Karlsruher Institut für Technologie (KIT) WS 2011

Physikalisches Anfängerpraktikum - P1

Halleffekt

P1-73

Protkoll von
Tobias Renz und **Raphael Schmager**

Gruppe: Do-28

Versuchdatum: 17. November 2011

Versuch P1-73 **Halleffekt** **Raum F1-12**

Dieser Versuch beschäftigt sich mit den Wirkungen des Magnetfeldes auf elektrische Ströme. Aus makroskopischen Beobachtungen, Messungen von Spannungen bzw. Strömen, soll versucht werden, einen Einblick in das mikroskopische Verhalten von Ladungsträgern im Inneren eines Leiters unter dem Einfluß eines Magnetfeldes zu gewinnen.
In der Physik werden solche Versuche als *Halleffektmessungen* bezeichnet. Historisch halfen sie anfänglich (1879), die Stromleitung in Metallen zu verstehen. Später, nach der Entdeckung des Elektrons, verwarfen Halleffektsmessungen an Halbleitern die Theorie, daß ausschließlich Elektronen, und zwar genau eines pro Metallatom, für die Stromleitung zuständig sind. Auch heute dienen kombinierte Hallspannungs- und Leitfähigkeitsmessungen zur Ermittlung von Ladungsträgerkonzentrationen und Beweglichkeiten.
Prinzipiell läßt sich der Halleffekt an jedem Leiterstück im Magnetfeld messen. Damit aber einigermaßen große Hallspannungen meßbar sind, müssen die Leiter extrem dünn sein, wie sich aus der Formel für die Hallspannung ablesen läßt. Solche speziell geformten und kontaktierten Leiter werden Hallsonden oder Hallgeneratoren genannt. Sie werden industriell gefertigt und haben viele Anwendungen, z.B. zur Messung der Stärke und Ausdehnung von Magnetfeldern, als berührungsloser Schalter (verschleißfreier Geber anstelle eines mechanischen Unterbrecherkontakts beim Ottomotor oder Kontakt einer Tastatur) oder zur analogen Multiplikation zweier elektrischer Größen.
Zur Erzeugung des Magnetfeldes in den folgenden Aufgaben wird ein recht großer Elektromagnet verwendet. Er besteht aus einem Eisenkern mit einem 12 mm breiten Luftspalt, der von ebenen Polflächen begrenzt wird. Auf dem Eisenkern sitzen zwei Spulen mit je 2400 Windungen in Serie. Das maximale Magnetfeld von 1,4T wird erreicht, wenn durch die Spulen ein Erregerstrom I_{err} von etwa 5A fließt. Die angelegte Spannung beträgt dann etwa 160V.

Wichtige Hinweise zu diesem Magneten: Die hohe Versorgungsspannung beachten! Keine spannungsführenden Anschlüsse anfassen! Vor jeder Änderung der Schaltung erst die Stromversorgung herunterregeln und ausschalten! Wegen der großen Induktivität des Elektromagneten und der in ihm gespeicherten Energie darf der Erregerstrom nicht abrupt unterbrochen werden, weder durch Ziehen einer Versorgungsleitung noch durch Ausschalten des Netzteils mit dem Schalter. **Also immer erst mit dem Regler den Strom auf Null drehen** und dann mit dem Schalter ausschalten. Auch beim Einschalten muß der Regler auf Null gedreht sein. Ansonsten treten gefährlich hohe und zerstörerische Induktionsspannungen auf.

Aufgaben:

1. Messung des magnetischen Feldes mit einer Feldplatte

1.1 Für die folgenden Aufgaben muß die Größe des Magnetfeldes B an der Stelle der Hallsonden, also im Luftspalt des Elektromagneten, bekannt sein. Prinzipiell könnte der Wert von B aus dem Aufbau des Elektromagneten und aus der Größe des Stromes I_{er} durch seine Spulen ausgerechnet werden, doch wird hier die $B(I_{er})$-Abhängigkeit mit Hilfe einer *Feldplatte* bestimmt. Die Feldplatte ist ein Bauelement, dessen Widerstand R_f vom Magnetfeld B abhängt.
Fragen: Warum wird hier nicht der rechnerische Weg zur Bestimmung von B benutzt? Wie kommt die Feldabhängigkeit des Widerstands einer Feldplatte zustande?
Im Versuch wird die Feldplatte mit praktisch konstantem Strom betrieben. Die Feldplatte liegt in Reihe mit einem Vorwiderstand R_v an einer Spannungsquelle. R_v ist etwa 40 mal so groß wie der größtmögliche Wert des Widerstandes der Feldplatte in diesem Versuch. Daher wird der Strom I_f, der durch R_v und die Feldplatte fließt, im wesentlichen von R_v bestimmt. Die Spannung U_f, die an der Feldplatte abfällt, ist daher ein direktes Maß für das Magnetfeld B. Die Eichkurve $B(U_f)$ liegt am Versuchsplatz aus und ist auch am Ende dieses Aufgabenblattes aufgeführt.
Bestimmen Sie über die Messung von U_f, welchen Erregerstrom I_{er} für die verschiedenen Werte von B, die in den folgenden Aufgaben gebraucht werden, Sie einstellen müssen. Tragen Sie B über I_{er} auf, und deuten Sie qualitativ den Kurvenverlauf.

1.2 Um eine Vorstellung von der Größe des Widerstands R_f der Feldplatte und ihrer Abhängigkeit vom Magnetfeld B zu bekommen, sollen jetzt diese Werte aus den Meßwerten von Aufgabe 1.1, dem Widerstandswert R_v=25kΩ±1% und der Versorgungsspannung (6,35±0,05)V ausgerechnet werden.
Tragen Sie den Widerstand $R_f(B)$ sowie die Widerstandsänderung gegenüber dem feldfreien Fall: {[$R_f(B) – R_f(0)$] / $R_f(0)$}, gegen B auf.

2. Messungen an einer Metallhallsonde

2.1 Die Goldhallsonde, die hier als Beispiel für eine Hallsonde aus einem Metall dient, wurde selbst hergestellt, indem Gold durch eine Blende auf eine Unterlage aufgedampft wurde. Nur so konnte die geringe Dicke d = (61±3)nm erreicht werden. Die Breite der Hallsonde ist b = (9,0±0,1)mm. Damit die Hallspannung fehlerfrei meßbar ist, müssen die Anschlüsse, an denen die Hallspannung an der Hallsonde abgegriffen wird, sich exakt gegenüberstehen. Schon bei kleinen Abweichungen in Richtung des Steuerstromes würde der Strom I_s zwischen den beiden Anschlüssen eine Spannung erzeugen, die sich der Hallspannung überlagert. Da bei der Herstellung solche Geometriefehler nicht zu vermeiden sind, muß diese Fehlerquelle auf andere Weise beseitigt werden: Auf einer Seite der Hallsonde befinden sich zwei Anschlüsse, die zu dem gegenüberliegenden symmetrisch angeordnet sind. Werden diese zwei Anschlüsse an ein Potentiometer (oder an zwei Potis für den Grob- und den Feinabgleich; siehe Schaltbild) gelegt, so kann ein 'elektrischer Geometrieabgleich' vorgenommen werden. Ohne Magnetfeld darf keine Hallspannung zu messen sein. Also muß bei jeder Änderung von I_s die Hallspannung bei B = 0T mit den Potentiometern auf U_h = 0V eingestellt werden.
Messen Sie bei verschiedenen Werten des Stromes I_s und des Magnetfeldes B die Hallspannung U_h. Tragen Sie $U_h(B)$ mit I_S als Parameter und $U_h(I_s)$ mit B als Parameter auf. Überlegen Sie sich, welche und wieviele Werte von I_s und B innerhalb der erlaubten Bereiche ($0A \leq I_s \leq 0{,}15A$) und ($0T \leq B \leq 1{,}4T$) am sinnvollsten sind, um die Linearität von $U_h(I_s)$ und $U_h(B)$ nachweisen zu können.
Bestimmen Sie aus den Ausgleichsgeraden die Hallkonstante R_h, die Konzentration freier Elektronen n_{Au} von Gold und die mittlere Zahl freier Elektronen je Goldatom ξ_{Au}. Überlegen Sie sich, wie die starken Ausschläge des Millivoltmeters für die Messung von U_h beim Verändern des Magnetfeldes zustande kommen.

2.2 Auf einer Seite der Goldhallsonde sind zusätzlich zu den Anschlüssen für die Messung der Hallspannung zwei weitere Anschlüsse in einem Abstand l = (29,0±0,1) mm angebracht. Über die Messung der Spannung U_r, die zwischen diesen Anschlüssen bei einem bekannten Steuerstrom I_s abfällt, kann der Widerstand dieses Leiterstücks berechnet werden. Zusammen mit den Angaben über die Geometrie dieses Leiterstücks kann die elektrische Leitfähigkeit σ, und mit der Hallkonstanten die Elektronenbeweglichkeit μ berechnet werden.
Messen Sie bei verschiedenen Steuerströmen I_s die zwischen den beiden zusätzlichen Anschlüssen abfallende Spannung U_r. Berechnen Sie die elektrische Leitfähigkeit σ_{Au} und die Elektronenbeweglichkeit μ_{Au} von Gold.
Prüfen Sie bei einem Wert von I_s, ob und ggf. wie stark der Widerstand der Goldschicht vom Magnetfeld abhängt.

3. Messungen an einer Halbleiterhallsonde
Um einen Eindruck von dem Unterschied zwischen einem Halbleiter und einem Metall zu bekommen, sollen sämtliche Messungen und Berechnungen, die für das Metall Gold angestellt wurden, an dem Halbleiter Indiumarsenid wiederholt werden. Ein wesentlicher Unterschied des Halbleiters zu einem Metall ist das Vorhandensein zweier Arten von Ladungsträgern: Negative Elektronen und Löcher (fehlende Elektronen im Kristallgitter), die sich wie positive Ladungsträger benehmen. Wären ihre Konzentrationen und ihre Beweglichkeiten gleich groß, würde keine Hallspannung meßbar sein. Bei InAs ist das nicht der Fall. Die Beweglichkeit der Löcher ist hier vernachlässigbar gegenüber der der Elektronen.
Die verwendete Halbleiterhallsonde ist aus industrieller Fertigung. Seitlich hat sie nur zwei Anschlüsse. Ein elektrischer Geometrieabgleich ist nicht möglich, aber auch nicht nötig, denn die Hallspannung ist in der Regel groß im Vergleich zur Fehlspannung.
Die Abmessungen der InAs-Hallsonde sind d = (2,5±0,5)µm; b = (1,5±0,05)mm; l = (3,0±0,05)mm.

3.1 Messen Sie bei verschiedenen Werten des Steuerstromes I_s und des Magnetfeldes B die Hallspannung U_h. (Für die spätere Auswertung der Aufgabe 3.2 sollte die Spannung U_s an den Anschlüssen für den Steuerstrom hier gleich mitgemessen werden.) Überprüfen Sie, ob die bei der Metallhallsonde gefundenen Proportionalitäten auch hier gelten. Bestimmen Sie aus einer möglichen Ausgleichsgeraden

einen Wert von R_h und einen Wert der Ladungsträgerkonzentration n_{InAs} und vergleichen Sie die Werte mit den Ergebnissen aus Aufgabe 2.1.
Überlegen Sie sich, welche und wieviele Werte von I_s und B innerhalb der erlaubten Bereiche ($0mA \leq I_s \leq 25mA$) und ($0T \leq B \leq 1{,}4T$) für die Auswertung sinnvoll sind.

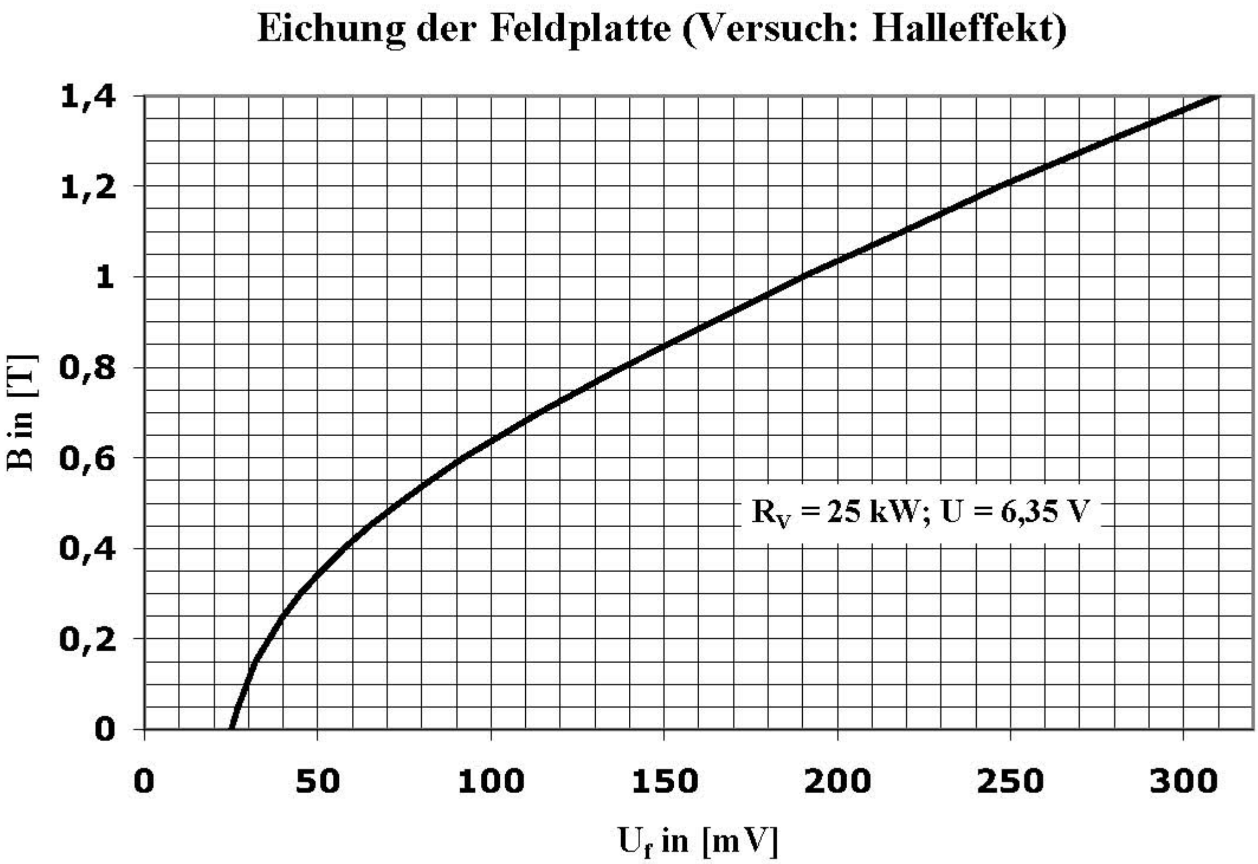
3.2 Wie schon bei den Aufgaben 1.2 und 2.2 soll auch hier wieder die Abhängigkeit des Widerstandes vom Magnetfeld B betrachtet werden.
Tragen Sie den Widerstand R(B) und die relative Widerstandsänderung gegenüber dem feldfreien Fall (vgl. Aufgabe 1.2) über B auf. Vergleichen Sie das Ergebnis mit denen aus den Aufgaben 1.2 und 2.2. Überlegen Sie sich Erklärungen. Bestimmen Sie die Beweglichkeit μ_{InAs} der Elektronen in InAs, und vergleichen Sie sie mit μ_{Au}. Vergessen Sie nicht, daß die Werte für R_h, n_{InAs} und μ_{InAs} des Aufgabenteils 3 wegen des Vorhandenseins zweier Ladungsträgerarten (auch wenn sie sehr unterschiedliche Beiträge liefern) nur Näherungswerte sind.

Hinweise zur Fehlerrechnung:
Bei diesem Versuch ist eine ausführliche Fehlerrechnung möglich. Überlegen Sie sich generell bei allen Aufgaben die möglichen Quellen systematischer Fehler und ihren Einfluß auf die Ergebnisse.
Bei den Aufgaben 2.1, 2.2, 3.1 und 3.2 werden die Ergebnisse durch die Berechnung von Ausgleichsgeraden bestimmt. Messen Sie dafür genügend viele Wertepaare, um eine sinnvolle Aussage über die Standardabweichung des aus der Steigung ausgerechneten Wertes zu ermöglichen.

Stichworte:
Elektromagnet; Induktion; Ferromagnetismus; Unterschied zwischen B-Feld und H-Feld; Meßverfahren für Magnetfelder; bewegte Ladungen in elektrischen und magnetischen Feldern; Elektronen- und Defektelektronen (Löcher)-Leitung; Beweglichkeit und Konzentration der Ladungsträger; Leitfähigkeit; Unterschiede und Charakteristika von Metall und Halbleiter; Halleffekt; Widerstandsabhängigkeit vom Magnetfeld; Feldplatte; Hallsonde.

Zubehör:
Elektromagnet mit Eisenkern und ebenen parallelen Polflächen (kreisförmig, Ø=85mm) in etwa 12mm Abstand. seitlich vom Luftspalt auf dem Eisenkern zwei Spulen mit je 2400 Windungen, in Serie zu schalten, max. 5A;
Regelbares Netzgerät für den Elektromagneten (max. 160V; 6,3A) mit Amperemeter für den Magnetstrom;
Plexiglasplatte zum Einschieben in den Luftspalt mit einer aufgedampften Goldhallsonde, einer InAs-Hallsonde und einer Ni+Sb-Feldplatte übereinander sowie Anschlußgerät dazu mit Umschalter zwischen den Sonden und Nullabgleichspotentiometern für die Au-Hallsonde;
Netzgerät mit regelbarer Gleichspannung (0,2V - 2,4V) für den Hallsondensteuerstrom I_s und fester Gleichspannung (6,35±0,05)V für den Feldplattenstrom I_f;
2 Universalmeßinstrumente mit mehreren Gleichstrom- und Gleichspannungs-Meßbereichen, Innenwiderstand 10MΩ/V in den Spannungsmeßbereichen, Genauigkeit ±1,5% SKE;
Millivoltmeter mit mehreren Meßbereichen von 0,15mV bis 500 mV, ±0,5% SKE, dazu Spannungsteiler 2:1 zur Meßbereichserweiterung;
50Ω-Potentiometer zur Feineinstellung von I_s.

Literatur:
Percell: *Berkley Physik Kurs 2*, Kapitel 6.6
Boeger et.al.: *Bauelemente der Elektronik*, 3.Aufl., Kapitel 13.6
Gerthsen: *Physik*, 12.Aufl., §§ 6.3.3, 6.4.1/2, 7.2.8/9, 7.4.4, 14.6.3
Bergmann, Schäfer: *Experimentalphysik, Bd.2*, 6.Aufl., §§ 35, 36, 71, 72
Pohl: *Elektrizitätslehre*, 21.Aufl., Kapitel 14, 25
Walcher: *Praktikum der Physik*, 2.Aufl., Kapitel 5.5.0.3
Justi: *Leitungsmechanismus und Energieumwandlung in Festkörpern*, 2.Aufl.
Kittel: *Festkörperphysik*, 2.Aufl.



Version: Okt. 09

Karlsruher Institut für Technologie (KIT) WS 2011

Physikalisches Anfängerpraktikum - P1

Halleffekt

P1-73

Versuchsvorbereitung von

Raphael Schmager

Gruppe: Do-28

Druchgeführt am 17. November 2011

0 Grundlagen

In diesem Versuch soll die Wirkung von Magnetfeldern auf elektrische Ströme genauer untersucht werden. Durch Messung von Spannungen und Strömen eines sich im äußeren Magnetfeld befindenden Leiters, soll versucht werden, einen Einblick in das mikroskopische Verhalten von Ladungsträgern zu gewinnen.

0.1 Hall-Effekt

Bewegt sich eine Ladung q durch einen Leiter, so wirkt auf sie beim anlegen eines äußeren Magnetfeldes eine Kraft F_L. Diese Kraft wird Lorentzkraft genannt. Sie lenkt die Ladung senkrecht zu ihrem Geschwindigkeitsvektor $\vec{v}$ und senkrecht zum B-Feld ab.

$$\vec{F}_L = q(\vec{v} \times \vec{B}) \tag{1}$$

Durch die Ablenkung entsteht eine Potentialdifferenz zwischen Ober- und Unterseite des Leiters. Anschaulich kann man sich dies so vorstellen: Durch die Potentialdifferenz entsteht ein $\vec{E}$-Feld,

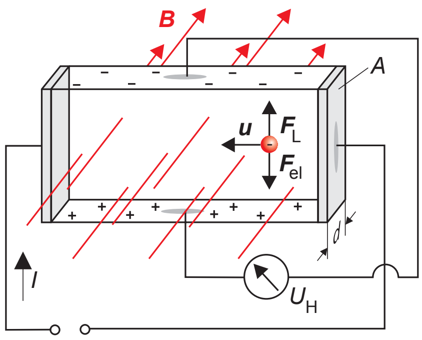


Abbildung 1: Hall-Effekt

welches der Lorentzkraft entgegenwirkt. Durch gleichsetzen der Kräfte kann man die Spannung zwischen Ober- und Unterseite berechnen. (Es wird $\vec{v} \perp \vec{B}$ angenommen.)

$$F_L = F_E \tag{2}$$

$$qE = qvB \tag{3}$$

$$U_H = bvB \tag{4}$$

Wobei b der Abstand zwischen den Punkten ist, zwischen denen die Potentialdifferenz gemessen wird ist; also in Abbildung 1 die Breite (vertikale Ausdehnung).
Die Stromdichte im Leiter ist:

$$\vec{j} = ne\vec{v} \tag{5}$$

Mit der Dicke d des Leiters folgt für die (Drift-) Geschwindigkeit der Elektronen:

$$I = \int jdA = jbd = nevbd \quad \Rightarrow \quad v = \frac{I}{nebd} \tag{6}$$

Eingesetz in (4) ergibt sich:

$$U_H = \frac{1}{ne}\frac{I}{d}B = R_H \frac{I}{d} B \tag{7}$$

1 Messung des magnetischen Feldes mit einer Feldplatte

Eine Feldplatte besteht meist aus einem Kermaik- oder Kunststoffträger auf welchem eine dünne Schicht Indiumantimonid aufgebracht ist. Dies ist eine Halbleiterschicht. In ihr befinden sich senkrecht zur Stromdurchflussrichtung Nadeln aus Nickelantimonid, welche eine hohe metallische Leitfähigkeit besitzen. Liegt nun kein äußeres Magnetfeld an, so fließt der Strom

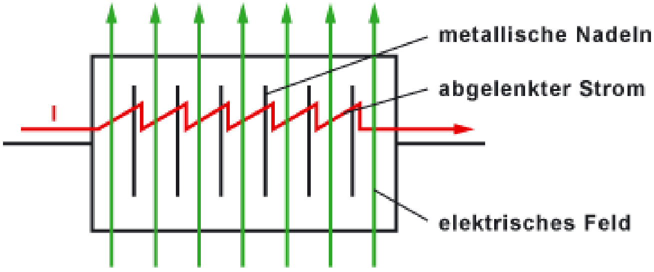


Abbildung 2: Hall-Effekt

ungehindert hindurch. Durch ein Magnetfeld (grün) werden die Ladungsträger (vgl. Abschnitt 0.1) abgelenkt. Treffen sie auf die Nadeln aus Metall, so gibt es einen Kurzschlusseffekt. Der Ladungsfluss beschreibt den in Abbildung 2 gezeigten Zickzack-Weg. Je größer das Magnetfeld, welches die Elektronen ablenkt ist, umso länger wird der Weg durch die Platte. Proportional dazu steigt dann auch der ohmsche Widerstand der Feldplatte.

1.1 Magnetfeld im Luftspalt

Für die folgenden Aufgaben benötigen wir die Größe des Magnetfeldes B im Luftspalt des Kerns des Elektromagneten. Dazu könnten wir es eigentlich berechnen - wir kennen die Geometrie sowie den Strom. Diese Methode ist jedoch zu ungenau, da für die einfache Berechnung die Annahme einer langen Spule getroffen werden muss, was bei uns nicht zutrifft. Daher messen wir das B-Feld indirekt über eine Feldplatte (vgl. Abschnitt 1). Die Feldplatte wird mit einem Vorwiderstand R_V, der 40 mal größer als der maximale Widerstand der Feldplatte R_f ist, in Reihe geschaltet. Dies ist notwendig, da sonst der sich ändernde Widerstand der Feldplatte einen zu großen Einfluss auf die durch sie fließenden Strom hat. Durch den großen Vorwiderstand bleibt der Stromfluss durch die Platte annähernd Konstant.
Gemessen wird der Spannungsabfall über der Feldplatte. Hieraus lässt sich dann der Strom I_{er} berechnen, der gebraucht wird, um bestimmte Werte von B einzustellen.

1.2 Widerstand R_f der Feldplatte

Aus den Messwerten lässt sich nun R_f berechnen. Dabei sei $U_0 = (6,35 \pm 0,05)V$ die Versorgungsspannung und U_f die Spannung über der Feldplatte. Der Vorwiderstand ist $R_V = 25\Omega \pm 1\%$.

$$U_f = R_f I \quad \Rightarrow \quad I = \frac{U_f}{R_f} \tag{8}$$

$$U_0 = R_{Ges} I = (R_V + R_f) I = (R_V + R_f) \frac{U_f}{R_f} \tag{9}$$

$$U_0 = R_V \frac{U_f}{R_f} + U_f \tag{10}$$

Daraus folgt dann der ohmsche Widerstand der Feldplatte in Abhängigkeit des gemessenen Spannungsabfalls über dieser.

$$R_f = \frac{R_V U_f}{U_0 - U_f} \tag{11}$$

Die Widerstandsänderung im feldfreien Fall ($I_{er} = 0$) ist:

$$\Delta R = \frac{R_f - R_0}{R_0} \tag{12}$$

2 Messungen an einer Metallhallsonde

Im folgenden wird mit einer Goldhallsonde gemessen. Diese besitz eine $d = (61 \pm 3)nm$ dicke Goldschicht, die auf eine Unterlage aufgedampft wurde. Beim messen mit ihr ist es wichtig, dass sich die Anschlüsse, an denen die Hallspannung abgegriffen wird, genau gegenüber stehen. Dies ist jedoch sehr kompliziert bei der Herstellung. Nimmt man die Geometriefehler in kauf, so würde der Steuerstrom, schon bei kleinen Abweichungen, eine Spannung erzeugen, die die Hallspannung nicht unwesentlich überlagert. Dies kann durch Anbringen von 2 Kontakten auf einer Seite erreicht werden. Hierüber lässt sich mit einem Potentiometer die Fehlspannung kompensieren und die Hallspannung manuell im Feldfreien Raum auf Null setzen. Dies muss vor jeder Messung durchgeführt werden.

2.1 Bestimmung einiger Größen

Zu bestimmen sind:

- Hallkonstante: R_H
- Konzentration freier Elektronen von Gold: n_{Au}
- mittlere Zahl freier Elektronen je Goldatom: ξ_{Au}

Es soll bei verschiedenen Werten des Stroms I_S und Magnetfelds B die Hallspannung U_H gemessen werden. Anschließend wird $U_H(B)$ mit I_S als Parameter und $U_H(I_S)$ mit B als Parameter aufgetragen. Dabei soll der lineare Zusammenhang von $U_H(B)$ und $U_H(I_S)$ überprüft werden. Gemessen soll im Bereich von: $0A \leq I_S \leq 0,15A$ und $0T \leq B \leq 1,4T$.
Es ist sinnvoll mehrere Messreihen von U_H bei konstantem Strom I_S und variablem B-Feld und andersherum aufzunehmen um eine Ausgleichsgerade (mit einem relativ kleinen Fehler) durch diese legen zu können.
Aus Gleichung (7) folgt für die Berechnung der Hallkonstante R_H:

$$U_H = \frac{1}{ne}\frac{I}{d}B = R_H \frac{BI}{d} \quad \Rightarrow \quad R_H = \frac{U_H d}{IB} \tag{13}$$

Ebenso folgt aus ihr die Konzentration freier Elektronen n_{Au}:

$$n_{Au} = \frac{1}{R_H \cdot e} \tag{14}$$

Die Konzentration der Goldatome sei N:

$$N = \frac{\rho_{Au}}{M_{Au}} N_A = \frac{19,32 \cdot 10^6 \frac{g}{m^3}}{197 \frac{g}{mol}} \cdot 6,022 \cdot 10^{23} \frac{1}{mol} = 5,91 \cdot 10^{28} \frac{Teilchen}{m^3} \tag{15}$$

Die mittlere Anzahl freier Elektronen ist somit:

$$\xi_{Au} = \frac{n_{Au}}{N} \tag{16}$$

2.2 Elektrische Leitfähigkeit und Elektronenbeweglichkeit

Die Goldhallsonde besitzt auf einer Seite zwei zusätzliche Anschlüsse, die im Abstand $l = (29,0 \pm 0,1)mm$ angebracht sind. Bei bekanntem Steuerstrom kann die Spannung die dort abfällt gemessen werden und daraus der Widerstand dieses Leiterstücks berechnet werden. Daraus lässt sich die elektrische Leitfähigkeit σAu und berechnen.

$$\sigma Au = \frac{I \cdot l}{UA} = \frac{l}{RA} \tag{17}$$

Damit folgt die Elektronenbeweglichkeit μ_{Au}.

$$\mu_{Au} = \frac{\sigma_{Au}}{n_{Au} \cdot e} = \frac{l}{R_H} \tag{18}$$

Anschließend soll überprüft werden ob und wie stark der Widerstand der Goldschicht vom Magnetfeld abhängt.

3 Messungen an einer Halbleiterhallsonde

Die Messungen mit der Metallhallsonde werden nun mit einer Halbleiterhallsonde wiederholt. Dabei soll beobachtet werden, ob der Unterschied des Halbleiters zum Metall, wesentlich ist. Im Halbleiter gibt es zwei Arten von Ladungsträgern: (negative) Elektronen und (positive) Löcher. Die Halbleiterhallsonde besteht aus Indiumarsenid und hat die Ausmaße: $d = (2,5 \pm 0,5)\mu m$, $b = (1,5 \pm 0,05)mm$, $l = (3,0 \pm 0,05)mm$.

3.1 Variation des Steuerstroms und Magnetfelds

Hier soll gleiches wie in Aufgabe 2 gemacht werden. Es soll wieder die Hallspannung bei konstantem Magnetfeld und variablem Steuerstrom sowie andersherum gemessen werden. Hier ist jedoch darauf zu achten, dass die Spannung U_S (vgl. Aufgabe 2.2), die für Aufgabe 3.2 benötigt wird, gleich mitgemessen werden kann.
Es soll überprüft werden ob auch hier eine (lineare) Proportionalität gefunden werden kann. Nach Berechnung aller neuen Werte sollen diese mit denen aus Aufgabe 2.1 verglichen werden.

3.2 Abhängigkeit des Widerstands vom Magnetfeld

Die Durchführung erfolgt analog zu Aufgabe 2.2. Anschließend sollen die Ergebnisse verglichen werden.

4 Quellen

- H. J. Eichler H.-D. Kronfeldt J. Sahm, Das Neue Physikalische Grundpraktikum, 2. Auflage, Springer-Verlag
- Vorbereitungsmappe
- Abbildung: Feldplatte
  https://www.elektronik-kompendium.de/sites/bau/0110302.htm (13.11.2011, 18:10Uhr)

Karlsruher Institut für Technologie (KIT) WS 2011

Physik Praktikum 1

Halleffekt

Tobias Renz

Matrikel Nr. 1581784

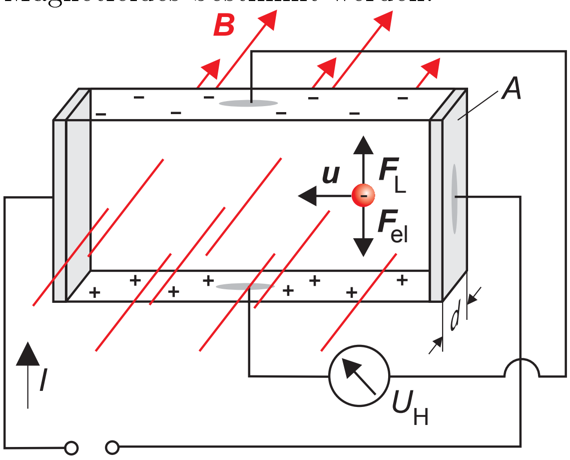
14. November 2011

Versuchsvorbereitung

Grundlagen

0.1 Halleffekt

Eine Hall-Sonde dient zur Messung der Stärke des Magnetfeldes und wir bei diesem Versuch häufig verwendet. Der Hall-Effekt basiert auf der Lorentz-Kraft, die eine Ablenkung der Ladungsträger eines Leiters senkrecht zum Magnetfeld und zur Stromrichtung bewirkt ($\vec{F_L} = q\vec{v} \times \vec{B}$). Die Ablenkung führt zur Ladungstrennung im Leiter, so dass ein elektrisches Feld entsteht. Die Ladungstrennung dauert so lange bis das elektrische Feld eine gleiche große entgegengesetzte Kraft auf die Ladungsträger bewirkt (qE $=$ F_L) . Durch Messung der Spannung des elektrischen Feldes (U_H) kann dann die Stärke des Magnetfeldes bestimmt werden.



Aus der Bedingung: $q \cdot \vec{E} = -q(\vec{v} \times \vec{B})$ folgt mit der Stromdichte $\vec{j} = n \cdot q \cdot \vec{v}$ ergibt sich die Hallspannung zu:
$U_H = -\frac{j \cdot B \cdot b}{n \cdot q}$
In Metallen und den meisten Halbleitern sind die Ladungsträger Elektronen (q $=$ -e) und mit $I = j \cdot A = j \cdot b \cdot d$ ergibt sich die Hallspannung zu:
$U_H = \frac{I \cdot B}{n \cdot e \cdot d} = R_H \frac{I \cdot B}{d}$ mit R_H $=$ Hallkonstante.

0.2 Feldplatte

Feldplatten sind Sensoren, die auf Magnetfelder durch eine Änderung des elektrischen Widerstands reagieren. Sie bestehen aus einem Träger (Eisen, Kunstoff oder Keramik) auf dem eine Schicht Indiumantimonid (InSb) aufgebracht ist. Innerhalb dieser Schicht sind Nadeln aus Nickelantimonid (NiSb) eingebracht, das durch eine wesentlich höhere Elektronenleitfähigkeit als InSb dazu dient die Elektronen homogen zu verteilen. Ist kein Magnetfeld angelegt bewegen sich die Elektronen geradlinig durch die Platte. Legt man nun ein Magnetfeld an, so werden die Elektronen aufgrund der Lorentzkraft abgelenkt. Aufgrund der NiSb Nadeln lagern sich die Elektronen allerdings nicht an einer Seite an, sondern es kommt zu einer Wegverlängerung. Diese Wegverlängerung führt zu einer Widerstandserhöhung. Die Widerstandserhöhung ist somit proportional zur Stärke des Magnetfelds und kann über eine Eichkurve bestimmt werden.

0.3 Halbleiter

Zu den Halbleitern gehören z.B Germanium und Silizium. Diese Elemente besitzen Valenzelektronen (Elektronen die sich an der Bindung beteiligen). Bei Halbleitern ist jedes Valenzelektron gebunden und somit ist ein fehlerfrei aufgebauter Silizium oder Germaniumkristall bei tiefen Temperaturen ein Isolator. Bei höherer Temperatur (z.B Raumtemperatur) werden Elektronen aus ihrer Bindung "gerissenünd stehen als Ladungsträger zur Verfügung. Die freigewordenen Elektronen hinterlassen dann Elektronenfehlstellen, sogenannte Defektelektronen. Dieses Defektelektron kann nun durch ein benachbartes Valenzelektron ersetzt werden. In einem Halbleiter sind deshalb zwei Arten von Ladungsträgern vorhanden: Negative Elektronen und Defektelektronen. Durch Rekombination kann es aber auch vorkommen, dass ein freies Elektron wieder durch Auffüllung einer Fehlstelle wieder zu einem Bindungselektron wird. Trotzdem steigt bei Halbleitern die Leitfähigkeit mit der Temperatur.
Wäre die Konzentration und die Beweglichkeit beider Ladungsträger gleich groß, so wäre keine Hallspannung messbar. Beim verwendeten InAs ist die Beweglichkeit der Löcher gegenüber der Elektronen aber vernachlässigbar.
Um die Leitfähigkeit eines Halbleiters zu erhöhen, kann er durch das Einbringen von Fremdatomen p-oder n-dotiert werden.
Bei der n-Dotierung werden solche Fremdatome eingebracht, dass ein freies Elektron zur Verfügung steht. Zum Beispiel wird bei Silizium (4 Valenzelektronen) ein fünfwertiges Element eingebracht.
Bei der p-Dotierung werden solche Fremdatome eingebracht, dass dann ein Defektelek-

tron zur Verfügung steht. Bei Silizium geschieht dass durch ein dreiwertiges Element.

1 Messungen des magnetischen Feldes mit einer Feldplatte

1.1 Messung mit der Feldplatte

Ist diesem Teil des Versuches wird das Magnetfeld B an der Stelle der Hallsonden, im Luftspalt des Elektromagneten, mit Hilfe einer Feldplatte gemessen. Für die anderen Versuche muss diese Größe bekannt sein. Das Magnetfeld an der Position könnte auch berechnet werden, aber da für diese Berechnung entweder die Spulen als "lange Spule"genähert werden oder eine kompliziertere Rechnung durchgeführt werden muss, benutzen wir den Weg mit der Feldplatte. Im Versuch wird die Feldplatte mit einem Widerstand (R_V) in Reihe geschaltet. Der Vorwiderstand ist ungefähr 40 al so groß wie der höchstmögliche Wert der Feldplatte. Der Strom, der konstant gehalten wird, wird deshalb im wesentlichen von R_V bestimmt. Die Spannung, die an der Feldplatte abfällt ist damit ein direktes Maß für die Stärke des Magnetfeldes.

1.2 Widerstand der Feldplatte

Um eine Vorstellung von der Größe des Widerstands R_f der Feldplatte und ihrer Abhängigkeit vom Magnetfeld zu bekommen, sollen jetzt die Werte aus 1.1 berechnet werden. Es soll dann noch R_f sowie die Widerstandsänderung gegenüber dem feldfreien Fall aufgetragen werden. Dabei ist $R_V = 25k\Omega \pm 1\%$ und die Versorgungsspannung $U_V = (6,35 \pm 0,05)V$.

Der Gesamtwiderstand der Schaltung ist $R_{Ges} = R_f + R_V$ und die Versorgungsspannung ist $U_V = R_{Ges} \cdot I$. Die Stromstärke ist konstant und daraus kann dann über $U_f = R_f \cdot I$ der Widerstand der Feldplatte berechnet werden. $R_f = \frac{U_f}{U_V - U_f} \cdot R_V$

2 Messung an einer Metallhallsonde

Wir verwenden Gold als Beispiel für eine Hallsonde aus Metall. Da bei der Herstellung Geometriefehler nicht zu vermeiden sind, muss die Hallsonde bei jeder Änderung des Steuerstroms (I_S) die Hallspannung bei B= 0T mit dem Potentiometer auf $U_h = 0V$ eingestellt werden.

2.1 Messung der Hallspannung

Es soll nun bei verschiedenen Werten des Stroms I_S und des Magnetfeldes B die Hallspannung U_h gemessen werden und $U_h(B)$ sowie $U_h(I_S)$ aufgetragen werden. $R_H = \frac{U_h \cdot d}{I_S \cdot B}$ und kann somit aus den Ausgleichsgeraden bestimmt werden.
Aus $R_h = \frac{1}{n \cdot e}$ kann dann die Konzentration freier Elektronen n_{Au} bestimmt werden und daraus dann die mittlere Zahl freier Elektronen je Goldatom. $\zeta = \frac{n_{Au} \cdot M_{Au}}{\rho \cdot N_A}$

2.2 Widerstandsbestimmung des Leiterstücks

Auf einer Seite der Goldhallsonde hat es zwei zusätzliche Anschlüsse in einem Anstand l= $(29,0 \pm 0,1)$. Über die Messung der Spannung U_r zwischen den Anschlüssen bei bekanntem I_S kann der Widerstand diese Leiterstücks berechnet werden. Die Leitfähigkeit $\sigma = \frac{I \cdot l}{U \cdot A} = \frac{l}{R \cdot A}$ bestimmt werden. Daraus kann dann die Elektronenbeweglichkeit μ_{Au} bestimmt werden. $\mu_{Au} = \frac{\sigma}{n_{Au} \cdot e}$. Es soll dann noch geprüft werden ob der Widerstand der Goldschicht vom Magnetfeld abhängt.

3 Messung an einer Halbleitersonde

3.1 Messung der Hallspannung

Es sollen wie in Aufgabe 2 folgendes gemacht werden:

- Messung der Hallspannung

- Bestimmung von R_h
- Bestimmung der Laungsträgerkonzentration
- Für Aufgabe 3.2 soll bei der Messung der Hallspannung, die Spannung U_S an den Anschlüssen gleich mitgemessen werden

3.2 Abhängigkeit des Widerstands vom Magnetfeld

Hier soll jetzt noch die Abhängigkeit des Widerstands vom Magnetfeld betrachtet werden. Es soll der Widerstand $R(B)$ und die relative Widerstandsänderung gegenüber dem feldfreien Fall über B aufgetragen werden und mit 1.2 und 2.2 verglichen werden. Es soll dann noch die Beweglichkeit der Elektronen bestimmt werden.

4 Quellen

- Demtröder Experimentalphysik 2 1995
- http://www.uni-potsdam.de/u/physik/didaktik/projekt/halbleiter/01-halbleiter.html
- http://www.vienet.de/vienete/grundlagen/halbleiter.htm
- $http : //de.wikipedia.org/wiki/Elektrische_Leitf\%C3\%A4higkeit$
- $http : //de.wikipedia.org/wiki/Beweglichkeit_(Physik)$

Karlsruher Institut für Technologie (KIT) WS 2011

Physikalisches Anfängerpraktikum - P1

Halleffekt

P1-73

Protkoll von

Tobias Renz und **Raphael Schmager**

Gruppe: Do-28

Versuchdatum: 17. November 2011

1 Messung des magnetischen Feldes mit einer Feldplatte

1.1 Magnetfeld im Luftspalt

Da wir für die folgenden Aufgaben die Größe des Magnetfelds im Luftspalt, bei bestimmten Spulenströmen (I_{Sp} kennen müssen, müssen wir diese zunächst bestimmen. Dies machen wir mit Hilfe einer Feldplatte. Dazu haben wir die Feldplatte mit einer konstanten Spannung von $U_0 = (6,35 \pm 0,05)V$ betrieben. Die Feldplatte liegt mit einem Vorwiderstand $R_V = 25k\Omega \pm 1\%$ in Reihe. Da dieser Vorwiderstand deutlich größer ist als der größtmögliche Wert des Widerstand der Feldplatte wird die Feldplatte mit praktisch konstantem Strom betrieben. Die Spannung U_f ist daher ein direktes Maß für die Stärke des Magnetfeldes B. Wir haben nun den Spulenstrom von 0A auf 4,8A in Abständen von 0,3A erhöht und jedes mal die zugehörige Spannung U_f gemessen. für die folgenden Aufgaben können wir dann die gleichen Spulenstrome benutzen und wissen dann die Stärke des zugehörigen Magnetfeldes.
Aus der Eichkurve kann dann zu der jeweiligen Spannung U_f die Stärke des Magnetfeldes B zugeordnet werden. Die Messwerte mit zugehörigem Fehler sind in der Tabelle aufgeführt.

B/T	ΔB / T	I_{Sp}/A	$\Delta I_{Sp}/A$	U_f/mV	$\Delta U_f/mV$
0	0	0	0,05	24	1
0,05	0,05	0,3	0,05	30	1
0,258	0,05	0,6	0,05	43	1
0,45	0,05	0,9	0,05	65	1
0,6	0,05	1,2	0,05	92	1
0,74	0,05	1,5	0,05	124	1
0,84	0,05	1,8	0,05	160	5
0,98	0,05	2,1	0,05	187	5
1,07	0,05	2,4	0,05	210	5
1,13	0,05	2,7	0,05	230	5
1,15	0,05	3	0,05	245	5
1,23	0,05	3,3	0,05	260	5
1,257	0,05	3,6	0,05	273	5
1,32	0,05	3,9	0,05	284	5
1,35	0,05	4,2	0,05	293	5
1,37	0,05	4,5	0,05	300	5
1,39	0,05	4,8	0,05	308	5

Tabelle 1: Messwerte Aufgabe 1.1

Die Abweichungen für die Messgrößen haben abgeschätzt. Die unterschiedlichen Fehler bei der Spannung U_f ergeben sich dadurch, dass wir während der Messung den Messbereich geändert haben, wodurch sich eine andere Genauigkeit ergibt.

Im Schaubild ist die Stärke des Magnetfeldes über dem Spulenstrom aufgetragen.

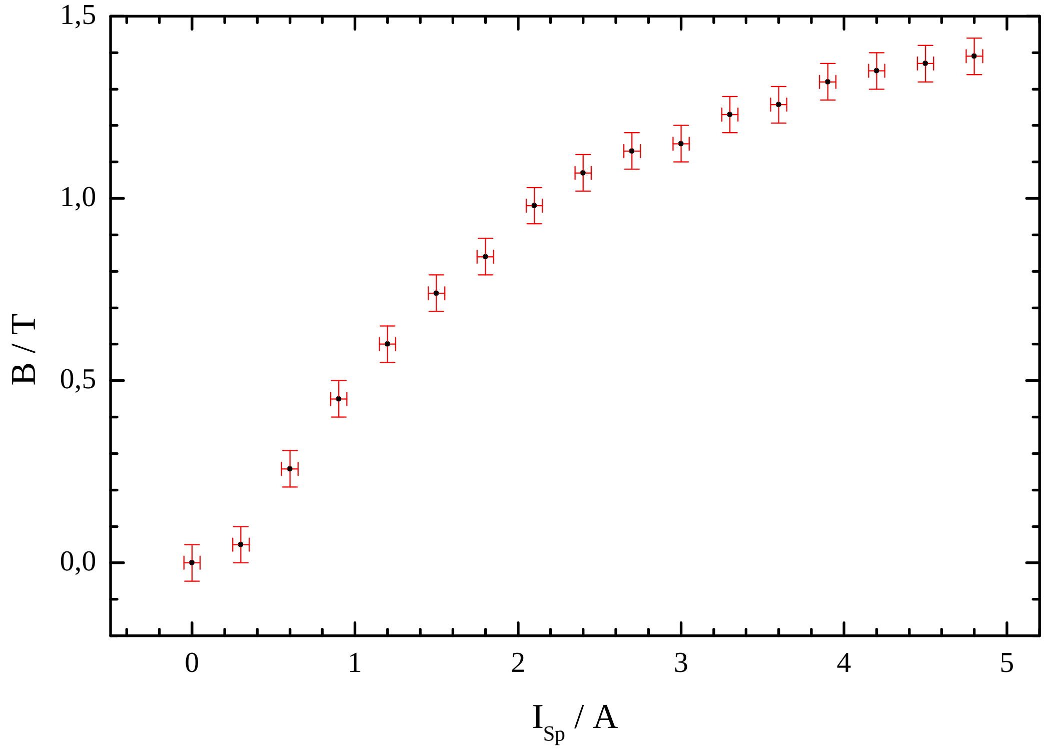


Abbildung 1: B-Feld über Spulenstrom

Man sieht, dass zu beginn das Magnetfeld eigentlich linear mit dem Spulenstom ansteigt, und dann ab ca. 3A die Kurve flacher wird. Dieser Kurvenverlauf ergibt sich daraus, da wir eine Spule mit Eisenkern zur Magnetfelderzeugung nutzen.
Im Eisen gibt es sogenannte Weißschen Bezirke, die sich bei einem äußeren Magnetfeld ausrichten und das Magnetfeld verstärken. Je stärker das äußere Magnetfeld ist, desto mehr Weißsche Bezirke richten sich aus und verstärken das Magnetfeld. Deshalb ergibt sich zu beginn ein linearer Anstieg. Da ab einem bestimmten äußeren Magnetfeld (Spulenstrom) alle Bezirke ausgerichtet sind, sogenannte Sättigung, wir das äußere Magnetfeld nicht mehr zusätzlich durch den Eisenkern verstärkt. Das Magnetfeld steigt mit steigendem Strom natürlich noch an aber schwächer, da der ferromagnetische Effekt weg ist.

1.2 Widerstand R_f der Feldplatte

In dieser Aufgabe soll man sich Vorstellung über die Größe des Widerstands R_f der Feldplatte und ihrer Abhängigkeit zum Magnetfeld machen. Dazu tragen wir den Widerstand R_f und die Widerstandsänderung:

$$\Delta R = \frac{R_f(B) - R_f(0)}{R_f(0)} \tag{1}$$

über dem Magnetfeld B auf. Der Widerstand ergibt sich, wie in der Vorbereitung gezeigt, aus:

$$R_f = \frac{U_f}{U_0 - U_f} \cdot R_V \tag{2}$$

Wobei die Werte $U_0 = (6,35 \pm 0,05)V$ und $R_V = 25k\Omega \pm 1\%$ gegeben sind. Unsere Werte mit Fehler sind in folgender Tabelle aufgelistet.

Konstanten:	R_V	25	±0,25	kΩ			
	U_0	6,35	±0,05	V			
B / T	$\Delta B/T$	U_f/mV	$\Delta U_f/mV$	R_f/Ω	$\Delta R_f/\Omega$	$\Delta R/\Omega$	$\Delta(\Delta R)/\Omega$
0	0	24	1	94,85	4,15	0,00	0,06
0,05	0,05	30	1	118,67	4,25	0,25	0,07
0,258	0,05	43	1	170,45	4,55	0,80	0,09
0,45	0,05	65	1	258,55	5,20	1,73	0,13
0,6	0,05	92	1	367,53	6,21	2,87	0,18
0,74	0,05	124	1	497,91	7,59	4,25	0,24
0,84	0,05	160	5	646,20	22,32	5,81	0,38
0,98	0,05	187	5	758,56	23,07	7,00	0,43
1,07	0,05	210	5	855,05	23,77	8,02	0,47
1,13	0,05	230	5	939,54	24,42	8,91	0,50
1,15	0,05	245	5	1003,28	24,93	9,58	0,53
1,23	0,05	260	5	1067,32	25,47	10,25	0,56
1,257	0,05	273	5	1123,09	25,95	10,84	0,59
1,32	0,05	284	5	1170,46	26,37	11,34	0,61
1,35	0,05	293	5	1209,34	26,72	11,75	0,62
1,37	0,05	300	5	1239,67	27,00	12,07	0,64
1,39	0,05	308	5	1274,41	27,32	12,44	0,65

Tabelle 2: Widerstand der Feldplatte und Fehler

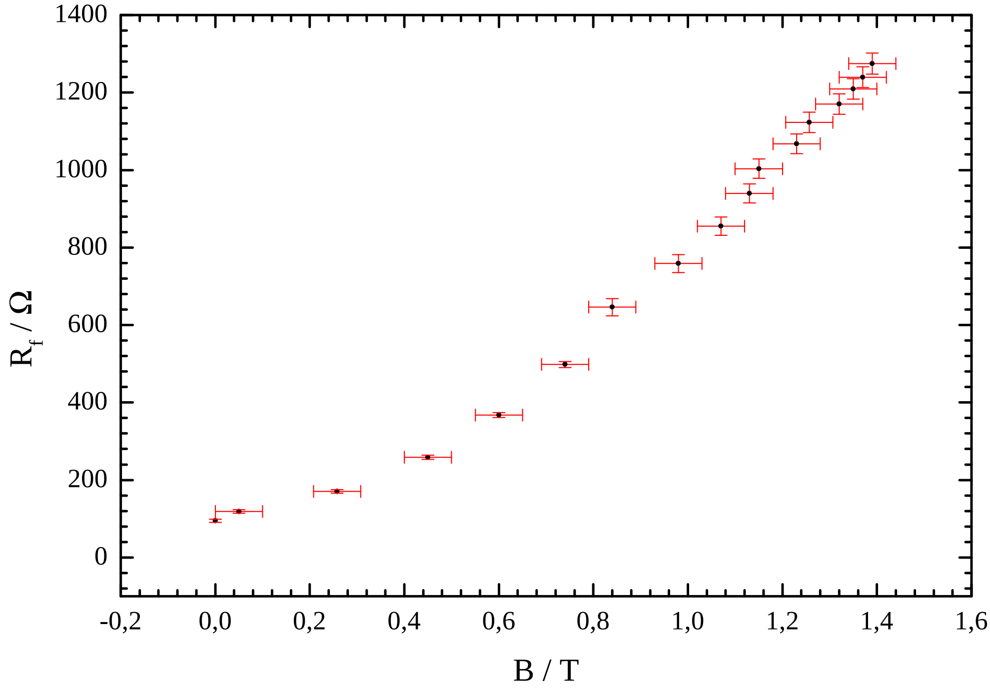


Abbildung 2: Widerstand über B-Feld

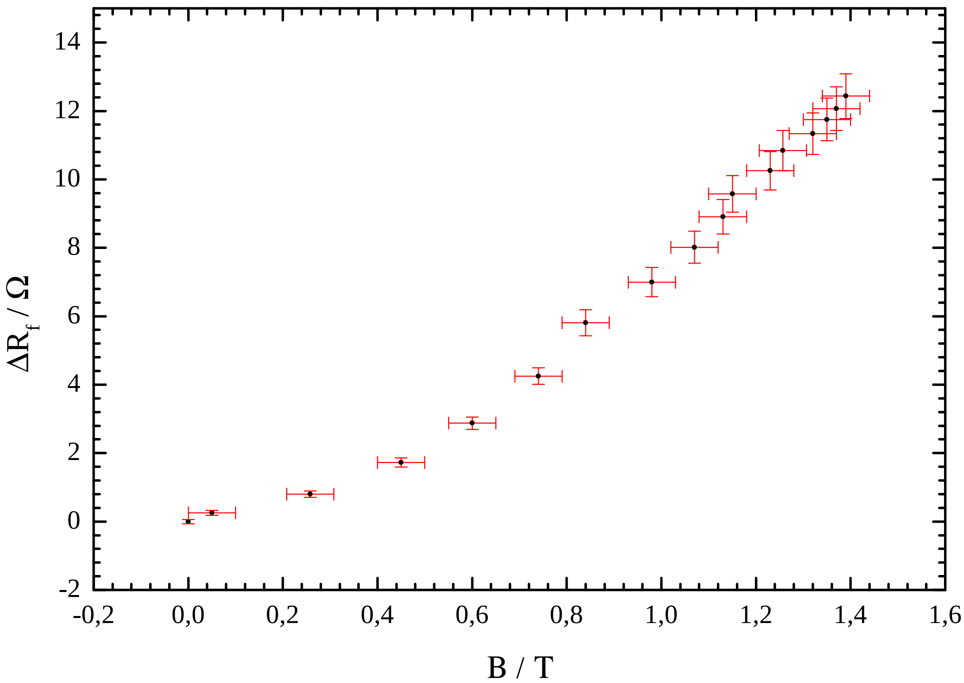


Abbildung 3: Widerstandsänderung über B-Feld

2 Messungen an einer Metallhallsonde

2.1 Messung der Hallspannung

In diesem Teil sollte die Hallkonstante R_H, die Konzentration freier Elektronen n_{Au} und die Zahl freier Elektronen je Atom ξ_{Au} von Gold bestimmt werden. Dafür haben wir zwei Messreihen gemacht.
Bei der ersten Messreihe haben wir einen konstanten Spulenstrom von $(2,4 \pm 0,05)A$ eingestellt. Dies entspricht einem konstanten B von (1,07 $\pm 0,05$)T. Bei konstantem B haben wir dann unseren Steuerstrom von ca. 20mA in 10mA Schritten bis auf ca.140mA verändert und die zugehörige Hallspannung gemessen. Bei jeder Veränderung des Steuerstroms mussten wir aber zunächst die Hallspannung abgleichen. Das heißt bei B = 0T wurde die Hallspannung auf 0V eingestellt.
Es war sehr sehr schwierig die Hallspannung abzulesen, da die Spannung extrem variierte. Starke Ausschläge des Milivoltmeters beim Verändern kommen durch Induktionsspannung zustande. Diese Ausschläge haben wir bewusst abgewartet bevor wir die Hallspannung gemessen haben. Aber auch wenn die Ausschläge durch Induktionsspannung eigentlich vorbei sein sollten gab es trotzdem noch große Schwankungen. Auch wenn man die Hallsonde leichte Erschütterungen erfuhr gab es enorme Ausschläge beim Milivoltmeter. Bei unseren Messwerten müssen wir deshalb einen großen Fehler annehmen.

konstantes B Feld	1,07T	I_{Sp} = 2,4A	
I_S / mA	ΔI_S / mA	U_H / mV	ΔU_H / mV
19,5	0,05	0,015	0,01
31,1	0,05	0,025	0,01
40,34	0,05	0,03	0,01
50,1	0,05	0,04	0,01
60,28	0,05	0,059	0,01
70,93	0,05	0,067	0,01
79,9	0,05	0,073	0,01
90,3	0,05	0,077	0,01
100,24	0,05	0,083	0,01
110,1	0,05	0,094	0,01
120	0,05	0,11	0,01
130,1	0,05	0,125	0,01
140,4	0,05	0,135	0,01

Tabelle 3: Aufgabe 2.1.1

Bei der zweiten Messreihe haben wir einen konstanten Steuerstrom von (70,7 $\pm 0,05$)mA eingestellt und den Spulenstrom, und damit das B-Feld, geändert. Wir haben den Spulenstrom

wieder von 0A bis 4,8A in 0,3A Schritten geändert, da wir für diese Stromstärken in 1.1 das zugehörige B-Feld gemessen haben. Bei jedem Spulenstrom haben wir dann die Hallspannung gemessen.
Auch bei dieser Messung war es nicht leicht die Hallspannung genau abzulesen, aber besser als bei der ersten Messreihe.

konstater Steuerstrom	70,7mA		
I_{Sp} / A	B /T	U_H / mV	ΔU_H / mV
0,3	0,05	0,006	0,05
0,6	0,258	0,009	0,05
0,9	0,45	0,017	0,05
1,2	0,6	0,024	0,05
1,5	0,74	0,031	0,05
1,8	0,84	0,039	0,05
2,1	0,98	0,045	0,05
2,4	1,07	0,051	0,05
2,7	1,13	0,054	0,05
3	1,15	0,057	0,05
3,3	1,23	0,061	0,05
3,6	1,257	0,066	0,05
3,9	1,32	0,069	0,05
4,2	1,35	0,0715	0,05
4,5	1,37	0,075	0,05
4,8	1,39	0,078	0,05

Tabelle 4: Aufgabe 2.1.2

Über die Ausgleichsgeraden kann dann die Hallkonstante $R_H = \frac{U_H \cdot d}{I_s \cdot B}$ bestimmt werden.
Mit Steigung der Ausgleichsgeraden m ergibt sich bei der ersten Messreihe $R_{H1} = \frac{d}{B_0} \cdot m_1$
Mit d $= (61 \pm 3)nm$ und $B_0 = (1,07 \pm 0,05)T$.
Bei der zweiten Messreihe ergibt sich die Hallkonstante aus $R_{H2} = \frac{d}{I_{S0}} \cdot m_2$
Mit d $= (61 \pm 3)$nm und $I_{S0} = (70,7 \pm 0,05)mA$

Für unsere Messwerte ergibt sich dann:

$$R_{H1} = (4,4 \pm 0,2) \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{C}$$

$$R_{H2} = (5,17 \pm 0,4) \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{C}$$

$$R_{H_{mittel}} = \overline{R}_H = (4,79 \pm 0,24) \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{C}$$

(Fehlerrechnung im Anhang)

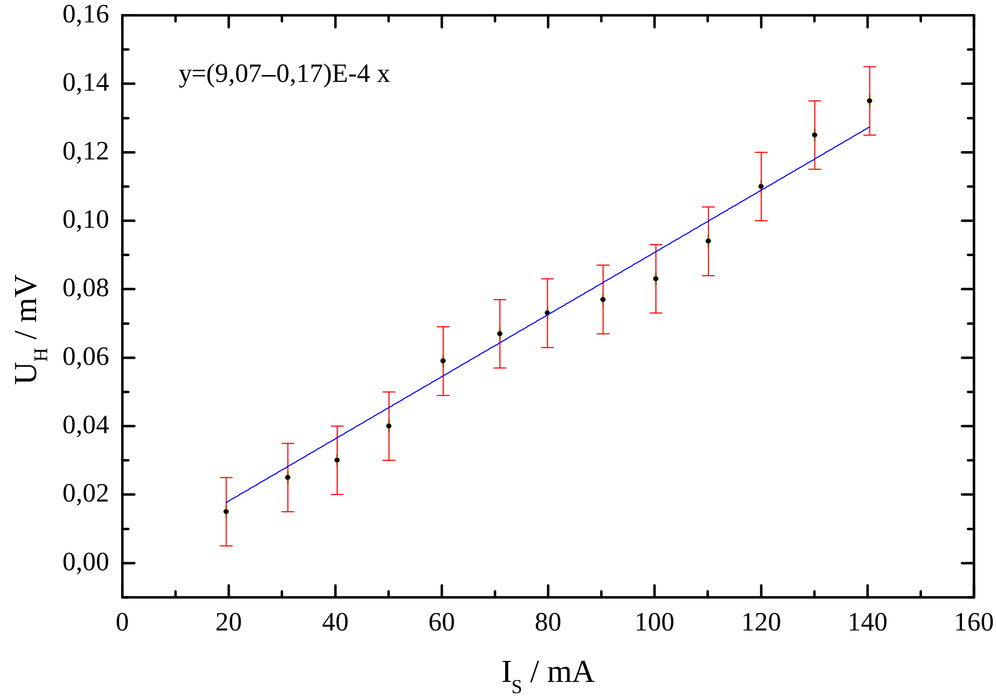


Abbildung 4: Konstantes B-Feld

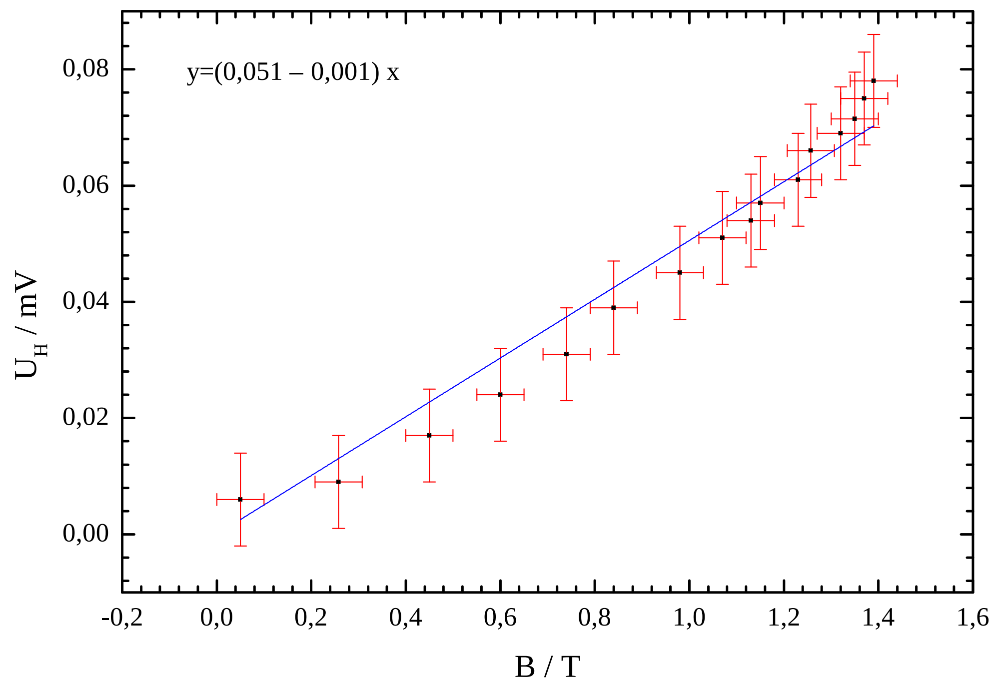


Abbildung 5: Konstanter Strom

Damit lässt sich dann die Konzentration freier Elektronen $n_{Au} = \frac{1}{R_H \cdot e}$
und die mittlere Zahl freier Elektronen je Goldatom $\xi = \frac{n_{Au} \cdot M_{Au}}{\rho_{Au} \cdot N_A}$.
Mit $e = 1,602 \cdot 10^{-19} C$ [1], $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} mol^{-1}$ [2] $M_{Au} = 196,97 \frac{g}{mol}$ [3], $\rho_{Au} = 19,282 \frac{g}{cm^3}$ [4]

Für unsere Werte ergibt sich dann:

$$n_{Au} = (1,3 \pm 0,1) \cdot 10^{29} \frac{1}{m^3}$$

$$\xi_{Au} = (2,21 \pm 0,14) \frac{m^3}{m^3}$$

Vergleich mit Literaturwerten

$R_{H_L it} = -7 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{C}$ [5]
Man sieht, dass unser Wert für die Hallkonstante nicht mit dem Literaturwert übereinstimmt und auch nicht in unserem Fehlerbereich liegt. Entweder haben wir zu kleine Fehler angenommen oder es liegen systematische Fehler vor die wir nicht kennen. Ein systematischer Fehler könnte z.B sein, dass die Hallkonstante verunreinigt ist und somit nicht mit der von reinem Gold übereinstimmt.

2.2 Elektrische Leitfähigkeit und Elektronenbeweglichkeit

Über zwei weitere Anschlüsse in einem Abstand l haben wir die Spannung U_r, die zwischen den beiden Anschlüssen abfällt, bei bekanntem Steuerstrom I_S gemessen. Wir haben den Steuerstrom von ca 20mA in 10mA auf ca. 140mA erhöht und die jeweilige Spannung gemessen. Der zugehörige Fehler ergibt sich aus der Ablesegenauigkeit der Messgeräte.
Die Messwerte haben wir nun in einem $U_r(I_S)$ Diagramm aufgetragen und dann über die Ausgleichsgerade den Widerstand bestimmt.

[1] Quelle: Demtröder, Expermimentalphysik II, 1995
[2] Quelle: Demtröder, Expermimentalphysik II, 1995
[3] Quelle: http://www.periodensystem.info/elemente/gold/
[4] Quelle: http://www.periodensystem.info/elemente/gold/
[5] Quelle: Gerthsen, Vogel: Physik, Springer, 17. Aufl. 1993

I_S/mA	ΔI_S/mA	U_R/mV	ΔU_R/mV
20,05	0,05	45,1	1
30,1	0,05	68	1
40,2	0,05	91	1
50,1	0,05	113	1
60,9	0,05	137	1
70,3	0,05	160	5
80,1	0,05	180	5
90,1	0,05	205	5
100,4	0,05	225	5
110,5	0,05	250	5
120,2	0,05	273	5
130,3	0,05	295	5
140,2	0,05	317	5

Tabelle 5: Aufgabe 2.2

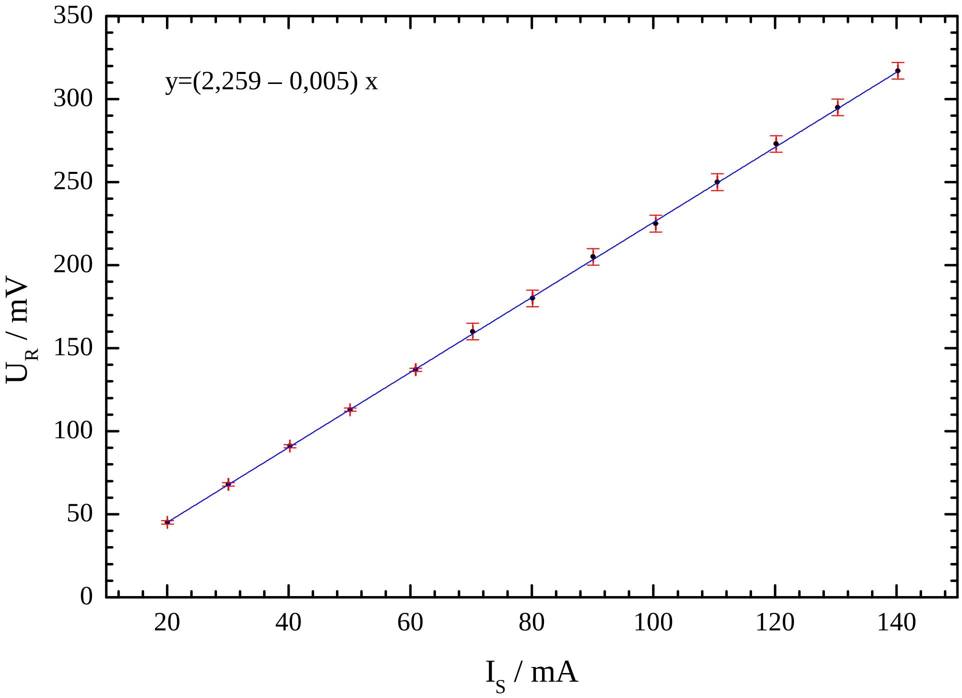


Abbildung 6: Widerstand der Goldhallsonde

Die Steigung der Geraden entspricht dem Wert für unseren Widerstand : R=$(2,259 \pm 0,005)\Omega$
Die Leitfähigkeit ergibt sich dann aus $\sigma_{Au} = \frac{l}{R \cdot A}$ und die Elektronenbeweglichkeit $\mu_{Au} = \frac{\sigma_{Au}}{nAu \cdot e}$
Mit R=$(2,259 \pm 0,005)\Omega$, l = (29,0 $\pm 0,1) \cdot 10^{-3} m$, A = $b \cdot d = (5,49 \pm 0,28) \cdot 10^{-10} m^2$ und $e = 1,602 \cdot 10^{-19} C$(Quelle: Demtröder, Expermimentalphysik II, 1995) ergeben sich für unsere Werte:

$\sigma_{Au} = (23,4 \pm 1,2) \cdot 10^6 \frac{S}{m}$

$\mu_{Au} = (1,12 \pm 0,09) \cdot 10^{-3} \frac{Sm^2}{C}$

2.2.1 Literaturwert

$\sigma_{Au} = 44,0 \cdot 10^6 \frac{S}{m}$ (Quelle: http://de.wikipedia.org/wiki/Elektrische_Leitf%C3%A4higkeit#cite_note-Lid2006-2)
Unser Wert für die elektrische Leitfähigkeit weicht ca. um den Faktor 2 vom Literaturwert ab. Da unser Fehler eigentlich relativ klein ist muss irgendwo ein systematischer Fehler vorhanden sein.

Wir sollten noch schauen ob der Widerstand vom Magnetfeld abhängt. Dazu haben wir bei einem Steuerstrom von 70mA die Spannung U_r bei einem B = 0,9T und bei einem B= 2,4T gemessen. Die Spannung U_r betrug beides mal 160mV. Aus dieser Messung lässt sich schließen, dass der Widerstand der Goldschicht nicht vom Magnetfeld abhängt.

3 Messungen an einer Halbleiterhallsonde

3.1 Variation des Steuerstroms und Magnetfelds

Um einen Eindruck von dem Unterschied zwischen Halbleiter und Metall zu bekommen, haben wir die Messung aus 2.1 wiederholt für den Halbleiter Indiumarsenid (InAs). Wir haben auch hier eine Messreihe bei einem konstanten Steuerstrom und eine Messreihe bei einem konstanten Magnetfeld durchgeführt.
Als konstantes B haben wir einen Wert von 1,07T eingestellt und den Steuerstrom von ca. 4mA auf 25mA in 3mA Schritten erhöht und jeweils die Hallspannung gemessen. Als Unterschied zu 2.1 musste hier nicht nach jeder Messung die Hallsonde geeicht werden.

I_S / mA	ΔI_S / mA	U_H / mV	ΔU_H / mV
4,04	0,05	35	0,5
7,08	0,05	62	0,5
10,02	0,05	87,5	0,5
13,1	0,05	114	0,5
16,02	0,05	140	0,5
19,06	0,05	165	3
22,32	0,05	194	3
25,2	0,05	219	3

Tabelle 6: Aufgabe 3.1.2

Als konstanten Steuerstrom haben wir zuerst einen Wert von 15,9 mA eingestellt und dann das B (über den Spulenstrom) variiert. Es war aber leider so, dass der Steuerstrom bei der Messung nicht konstant war, sondern bei steigendem B-Feld abnahm. Wir haben somit keine

Messung bei konstantem Steuerstrom.

I_S / mA	$I_{S}p$ / A	B / T	U_H / mV	ΔU_H/mV	U_S / mV	ΔU_S / mV	R_H / Ω
15,9	0	0	1		440	2	
15,69	0,3	0,05	22,7	0,3	440	2	7,23E-05
15,13	0,6	0,258	42,2	0,3	442	2	2,70E-05
14,39	0,9	0,45	58,5	0,5	445	2	2,26E-05
13,66	1,2	0,6	71,3	0,5	450	2	2,17E-05
12,9	1,5	0,74	82,5	0,5	455	2	2,16E-05
12,24	1,8	0,84	91	0,5	460	2	2,21E-05
11,77	2,1	0,98	96,1	0,5	465	2	2,08E-05
11,44	2,4	1,07	100	0,5	467	2	2,04E-05
11,18	2,7	1,13	102,3	0,5	468	2	2,02E-05
10,97	3	1,15	104,5	0,5	469	2	2,07E-05
10,78	3,3	1,23	106	0,5	470	2	2,00E-05
10,63	3,6	1,257	107,2	0,5	470	2	2,01E-05
10,49	3,9	1,32	108,8	0,5	471	2	1,96E-05
10,39	4,2	1,35	109,8	0,5	471	2	1,96E-05
10,3	4,5	1,37	110,8	0,5	472	2	1,96E-05
10,22	4,8	1,39	111	0,5	473	2	1,95E-05

Tabelle 7: Aufgabe 3.1.1

Wir sollten nun prüfen ob die Proportionalität $R_H = \frac{U_H \cdot d}{I_S \cdot B}$ auch für den Halbleiter gelten. Dazu erstellen wir von den Werten bei konstantem B Feld ein $U_H(I_S)$ Schaubild. Wenn die Proportionalität gilt müssen diese Werte auf einer Geraden liegen.
Man sieht, dass die Werte sehr genau auf einer Geraden mit Steigung m liegen. Aus der Ausgleichsgeraden kann dann die Hallkonstante von InAs bestimmt werden. $R_H = \frac{d}{B_0} \cdot m$
Mit d = $(2,5 \pm 0,5)\mu m$ und $B_0 = (1,07 \pm 0,05)T$ ergibt sich für die Hallkonstante von InAs:

$$R_{H1} = (2,4 \pm 1,3) \cdot 10^{-5} \frac{m^3}{C}$$

Da bei der zweiten Messreihe weder der Steuerstrom noch das Magnetfeld konstant war können wir den Wert der Hallspannung nicht aus einer Ausgleichsgeraden bestimmen. Deshalb haben wir die Hallkonstante R_H aus jedem Wertepaar über $R_H = \frac{d \cdot U_H}{I_S \cdot B}$ bestimmt und diese Werte gemittelt. Es ergibt sich dann für die Hallkonstante:

$$R_{H2} = (2,04 \pm 0,1) \cdot 10^{-5} \frac{m^3}{C}$$

Für die InAs Hallsonde erhalten wir dann die Hallkonstante über $R_H = \frac{R_{H1}+R_{H2}}{2}$:

$$R_{H_{InAs}} = (2,2 \pm 0,6) \cdot 10^{-5} \frac{m^3}{C}$$

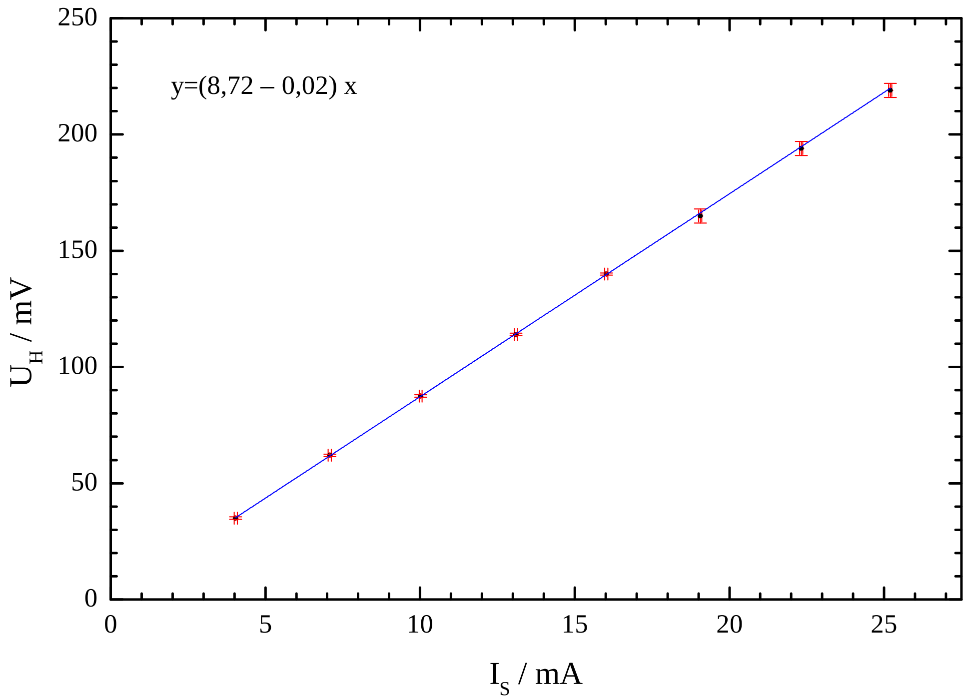


Abbildung 7: Bestimmung Hallkonstante

Wie in 2.1 soll jetzt noch die Ladungsträgerkonzentration n_{InAs} bestimmt werden $n_{InAS} = \frac{1}{R_H \cdot e}$ Für unseren Wert ergibt sich:

$$n_{InAs} = (2,79 \pm 0,03) \cdot 10^{23} \frac{1}{m^3}$$

Vergleich mit 2.1

Man sieht an den Werten, dass die Hallkonstante des Halbleiters deutlich größer als die des Metalls ist und die Ladungsträgerdichte des Halbleiters somit kleiner ist. Das Ergebnis ist verständlich, da im Metall viele freie Elektronen vorhanden sind, die zur Ladung beitragen.
An diesem Ergebnis sieht man auch wieso man häufig Halbleiter für Hallsonden benutzt. Eine größere Hallkonstante ergibt eine größere Hallspannung, die dann besser gemessen werden kann.

3.2 Abhängigkeit des Widerstands vom Magnetfeld

Es soll auch hier noch die Abhängigkeit des Widerstandes vom Magnetfeld betrachtet werden. Dazu gehen wir wie in Aufgabe 1.2 vor und tragen den Widerstand und die Widerstandsänderung gegenüber dem Magnetfeld B auf. Die Werte für den Widerstand berechnen wir aus $R = \frac{U_S}{I_S}$, wobei wir U_S und I_S gemessen haben.

I_S/mA	ΔI_S/mA	U_R/mV	ΔU_R/mV
20,05	0,05	45,1	1
30,1	0,05	68	1
40,2	0,05	91	1
50,1	0,05	113	1
60,9	0,05	137	1
70,3	0,05	160	5
80,1	0,05	180	5
90,1	0,05	205	5
100,4	0,05	225	5
110,5	0,05	250	5
120,2	0,05	273	5
130,3	0,05	295	5
140,2	0,05	317	5

Tabelle 8: Aufgabe 2.2

Es ergeben sich für unsere Werte folgende Schaubilder:

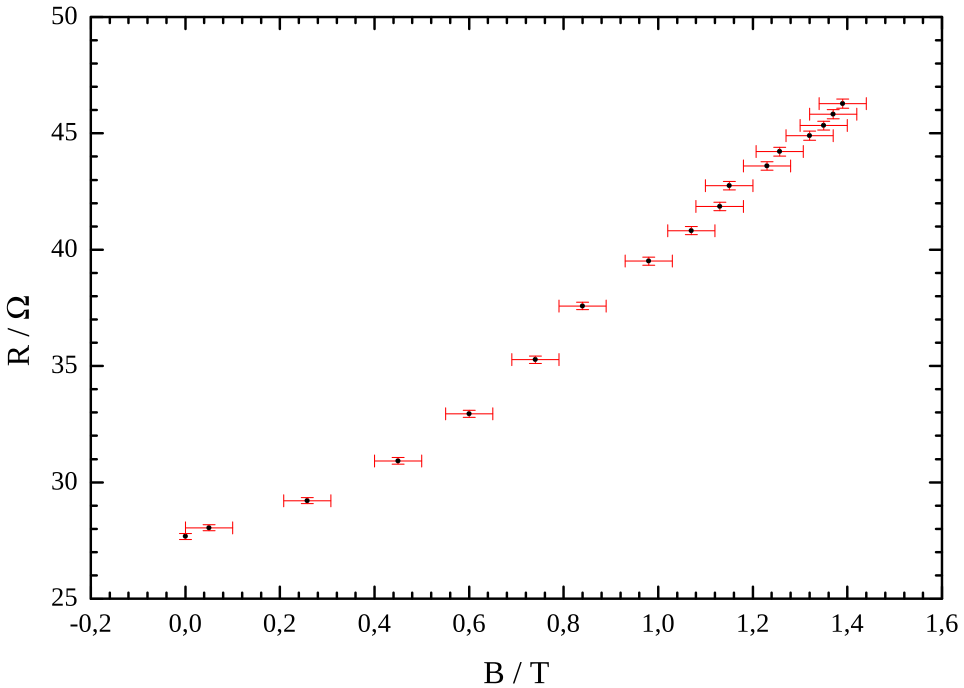


Abbildung 8: Abhängigkeit von Widerstand gegenüber B-Feld

Vergleicht man die Abhängigkeit des Widerstands vom Magnetfelds mit 1.2 und 2.1 sieht man, dass der Widerstand der Feldplatte wie erwartet stark abhängig vom Magnetfeld ist (siehe Vorbereitung). Der Widerstand der Goldhallsonde ist überhaupt nicht vom Magnetfeld abhängig, der Widerstand der Halbleiterhallsonde hingegen zeigt eine leichte Abhängigkeit.

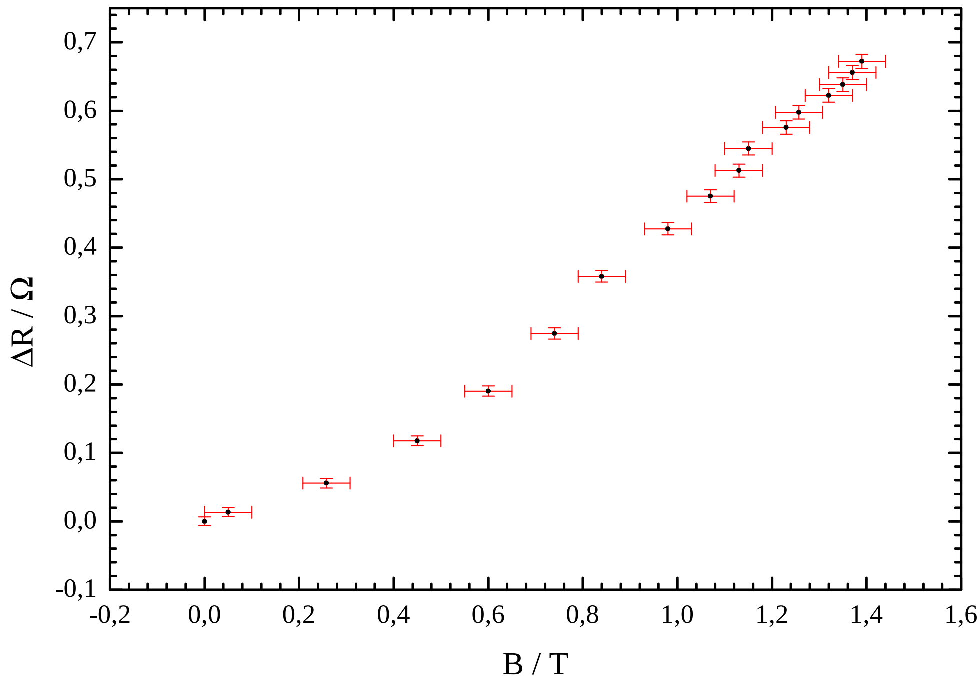


Abbildung 9: Abhängigkeit von Widerstandsänderung gegenüber B-Feld

Zum Schluss soll noch die Beweglichkeit μ_{InAs} der Elektronen in InAs bestimmt werden.
$\mu_{InAs} = \frac{l}{R \cdot A \cdot n_{Au} \cdot e}$
Mit $l = (3,0 \pm 0,05)mm$, $A = (3,75 \pm 0,76) \cdot 10^{-9}$ und $R(B = 0T) = (27,67 \pm 0,13)\Omega$ ergibt sich:

$$\mu_{InAs} = (0,65 \pm 0,13)\frac{Sm^2}{C}$$

Man sieht, dass die Elektronenbeweglichkeit von InAs um einiges größer (ca. Faktor 580) ist als die von Gold.

4 Fehlerrechnung

4.1 Aufgabe 1.2

$$R_f = \frac{R_V U_f}{U_0 - U_f} \tag{3}$$

Es wird die Gaußsche Fehlerfortplanzung gewählt, da unsere fehlerbehaftete Größen nicht miteinander korrelieren.

$$\Delta R_f = \sqrt{\left(\frac{\partial R_f}{\partial R_V}\Delta R_V\right)^2 + \left(\frac{\partial R_f}{\partial U_f}\Delta U_f\right)^2 + \left(\frac{\partial R_f}{\partial U_0}\Delta U_0\right)^2} \tag{4}$$

$$\Delta R_f = \sqrt{\left(\frac{U_f}{U_0 - U_L}\right)^2 \Delta R_V{}^2 + \left(\frac{R_V}{U_0 - U_f} + \frac{R_V U_f}{(U_0 - U_f)^2}\right)^2 \Delta U_f{}^2 + \left(-\frac{U_V U_f}{(U_0 - U_f)^2}\right)^2 \Delta U_0{}^2} \tag{5}$$

Die Widerstandsänderung ergibt sich folgendermaßen:

$$\Delta R = \frac{R_f - R_0}{R_0} \tag{6}$$

$$\Delta(\Delta R) = \sqrt{\left(\frac{\partial(\Delta R)}{\partial R_f}\Delta R_f\right)^2 + \left(\frac{\partial(\Delta R)}{\partial R_0}\Delta R_0\right)^2} \tag{7}$$

$$\Delta(\Delta R) = \sqrt{\left(\frac{1}{R_0}\right)^2 \Delta R_f{}^2 + \left(-\frac{R_f}{R_0{}^2}\right)^2 \Delta R_0{}^2} \tag{8}$$

4.2 Aufgabe 2.1

Die Steigung m_i, sowie der Fehler Δm_i (i=1,2) wird mit Origin berechnet.

Die **Hallkonstante** bei konstantem B-Feld $B_0 = (1,07 \pm 0,05)T$ ergibt sich über:

$$R_{H1} = \frac{d}{B_0} m_1 = \frac{61nm}{1,07T} \cdot 9,07 \cdot 10^{-4} \frac{V}{A} = 5,17 \cdot 10^{-11} \frac{V \cdot m}{A \cdot T} \tag{9}$$

Der Fehler ist dann:

$$\begin{aligned} \Delta R_{H1} &= \sqrt{\left(\frac{m}{B_0}\Delta d\right)^2 + \left(\frac{d}{B_0}\Delta m\right)^2 + \left(-\frac{d \cdot m}{B_0{}^2}\Delta B_0\right)^2} \\ &= 0,4 \cdot 10^{-11} \frac{V \cdot m}{A \cdot T} \end{aligned} \tag{10}$$

Analoges gilt für die Hallkonstante bei konstantem Steuerstrom von $I_{S,0} = (70,7 \pm 0,05)mA$,

$$R_{H2} = \frac{d}{I_{S,0}} m_2 = \frac{61nm}{70,7mA} \cdot 0,051 \frac{mV}{A} = 4,4 \cdot 10^{-11} \frac{V \cdot m}{A \cdot T} \tag{11}$$

sowie für deren Fehler:

$$\begin{aligned}\Delta R_{H2} &= \sqrt{\left(\frac{m}{I_{S,0}}\Delta d\right)^2 + \left(\frac{d}{I_{S,0}}\Delta m\right)^2 + \left(-\frac{d \cdot m}{(I_{S,0})^2}\Delta I_{S,0}\right)^2} \\ &= 0,2 \cdot 10^{-11}\frac{V \cdot m}{A \cdot T}\end{aligned} \tag{12}$$

Danach wurde der Mittelwert der Hallkonstante(n) gebildet:

$$\overline{R}_H = 4,79 \cdot 10^{-11}\frac{V \cdot m}{A \cdot T} \tag{13}$$

Durch Fehlerfortpflanzung ergibt sich:

$$\Delta\overline{R}_H = \frac{1}{2}\sqrt{(\Delta R_{H1})^2 + (\Delta R_{H2})^2} = 0,24 \cdot 10^{-11}\frac{V \cdot m}{A \cdot T} \tag{14}$$

Die **Konzentration der freien Elektronen** ist:

$$n_{Au} = \frac{1}{\overline{R}_H \cdot e} = 1,3 \cdot 10^{29}\frac{1}{m^3} \tag{15}$$

Mit Fehler:

$$\Delta n_{Au} = \sqrt{\left(-\frac{1}{\overline{R}_H^2 \cdot e}\right)^2 \Delta\overline{R}_H^2} = 0,1 \cdot 10^{29}\frac{1}{m^3} \tag{16}$$

Die **Anzahl freier Elektronen** sowie deren Fehler ist:

$$\xi_{Au} = \frac{n_{Au}M_{Au}}{\rho_{Au}N_A} = 2,21\frac{m^3}{m^3} \tag{17}$$

$$\Delta\xi = \sqrt{\left(\frac{1}{N}\right)^2 \Delta n_{Au}^2} = 0,14\frac{m^3}{m^3} \tag{18}$$

Die Fläche der Hallsonde ist:

$$A = bd = 5,49 \cdot 10^{-10}m^2 \tag{19}$$

$$\Delta A = \sqrt{(b\Delta d)^2 + (d\Delta b)^2} = 0,28 \cdot 10^{-10}m^2 \tag{20}$$

Die Leitfähigkeit ist:

$$\sigma = \frac{l}{RA} = 23,38 \cdot 10^6\frac{S}{m} \tag{21}$$

Wobei R der Steigung der Gerade in Aufgabe 2.2 entspricht. Die Steigung der Ausgleichsgeraden und deren Fehler wurde mit Origin bestimmt.

$$\Delta\sigma = \sqrt{\left(-\frac{l}{RA}\right)^2 \Delta R^2 + \left(\frac{1}{RA}\right)^2 \Delta l^2 + \left(-\frac{l}{RA^2}\right)^2 \Delta A^2} = 1,2 \cdot 10^6 \frac{S}{m} \tag{22}$$

Die Elektronenbeweglichkeit ist dann:

$$\mu_{Au} = \frac{\sigma_{Au}}{n_{Au} e} = 1,12 \cdot 10^{-3} \frac{Sm^2}{C} \tag{23}$$

Und hat den Fehler:

$$\Delta\mu_{Au} = \sqrt{\left(\frac{1}{n_{Au} e}\right)^2 \Delta\sigma_{Au}^2 + \left(-\frac{\sigma_{Au}}{n_{Au}^2 e}\right)^2 \Delta n^2} = 0,09 \cdot 10^{-3} \frac{Sm^2}{C} \tag{24}$$

4.3 Aufgabe 3

Die Hallkonstante bei **konstanem Strom** wurde wie oben beschrieben berechnet. Die Standardabweichung der berechneten Hallkonstanten ist dann:

$$\Delta R_H = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (R_{H_i} - \overline{R}_{H_i})^2} \tag{25}$$

Bei **konstantem B-Feld** wurde U über I Aufgetragen und mit Origin eine Ausgleichsgerade bestimmt. Mit dem Wert der Steigung und Gleichungen (9) und (10) wurde die Hallkonstante inklusive Fehler bestimmt.

Aus den beiden Werten der Hallkonstanten (vgl. Auswertung) berechnen wir den Mittelwert und danach den Fehler mit der Gaußschen Fehlerfortplanzung mit der Formel (14).

Die **Ladungsträgerkondensation** wurde analog mit Gleichungen (15) und (16) bestimmt.

Die **Beweglichkeit der Elektronen** wurde analog mit Gleichungen (21) bis (24) berechnet.