentell bestimmte Brennweite. Wir haben auf diese Weise je Versuchsteilnehmer eine Messung durchgeführt, anschließend die Linse um 180° gedreht und erneut gemessen. In der nachfolgenden Tabelle finden sich unsere aufgenommenen Messdaten, die daraus errechneten Mittelwerte für jede Linsenorientierung sowie der Gesamtmittelwert.

Messung	Orientierung	f in cm	Orientierungsmittelwert in cm	Gesamtmittelwert in cm
1	1	5,7	5,8	5,3
2	1	5,8		
3	2	4,6	4,8	
4	2	4,9		

Experimentell erhalten wir also eine Brennweite von $f = 53\text{mm}$, die Abweichung vom Literaturwert der verwendeten Linse beträgt 6%. Diese Abweichung ist auf mehrere Fehlerquellen zurückzuführen. Zum einen konnten wir trotz sorgfältiger Justierung des Kondensators nicht exakt sicherstellen, dass das von der Lichtquelle ausgehende Licht tatsächlich parallel ist, zum anderen waren die genauen Linsenpositionen, an denen sich ein scharfes Bild ergab, nur sehr schwer abzuschätzen. Es ergab sich viel mehr ein gewisser Bereich, in dem sich ein scharfer Punkt ergab.

Durch häufigere Messungen hätte man diese Abweichungen noch reduzieren können. Wir sind also davon überzeugt, dass sich durch eine derartige Messmethode die Brennweite ungefähr bestimmen lässt.

Aufgabe 1.2: Brennweitenbestimmung mit dem Besselschen Verfahren

Mit dem Besselschen Verfahren haben wir eine Methode kennen gelernt, die Brennweite einer Linse genauer zu bestimmen. Wir wählten hier abweichend von Aufgabe 1.1 eine Linse mit der Brennweite $f = 15\text{cm}$ als Literaturwert. Diese Wahl war für eine größere Messgenauigkeit von Vorteil, denn als Objekt haben wir ein Testdia auf den Schirm abgebildet, und für die zuvor verwendete Linse war das Abbild zu klein, als dass wir genau hätten feststellen können, wann es scharf abgebildet wird.

Wir haben den Versuch gemäß unserer Vorbereitung aufgebaut und durchgeführt. Dabei bezeichne e den

Abstand zwischen Schirm und Dia. Wie auf dem Aufgabenblatt angegeben haben wir den Versuch auf zwei verschiedene Arten durchgeführt.

(a) Festes e , mehrmalige Scharfstellung

Als Abstand e wurde von uns $e = 78,2\text{cm}$ festgelegt. Wir haben zunächst den Rotfilter vor die Lichtquelle gesetzt und die Linse ganz an den Schirm geschoben. Dann haben wir die Linse kontinuierlich in Richtung Lichtquelle bewegt, bis sich zum ersten Mal ein scharfes Bild im Abstand a_1 vom Schirm eingestellt hat. Ein weiteres Verschieben in Richtung Lichtquelle brachte uns dann in der Entfernung a_2 vom Schirm ebenfalls ein scharfes Bild. Diese Messung wurde unabhängig von den vorigen fünf Mal durchgeführt und daraus die Mittelwerte gebildet.

Selbiges Verfahren haben wir für blaues und weißes Licht angewandt. Bei weißem Licht haben wir zusätzlich eine Lochblende und eine Ringblende benutzt, um nur achснаhe respektive achsferne Strahlen für die Messung zuzulassen. Durch diese Messmethoden können wir anschließend Aussagen über die chromatische und sphärische Aberration treffen.

Damit die Messung nicht durch das Auflösungsvermögen des menschlichen Auges eines einzelnen Versuchsteilnehmers beeinflusst wird, haben wir uns dazu entschlossen, die Messungen abwechselnd durchzuführen. In nachfolgender Tabelle finden sich zunächst die von uns aufgenommenen Messwerte sowie daraus errechnete Größen.

Farbe	a_1 in cm	Mittel a_1 in cm	a_2 in cm	Mittel a_2 in cm	d in cm
rot	20,4	20,3	57,8	57,7	37,3
	20,3		57,6		
	20,4		57,6		
	20,2		57,7		
	20,4		57,7		
blau	20,2	20,1	58,1	58,1	37,9
	20,3		58,0		
	20,1		58,1		
	20,0		58,1		
	20,1		58,1		
weiß achsnahe	20,8	20,6	57,5	57,6	37,1
	20,4		57,6		
	20,5		57,5		
	20,5		57,8		
	20,6		57,8		
weiß achsfern	20,1	20,1	58,2	58,1	38,1
	20,0		58,0		
	20,3		58,2		
	19,8		57,9		
	20,1		58,3		

Die Brennweite f errechnete sich dabei wie in der Vorbereitung gezeigt zu

$$f = \frac{e^2 - d^2}{4e}$$

Dabei sei $d = a_2 - a_1$ der Abstand beider Linsenpositionen, an denen sich scharfe Bilder ergeben. Man erkennt an den errechneten Werten sehr schön den Effekt der chromatischen Aberration. Es sind $f_{rot} = 15,1\text{cm}$ sowie $f_{blau} = 14,9\text{cm}$ die Brennweiten für die jeweils verwendete Lichtfarbe. Aufgrund der Dispersion in der Linse wird höherfrequentes blaues Licht stärker gebrochen als niederfrequentes rotes Licht. Dadurch ergibt sich für ersteres auch eine niedrigere Brennweite

als für letzteres. Diesen Abbildungsfehler einer jeden realen Linse haben wir also experimentell überprüft.

Auch den Effekt der sphärischen Aberration konnten wir mit unseren Messwerten nachweisen. Es sind $f_{achsnahe} = 15,2\text{cm}$ sowie $f_{achsfern} = 14,9\text{cm}$. Die achsfernen Strahlen werden aufgrund der sphärischen Form der Linse stärker gebrochen als die achsnahen, sodass sich für die ein Brennpunkt ergibt, welcher näher an der Linse liegt. Also konnten wir auch diesen Abbildungsfehler experimentell überprüfen.

Um nun noch eine Aussage über die Brennweite der verwendeten Linse zu treffen, wird der Mittelwert aller oben berechneter Brennweiten gebildet. Dadurch ergibt sich bei uns

$$f = 15,0\text{cm}$$

als Brennweite der Linse, was mit dem Literaturwert übereinstimmt. Obwohl sich bei uns experimentell ein sehr gutes Ergebnis eingestellt hat, ist auch diese Methode fehlerbehaftet. So ist ein genaues Feststellen eines Abstands, für welchen sich ein scharfes Bild ergibt, sehr schwierig. Insbesondere bei der Messreihe mit dem achsfernen weißen Licht konnte eher ein Schärfebereich als ein einziger Punkt festgestellt werden, was unter anderem an der chromatischen Aberration liegt. Nicht zuletzt spielt auch hier das Schärfeempfinden und Auflösungsvermögen des menschlichen Auges eine wichtige Rolle.

(b) Variables e , einmalige Scharfstellung

Als zweite Versuchsmethode haben wir den Abstand e zwischen Schirm und Dia variiert und für jedes e zwei Schärfereinstellungen bei a_1 und a_2 in Analogie zur vorigen Messmethode vorgenommen. Dabei haben wir nach Rücksprache mit unserem Betreuer weißes Licht ohne Blende verwendet. Unsere Messwerte ergaben sich dabei wie folgt:

e in cm	a_1 in cm	a_2 in cm	d in cm	f in cm
78,2	20,0	57,8	37,8	15,0
82,2	19,6	62,4	42,8	15,0
87,2	19,2	67,9	48,7	15,0
94,2	18,8	75,3	56,5	15,1
101,2	18,4	82,8	64,4	15,1

Dabei wurde die Brennweite durch dieselbe Formel wie zuvor bestimmt. Bilden wir den Mittelwert der fünf Versuchsreihen, so erhalten wir auch hier

$$f = 15,0\text{cm}$$

als Brennweite der Linse, welche wieder mit dem Literaturwert übereinstimmt. Da die Messung analog zur vorigen durchgeführt wurde, ergeben sich hier dieselben Fehlerquellen wie zuvor.

Abschließend können wir also sagen, dass das Besselsche Verfahren eine sehr viel genauere Möglichkeit bietet, die Brennweite einer Linse zu bestimmen, als es uns in Aufgabe 1.1 durch ungefähres Ausmessen möglich war.

Aufgabe 1.3: Brennweitenbestimmung mit dem Abbeschen Verfahren

Als letzte Teilaufgabe im ersten Versuchsblock haben wir uns mit dem Abbeschen Verfahren beschäftigt. Unser Versuchsobjekt war hierbei ein Linsensystem bestehend aus zwei Linsen mit unbekanntem Brenn-

weiten f_1 und f_2 . Als Fixpunkt diene uns hier ein Marker, welcher die Befestigung des Linsensystems auf der optischen Bank darstellte. Dieser wurde von uns einmal auf eine feste Position eingestellt und dort gehalten. Mittels zweier Regler konnten wir am Linsensystem den Linsenabstand d variieren. Die dort angebrachte Skala war in $0,5\text{cm}$ -Schritten auslegt.

Wir haben nun für zwei verschiedene Linsenabstände d sechs verschiedene Abstände x zwischen Gegenstand und Marker eingestellt. Als Gegenstand diene uns ein Dia mit einer aufgedruckten Millimeterskala, welches durch das Linsensystem vergrößert auf den Schirm abgebildet wurde. Dabei wurde die Position des Schirms stets so angepasst, dass die Millimeterskala maximal scharf abgebildet wurde. Mittels des Millimeterpapiers auf dem Schirm konnten wir so genau feststellen, um welchen Faktor β der Gegenstand jeweils vergrößert wurde. Nach Durchführen einer ganzen Messreihe haben wir das Linsensystem um 180° gedreht und die Messungen erneut durchgeführt. Es ergaben sich folgende Messwerte:

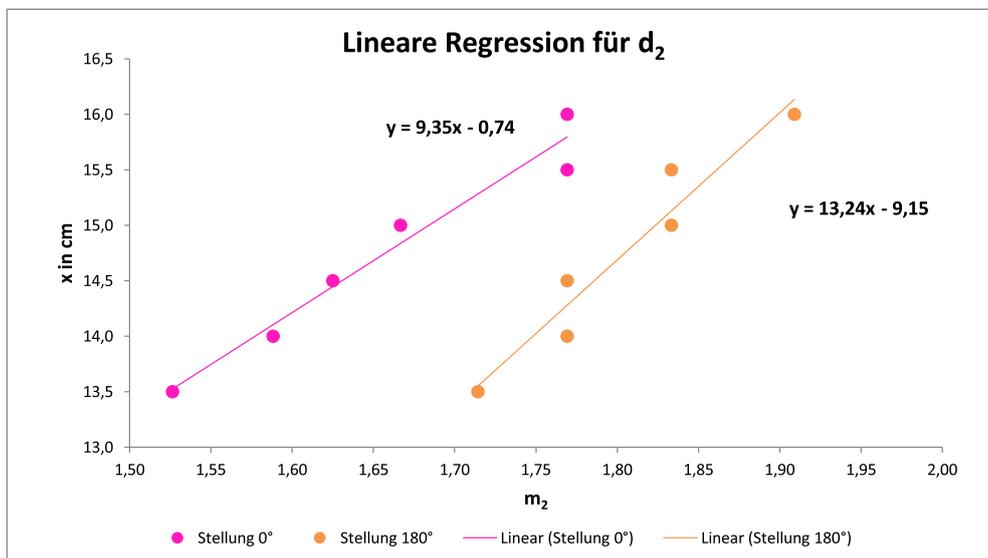
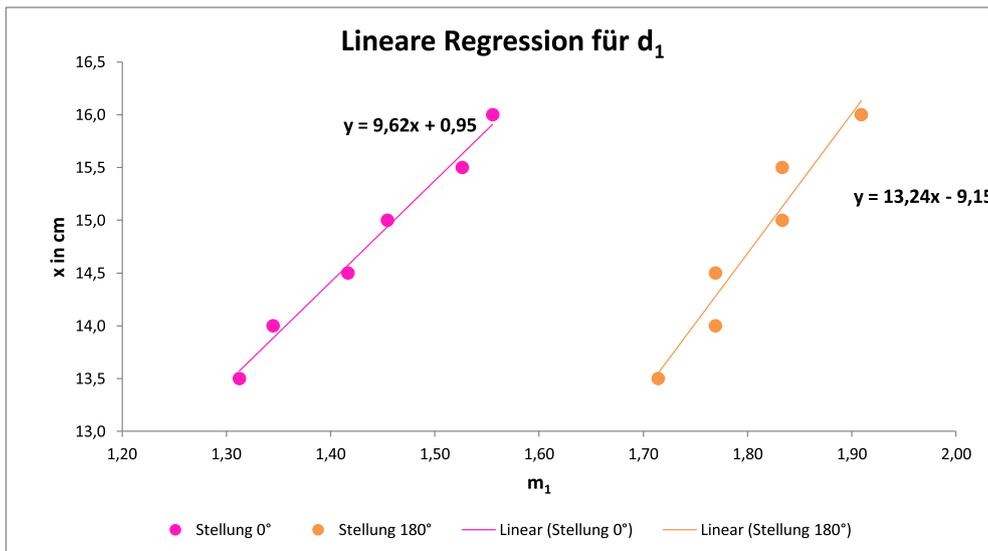
d_1 in cm	11,5				
x in cm	β_{0°	$m_1=1+1/\beta_{0^\circ}$	β_{180°	$m_2=1+1/\beta_{180^\circ}$	
13,5	3,2	1,31	1,4	1,71	
14,0	2,9	1,34	1,3	1,77	
14,5	2,4	1,42	1,3	1,77	
15,0	2,2	1,45	1,2	1,83	
15,5	1,9	1,53	1,2	1,83	
16,0	1,8	1,56	1,1	1,91	

d_2 in cm	8,5				
x in cm	β_{0°	$m_3=1+1/\beta_{0^\circ}$	β_{180°	$m_4=1+1/\beta_{180^\circ}$	
13,5	1,9	1,53	1,4	1,71	
14,0	1,7	1,59	1,3	1,77	
14,5	1,6	1,63	1,3	1,77	
15,0	1,5	1,67	1,2	1,83	
15,5	1,3	1,77	1,2	1,83	
16,0	1,3	1,77	1,1	1,91	

Es wurde in der Tabelle dabei gleich $m = 1 + \frac{1}{\beta}$ berechnet. Wie in der Vorbereitung hergeleitet, tragen wir nun x über $m = 1 + \frac{1}{\beta}$ auf und erhalten so mittels linearer Regression

$$x = f \left(1 + \frac{1}{\beta} \right) + h_i$$

die gesuchte Brennweite f als Steigung der Geraden. Der y -Achsenabstand h_i ist dabei der Abstand zur Hauptebene i . Für eine Stellung des Linsensystems bei 0° erhalten wir so h_1 , verdrehen wir es um 180° , so erhalten wir h_2 . Mit Hilfe des Datenverarbeitungsprogramms Excel haben wir so die Schaubilder erstellt und die linearen Regressionen durchgeführt.



Als Steigung der linearen Regressionen ergaben sich so also die Gesamtbrennweiten f_{ges} , welche wir für jedes d gemittelt haben. Die Hauptebenen konnten wir als y -Achsenabstände ebenfalls ablesen. Die Werte sind noch einmal tabellarisch zusammengefasst:

Abstand	Stellung	f_{ges} in cm	Mittel f_{ges}	$1/f_{ges}$	Hauptebene	
11,5	0°	9,62	11,43	0,09	h_1	0,95
	180°	13,24			h_2	-9,15
8,5	0°	9,35	11,30	0,09	h_1	-0,75
	180°	13,24			h_2	-9,15

Somit haben wir die Gesamtbrennweite und die Hauptebenen des Linsensystems gefunden. Es sollen nun mittels der in der Vorbereitung hergeleiteten Formel

$$f_a = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - d_a} \quad \text{und} \quad f_b = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - d_b}$$

die Einzelbrennweiten f_1 und f_2 berechnet werden. Dabei bezeichnen f_a und f_b die von uns bestimmten Gesamtbrennweiten des Linsensystems. Umstellen der ersten Gleichung nach f_2 liefert

$$f_2 = \frac{f_a(f_1 - d_a)}{f_1 - f_a}$$

Durch Auflösen der zweiten Gleichung nach f_1 und Einsetzen von f_2 erhält man:

$$f_1^2 + f_1 \frac{f_b d_b - f_a d_a}{f_a - f_b} + f_a f_b \frac{d_a - d_b}{f_a - f_b} = 0$$

Diese quadratische Gleichung hat nun zwei Lösungen f_1

$$f_{1\pm} = \frac{(d_a f_a - d_b f_b) \pm \sqrt{(d_a f_a - d_b f_b)^2 - 4(f_b - f_a)(d_b f_a f_b - d_a f_a f_b)}}{2(f_a - f_b)}$$

Für die Linsenabstände wählen wir die Summe der Abstände der Hauptebenen $d = h_1 + h_2$, damit erhalten wir

$$d_a = -8,2 \text{ cm} \quad \text{und} \quad d_b = -9,9 \text{ cm}$$

Die Brennweiten f_a und f_b des Gesamtsystems haben wir bereits bestimmt

$$f_a = 11,43 \text{ cm} \quad \text{und} \quad f_b = 11,3 \text{ cm}$$

Damit erhalten wir die Einzelbrennweiten f_1 und f_2

$$f_1 = \{13,4 \text{ cm}; 126,2 \text{ cm}\}$$

$$f_2 = \{13,4 \text{ cm}; 126,2 \text{ cm}\}$$

Die Brennweiten der beiden Linsen lassen sich zwar bestimmen, allerdings können wir nicht zuordnen, welche Brennweite zu welcher Linse gehört.

Aufgabe 2: Aufbau optischer Instrumente

Aufgabe 2.1: Keplersches und Galileisches Fernrohr

Keplersches Fernrohr

Es sollte in Keplersches Fernrohr mit mindestens sechsfacher Vergrößerung aufgebaut werden. Dazu nutzen wir als Objektiv eine Sammellinse mit $f_{\text{Objektiv}} = 500 \text{ mm}$ und als Okular eine konvexe Linse mit $f_{\text{Okular}} = 50 \text{ mm}$. Damit beträgt die theoretische Winkelvergrößerung

$$\Gamma_{\text{Kep,theo}} = \frac{f_{\text{Objektiv}}}{f_{\text{Okular}}} = \frac{500 \text{ mm}}{50 \text{ mm}} = 10$$

Addieren der beiden Brennweiten ergab den Abstand $d = 55 \text{ cm}$, in welchem die Linsen voneinander auf der mobilen optischen Bank von uns aufgebaut wurden. Beim ersten Blick durch das Keplersche Fernrohr bestätigte sich die Vorhersage aus der Vorbereitung, dass das vergrößerte Bild auf dem Kopf steht. Wir betrachteten nun eine Backsteinmauer durch das Fenster des Raumes. Durch geschicktes

Abschätzen erhielten wir eine experimentelle Winkelvergrößerung von $\Gamma_{Kep,exp} = 8$. Da diese Methode des Abschätzens alles andere als genau war, erhielten wir so einen relativen Fehler von -20%.

Galileisches Fernrohr

Dieselbe Mauer sollte nun noch durch ein Galileisches Fernrohr betrachtet werden. Die Brennweiten von Okular und Objektiv betragen $f_{Okular} = -50 \text{ mm}$ und $f_{Objektiv} = 200 \text{ mm}$. Die negative Brennweite beim Okular deutet die verwendete konkave Linse an. Als Abstand der beiden Linsen wählten wir die Differenz der Beträge der Brennweiten $d = 150 \text{ cm}$. Die theoretische Winkelvergrößerung des Galileisches Fernrohrs beträgt

$$\Gamma_{Gal,theo} = \frac{f_{Objektiv}}{|f_{Okular}|} = \frac{200 \text{ mm}}{|-50 \text{ mm}|} = 4$$

Wieder schätzten wir durch Betrachten der Mauer die Vergrößerung des Fernrohres ab. Wir erhielten hier einen Wert von $\Gamma_{Gal,exp} = 3$, was einer relativen Abweichung von -25% entspricht. Auch hier sei wieder die ungenaue Methode des Abschätzens als größte Fehlerquelle genannt.

Aufgabe 2.2: Projektionsapparat

Es sollte ein Projektionsapparat aufgebaut werden, welcher Diapositive der Größe $24 \times 36 \text{ mm}^2$ auf einer Entfernung von $d = 1,5 \text{ m}$ mit 10-facher Vergrößerung darstellt. Für diese 10-fache Vergrößerung hätten wir eine Sammellinse mit einer Brennweite von $f \approx 124 \text{ mm}$ benötigt, die allerdings nicht vorhanden war. Daher bauten wir unseren Projektionsapparat mit einer Sammellinse der Brennweite $f = 150 \text{ mm}$ auf. Der Abstand d zwischen Wand (Bild) und Dia (Gegenstand) betrug $d = 137,2 \text{ cm}$. Außerdem maßen für $b = 120,4 \text{ cm}$ und für $g = 16,8 \text{ cm}$

Durch Vergleich der Breite $B_1 = 2,3 \text{ cm}$ des Dias und der Breite $B_2 = 16,5 \text{ cm}$ des Bildes erhalten wir eine experimentelle Vergrößerung von

$$\beta_{exp} = \frac{B_2}{B_1} = \frac{16,5 \text{ cm}}{2,3 \text{ cm}} = 7,17$$

Für die theoretische Vergrößerung ergibt sich

$$\beta_{theo} = \frac{b}{g} = \frac{120,4 \text{ cm}}{16,8 \text{ cm}} = 7,17$$

Hier haben wir bis auf die zweite Dezimalstelle einen exakten Wert für die Vergrößerung β gemessen.

Aufgabe 2.3: Mikroskop

Wir bauten das Mikroskop entsprechend der Skizze aus der Vorbereitung auf. Die verwendeten Sammellinsen hatten die Brennweiten $f_{Okular} = 40 \text{ mm}$ und $f_{Objektiv} = 50 \text{ mm}$. Um eine gute Vergrößerung zu erhalten, rückten wir den Gegenstand (in unserem Fall den Schirm mit Millimeterpapier) möglichst nahe an das Objektiv. Dabei musste aber darauf geachtet werden, dass dieser Abstand ein kleines Bischen über der Brennweite des Objektivs lag. Damit ergaben sich $b = 31,2 \text{ cm}$ und $g = 7,1 \text{ cm}$. Für die Bezugssehweite s_0 wählten wir $s_0 = 42 \text{ cm}$. Damit ergibt sich für die theoretische Winkelvergrößerung

$\Gamma_{Mi,theo}$

$$\Gamma_{Mi,theo} = \frac{b}{g} \cdot \frac{s_0}{f_{Okular}} = \frac{31,2 \text{ cm}}{7,1 \text{ cm}} \cdot \frac{42 \text{ cm}}{40 \text{ mm}} = 46,1$$

Durch Abschätzen der Vergrößerung kamen wir auf

$$\Gamma_{Mi,exp} = \frac{10mm}{0,3mm} = 33,3$$

Dies entspricht einer relativen Abweichung von -27,8%. Auch hier wurde wieder die sehr ungenaue Methode des Abschätzens zur Bestimmung der Vergrößerung genutzt, daher die große Abweichung von der Theorie.