

Physikalisches Anfängerpraktikum - P1

Geometrische Optik
P1-31,40,41

Protokoll von
Tobias Renz und **Raphael Schmager**

Gruppe: Do-28

Versuchsdatum: 27. Oktober 2011



Hier geht es um optischen Versuche, bei denen die geometrischen Abmessungen groß gegen die Wellenlänge sind und deshalb die Wellennatur des Lichts nicht auffällig zum Vorschein kommt.

Bei einigen Teilaufgaben geht es darum, bekannte optische Instrumente modellhaft aufzubauen und dabei das planvolle Einsetzen optischer Bauelemente zu üben. Bei anderen Aufgaben sollen Brennweiten von Linsen und Linsensystemen bestimmt werden. Dabei wird deutlich, wie man die Absolutmessung von Größen (hier Gegenstands- und Bildweiten wegen nur ungenau feststellbarer Positionen der Linsenmitten bzw. unbekannter Hauptebenenlagen) vermeidet und stattdessen Verfahren benutzt, die mit einfacheren und genaueren Differenzmessungen auskommen. Im Zusammenhang mit der Brennweitenbestimmung werden auch gleich sphärische und chromatische Aberrationen untersucht.

Achtung: Gehen Sie bitte sehr sorgfältig mit dem Zubehör in der abgedunkelten Kabine um. Auch scheinbar simple optische Elemente wie Farbgeläser und Diapositive sind sehr teuer. *Nicht direkt in einen sehr hellen Strahl hineinblicken! Blendungsgefahr!*

Allgemeiner Hinweis: Bei allen Versuchen, bei denen beleuchtete Objekte abgebildet werden, ist eine sorgfältige Justierung aller optischen Elemente, inklusive Beleuchtungssystem, nötig. Deshalb soll bei der Vorbereitung ein Strahlengang gezeichnet werden, in dem das Beleuchtungssystem nicht fehlen darf.

Aufgaben:

1.) Brennweiten Bestimmungen

1.1 Kontrollieren Sie nur mit Hilfe eines Maßstabes und eines Schirmes die angegebene Brennweite einer dünnen Sammellinse.

1.2 Bestimmen Sie die Brennweite dieser Linse genau mit Hilfe des Besselschen Verfahrens. Untersuchen Sie gleichzeitig die sphärische und chromatische Aberration der Linse.

Hinweise: Bilden Sie einen Gegenstand auf einen Transparenzschirm ab. Für einen festen Abstand $e > 4f$ gibt es zwei Linsenstellungen, in denen ein scharfes vergrößertes bzw. verkleinertes Bild erscheint. Betrachten Sie das Bild zur Beurteilung der Schärfe nötigenfalls mit einer Lupe. Verwenden Sie die folgenden vier möglichen Versuchsbedingungen: rotes / blaues Licht und inneres / äußeres Linsengebiet. Dafür existieren Farbgeläser sowie auf die Linsenfassung aufsteckbare Loch- und Scheibenblenden. Zur Erhöhung der Messgenauigkeit sind für jede Versuchsbedingung mehrere Messungen auszuführen:

- a) bei festem Abstand e zwischen Gegenstand und Bild wiederholte unabhängige Scharfeinstellungen
- b) Variationen von e .

Fragen: Warum muss $e > 4f$ sein? Warum ist es nachteilig, e/f zu groß zu wählen?

1.3 Bestimmen Sie mit Hilfe des Abbéschen Verfahrens die Brennweite eines Zweilinsensystems bei verschiedenen Linsenabständen. Bestimmen Sie bei einem festen Linsenabstand auch die Hauptebenenabstände.

Hinweise: Bei jedem Linsenabstand sollen mindestens für sechs 'Gegenstand-Marke-Abständen' die Vergrößerungen gemessen werden. Die Marke ist ein beliebiger aber fester Ort am Linsensystem. Als Gegenstand ist eine geeichte Skala vorteilhaft und als Schirm wird Millimeterpapier verwendet. Zur Bestimmung der Hauptebenenabstände müssen Sie auch eine Messreihe mit dem um 180° gedrehten Linsensystem durchführen.

Schließen Sie aus den gemessenen Brennweiten des Systems bei mindestens zwei deutlich unterschiedlichen Linsenabständen auf die Brennweiten der beiden Einzellinsen. Es ist vorteilhaft, bei wesentlich mehr Linsenabständen zu messen und eine Ausgleichsrechnung vorzunehmen.

2.) Aufbau optischer Instrumente

2.1 Bauen Sie ein Keplersches (astronomisches) Fernrohr mit wenigstens sechsfacher Vergrößerung und betrachten Sie damit entfernte Gegenstände. Bauen Sie die Linsenkomination auf der leicht transportablen 'kleinen optischen Bank' auf. Messen Sie auf einfache Weise die Vergrößerung und vergleichen Sie sie mit dem errechneten Wert. Bauen Sie auch ein Galileisches Fernrohr auf und überprüfen Sie seine Funktion.

2.2 Bauen Sie einen Projektionsapparat, der $24 \times 36 \text{ mm}^2$ -Diapositive ausleuchtet und in etwa 1,5 m Entfernung etwa zehnfache Vergrößerung aufweist. Projizieren Sie Diapositive und vergleichen Sie Ergebnis und Voraussage. Zeichnen Sie den prinzipiellen Strahlengang (mit Konstruktionslinien für die 'Beleuchtung' und für die 'Abbildung' und mit Lichtbündeln).

2.3 Bauen Sie ein Mikroskop mit >20-facher Vergrößerung und vergleichen Sie die näherungsweise gemessene Vergrößerung mit dem berechneten Wert. Skizzieren Sie den Strahlengang.

Frage: Warum hat es keinen Sinn, bei einem Mikroskop die Vergrößerung durch Einsatz von Linsen mit immer kleineren Brennweiten in der Hoffnung zu steigern, dann auch eine immer bessere 'Auflösung' zu erreichen?

Zubehör:

Optische Bank mit Reitern

Glühlampe (6V;5A) im Gehäuse und mit Netzgerät

Kondensor

Sammellinsen (4 / 5 / 7 / 9 / 10 / 15 / 20 / 30 / 50 / 100cm, evtl. leicht abweichende Zusammenstellung)

Zerstreuungslinsen (-5 / -10cm)

Zweilinsensystem mit einstellbarem Linsenabstand

verstellbarer Spalt

Irisblende

auf die Linsen aufsteckbare Lochblende, dto. Scheibenblende

Rotfilter und Blaufilter

farbiges Testdiapositiv; Demonstrationsdiapositiv

diverse Gitter (20 Striche/cm bis 208 Striche/cm und Kreuzgitter)

Filterhalter; Blendenhalter

Mattscheibenschirm; mm-Papier

kleine optische Bank (gemeinsam für alle Versuche)

Millimeterskala

Literatur:

Alle Lehrbücher der Optik und alle Optik-Kapitel

Speziell zu Bessel- und Abbéverfahren:

Walcher: *Praktikum der Physik*, 2. Aufl., Par. 4.1.2, 4.1.3

Bergmann, Schaefer: *Experimentalphysik*, Bd. 3, 6. Aufl., S. 99,100

Westphal: *Physikalisches Praktikum*, 13. Aufl., Aufg. 18 und 21

Zu optischen Instrumenten (besonders instruktiv: Projektionsapparat!):

Pohl: *Optik und Atomphysik*, 12. Aufl., §29 - §33

Physikalisches Anfängerpraktikum - P1

Geometrische Optik
P1-31,40,41

Versuchsvorbereitung von
Raphael Schmager

Gruppe: Do-28

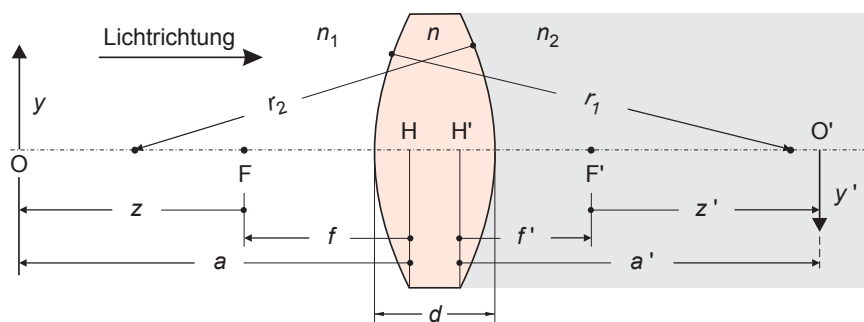
Versuchsdatum: 27. Oktober 2011

0 Grundlagen

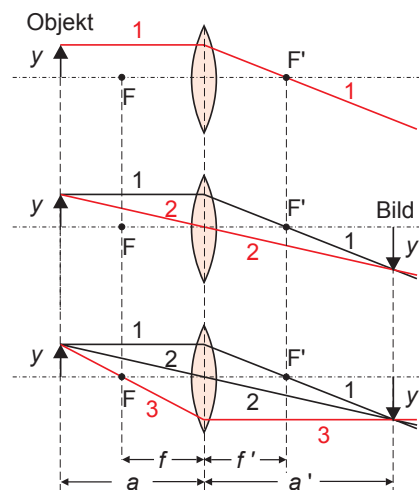
Die geometrische Optik ist eine Näherung der Optik. Dabei wird das Licht als geradlinige “Strahlen” aufgefasst. Die Welleneigenschaften werden vernachlässigt. Die Rechtfertigung in einer solchen Näherung liegt darin, dass Objekte wie Spiegel, Linsen oder Blenden, welche mit dem Licht wechselwirken, im Vergleich zur Wellenlänge sehr groß sind. Die “Lichtstrahlen” folgen dem Reflexions- und dem Brechungsgesetz.

1 Bestimmung der Brennweite und Bildkonstruktion

Fällt Licht parallel zur optischen Achse ein, so treffen sich die Strahlen hinter der Linse in einem Punkt. Dieser Punkt wird Brennpunkt genannt. Die Entfernung von Brennpunkt zum Hauptpunkt H der Linse bezeichnet man als Brennweite f .



Möchte man das Bild, das hinter der Linse projiziert wird konstruieren, so ist die sogenannte Bildkonstruktion sehr hilfreich. Dies bewerkstelligt man mit 3 Strahlen von Objektpunkt zu einem Bildpunkt. Bekannt muss hier der (die) Brennpunkt(e) sein und der Abstand zur Linse.



In der Abbildung ist die Bildkonstruktion sehr gut dargestellt. Man zeichnet wie angegeben nacheinander 3 Strahlen ein. Strahl 1 nennt man dabei den “Parallelstrahl”, der 2., welcher durch die Mitte geht, wird als “Mittelpunktstrahl” bezeichnet. Der letzte Strahl ist der “Brennpunktstrahl”.

1.1 Brennweite einer dünnen Sammellinse

Nun soll die Brennweite einer dünnen Sammellinse mit Hilfe eines Maßstabes vermessen werden. Dabei wird der Abstand des Schirms solange variiert bis sich der schärfste und kleinste Bildpunkt/Lichtpunkt gebildet hat. Bei einer dünnen Linse ist der maximale Abstand der beiden Grenzflächen, gegenüber der Brennweite gering. Die Hauptpunkte H und H' fallen sozusagen zusammen. Für die Linsengleichung dünner Linsen ergibt sich:

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (1)$$

Sind die Lichtstrahlen parallel zur optischen Achse, so ist $g = \infty$ und der Abstand zum Bildpunkt entspricht gerade der Brennweite $b = f$. Umgestellt nach f , erhält man die Gleichung für die Brennweite einer dünnen Linse:

$$f = \frac{1}{n - 1} \left(\frac{R_1 \cdot R_2}{R_2 - R_1} \right) \quad (2)$$

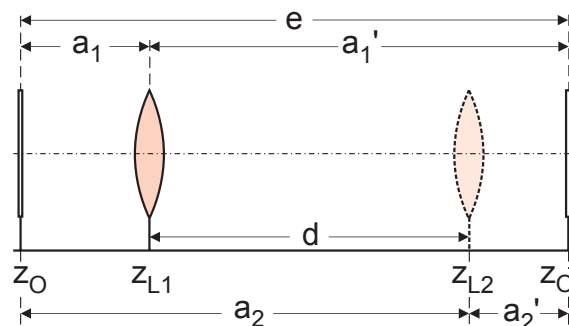
In den beiden Gleichungen entsprechen R_1 und R_2 den Linsenradien, g ist die Gegenstands-, b die Bildweite und n die Brechzahl.

1.2 Genaue Bestimmung der Brennweite

1.2.1 Besselsches Verfahren

Nun soll die selbe Linse genauer Vermessen werden. Hierfür soll das Besselsche Verfahren angewandt werden. Außerdem soll noch rotes und blaues Licht verwendet werden. Hierbei wird sich eine chromatische Aberration, wie in 1.2.3 beschrieben, zeigen.

Beim Besselschen Verfahren wählt man einen hinreichend großen Abstand s zwischen Gegenstand (Z_O) und Bild (Z_O'). Nun gibt es genau zwei symmetrische Linsenpositionen, bei denen sich das Bild scharf stellt. Bei Z_{L1} wird es vergrößert, bei Z_{L2} verkleinert auf dem Schirm abgebildet.



Es gilt: $a_2' = a_1 = b$ und $a_1' = a_2 = g$. Damit ist $e = g + b$ und $d = g - b$. (*)

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} \quad \Rightarrow \quad f = \frac{g \cdot b}{g + b} \stackrel{(*)}{=} \frac{e^2 - d^2}{4e} \quad (3)$$

Warum muss $e > 4f$ sein?

Mit $g = e - b$ folgt:

$$f = \frac{g \cdot b}{g + b} = \frac{(e - b)b}{e - b + b} \Rightarrow b^2 - eb + ef = 0 \Rightarrow b_{1/2} = \frac{e}{2} \pm \frac{e}{2} \sqrt{1 - \frac{4f}{e}} \quad (4)$$

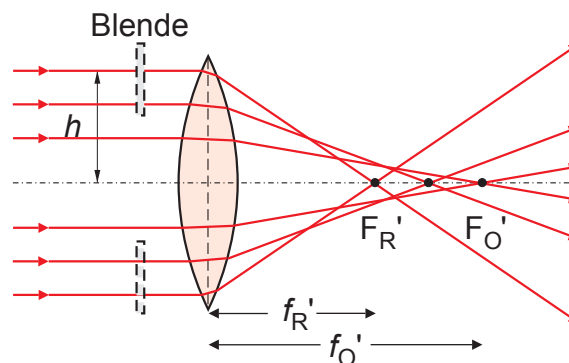
Ist nun $e > 4f$, so wird die Radikant $1 - \frac{4f}{e}$ negativ und es gäbe nur imaginäre Lösungen. Ist $e = 4f$ so fallen die Linsenpositionen mit denen des Bilds und Gegenstands zusammen.

Warum ist es schlecht $\frac{e}{f}$ zu groß zu wählen?

Wird e sehr groß gegenüber f , so ist in der Abbildung leicht zu erkennen, dass dann die Linsenpositionen sehr Nahe an Objekt und Schirm wandern. Dies erschwert die Messung.

1.2.2 Sphärische Aberration

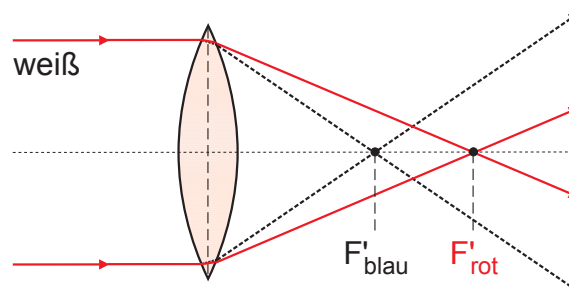
Treffen parallele Strahlenbündel auf eine sphärische Linse, so werden nur die achsennahen Strahlen in den Brennpunkt F'_O gesammelt. Je weiter die Strahlen von der Achse entfernt sind, desto kürzer wird die Brennweite. Der Brennpunkt verschiebt sich also zu F'_R je größer h wird.



Korrigieren kann man diesen Effekt durch Ausblenden der äußeren Strahlen. Dies führt jedoch zu einer Schwächung der Intensität. Alternativ empfiehlt sich die Verwendung von asphärischen Linsen.

1.2.3 Chromatische Aberration

Die chromatische Aberration, auch Farbfehler genannt, kommt durch die Abhängigkeit der Brechzahl von der Wellenlänge. Diese Abhängigkeit nennt man Dispersion.



So liegt die Brennpunkte von rotem und blauem Licht versetzt. Bei weißem Licht erhält man so farbige Ränder.

1.3 Abbésches Verfahren

Dies ist ein Verfahren zur Bestimmung der Brennweite eines Zweilinsensystems, sowie die Lage der Hauptebenen. Die Gegenstandsweite g und Bildweite b sind nicht unmittelbar bekannt. Daher wird das Linsensystem mit festem Abstand d auf einer optischen Bank montiert. Als Abstandsmarke benutzen wir eine Kante M . Diese ist bei jeder Messung die selbe. Von hieraus wird gemessen. Nun erfolgen mehrere Messungen für jeweils eine Position des Objekts im Abstand x von K und der jeweiligen Bildhöhe β an der Stelle, an der das Bild am schärfsten auf dem Schirm hinter der Anordnung zu sehen ist. Die Größe des Gegenstands ist bekannt beziehungsweise kann gemessen werden. Dies wird für verschiedene Abstände x durchgeführt. Aus $\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$ und $\beta = \frac{b}{g}$ folgt:

$$g = f(1 + \frac{1}{\beta}) \quad (5)$$

Und mit $x = g + h$:

$$x = f(1 + \frac{1}{\beta}) + h \quad (6)$$

2 Aufbau optischer Instrumente

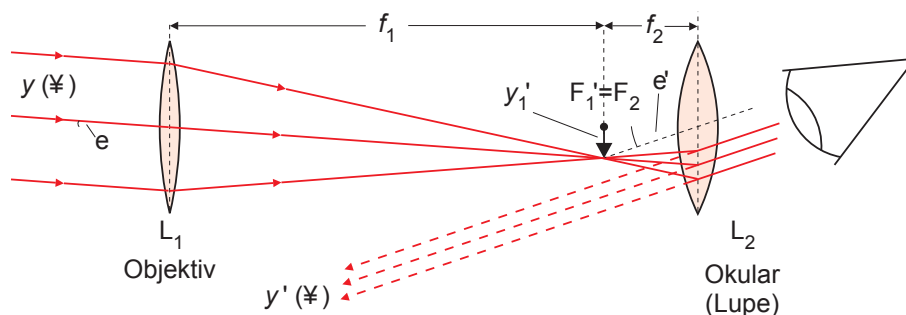
2.1 Keplersches (astronomisches) und Galileis Fernrohr

2.1.1 Keplersches Fernrohr

Der Aufbau des Keplerschen Fernrohrs besteht aus einem Objektiv, welches ein auf dem Kopf stehendes Bild eines sehr weit entfernten Objekts in seine Brennebene projiziert. Dahinter ist ein Okular (Lupe). Die Brennpunkte F'_1 und F_2 fallen zusammen. Die Winkelvergrößerung Γ und die Baulänge l sind dann:

$$\Gamma_{Kepler} = \frac{f_1}{f_2} \quad l = f_1 + f_2 \quad (7)$$

a) Kepler Fernrohr



Im Versuch sollen wir durch eine geeignete Linsenkombination eine mindestens sechsfache Vergrößerung erreichen. Dies ist durch $6f_2 = 6f_{\text{Okular}} \geq f_1 = f_{\text{Objektiv}}$

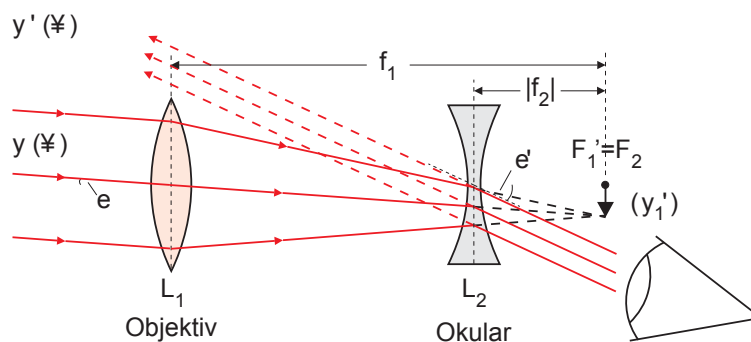
2.1.2 Galilei Fernrohr

Hier ist im Vergleich zum Keplerschen Fernrohr das Bild für den Beobachter aufrecht. Es gibt wieder ein Objektiv. Das Okular mit negative Brennweite f_2 wird dieses mal jedoch soweit nach links verschoben, das sein Brennpunkt F_2 genau mit dem des Objektiv zusammenfällt. Für das Galilei Fernrohr ergeben sich damit folgende Zusammenhänge.

$$\Gamma_{\text{Galilei}} = \frac{f_1}{|f_2|} \quad l = f_1 - |f_2| \quad (8)$$

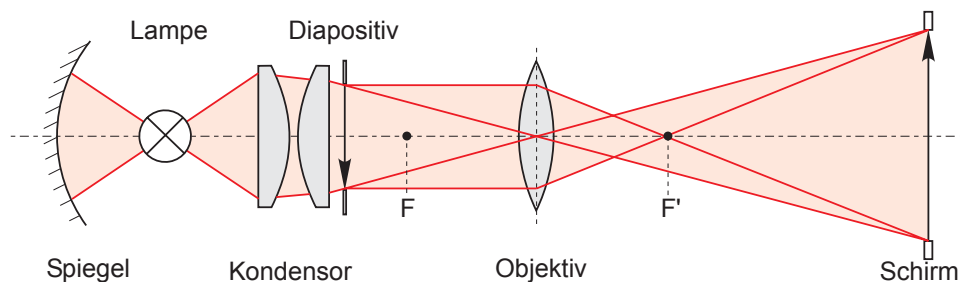
Erstaunlich ist, dass man durch die negative Brennweite des Okulars die gleiche Vergrößerung mit viel kürzeren Baulängen bewerkstelligen kann.

b) Galilei Fernrohr



2.2 Projektionsapparat

Es soll ein Projektionsapparat gebaut werden, „der $24 \times 36 \text{ mm}^2$ -Diapositive ausleuchtet und in etwa $1,5 \text{ m}$ Entfernung etwa eine zehnfache Vergrößerung aufweist.“¹

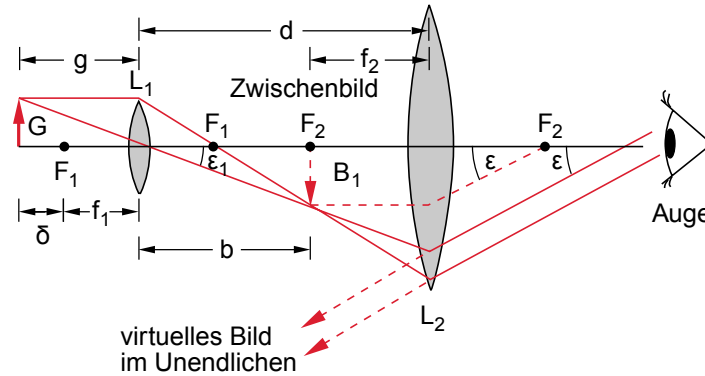


Der Projektor dient zur Projektion eines transparenten Objekts auf einen entfernten Schirm. Dabei wird das sogenannte Diapositiv auf der Leinwand vergrößert und auf dem Kopf abgebildet. Es ist sinnvoll das Diapositiv gut zu beleuchten. Dies wird dadurch erreicht, dass die Lampe mit einer weiteren Linse, dem Kondensor, in das Projektionsobjekt abgebildet wird. Der Kondensor dient zur gleichmäßigen Ausleuchtung des Bildes. Man erhält zwei verkettete Strahlengänge, den „Beleuchtungsstrahlengang“ (hinter dem Diapositiv parallel zur optischen Achse) und den „Abbildungsstrahlengang“.

¹Zitat vom Aufgabenblatt zum Versuch Geometrischen Optik

2.3 Mikroskop

Mit dem Mikroskop lassen sich viel stärkere Vergrößerungen erzielen. Es besteht aus zwei Lin- sen, wobei die erste, das Objektiv, ein reelles Bild des Gegenstands in die Brennebene der zweiten Linse, dem Okular, wirft. Dadurch sieht das Auge ein virtuelles Bild² im Unendlichen.



Für die Winkelvergrößerung des Mikroskops ergibt sich folgende Gleichung. Hierbei ist s_0 der Abstand von Gegenstand zum Auge.

$$\Gamma_M = \frac{bs_0}{gf_2} \quad (9)$$

Bringt man nun den Gegenstand nahe an den Brennpunkt der ersten Linse gilt: $g \approx f_1$ und mit $d = b + f_2$ dem Abstand der beiden Linzen, ergibt sich schließlich:

$$\Gamma_M = \frac{(d - f_2)s_0}{f_1 f_2} \quad (10)$$

Warum kann man nicht eine immer bessere ‐Auflösung‐, durch immer mehr Linsen, erzielen?

Je geringer man die Brennweite wählt, desto größer wird zwar die Vergrößerung, dabei wird jedoch das Auflösungsvermögen durch Beugungseffekte, die immer weiter in den Vordergrund ragen, begrenzt. Beim Mikroskop bezeichnet man dies mit der ‐Abbeschen Auflösungsgrenze‐. Sie liegt etwa bei der halben Wellenlänge des zu untersuchenden Lichts.

3 Quellen

- Demtröder, Experimentalphysik 2 - Elektrizität und Optik, 5. Auflage, Springer-Verlag Berlin Heidelberg
- H. J. Eichler H.-D. Kronfeldt J. Sahm, Das Neue Physikalische Grundpraktikum, 2. Auflage, Springer-Verlag
- W. Walcher, Praktikum der Physik , Teubner, 7. Auflage 1994

²virtuell bedeutet, dass man es nicht wie das reelle Bild auf einen Schirm projizieren kann

Physik Praktikum 1

Geometrische Optik

Tobias Renz

Matrikel Nr. 1581874

26.10.11

Versuchsvorbereitung

Geometrische Optik

Ist der Lichtbündelquerschnitt groß im Vergleich zur Wellenlänge, können wir die Näherung der geometrischen Optik anwenden. Bei dieser Näherung wird die Wellennatur des Lichtes vernachlässigt und es kommt hauptsächlich auf die Ausbreitungsrichtung und deren Änderung (z.B durch Spiegel oder Linsen) an. Die Ausbreitungsrichtung einer Welle wird als "Lichtstrahl" bezeichnet. Lichtstrahlen sind in einem optisch homogenen Medium Geraden, folgen dem Brechungs- und Reflexionsgesetz, Strahlengänge lassen sich umkehren und sich kreuzende Lichtstrahlen beeinflussen sich nicht.

1 Brennweiten Bestimmungen

Definition:

Der Brennpunkt einer Linse ist dadurch definiert, dass parallel zur Linsenachse einfallende Lichtstrahlen sich in einem Punkt hinter der Linse treffen. Der Abstand Der Brennpunkte (F und F') zu den Hauptpunkten (H und H') wird als Brennweite (f und f') definiert. Fallen die Hauptpunkte H und H' zusammen handelt es sich um eine sogenannte "dünne Linse". Die Brennweiten sind nur dann gleich, falls sich vor und hinter der Linse das gleiche Medium befindet.

Bei einer dünnen Linse stehen Gegenstandsweite(g), Bildweite(b) und Brennweite in folgendem Zusammenhang:

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \quad \text{Abbildungsgleichung}$$

Bildkonstruktion:

Will man bei einer Linse mit bekannter Brennweite f wissen an welchem Ort das Bild O' eines abzubildenden Objektes O entsteht, kann man eine Bildkonstruktion durchführen. Dafür benutzt man normalerweise die drei speziellen Strahlen: Den Parallelstrahl(1), den Mittelpunktstrahl(2) und den Brennpunktstrahl(3).

1.1 Bestimmung der Brennweite einer dünnen Linse mit einfachen Mitteln

Es soll die Brennweite einer dünnen Sammellinse nur mit Hilfe eines Maßstabes und eines Schirms bestimmt werden. Parallel einfallendes Licht wird im Brennpunkt gebündelt und der Schirm hierhin verschoben. Nun kann man den Abstand der Linsenmitte zum Schirm mit Hilfe des Maßstabes messen und erhält die Brennweite.

1.2 Bestimmung der Brennweite mit dem Besselschen Verfahren

1.2.1 Besselsches Verfahren

Um die Brennweite der Linse genauer und die Aberration der Linse (sphärische und chromatische), welche gewöhnlich nicht sehr groß sind, überhaupt bestimmen zu können, verwenden wir nun ein Verfahren, bei welchem die Messunsicherheit geringer ist als bei der "Messung mit einfachen Mitteln". Das Besselsche Verfahren nutzt die Eigenschaft, dass es bei hinreichend großem festen Abstand zwischen Objekt und Bild genau zwei Linseneinstellungen gibt, die ein scharfes Bild liefern.

Aus der Abbildung erkennt man:

$e = g + b + h$ mit $h = 0$ (dünne Linse) $\Rightarrow e = g + b$

einsetzen in $\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$

ergibt eine quadratische Gleichung mit den Lösungen:

$$b_1 = \frac{e}{2} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{4f}{e}} \right) \text{ und } b_2 = \frac{e}{2} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{4f}{e}} \right)$$

einsetzen in $d = |b_1 - b_2|$ und umformen nach f ergibt: $f = \frac{1}{4} \left(e - \frac{d^2}{e} \right)$ Die Größe d ist als Differenz, zweier Bezugspunkte der Linsen genauer zu messen als die Größen b und g . Auch e kann sehr genau bestimmt werden. Somit ist das Verfahren genauer als das in 1.1 durchgeführte.

1.2.2 Frage: Warum muss $e > 4f$ sein? Warum ist es nachteilig, e/f zu groß zu wählen?

Ist $e \leq 4f$ erhält man nur eine oder komplexe Lösungen der quadratischen Gleichung. Komplexe Lösungen ergeben aber ein virtuelles Bild, das Verfahren lässt sich dann nicht anwenden.

Wird hingegen $\frac{e}{f}$ sehr groß also $\frac{f}{e}$ sehr klein gewählt liegen die Punkte b_1 und b_2 sehr nahe beieinander. Der Abstand kann dann nicht so genau gemessen werden.

1.2.3 sphärische Aberration:

Bei sphärischen Linsen macht sich ein Zonenfehler bemerkbar. Bei einem achsenparallel einfallenden Strahlenbündel werden nur die achsennahen Strahlen im Brennpunkt gebündelt. Randstrahlen in einer Höhe h werden näher an der Linse gebündelt. Dadurch entsteht bei voller Linsenöffnung ein unscharfes Bild. Die sphärische Aberration wird

untersucht indem man das innere und das äußeres Linsengebiet untersucht.

1.2.4 chromatische Aberration:

Da die Brechzahl von der Wellenlänge des Lichts abhängt kommt ein Farbfehler zustande. Der Brennpunkt von blauem Licht, liegt näher an der Linse als für rotes Licht. Um diesen Fehler zu untersuchen verwenden wir rotes und blaues Licht getrennt.

1.3 Bestimmung der Brennweite und der Hauptebenenabstände eines Zweilinsensystems mit dem Abbéschen Verfahren

Um die Brennweite eines Linsensystems und die Lage der Hauptebenen zu ermitteln kann das Verfahren von Abbe angewendet werden. Da die Lagen der Hauptebenen nicht bekannt sind, ist die Gegenstandsweite (g) sowohl die Bildweite (b) nicht unmittelbar messbar.

Wir betrachten ein Linsensystem aus zwei Linsen, die auf einem verschiebbaren Schlitten angebracht sind. Da unsere Hauptebenen (H und H') nicht bekannt sind benutzen wir eine feste Markierung (M) als Messpunkt.

Wir müssen jetzt den Abstand (x) vom Objekt (O) zum Marker und den Abbildungsmaßstab (β) messen.

$$\text{aus } \frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \quad \text{und} \quad \beta = \frac{b}{g} \quad \text{folgt} \quad g = f\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \quad (1)$$

$$x = g + h \quad (2)$$

$$(2) \quad \text{in} \quad (1) \quad \Rightarrow \quad x = f\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) + h \quad (3)$$

Aus Gleichung (3) kann man nun, indem man mindestens 2 Messungen macht, f und h berechnen. Da vorgegeben ist, bei jedem Linsenabstand mindestens 6 Messungen zu machen, empfiehlt es sich eine lineare Regression durchzuführen um f und h zu bekommen. Um nun noch die Größe h' zu bekommen drehen wir das Linsensystem nun um 180° und erhalten f und h' .

Nun soll noch aus den gemessenen Brennweiten des Systems bei mindestens zwei deutlich unterschiedlich Linsenabständen auf die Brennweiten der beiden Einzellinsen geschlossen werden.

Die Brennweite eines Linsensystems zweier dünner Linsen mit den Brennweiten f_1 und f_2 und dem Linsenabstand d berechnet sich durch:

$$f = \frac{f_1 * f_2}{f_1 + f_2 - d}$$

Aus mindestens zwei Messwerten können nun die einzelnen Brennweiten bestimmt werden.

2 Aufbau optischer Instrumente

2.1 Fernrohr

2.1.1 Fernrohr nach Kepler

Linse 1 (Objektiv) bildet das sehr weit entfernte Objekt (O) als umgekehrtes reelles Bild in seinem Brennpunkt ab. Wird nun eine zweite Linse (Okular) so platziert, dass beide Brennebenen aufeinander fallen wird das, vom Objektiv erzeugte Bild, nun als virtuelles Bild im unendlichen betrachtet. Bei diesem Spezialfall ergibt sich die Winkelvergrößerung:

$$\beta_{Kep} = \frac{f_1}{f_2}$$

Die Baulänge ergibt sich dann zu $l = f_1 + f_2$.

2.1.2 Fernrohr nach Galilei

Das bikonvexe Objektiv würde wie beim Kepler-Fernrohr ein reelles Bild im Brennpunkt entwerfen. Man bringt nun aber eine Zerstreuungslinse (Okular), mit negativer Brennweite, vor die Brennebene. Fallen nun die Brennebenen der beiden Linsen gerade zusammen beobachtet man wie bei Kepler-Fernrohr ein virtuelles Bild im unendlichen. Dieses Bild steht nun aber aufrecht und nicht umgekehrt wie beim Kepler-Rohr. Die Vergrößerung ergibt sich zu:

$$\beta_{Gal} = \frac{f_1}{|f_2|}$$

Die Baulänge ergibt sich zu $l = f_1 - |f_2|$

2.2 Bau eines Projektionsapparat

Durch ein Projektions-Objektiv wird das transparente Objektiv (Dia) vergrößert auf einer Leinwand abgebildet. Damit das Dia voll ausgeleuchtet wird und das von der Lampe ausgehende Licht möglichst gut genutzt wird, wird die Lampe mit dem Kondensor in das Projektionsobjektiv abgebildet. Dicht dahinter wird dann das Dia platziert. Man kann zusätzlich noch einen Hohlspiegel hinter der Lampe anbringen um die Helligkeit zusätzlich zu erhöhen. Bei einem Dia-Projektor erhält man zwei verkettete Strahlengänge, den "Beleuchtungsstrahlengang"(gelb) und den "Abbildungsstrahlengang"(rot).

In unserem Versuch soll eine zehnfache Vergrößerung (β) eines Dias auf eine 1,5 m entfernte Leinwand erreicht werden.

$$\text{mit } \beta = \frac{b}{g} \quad \text{und} \quad a = b + g \quad \text{folgt} \quad b = \frac{a\beta}{\beta + 1}$$

Mit $a=1.5\text{ m}$ und $\beta = 10$ ergibt sich $b \approx 1.36\text{m}$ und $g \approx 0.136\text{m}$ bei einer Brennweite f mit ca. 12cm .

2.3 Bau eines Mikroskops

Mit einem Mikroskop kann man eine starke Vergrößerung erreichen. Es besteht aus zwei Linsen die so aufgestellt sind, dass die erste Linse (Objektiv) ein reelles Bild in der Brennebene der zweiten Linse (Okular) entwirft. Dadurch sieht das Auge das Bild des Gegenstandes im Unendlichen.

Die Winkelvergrößerung(γ) des Mikroskops ist:

$$\gamma = \frac{bs_0}{gf_2}$$

Wird nun der Gegenstand in die Nähe der Brennebene von Linse eins gebracht, ist $g \approx f$ und es ergibt sich:

$$\gamma \approx \frac{(d - f_2) * s_0}{f_1 * f_2}$$

mit $d = b + f_2$ und s_0 als Abstand des Gegenstandes zum Auge.

Frage:

Benutzen wir Linsen mit immer kleineren Brennweiten können wir bei sehr kleinen Brennweiten die Wellennatur des Lichtes nicht mehr vernachlässigen. Wollen wir nun sehr kleine Objekte betrachten tritt Beugung auf und somit kann das Objekt nicht mehr scharf aufgelöst werden.

2.4 Quellen:

- Eichler, Kronfeld, Sahm DasNeuePhysikalischeGrundpraktikum
- W.Walcher, Praktikum der Physik , Teubner, 7.Auflage 1994
- Demtröder, Experimentlphysik 2, Springer 1995

Physikalisches Anfängerpraktikum - P1

Geometrische Optik
P1-31,40,41

Protokoll von
Tobias Renz und **Raphael Schmager**

Gruppe: Do-28

Versuchsdatum: 27. Oktober 2011

1 Bestimmung der Brennweite

1.1 Einfache Bestimmung der Brennweite

Zu Beginn haben wir uns eine Linse mit der Brennweite $f = 10\text{cm}$ ausgewählt. Diese wurde auf der Objektbank auf einem Schlitten eingespannt und dieser befestigt. Nun haben wir abwechselnd den Abstand des sich dahinter befindenden Schirms so lange variiert bis auf ihm der kleinste Lichtpunkt zu erkennen war. Jeder von uns maß einmal. Danach wurde die Linse um 180° gedreht und die Messungen wiederholt.

Messung	f_1 / cm	Orientierung	Mittelwert /cm	Gesamt /cm
1	12,2	1	12,15	11,9
2	12,1	1		
3	11,6	2	11,65	
4	11,7	2		

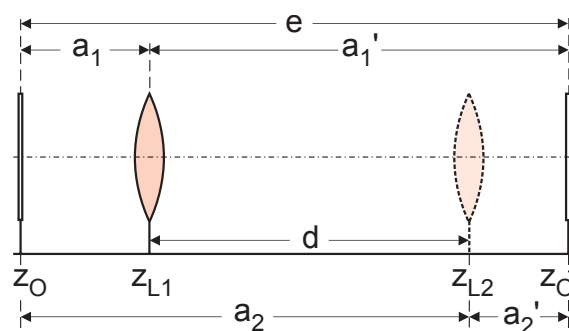
Tabelle 1: Messwerte: Brennweite einer dünnen Sammellinse

Die Mittelwerte der beiden Orientierungen der Linse unterscheiden sich. Dies lässt sich entweder damit begründen, dass die Linse nicht 100% symmetrisch ist oder Aufgrund der geringen Messwerte, auf einen Messfehler unsererseits.

Gemittelt ergibt sich eine Brennweite von $f = 11,9\text{cm}$. Die Abweichung zur Angabe auf der Linse beträgt 19%. Man erkennt, dass sich diese Methode nicht eignet um eine genaue Angabe über die Brennweite einer Linse zu machen.

1.2 Genaue Bestimmung der Brennweite - Besselsches Verfahren

Deutlich besser hingehen kann die Brennweite mit dem Besselschen Verfahren ermittelt werden. Hier nochmal eine Schema zur Durchführung, in der die gemessenen Größen benannt sind.



Es gilt: $a_2' = a_1 = b$ und $a_1' = a_2 = g$. Damit ist $e = g + b$ und $d = g - b$. (*)

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} \quad \Rightarrow \quad f = \frac{g \cdot b}{g + b} \stackrel{(*)}{=} \frac{e^2 - d^2}{4e} \quad (1)$$

Es wurden zwei Messreihen durchgeführt. Die erste mit dem Abstand $e = 50\text{cm}$, die zweite mit $e = 60\text{cm}$.

Die Linse wurde nun so in Z_{L1} positioniert, dass der Gegenstand auf dem Schirm scharf abgebildet wurde. Gleiches gilt für die Position Z_{L2} . Jede Messung wurde zwei Mal durchgeführt. Dabei haben wir uns immer abgewechselt. Dabei wurden Verschiedenes gemessen:

Gesamtabstand: $e = 50\text{cm}$						
	Position a_1	Mittelwert 1	Position a_2	Mittelwert 2	d	Brennweite f
weiß	53,8	53,9	75,9	75,9	22,0	10,1
	53,9		75,8			
blau innen	53,9	53,8	76,0	75,9	22,1	10,1
	53,6		75,7			
rot innen	54,4	54,4	75,3	75,5	21,0	10,3
	54,5		75,6			
blau außen	52,7	52,7	76,2	76,3	23,6	9,7
	52,7		76,4			
rot außen	53,4	53,3	75,6	75,7	22,5	10,0
	53,1		75,9			

Tabelle 2: Messwerte: Besselsches Verfahren mit Abstand 50cm . Alle Angaben sind in cm

- Weißes Licht wurde auf die Linse gestrahlt. Das Bild wurde scharf gestellt und die Positionen der beiden Brennpunkte (Position a_1 und a_2 notiert).
- Als nächstes wurden Messungen mit rotem und blauem Farbfilter durchgeführt. Durch Blenden wurde entweder der achsnahe ("außen" durchgelassen) oder der achsferne Strahlengang ("innen" durchgelassen) ausgeblendet.
- Bei der gleichen Ausblendung beobachtet man chromatische Aberration. Die Brennweite des roten Lichts ist größer als die des blauen.
- Bei gleichem Farbfilter kann man die sphärische Aberration beobachten. Werde nur die äußeren Strahlen durchgelassen, so ist die Brennweite kleiner als bei Ausblendung jener.

Da das Maßband schon vor Z_0 begann, wurden aus dem Mittelwerten jeweils der Abstand $d = \Delta a_2 - \Delta a_1$ bestimmt.

Beim Gesamtabstand $e = 60\text{cm}$ wurde genau so vorgegangen. Die Werte wurden in der folgenden Tabelle zusammengefasst. Es ist zu erkennen, dass Die Brennweite sehr nahe an der angegebenen Brennweite auf der Linse liegt. Somit kann man sagen, dass dieses Verfahren sehr gute Werte liefert. Die Abweichungen kommen nun zum Großteil durch die chromatische und sphärische Aberration zustande.

Gesamtabstand: e= 60cm						
	Position a_1	Mittelwert 1	Position a_2	Mittelwert 2	d	Brennweite f
weiß	53,1	52,9	86,4	86,5	33,6	10,3
	52,6		86,6			
blau innen	52,9	52,9	86	86,1	33,3	10,4
	52,8		86,2			
rot innen	53,0	52,9	85,8	85,8	32,9	10,5
	52,8		85,8			
blau außen	52,2	52,2	86,9	86,8	34,6	10,0
	52,2		86,7			
rot außen	52,5	52,5	86,6	86,6	34,2	10,1
	52,4		86,6			

Tabelle 3: Messwerte: Besselsches Verfahren mit Abstand 60cm. Alle Angaben sind in cm

1.3 Abbe Verfahren

Mit dem Abbe Verfahren sollte die Brennweite, sowie die Hauptebenen eines Linsensystems vermessen werden. In nachstehender Tabelle sind die Abstände x von Gegenstand (in unserem Fall ein beleuchtetes Dia) zur Marke M , die Vergrößerung $\beta = \frac{B}{G}$ (B=Bildgröße, G=Gegenstandgröße) je nach Orientierung der Anordnung und der daraus resultierende Faktor a_i zur Bestimmung der Steigung, notiert.

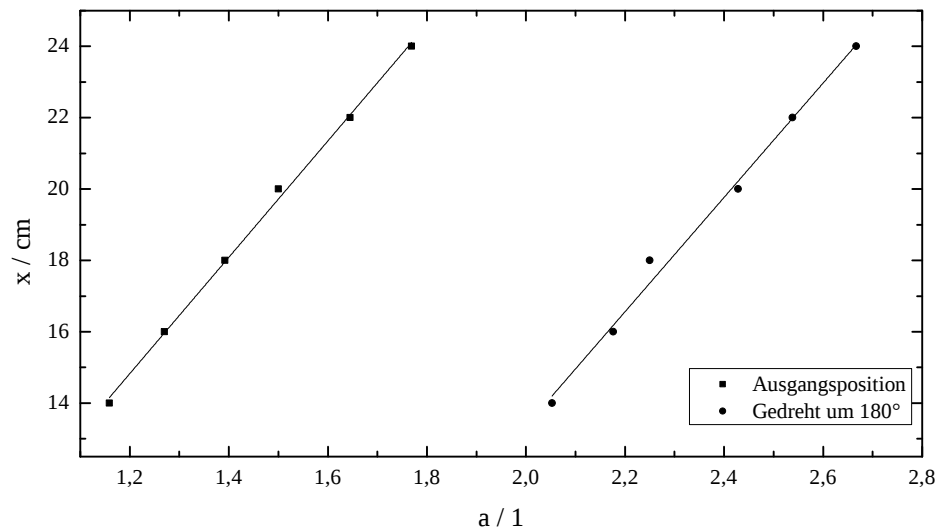
Durch den Zusammenhang: $x = f(1 + \frac{1}{\beta}) + h$ kann nun durch Auftragung von x über a_i der Achsenabschnitt h und die Steigung f bestimmt werden.

Im folgenden sind die Graphen aufgelistet. Darunter befindet sich jeweils eine Tabelle in der die Werte für die Steigung und den Achsenabschnitt eingetragen sind. Dahinter befindet sich immer der Standardfehler. Diese Werte wurden mit Origin bestimmt.

1.3.1 Linsensystem bei $d_1 = 16,65\text{cm}$

x / cm	β_{0°	$a_1 = 1 + \frac{1}{\beta_{0^\circ}}$	β_{180°	$a_2 = 1 + \frac{1}{\beta_{180^\circ}}$
24	1,3	1,8	0,6	2,7
22	1,55	1,6	0,65	2,5
20	2	1,5	0,7	2,4
18	2,55	1,4	0,8	2,3
16	3,7	1,3	0,85	2,2
14	6,3	1,2	0,95	2,1

Tabelle 4: Messung der eingestellten Abstand d_1

**Ausgangsposition:**

Gleichung $x = f_1 a_1 + h_1$

	Wert /cm	Standardfehler /cm
Schnittpunkt mit der Y-Achse	-4,74	0,51
Steigung	16,31	0,34

Rotation der Anordnung um 180°:

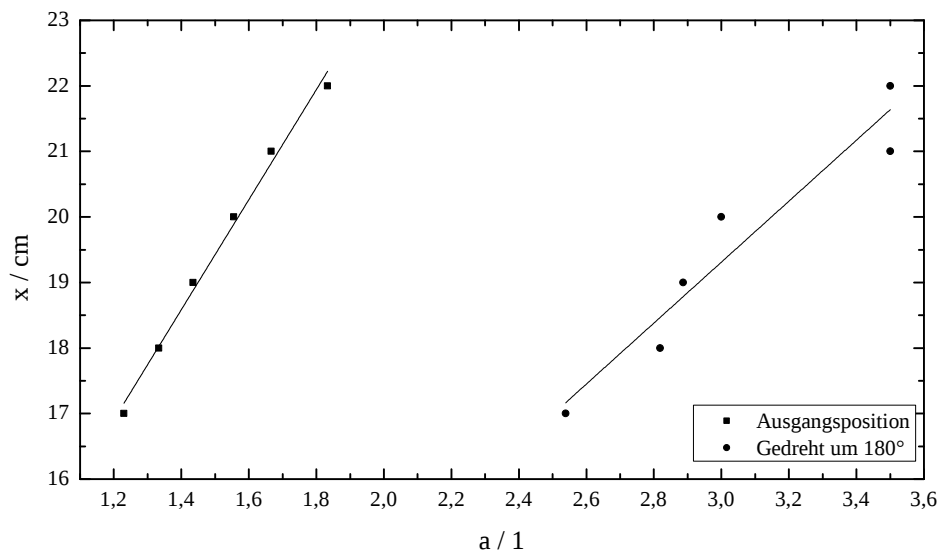
Gleichung $x = f_1 a_2 + h_2$

	Wert /cm	Standardfehler /cm
Schnittpunkt mit der Y-Achse	-18,70	1,66
Steigung	16,03	0,70

1.3.2 Linsensystem bei $d_2 = 7,65\text{cm}$

x / cm	β_{0°	$a_3 = 1 + \frac{1}{\beta_{0^\circ}}$	β_{180°	$a_4 = 1 + \frac{1}{\beta_{180^\circ}}$
22	1,2	1,8	0,4	3,5
21	1,5	1,7	0,4	3,5
20	1,8	1,6	0,5	3,0
19	2,3	1,4	0,53	2,9
18	3	1,3	0,55	2,8
17	4,35	1,2	0,65	2,5

Tabelle 5: Messung der eingestellten Abstand d_2



Ausgangsposition:

Gleichung $x = f_2 a_3 + h_3$

	Wert /cm	Standardfehler /cm
Schnittpunkt mit der Y-Achse	6,83	0,56
Steigung	8,39	0,37

Rotation der Anordnung um 180°:

Gleichung $x = f_2 a_4 + h_4$

	Wert /cm	Standardfehler /cm
Schnittpunkt mit der Y-Achse	5,36	2,02
Steigung	4,65	0,66

Die Brennweiten (f_1 und f_2) der beiden Linsensysteme ergeben sich aus den Mittelwerten der Anordnung bei 0° und 180°. Folglich ergibt sich für f_1 eine Brennweite von 16,17 cm und für f_2 6,52 cm.

1.4 Bestimmung der Einzelbrennweiten

Aus unseren gemessenen zwei Brennweiten f_1 und f_2 und den Linsenabständen d_1 und d_2 lassen sich jetzt die Einzelbrennweiten f_a und f_b berechnen.

Die Brennweiten eines Systems berechnen sich über $f = \frac{f_a f_b}{f_a + f_b - d}$. Da wir zwei Messungen haben bekommen wir zwei Gleichungen:

$$f_1 = \frac{f_a f_b}{f_a + f_b - d_1} \quad \text{und} \quad f_2 = \frac{f_a f_b}{f_a + f_b - d_2}$$

Diese Gleichungen ergeben eine Gleichung für f_a und f_b :

$$f_b = \frac{f_1(f_a - d_1)}{f_a - f_1} \text{ und } f_a^2 + f_a \frac{f_2 d_2 - f_1 d_1}{f_1 - f_2} + f_1 f_2 \frac{d_1 - d_2}{f_1 - f_2} = 0$$

Nun können wir unsere Werte einsetzen und erhalten daraus die Lösungen der Einzelbrennweiten. Da wir eine quadratische Gleichung haben bekommen wir je zwei Werte für f_a und f_b .

Die Linsenabstände ergeben sich aus $d = |h| + |h'|$.

Für unsere gemessenen Linsenabstände ($d_1 = 23,44\text{cm}$, $d_2 = 12,19\text{cm}$) erhalten wir für f_a 26,4 cm und 4,7 cm, für f_b 4,7 cm und 26,4 cm. Somit können wir die Brennweite der Linsen berechnen, können aber nicht sagen welche Brennweite zu welcher Linse gehört.

2 Aufbau optischer Instrumente

2.1 Keplersches (astronomisches) und Galileis Fernrohr

2.1.1 Keplersches Fernrohr

Wir sollten ein Keplersches Fernrohr mit mindestens sechsfacher Vergrößerung bauen. Dazu haben wir für das Objektiv (f_1) eine Linse mit 500 mm Brennweite und für das Okular (f_2) eine Linse mit 80 mm Brennweite verwendet und wie in der Vorbereitung beschrieben, auf einer optischen Bank, angeordnet und den Linsenabstand von 58 cm eingestellt. Rechnerisch sollte sich damit eine Vergrößerung von 6,25 ergeben. Um die Vergrößerung abschätzen zu können haben wir uns eine Backsteinwand angeschaut und die Vergrößerung abgeschätzt. Unseren schätzen nach ergab das Fernrohr eine Vergrößerung zwischen 5 und 8. Damit liegt der errechnete Wert innerhalb dieses Bereichs.

2.1.2 Galilei Fernrohr

Auch beim Galilei Fernrohr sollte eine mindestens sechsfache Vergrößerung erreicht werden. Für das Objektiv (f_1) haben wir eine Sammellinse mit einer Brennweite von 500 mm benutzt und für das Okular (f_2) eine Zerstreuungslinse mit einer Brennweite von 50 mm benutzt. Das Galilei Fernrohr haben wir auch auf der optischen Bank aufgebaut, wie in der Versuchsvorbereitung beschrieben. Der Linsenabstand betrug hier 45 cm. Rechnerisch sollte hier eine Vergrößerung von 10 erreicht werden.

Um die Vergrößerung abzuschätzen haben wir einen kleinen Knopf an der Wand beobachtet. Ohne Fernrohr war der Knopf schwer zu erkennen und die Aufschrift nicht lesbar. Durch das Fernrohr konnte man die Aufschrift sehr gut lesen aber die Vergrößerung war schwer abzuschätzen. Der Vorteil beim Galilei Fernrohr war, dass das Bild richtig herum beobachtbar war.

2.2 Bau eines Projektionsapparat

Wir sollten einen Projektionsapparat aufbauen, der 24x36 mm²- Diapositive ausleuchtet und in etwa 1,5 m Entfernung eine etwa zehnfache Vergrößerung aufweist. In der Vorbereitung haben wir berechnet, dass wir eine Linse mit 12 cm Brennweite benötigen um dies genau zu ermöglichen. Da wir keine Linse mit genau dieser Brennweite zur Verfügung hatten, haben wir eine Linse mit einer Brennweite von 10 cm benutzt. Um eine Vergrößerung von $\beta = 10$ zu erreichen, errechnet sich die Gegenstandsweite mit $g = f \cdot (1 + \frac{1}{\beta})$ zu 11 cm. Die Bildweite beträgt dann

($b = \beta \cdot f$) 110cm und der Abstand vom Dia zum Schirm ($a=b+g$) 121 cm.

Wir haben dann ein Dia auf den Schirm projiziert und die Vergrößerung gemessen. Bei zwei Messungen ergab sich jeweils eine Vergrößerung von 10, was genau der berechneten Vergrößerung entspricht.

2.3 Bau eines Mikroskops

Um ein Mikroskop mit mindestens 20 facher Vergrößerung zu bauen haben wir folgende Linsen benutzt: $f_1 = 50$ mm und $f_2 = 40$ mm. Die Linsen und der Gegenstand wurden so auf der optischen Bank aufgebaut, dass $s_0 = 30$ cm, $b = 16,6$ cm und $g = 6$ cm. Dadurch ergibt sich rechnerisch eine Vergrößerung ($\gamma = \frac{bs_0}{gf_2}$) von 20,75.