

Vorbereitung: Bestimmung von e/m des Elektrons

Carsten Röttele

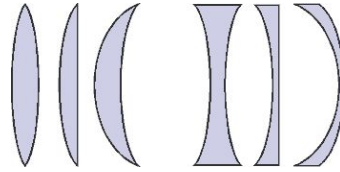
21. November 2011

Inhaltsverzeichnis

1	Allgemeine Linsen	2
2	Bestimmung der Brennweite	3
2.1	Kontrolle einer Brennweite	3
2.2	Das Bessel Verfahren	4
2.3	Abbé Verfahren	6
3	Aufbau optischer Instrumente	7
3.1	Fernrohr	7
3.1.1	Keplersches Fernrohr	7
3.1.2	Galileisches Fernrohr	8
3.2	Projektionsapparat	9
3.3	Mikroskop	10
4	Quellen	10

1 Allgemeine Linsen

Als erstes sollte man wissen, welche verschiedene Linsentypen es gibt. Im Folgenden werden die sechs wichtigsten Typen näher beschrieben:



Auf der linken Seite sieht man zuerst die konvexen Linsen, die nach außen hin gewölbt sind und auch Sammellinsen genannt werden. Hierbei muss man wieder verschiedene Variationen der konvexen Linsen betrachten, die nun von links nach rechts beschrieben werden:

a) bikonvex

Bei der bikonvexen Linse sind beide Seiten nach außen hin gewölbt.

b) plankonvex

Bei dieser Linse bleibt die eine Seite nach außen gewölbt, während die andere gerade ist.

c) konkavkonvex

Hier ist die eine Seite nach innen gewölbt und die andere nach außen.

Die drei Linsen auf der rechten Seite sind konkave Linsen. Sie sind im Gegensatz zu den konvexen nach innen gewölbt und werden als Streulinsen verwendet. Auch hier wieder eine genauere Unterteilung von links nach rechts:

d) bikonkav

Äquivalent zur bikonvexen, nur sind jetzt beide Seiten nach innen gewölbt.

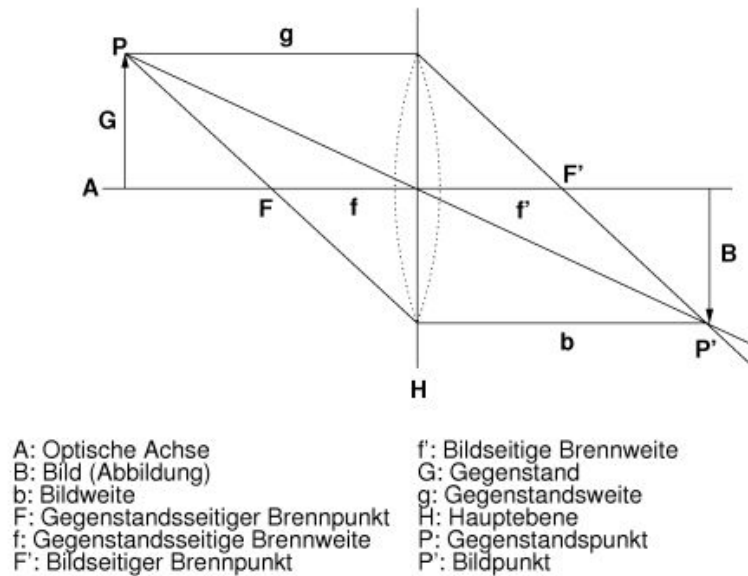
e) plankonkav

Auch diese Linse ist im Prinzip das Gegenteil zur plankonvexen. Hier ist also eine Seite nach innen gewölbt und die andere gerade.

f) konvexkonkav

Hier ist wiederum eine Seite nach außen und die entgegengesetzte nach innen hin gewölbt.

2 Bestimmung der Brennweite



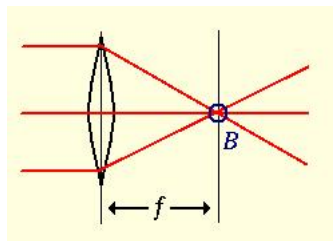
In dieser Skizze sind die wichtigsten Abstände eingezeichnet. Zusätzlich soll hier die Formel für die Brennweite f angegeben werden:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} (*)$$

2.1 Kontrolle einer Brennweite

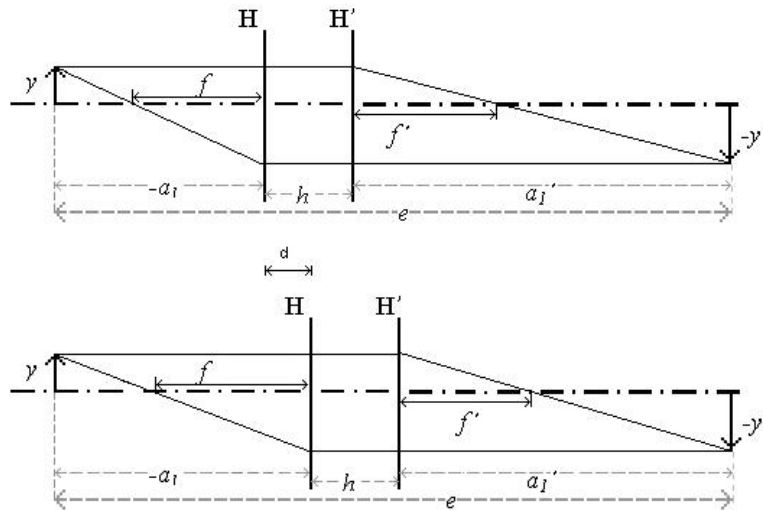
Zunächst soll man die Brennweite einer dünnen Sammellinse nur mit einem Schirm und einem Maßstab bestimmen. Hierzu wird parallel einfallendes Licht auf die Linse geworfen und man muss nun den Schirm hinter die Linse verstellen, solange bis man einen kleinstmöglichen Punkt auf dem Schirm erhält. Die Brennweite f lässt sich nun einfach bestimmen, indem man den Abstand zwischen der Linse und dem Schirm misst.

Hierbei sei allerdings erwähnt, dass dieses Verfahren nicht sehr genau ist, da man den optimalen Punkt nur schätzen kann und der Linsenfehler nicht berücksichtigt wird.



2.2 Das Bessel Verfahren

Als nächstes soll nun das Bessel Verfahren benutzt werden um die Brennweite einer Linse zu bestimmen. Im Unterschied zu vorhin, hat man nun zwei Stellungen, welche zu einem scharfen Bild führen. Hierbei bekommt man einmal eine verkleinerte Abbildung und das andere Mal eine vergrößerte.



Für die im Bild verwendeten Abstände setze ich im Folgenden $a = g, a' = b$, $y = G$ und $y' = B$. Da wir zudem eine dünne Linse haben, können wir h gegen null gehen lassen. Daraus ergibt sich:

$$e = b + g$$

Wenn man nun nach b auflöst und dies dann in der Formel der Brennweite einsetzt, so erhält man:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{e - g} + \frac{1}{g}$$

Diese Gleichung kann man nach g auflösen, indem man mit den Nennern multipliziert und die dadurch entstehende quadratische Gleichung mit der Mitternachtsformel löst. Danach erhalten wir:

$$g_{1/2} = \frac{e}{2} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4f}{e}} \right)$$

Außerdem ist es offensichtlich, dass für den Abstand der beiden Linsen gilt:

$$d = |g_1 - g_2|$$

Setzt diese Formel wiederum in die Formel für $g_{1/2}$ ein und löst diese dann nach der Brennweite auf, so erhält man:

$$f = \frac{1}{4e^2}(e^2 - d^2)$$

Mit dieser Formel ist es nun also möglich, für verschiedene Abstände verschiedene Brennweiten zu Brennweiten zu bestimmen, indem man z.B. e oder d variiert.

Sphärische Aberration:

Wenn man sphärische Linsen verwendet und den Brennpunkt davon bestimmen will, so erhält man nicht nur einen Punkt, sondern einen Bereich. Dies geschieht deshalb, da die Strahlen, welche mittig auf der Linse eintreffen, weiter weg gebündelt werden, als solche, die weiter oben auf der Linse auftreffen.

Chromatische Aberration:

Da Licht aus mehreren Wellenlängen besteht und gleichzeitig aber auch die Dispersion n von der Wellenlänge abhängt, bekommen wir unterschiedliche Brennweiten, wenn wir unterschiedliches Licht benutzen. Da wir das ganze für rotes und blaues Licht machen sollen, ist zu erwarten, dass blaues Licht zu einer geringeren Brennweite führen sollte, als rotes.

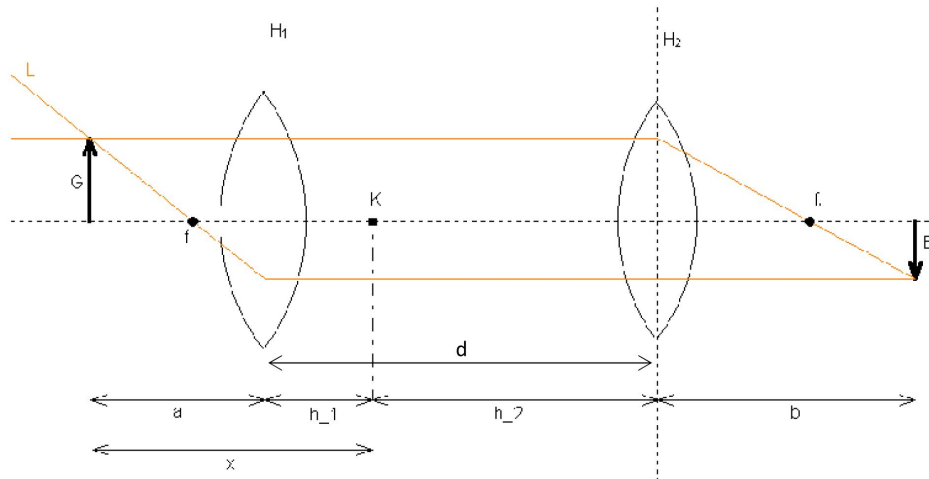
Beantwortung der Frage:

Wenn nicht gelten würde $e > 4f$, dann wäre die Wurzel negativ, was nicht zu einer reellen Lösung führen würde. Dadurch könnten den Abstand der beiden Linsen nicht mehr bestimmen.

Ebenso ist es schlecht, wenn man e/f zu groß wählt, da dadurch g entweder e oder 0 wäre, was die Linse direkt an den Schirm oder vor das Bild bringen würde. Es ist offensichtlich, dass dies nicht sinnvoll ist.

2.3 Abbé Verfahren

Jetzt lautet die Aufgabe, dass man die Brennweite und zusätzlich noch die Hauptebenenabstände der Linsen bestimmt. Außerdem ist es hier erforderlich, dass man einen Punkt K zwischen den Linsen fest wählt, von welchem aus wir dann die restlichen Größen bestimmen können.



Allgemein gilt für die Vergrößerung:

$$\beta = \frac{B}{G} = \frac{b}{a}$$

Zudem ist offensichtlich anhand der Skizze, dass gilt:

$$a = x - h_1$$

Setzt man beides nun zusammen in die Formel (*) für die Brennweite ein, folgt, wenn man nach x auflöst:

$$x = f \cdot \left(\frac{1}{\beta} + 1 \right) + h_1$$

Dies führt uns also auf eine Geradengleichung, die von f abhängt. Wir müssen also nur für die verschiedenen Werte von β und den zugehörigen x ein Schaubild erstellen und danach eine lineare Regression durchführen, wodurch man dann die Brennweite und h_1 erhält.

Will man nun h_2 bestimmen, so muss man nur die Anordnung um 180° drehen und danach äquivalent vorgehen.

Zudem gilt für die Brennweite von dünnen Linsen:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{h_1 + h_2}{f_1 \cdot f_2}$$

Wenn man nun also zwei verschiedene Wertepaare von f und $h_{1/2}$ hat, so kann man nun einfach f_1 und f_2 bestimmen.

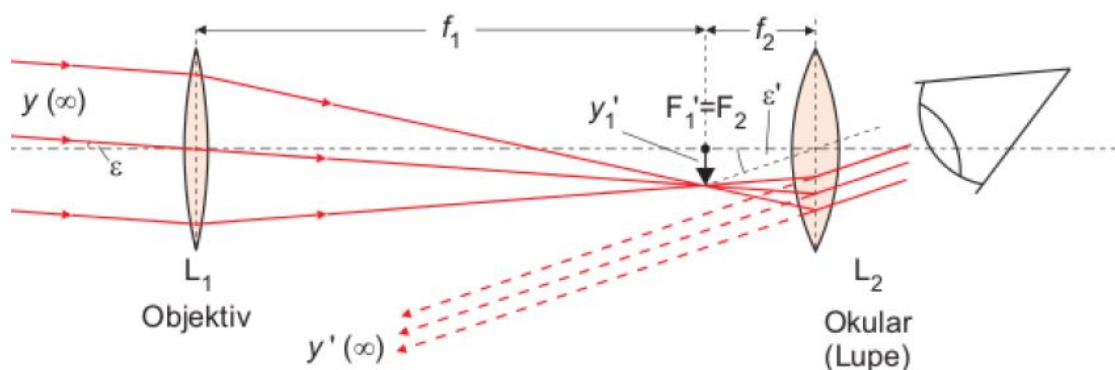
3 Aufbau optischer Instrumente

3.1 Fernrohr

Hat man nun vor entfernte Objekte genauer zu betrachten, empfiehlt es sich, wenn man diese vergrößert. Anhand des Keplerschen und des Galileischen Fernrohr wird dies im Folgenden genauer betrachtet.

3.1.1 Keplersches Fernrohr

Um ein Keplersches Fernrohr zu bauen muss man zuerst zwei Sammellinsen hintereinander aufbauen. Wichtig ist aber auch, dass die erste Linse das Bild verkleinert und die zweite Linse quasi als Lupe wirkt, weswegen wir ein vergrößertes Bild bekommen. Allerdings sieht man den Gegenstand um 180° verdreht und man sieht es zudem unter einem größeren Winkel, als es der Realität entspricht.



Es gilt hier immer:

$$d = f_1 + f_2$$

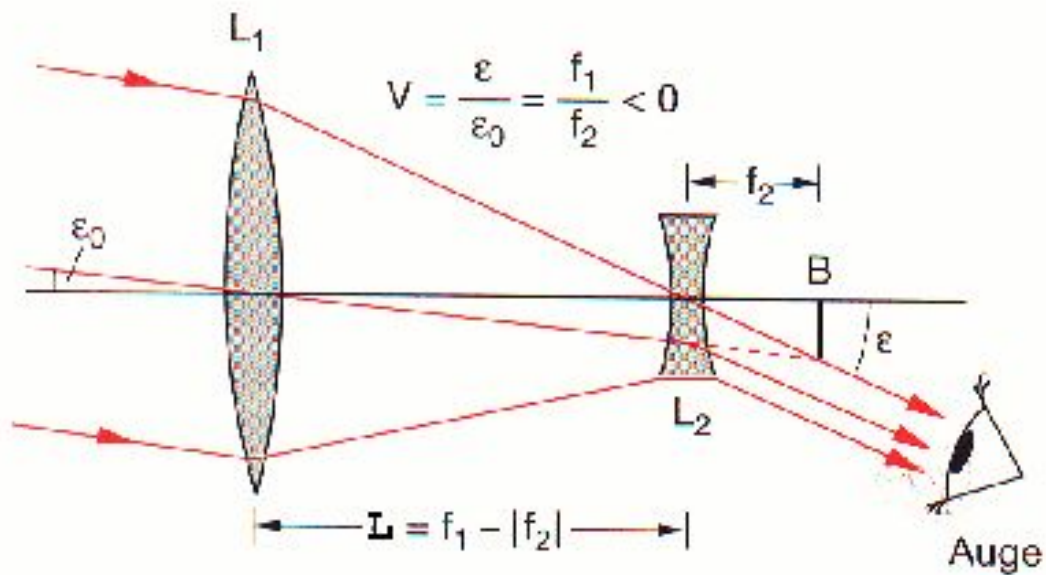
Sowie für die Vergrößerung:

$$\beta = \frac{f_1}{f_2}$$

Laut Aufgabenstellung sollen wir eine sechsfache Vergrößerung erreichen, was wir z.B. durch eine Linse mit einer Brennweite von 18cm , während die andere eine Brennweite von 3cm hat.

3.1.2 Galileisches Fernrohr

Der Unterschied zum Keplerschen Fernrohr ist hier, dass die zweite Linse nun konkav ist, also aus einer Zerstreuungslinse besteht. Diese hintere Linse wird auch Okular genannt und besitzt zudem eine negative Brennweite.



Somit ergibt sich für unser d , was in der Skizze mit L bezeichnet ist:

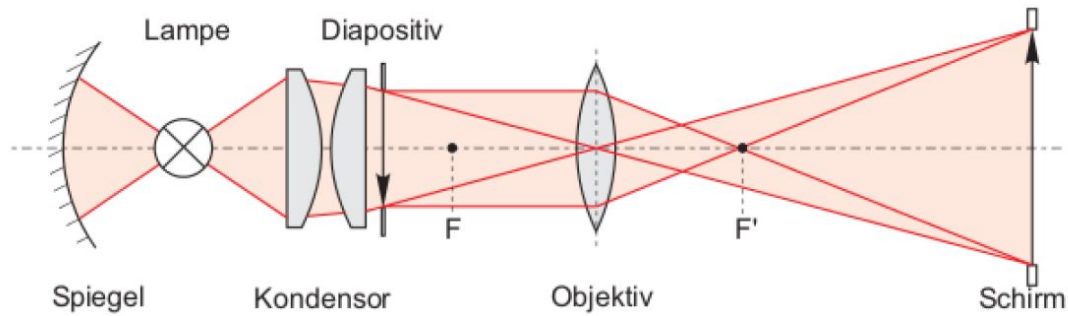
$$d = f_1 - |f_2|$$

Die Vergrößerung bleibt wie bei Kepler, nämlich:

$$\beta = \frac{f_1}{|f_2|}$$

Wenn man nun beide Fernrohre miteinander vergleicht, so ist sicherlich ein Vorteil des Galileischen, dass es das Bild nicht auf den Kopf stellt und dass es auch kleiner ist.

3.2 Projektionsapparat



Hier wird zuerst durch den Kondensor das Licht gleichmäßig auf das Dia, was sich nahe hinter dem Kondensor befindet, verteilt. Es entstehen zwei verkettete Strahlengängen, einmal den Beleuchtungs- und einmal der Abbildungsstrahlengang. Dies wird auch als Köhlerscher Strahlengang bezeichnet. Da das Bild aber umgedreht wird ist es zudem sinnvoll, das Dia falsch herum hineinzulegen.

Es ist verlangt, dass man eine zehnfache Vergrößerung erhält und dass der Abstand zwischen dem Dia und dem Schirm $1,5m$ groß ist. Dadurch ergibt sich:

$$d = g + b = 1,5m$$
$$\beta = \frac{b}{g} = 10$$

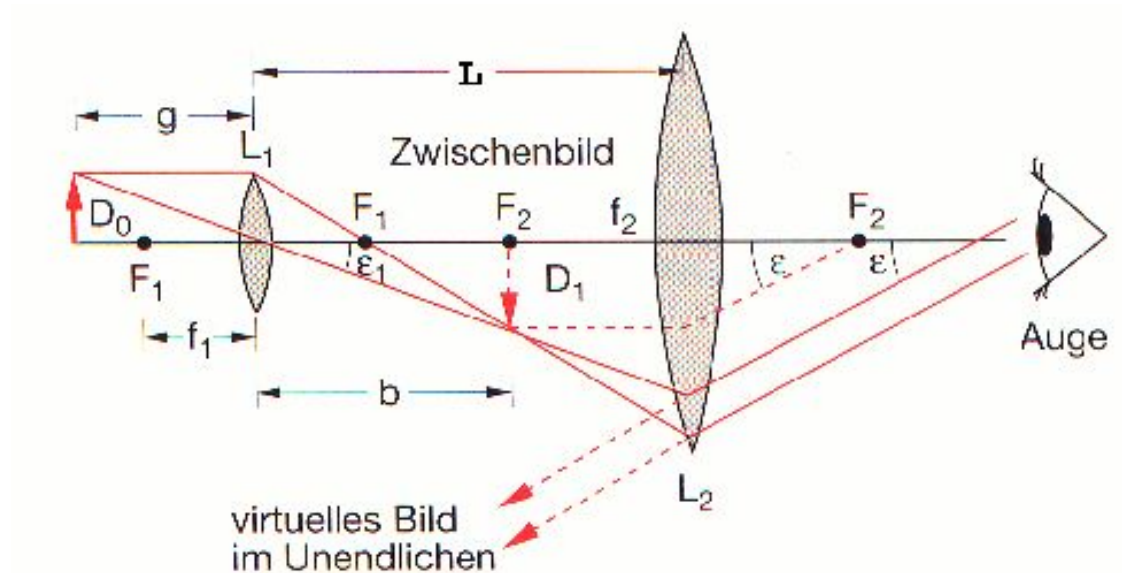
Hierbei ist g der Abstand zwischen dem Dia und dem Objektiv und b der Abstand zwischen dem Objektiv und Schirm.

Daraus erhalten wir $g = 13,6cm$ und $b = 136,4cm$. Wenn wir das nun in die Gleichung (*) einsetzen, so erhalten wir die Brennweite:

$$f = 12,4cm$$

3.3 Mikroskop

Zum Schluss soll ein Mikroskop gebaut werden, dass eine mehr als 20-fache Vergrößerung erstellt.



Wir erhalten wieder, wie beim Keplerschen Fernrohr ein Zwischenbild, nur wird es jetzt durch die zweite Linse in das scheinbar unendlich entfernte Objekt umgewandelt. Somit erhalten wir eine Vergrößerung des Objekts.

Diesmal gilt für die Vergrößerung:

$$\beta = \frac{(d - f_2) \cdot s_0}{f_1 \cdot f_2}$$

(Wobei d unserem L aus der Skizze entspricht und s_0 der Bezugssehweite.)

Beantwortung der Frage

Da die Auflösung durch die Wellenlänge des Lichts begrenzt ist. Außerdem entstehen zusätzliche Interferenzen, welche eine höhere Auflösung verhindern.

4 Quellen

<http://www.movie-college.de/filmschule/images/Linsen.gif>

<http://www.elmar-baumann.de/fotografie/schaerfentiefe/abbildungen/abbildung-einfach.gif>

<http://static.cosmiq.de/data/de/9dc/59/9dc5983a4369481f87fe8b2147e8d7e21.jpg>

<http://www.peter-burda.de/files/prakt/OPA-Dateien/image010.jpg>

<http://web.physik.rwth-aachen.de/hebbeker/lectures/ph30203/p323i03/img107.gif>

<http://web.physik.rwth-aachen.de/hebbeker/lectures/ph30203/p323i03/img117.gif>

Musterprotokoll : Marco D'Ambrosio

Vorbereitung

Geometrische Optik

Stefan Schierle

Versuchsdatum: 22. November 2011

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	2
1.1	Wellennatur des Lichts	2
1.2	Verschiedene Linsen	2
1.3	Linienfehler	2
2	Brennweiten Bestimmung	3
2.1	Brennweitenbestimmung einer Linse mit dem Messstab	3
2.2	Brennweitenbestimmung nach dem Besselschen Verfahren	3
2.3	Brennweite eines Zweilinsensystems Abbésches Verfahren	5
3	Aufbau optischer Instrumente	5
3.1	Fernrohre	5
3.1.1	Kepplersches Fernrohr	6
3.1.2	Galileisches Fernrohr	6
3.2	Projektionsapparat	7
3.3	Mikroskop	8
4	Verzeichnis	9
4.1	Bilder	9
4.2	Literatur	9

1 Einführung

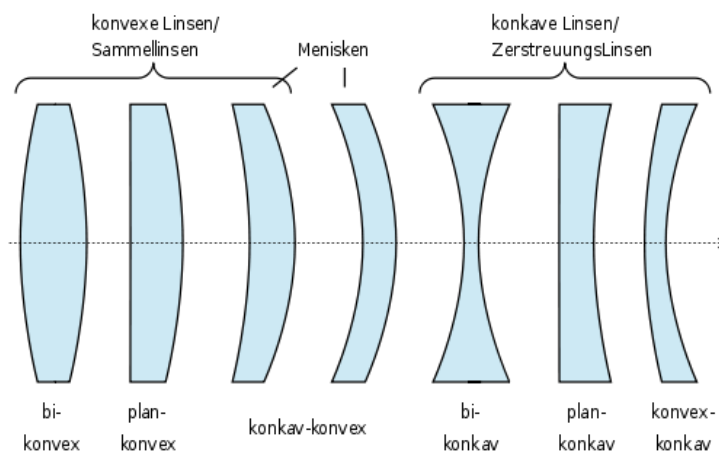
1.1 Wellennatur des Lichts

In dieser Versuchsreihe werden Abmessungen verwendet, deren Ausmaße um einiges größer sind, als die Wellenlängen von Licht. Dies bedeutet, dass hierbei Welleneffekte, wie Interferenzen vernachlässigt werden können.

1.2 Verschiedene Linsen

Es gibt viele verschiedene Arten von Linsen, die in der Optik zur Anwendung kommen. Am häufigsten werden sphärische Linsen verwendet. Sphärisch, da die Linsenoberfläche einem Ausschnitt einer Kugeloberfläche entspricht. Diese Linsen können einseitig, beidseitig oder unterschiedlich nach außen, oder nach innen gewölbt sein. Eine Linse mit einer Wölbung nach außen heißt konvex, eine nach innen gewölbte Linse konkav.

Abb.1: Verschiedene Linsen mit ihren Bezeichnungen:



Diese Linsen sind entweder Sammellinsen oder Zerstreuungslinsen. Sammellinsen haben mindestens eine konvexe Oberfläche. So wird parallel einfallendes Licht auf einen Punkt, den Brennpunkt, fokussiert. Eine Zerstreuungslinse hat mindestens eine konkave Oberfläche, durch die parallel einfallendes Licht so gebrochen wird, dass es nach der Linse divergiert.

1.3 Linsenfehler

Optische Linsen sind immer fehlerbehaftet, man unterscheidet hier zwischen den im Praktikum relevanten Fällen chromatischer Aberration (Farbfehler) und sphärischer Aberration (Zonenfehler).

Der Farbfehler resultiert aus der Abhängigkeit des Brechungsindex von der Wellenlänge des Lichts ($n(\lambda)$). Das bedeutet, dass Licht mit geringer Wellenlänge (z.B.: blau $\lambda = 480nm$) stärker gebrochen wird, als Licht mit größerer Wellenlänge (z.B.: rot $\lambda = 650nm$). Daraus folgt, dass die jeweiligen Brennpunkte unterschiedlich liegen, was wir in Aufgabe 1.2 feststellen werden.

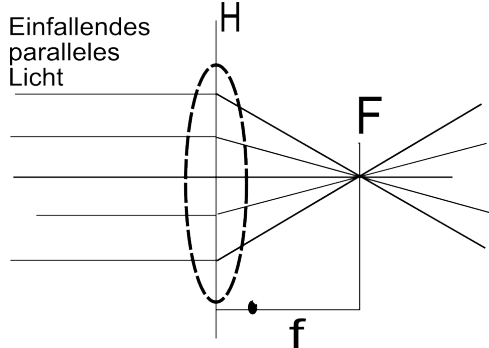
Der Zonenfehler entsteht aus der Tatsache, dass die parallelen Lichtstrahlen unter anderen Winkeln auf die jeweilige Linsenzone einfallen, daher ist klar, dass unter Anwendung des Brechungsgesetzes ein anderer Ausfallwinkel, also ein verschobener Brennpunkt. Für achsferne Strahlen rückt daher der Brennpunkt näher an die Linse.

Diese Fehler können durch geschicktes Kombinieren von mehreren Linsen mit teils unterschiedlichen Brechungszahlen ausgeglichen werden.

2 Brennweiten Bestimmung

Die Brennweite(f) einer Linse gibt an, wie weit ein Punkt (F), in dem paralleles, senkrecht zur Linse einfallendes, einfallendes Licht fokussiert wird, von der Linsenhauptachse (H) entfernt ist.

Abb.2: Brennpunkt



2.1 Brennweitenbestimmung einer Linse mit dem Messstab

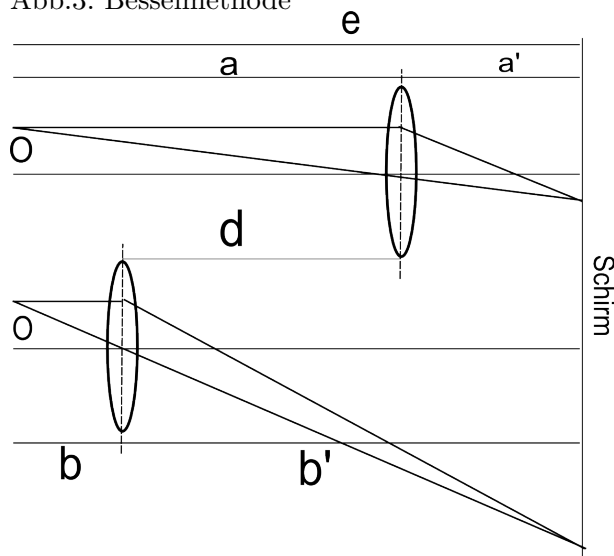
In diesem Versuch sollen wir die Brennweite einer Linse kontrollieren. Hierfür Verwenden wir eine entfernte Lichtquelle, damit wir annähernd parallel es Licht annehmen können, und einen Schirm.

Die Linse wird direkt vor dem Schirm aufgestellt, und dann so weit verschoben, bis auf diesem ein möglichst kleiner Lichtfleck zu erkennen ist. Der Abstand der Linse vom Schirm entspricht nun der Brennweite f .

2.2 Brennweitenbestimmung nach dem Besselschen Verfahren

Eine alternative Möglichkeit zur Bestimmung der Brennweite ist das Verfahren nach Bessel. Bei diesem Vorgehen wird sich zu Nutze gemacht, dass ein weit vom Schirm entferntes Objekt durch zwei verschiedene Linsenpositionen scharf abgebildet werden kann. Dabei wird es einmal vergrößert, und einmal verkleinert.

Abb.3: Besselmethode



Unter Verwendung der Linsengleichung gilt hier folgendes:

$$\begin{aligned}\frac{1}{f} &= \frac{1}{a} + \frac{1}{e-a} \\ \frac{1}{f} &= \frac{e}{ae-a^2} \\ f &= \frac{ae-a^2}{e}\end{aligned}$$

Dies lässt sich zu einer quadratischen Gleichung umformen:

$$\begin{aligned}a^2 - ae + fe &= 0 \\ a_{1,2} &= \frac{e \pm \sqrt{e^2 - 4fe}}{2} \\ a_{1,2} &= \frac{e}{2} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4f}{e}} \right) \\ a &= \frac{e}{2} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{4f}{e}} \right) \\ a' &= \frac{e}{2} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{4f}{e}} \right)\end{aligned}$$

Wobei die Berechnung für b analog verläuft. Wir erhalten die Beziehungen $a = b'$ und $a' = b$. Somit wäre auch bewiesen, dass es nur zwei Linsenabstände für scharfe Abbildungen gibt.

Damit wir reelle Lösungen erhalten, muss $e > 4f$ sein!

Somit können wir nun d berechnen:

$$\begin{aligned}d &= a - b \\ d &= \frac{e}{2} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{4f}{e}} \right) - \frac{e}{2} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{4f}{e}} \right) \\ d &= e \sqrt{1 - \frac{4f}{e}} \\ d^2 &= e^2 - 4fe\end{aligned}$$

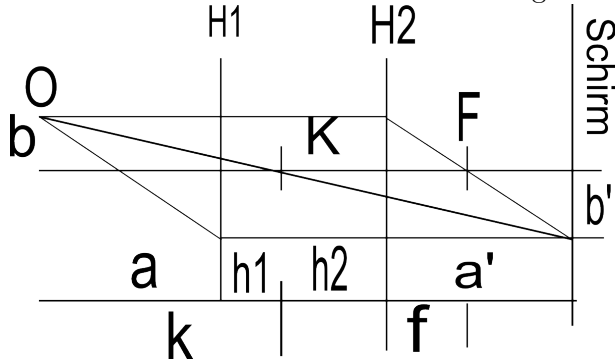
Wie man aus der vorletzten Zeile unschwer erkennen kann, würde d für ein kleines e/f gegen e streben.

Bei der Versuchsdurchführung wird nun rotes und blaues Licht, sowie Licht im äußeren und im inneren Linsengebiet. Da der Brechungsindex der Linse von der Wellenlänge abhängt, ist zu erwarten, dass wir bei rotem und blauem Licht unterschiedliche f ermitteln, da diese unterschiedlich gebrochen werden (chromatische Aberration). Zu erwarten ist, dass der Brennpunkt des blauen Lichts näher an der Linse liegt, als der des roten, da (wie in der Einführung erwähnt) blaues Licht stärker gebrochen wird. Für die unterschiedlichen Linsengebiete wird sich ein Zonenfehler einstellen, wie schon in der Einführung erwähnt.

2.3 Brennweite eines Zweilinsensystems Abbésches Verfahren

Bei der Abbéschen Methode benötigt man einen Versuchsaufbau, wie nachfolgend skizziert. Dabei ist K ein fester, aber beliebig gewählter Punkt, b/b' die Höhe des Objekts bzw. der Projektion und H1 und H2 die Hauptachsen der Linsen.

Abb.4: Abbésche Brennweitenbestimmung bei zwei Linsen



K wird gewählt, da die Hauptachsen der Linsen nicht bekannt sind, daher wird immer von K aus gemessen. Des weiteren soll gelten:

Aus dem Linsengesetz lässt sich unter Verwendung des Strahlensatzes $\left(\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'}\right)$ ableiten:

$$\begin{aligned}\frac{1}{f} &= \frac{1}{a} + \frac{1}{a'} \\ \frac{1}{f} &= \frac{1}{a} + \frac{b}{ab'} \\ \frac{a}{f} &= 1 + \frac{b}{b'}\end{aligned}$$

Nun kann a ersetzt werden durch die in der Skizze deutlich erkennbare Beziehung $a = k - h1$.

$$\begin{aligned}\frac{k - h1}{f} &= 1 + \frac{b}{b'} \\ k &= f \left(1 + \frac{b}{b'}\right) + h1\end{aligned}$$

Aus dieser Form kann man bei mehreren durchgeführten Messungen für k einfach eine Ausgleichsgerade erstellen, deren Steigung f ist, und die Verschiebung an der y -Achse $h1$.

Wobei zur Ermittlung der Hauptebenen die Linsen auch um 180 Grad gedreht werden müssen.

Da für dünne Linsen $\frac{1}{f} = \frac{1}{f1} + \frac{1}{f2} + \frac{h1 + h2}{f1 \cdot f2}$ gilt, können die Einzelbrennweiten der Linsen ermittelt werden.

3 Aufbau optischer Instrumente

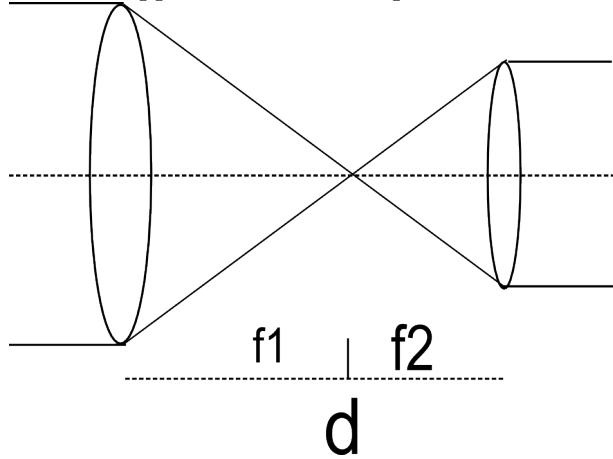
3.1 Fernrohre

Fernrohre dienen dazu weit entfernte Objekte optisch so zu vergrößern, dass sie mit dem Auge erkennbar sind. Dabei unterscheidet man zwischen zwei Aufbauschemen.

3.1.1 Keplersches Fernrohr

Beim Keplerschen Fernrohr werden zwei unterschiedliche Sammellinsen so hintereinander aufgebaut, dass ihre Brennpunkte auf den gleichen Punkt fallen. Dadurch ergibt sich für den Linsenabstand $d = f_1 + f_2$.

Abb.5: Keplerfernrohr Prinzip



Anhand der Skizze wird auch deutlich, dass die Abbildungen hinter dem Keplerfernrohr auf dem Kopf stehen. Um ein normales Abbild zu erstellen benötigt man immer eine dritte Linse, mit der man das Bild wieder umkehrt.

Für den Vergrößerungsfaktor eines Keplerschen Fernrohres gilt: $\beta = \frac{f_1}{f_2}$

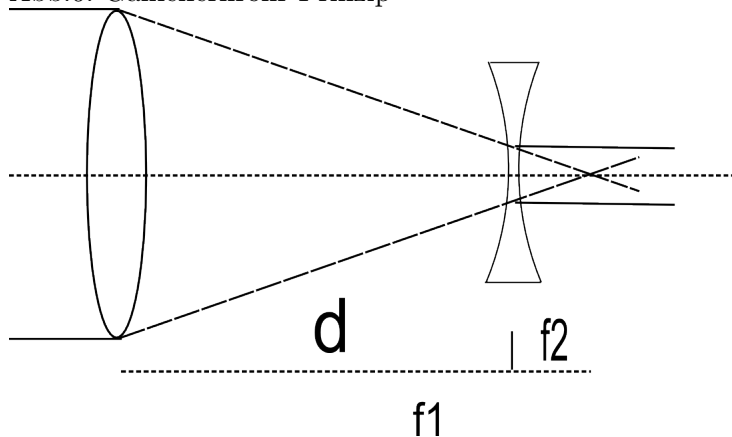
Nach der Aufgabenstellung sollen wir nun ein Fernrohr mit mindestens einer Vergrößerung des Faktors 6 bauen. Daher setzen wir $\beta = 6$ woraus folgt, dass $f_1 = 6 \cdot f_2$ oder größer sein muss.

3.1.2 Galileisches Fernrohr

Das Galileische Fernrohr ersetzt die zweite Sammellinse durch eine Streuungslinse. Da Zerstreuungslinsen konkav sind, müssen wir beachten, dass f_2 negativ ist. Daher gilt:

$$\beta = \frac{f_1}{|f_2|}$$

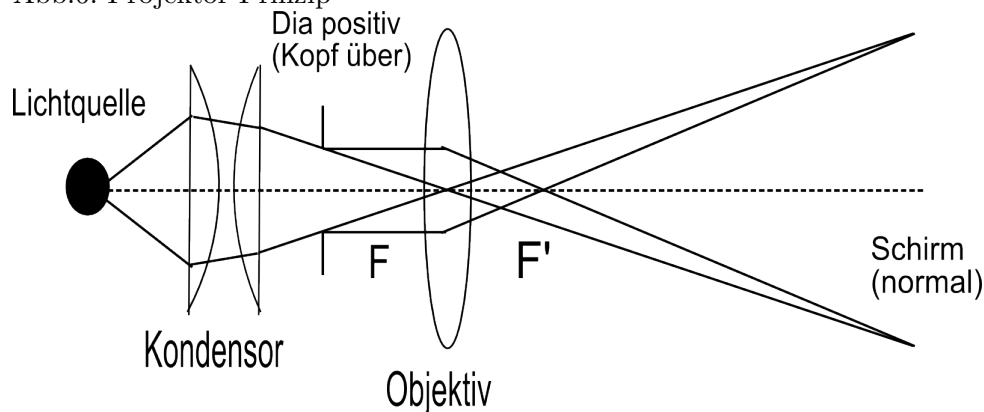
Abb.6: Galileifernrohr Prinzip



3.2 Projektionsapparat

Bei einem Projektor wird das Dia stark vergrößert und über Kopf auf einem Schirm abgebildet.

Abb.6: Projektor Prinzip



Der Kondensor sorgt dafür, dass das transparente Dia gleichmäßig ausgeleuchtet wird. Zudem muss beim Aufbau des Projektors darauf geachtet werden, dass der Brennpunkt des Kondensors auf der Hauptebene des Objektivs liegt. So erhält man den in der Skizze erkennbaren doppelten Strahlengang (Köhlerscher Strahlengang), und das Bild wird scharf, aber um 180 Grad verdreht, an einen Schirm projiziert.

Unser Ziel ist es einen Projektor zu bauen, der auf die Distanz von 1,5 m eine 10-fache Vergrößerung liefert.

Wieder das Linsengesetz angewendet, wobei x der Abstand zwischen Dia und Objektiv ist und x' der Abstand vom Objektiv zum Schirm:

$$\begin{aligned}\frac{1}{f} &= \frac{1}{x} + \frac{1}{x'} \\ \frac{1}{f} &= \frac{x + x'}{xx'} \\ f &= \frac{xx'}{x + x'}\end{aligned}$$

Nun soll für die Vergrößerung $\beta = \frac{x}{x'} = 10$ gelten, woraus $x' = 10 \cdot x$ folgt. Die Distanz $(x + x')$ von Dia zum Schirm soll 1,5 m betragen.

Damit lassen sich die einzelnen Distanzen einfach berechnen:

$$\begin{aligned}x + x' &= 11x = 1,5m \\ x &= 0,136m\end{aligned}$$

$$x' = 1,364m$$

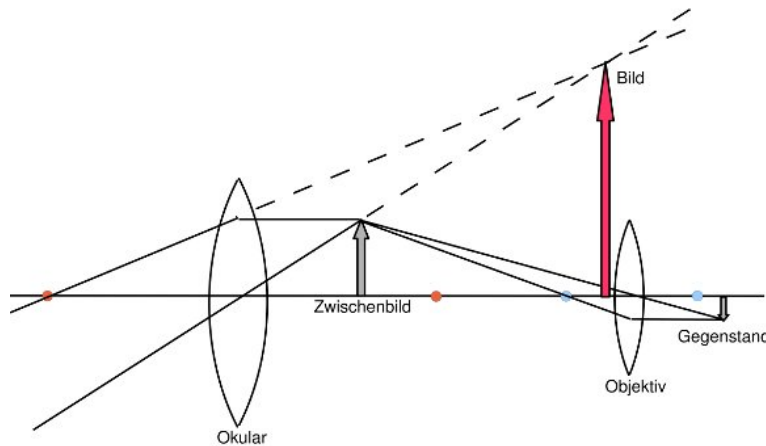
$$f = \frac{xx'}{x + x'}$$

$$f = 0,124m$$

3.3 Mikroskop

Mit dem Mikroskop vergrößert man nahe, kleine Gegenstände zur besseren Betrachtung. Es besteht ebenfalls, wie das Keplerfernrohr aus zwei Sammellinsen, die durch ihren Abstand ein Zwischenbild erzeugen. So sieht der Betrachter durch das Okular das virtuell vergrößerte Zwischenbild.

Abb.7:Mikroskop



Achtung, in dieser Abbildung wird die Strahlrichtung nicht normgerecht von rechts nach links dargestellt.

Beim Mikroskop dürfen die jeweiligen Linsenvergrößerungen multipliziert werden um die Gesamtvergrößerung zu erhalten. Für den Gegenstand nehmen wir an, dass diese im Brennpunkt des Objektivs ($f_{Ob.}$) liegt. Der Abstand der Beiden Linsen zueinander sei t . Das Zwischenbild befindet sich bei $z = t - f_{Ok.}$. Die Vergrößerung des Okulars ($V_{Ok.}$) hängt von der Distanz (s_0) ab, bei der das Auge das virtuelle Bild scharf sehen kann.

Somit ergeben sich folgende Verhältnisse:

$$\beta = V_{Ok.} \cdot V_{Ob.}$$

$$V_{Ok.} = \frac{t - f_{Ok.}}{f_{Ob.}}$$

$$V_{Ob.} = \frac{s_0}{f_{Ok.}}$$

$$\beta = \frac{(t - f_{Ok.}) \cdot s_0}{f_{Ob.} \cdot f_{Ok.}}$$

Die jeweiligen Größen müssen nun so gewählt werden, dass $\beta > 20$ ist.

Aufgrund der einfachen Multiplikation der Vergrößerungen könnte man denken, dass man durch eine entsprechende Anzahl an Linsen die Vergrößerung des Mikroskops gegen Unendlich gehen lassen könnte. Jedoch muss beachtet werden, dass ganz zu Beginn vorausgesetzt wurde, dass $\lambda_{Licht} \ll \text{geometrische Abmessungen}$ sein muss. Daher ist die Auflösung durch die Wellenlänge des Lichtes beschränkt. Zu

4 Verzeichnis

4.1 Bilder

Abb.1:

[http://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Datei:Linsenarten.svg
&filetimestamp=20110423195641\\$](http://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Datei:Linsenarten.svg&filetimestamp=20110423195641$)

Abbn.2, 3, 4, 5, 6:

Eigene Skizzen

Abb.7:

<http://www.physik.wissenstexte.de/mikroskop.jpg>

4.2 Literatur

Literaturmappe:

Eichler, Kronfeld, Sahm; Das Neue Physikalische Grundpraktikum

Wilhelm Walcher; Praktikum der Physik 9. Auflage

Musterprotokoll der Praktikumshomepage

Auswertung: Geometrische Optik

Carsten Röttele und Stefan Schierle

27. November 2011

Inhaltsverzeichnis

1	Bestimmung der Brennweite	2
1.1	Methode mit Messstab	2
1.2	Bessel Verfahren	2
1.3	Abbé Verfahren	4
2	Aufbau optischer Instrumente	7
2.1	Fernrohr	7
2.1.1	Keplersches Fernrohr	7
2.1.2	Galileisches Fernrohr	8
2.2	Projektionsapparat	8
2.3	Mikroskop	9

1 Bestimmung der Brennweite

1.1 Methode mit Messstab

Zuallererst sollte man mit einem Messstab die Brennweite einer Linse bestimmen, indem man beobachten musste, wann nur noch ein möglichst kleiner Punkt auf dem Bildschirm entsteht. Danach musste man dann den Abstand der Linse zu dem Schirm messen.

Wir erhielten folgende Messwerte:

1	2	3	4	5	6	Mittelwert:
21,4	23,1	24,5	22,1	22,8	22,3	22,7

Wie man anhand der Tabelle ablesen kann, haben wir einen Mittelwert für die Brennweite von $\bar{f} = 22,7cm$, was mit dem angegebenen Wert auf der Linse von $f = 20cm$ verglichen, zu einem etwas größeren Fehler führt. Es wird aber auch schon in der Aufgabenstellung darauf hingewiesen, dass das Verfahren nicht sehr genau ist, da es auch schwierig ist zu entscheiden, wann der Punkt richtig scharf ist.

1.2 Bessel Verfahren

Hier haben wir nun das Besselsche Verfahren benutzt, damit wir die Brennweite genauer bestimmen können. Dabei musste man unterschiedliche Messreihen durchführen, wobei einmal nur blaues Licht und danach rotes Licht durchgelassen wurde. Außerdem wurde die Blendeneinstellung geändert. Bei jeder dieser Einstellungen musste man fünf Messwerte messen, nämlich jeweils für die erste Position und danach für die zweite, damit man den Abstand bestimmen kann.

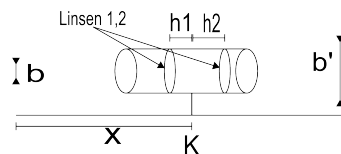
Zusätzlich musste noch der Abstand vom Bild bis zum Schirm einmal verändert werden und die ganze Prozedur wiederholt werden. Wir erhielten folgende Messwerte:

e m	Variation	Position 1 m	Position 2 m	d m	$f = (d^2 - e^2)/(-4e)$ m	f gemittelt m
1,2	rot	0,942	0,241	0,701	0,198	0,205
1,2	rot	0,952	0,264	0,688	0,201	
1,2	rot	0,919	0,276	0,643	0,214	
1,2	rot	0,94	0,259	0,681	0,203	
1,2	rot	0,922	0,263	0,659	0,210	
1,2	rot	0,945	0,274	0,671	0,206	
1,2	blau	0,941	0,236	0,705	0,196	0,205
1,2	blau	0,963	0,216	0,747	0,184	
1,2	blau	0,931	0,243	0,688	0,201	
1,2	blau	0,943	0,24	0,703	0,197	
1,2	blau	0,973	0,255	0,718	0,193	
1,2	weit	0,945	0,25	0,695	0,199	0,198
1,2	weit	0,946	0,247	0,699	0,198	
1,2	weit	0,949	0,248	0,701	0,198	
1,2	weit	0,949	0,249	0,7	0,198	
1,2	weit	0,948	0,247	0,701	0,198	
1,2	eng	0,946	0,317	0,629	0,218	0,216
1,2	eng	0,952	0,326	0,626	0,218	
1,2	eng	0,96	0,311	0,649	0,212	
1,2	eng	0,944	0,318	0,626	0,218	
1,2	eng	0,951	0,303	0,648	0,213	
1,5	rot	1,262	0,233	1,029	0,199	0,199
1,5	rot	1,263	0,234	1,029	0,199	
1,5	rot	1,26	0,232	1,028	0,199	
1,5	rot	1,259	0,231	1,028	0,199	
1,5	rot	1,261	0,232	1,029	0,199	
1,5	blau	1,259	0,229	1,03	0,198	0,197
1,5	blau	1,262	0,228	1,034	0,197	
1,5	blau	1,261	0,231	1,03	0,198	
1,5	blau	1,267	0,234	1,033	0,197	
1,5	blau	1,268	0,231	1,037	0,196	
1,5	weit	1,268	0,232	1,036	0,196	0,198
1,5	weit	1,261	0,231	1,03	0,198	
1,5	weit	1,263	0,233	1,03	0,198	
1,5	weit	1,261	0,234	1,027	0,199	
1,5	weit	1,264	0,234	1,03	0,198	
1,5	eng	1,253	0,279	0,974	0,217	0,208
1,5	eng	1,272	0,256	1,016	0,203	
1,5	eng	1,257	0,254	1,003	0,207	
1,5	eng	1,264	0,26	1,004	0,207	
1,5	eng	1,265	0,259	1,006	0,206	

Anhand der Messergebnisse kann man erkennen, dass die größten Abweichungen von der eigentlichen Brennweite $f = 20\text{cm}$ bei der engen Blendeneinstellung entstanden. Dies ist eigentlich eher verwunderlich, da man hier eine kleinere Abweichung erwartet, da man hier von der sphärischen Absorption eigentlich absehen kann.

1.3 Abbé Verfahren

Beim Verfahren nach Abbé gab es einen Hohlzylinder, in welchem zwei Linsen mit unbekannten Brennweiten darin waren. Man hatte nun die Aufgabe die Größe des Bildes, welches über das Linsensystem, je nach Abstand zwischen dem Gegenstand und dem Linsensystem größer oder kleiner wurde. Der Gegenstand war hierbei ein verstellbarer Spalt, für welchen wir einen Durchmesser von 9mm gewählt haben. Man kann also sagen, dass das x variiert wurde. Am Schirm selber konnte man die Größe, also den Durchmesser, mit Hilfe von Millimeterpapier messen. Es ergab sich folgender Aufbau, wobei wir die Linsen nach der angegebenen Skala platziert haben, diese dienen aber nur zur Reproduzierbarkeit des Versuches mit der gleichen Versuchsvorrichtung, da wir nicht davon ausgehen können, dass die Markierungen den Hauptachsen der Linsen entsprechen:



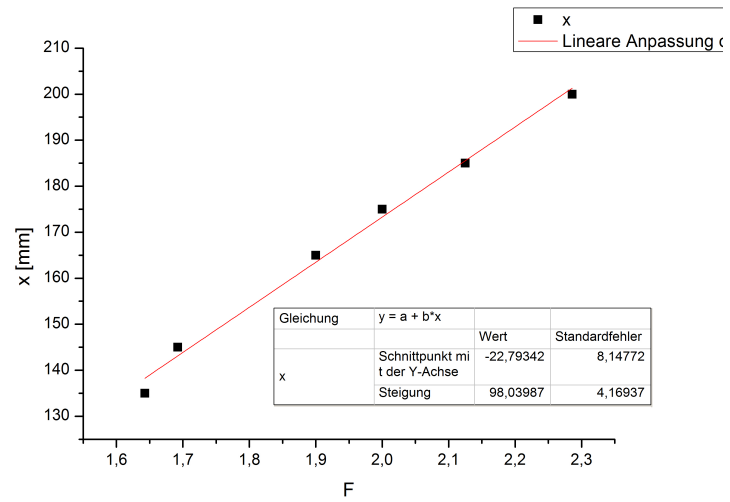
Da man damit nur jeweils die Brennweite von einer Linse des Linsensystems bestimmt, musste man die Apparatur, nachdem man eine Messreihe ausgeführt hat, um 180° drehen, wodurch man auch die Brennweite der zweiten Linse erhält. Für jede Messreihe sollte man sechs verschiedene Abstände x wählen, um anschließend die Bildgröße zu messen.

Zudem war es Teil der Aufgabe, dass man auch die Hauptachsenabstände einmal verändert.

Wir erhielten folgende Messwerte und daraus mit der Formel $x = f \cdot \left(\frac{G}{B} + 1\right) + h_1$ folgende sich ergebende Schaubilder:

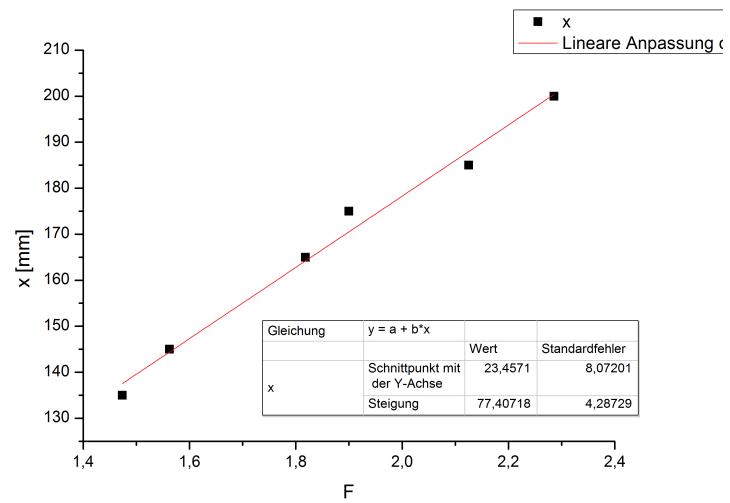
a) Für $h'_1 = 75\text{mm}$ und $h'_2 = 13,5\text{mm}$:

x mm	b mm	b' mm	F
135	9	19	1,47368
145	9	16	1,5625
165	9	11	1,81818
175	9	10	1,9
185	9	8	2,125
200	9	7	2,28571



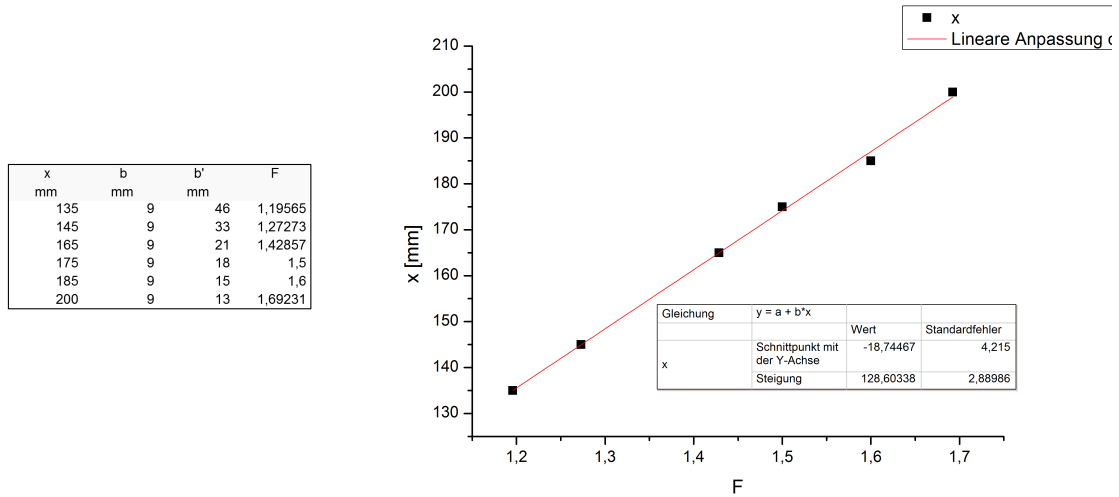
b) Für die um 180° gedrehte Apparatur:

x mm	b mm	b' mm	F
135	9	14	1,64286
145	9	13	1,69231
165	9	10	1,9
175	9	9	2
185	9	8	2,125
200	9	7	2,28571

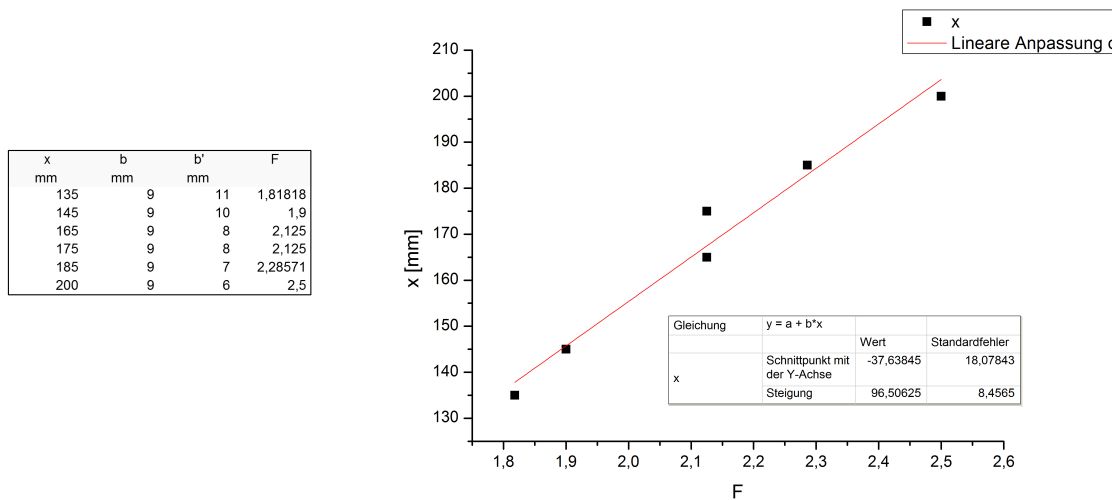


Nun haben wir den Hauptachsenabstand geändert. Daraus folgte:

c) Für $h'_1 = 73,5\text{mm}$ und $h'_2 = 75\text{mm}$:



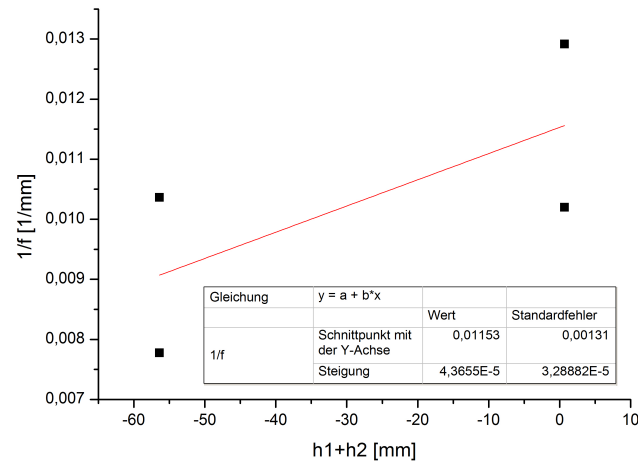
d) Und die um 180° gedrehte Apparatur:



Unser Plotterprogramm Origin führte jeweils die lineare Regression durch, wodurch wir einerseits die Gesamtbrennweite des Linsensystems als Steigung bekommen und andererseits das jeweilige h_1 bzw. h_2 als y-Achsenabschnitt. Da man aber auch die Brennweite der einzelnen Linsen braucht, muss man zunächst jeweils den Mittelwert der beiden Gesamtbrennweiten von a) und b), sowie c) und d) bilden. Daraus lässt sich dann über die

Formel $\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{h_1 + h_2}{f_1 \cdot f_2}$ wieder ein Graph zeichnen, bei dem nun $\frac{1}{f}$ der y-Wert ist und $d = h_1 + h_2$ der x-Wert.

Somit erhalten wir folgendes Schaubild:



Mit den hieraus gewonnenen Werten von $\frac{1}{f_1 \cdot f_2}$, sowie $\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$ können wir nun die Gleichungen nach f_1 und f_2 auflösen:

$$f_1 = -\frac{a}{2b} \pm \sqrt{\frac{a^2}{4b^2} + \frac{1}{b}}$$

$$f_2 = -\frac{1}{bf_1}$$

Wir erhalten, wenn wir die Werte einsetzen:

$$f_{11} = 66,99mm$$

$$f_{21} = -341,59mm$$

$$f_{12} = -341,59mm$$

$$f_{22} = 66,59mm$$

Daraus folgt, dass die Sammellinse in dem Linsensystem eine Brennweite von etwa 6,7cm und die Zerstreuungslinse eine von etwa 34,2cm.

Man muss hier jedoch noch beachten, dass man die Größe des Bildes nicht sehr genau bestimmen konnte und es auch nicht ganz einfach war zu entscheiden, wann genau das Bild scharf war.

2 Aufbau optischer Instrumente

2.1 Fernrohr

2.1.1 Keplersches Fernrohr

Nachdem man nun die Brennweiten bestimmt hat, galt es nun die verschiedenen Linsen anzuwenden; zuerst um ein Keplersches Fernrohr zu bauen.

Wir mussten zuerst zwei konvexe Linsen mit einer geeigneten Brennweite auswählen, damit wir eine mindestens sechsfache Vergrößerung kamen. Hierzu hatte die erste Linse eine Brennweite von $f_1 = 20\text{cm}$ und die zweite von $f_2 = 3\text{cm}$, wodurch wir einen Abstand von $d = 23\text{cm}$ (in der Vorbereitung hergeleitet) setzen mussten.

Das Fernrohr wurde nun auf die Wand des gegenüberliegenden Hauses gerichtet, dessen Außenwand aus Backsteinen besteht. Wir mussten jetzt einmal die Anzahl der Steine zählen, die wir durch das Fernrohr sahen und zusätzlich noch alle Steine die in unserem normalen Blickfeld sind, um schließlich zur Vergrößerung zu gelangen.

Dabei haben wir nur die horizontalen Steine gezählt und haben durch das Fernrohr drei Stück gezählt und beim normalen Blickfeld 22. Somit ist die Vergrößerung:

$$\beta = \frac{22}{3} = 7,33$$

Unser theoretischer Wert ist:

$$\beta = \frac{20\text{cm}}{3\text{cm}} = 6,67$$

Wenn man diese beide Werte vergleicht, kann man sagen, dass diese Werte für die große Messungenauigkeit relativ nahe bei einander liegen.

2.1.2 Galileisches Fernrohr

Anschließend zu dem Bau des Keplerschen Fernrohrs war die Aufgabe nun ein Keplersches Fernrohr zu bauen. Hierzu mussten nun eine Zerstreuungslinse und eine Sammellinse hintereinander gesetzt werden. Wir wählten wiederum die Brennweiten, nämlich für die Brennweite der konvexen Linse $f_1 = 25\text{cm}$ und für die konkave $f_2 = 5\text{cm}$, wodurch wir durch die Formel $d = f_1 - |f_2| = 20\text{cm}$ erhalten.

Nachdem wir es aufgebaut hatten, konnten wir auch sehen, dass das Fernrohr dieses Mal das Bild nicht dreht, aber man dafür einen viel kleineren Sichtwinkel hat.

Beim Durchsehen durch das Fernrohr haben wir auf der horizontalen Ebene vier Steine sehen können. Wie schon oben beschrieben, konnten wir insgesamt etwa 22 Steine zählen. Dadurch erhalten wir die Vergrößerung:

$$\beta = \frac{22}{4} = 5,5$$

Dies ist mit dem theoretischen Wert von 5 eine sehr gute Näherung, da es, wie schon oben beschrieben, schwierig war die Anzahl der Steine von unserem Originalbild zu zählen.

2.2 Projektionsapparat

Für den Projektionsapparat verwendeten wir einen anderen Abstand zwischen dem Dia und dem Schirm, da eine Linse mit der Brennweite $f = 12,4\text{cm}$ nicht verfügbar war. Wir wählten stattdessen eine Brennweite von $f = 10\text{cm}$ und behielten die zehnfache Vergrößerung bei. Dies setzten wir nun in die bereits in der Vorbereitung hergeleiteten Formeln ein und kamen dadurch auf eine Gegenstandsweite von $g = 11\text{cm}$ und somit eine gesamte Länge von $d = 121\text{cm}$.

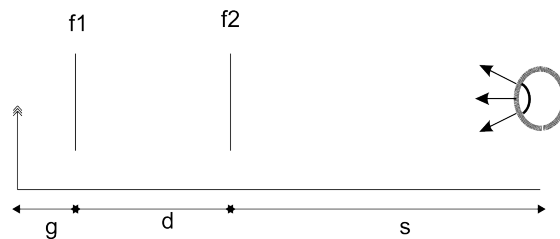
Nach dem Aufbau der Apparatur konnten wir die Länge des an die Wand projizierten Dias messen. Hier erhielten wir:

$$l' = 36\text{cm}$$

Wenn wir das nun mit der Länge des Ursprungsdiass $l = 3,6\text{cm}$, so erkennen wir, dass dies auch experimentell zu einer zehnfachen Vergrößerung führt.

2.3 Mikroskop

Zuerst wurden hier zwei Linsen mit verschiedenen Brennweiten gewählt. Die erste hatte eine Brennweite von $f_1 = 3\text{cm}$ und die zweite eine von $f_2 = 5\text{cm}$. Mit der in der Vorbereitung hergeleiteten Formel: $\beta = \frac{(d - f) \cdot s_0}{f_1 \cdot f_2}$ konnten wir nun den Abstand d der beiden Linsen berechnen, indem wir zusätzlich eine Bezugsweite s_0 wählten. Das Ziel war dabei eine Vergrößerung vom Faktor 20 zu bekommen. Dadurch ergab sich dann folgender Aufbau (mit $g = 7\text{cm}$, $d = 15\text{cm}$ und $s_0 = 30\text{cm}$):



Als schließlich nach mehrmaligen Korrigieren (unter anderem wurde die erste Linse zu nah an das Bild gestellt) das erwünschte Ergebnis eintrat, konnten wir durch das Mikroskop zwei Millimeterkästchen auf dem Millimeterpapier erkennen. Da wir im Normalfall 40 Kästchen (Linsendurchmesser sind 4cm) sehen würden, erhalten wir demnach eine Vergrößerung von:

$$\beta = \frac{40}{2} = 20$$

Dieses Ergebnis stimmt mit dem erwarteten theoretischen Wert überein.