



~~X~~/WS 20.11../12..

Praktikum: (P1/~~X~~) (~~X~~o/Di/~~X~~/1/~~X~~) Gruppe-Nr: ..11..

Name: Fleig Vorname: Georg

Name: Krause Vorname: Marcel

Versuch: ...Lichtgeschwindigkeit... (~~X~~t/ohne) Fehlerrechnung

Betreuer: Sarah Wiegele Durchgeführt am: 17.01.12.

Abgabe am:

Rückgabe am:

Begründung:

2. Abgabe am:

Ergebnis: (+ / 0 / -)

Fehlerrechnung: ja / nein

Datum:

Handzeichen:

Bemerkungen:



Die Lichtgeschwindigkeitsmessung wird nach zwei verschiedenen Verfahren ausgeführt, der Foucault-Michelsonschen Drehspiegelmethode und der Phasenvergleichsmethode. Die erstere mißt die Gruppengeschwindigkeit, die letztere die Phasengeschwindigkeit des Lichts. Im Vakuum (bzw. in Luft) sind keine Unterschiede zu erwarten, da das Medium „Vakuum“ dispersionsfrei ist, d.h. die Phasengeschwindigkeit nicht wellenlängenabhängig ist. Das Ziel der Versuche ist nicht das oberflächliche Kennenlernen von Methoden sondern die gründliche gedankliche und experimentelle Beschäftigung mit den Details, die Diskussion optimaler Auslegungen, das Erkennen technischer Grenzen für die erreichbaren Genauigkeiten und der kritische Vergleich der beiden Verfahren.

Die voneinander unabhängigen Apparaturen werden im Wechsel von zwei Praktikantengruppen benutzt.

Achtung! Auch die Strahlung des verwendeten relativ schwachen Justierlasers ist beim direkten Hineinblicken in den Strahl gefährlich für die Augen! Ganz besonders deshalb, weil Sie mit Spiegeln arbeiten, der Verlauf des Strahles also nicht fixiert ist. Die Justage soll im Stehen erfolgen, damit die Augen weit über der Strahlhöhe bleiben. Die Beobachtung der Lichtmarke bei der Drehspiegelmethode darf nur hinter der Mattglasscheibe und bei ruhendem oder sehr langsam rotierendem Spiegel zusätzlich noch dem Dunkelgraufilter erfolgen.

Das Zubehör zu diesem Versuch (insbesondere die planen Oberflächenspiegel, die langbrennweitige Linse großer Öffnung, der Drehspiegel und der Laser) ist für Praktikumsverhältnisse ganz ungewöhnlich teuer. Vermeiden Sie sorgfältig Beschädigungen! (z.B. Maßstab nicht an die Glasoberflächen drücken!)

Aufgaben:

1) Drehspiegelmethode

1.1 Vorbereitung auf den Versuch

Diskutieren Sie das Meßverfahren sowie Aufbau und Eigenschaften des Strahlenganges gründlich. Fest vorgegeben sind: d (Endspiegel - Umlenkspiegel) = 6,57m und d (Umlenkspiegel - Drehspiegel) = 7,23 m. Der Maximalabstand d_{\max} (Drehspiegel - Laseraustrittsöffnung) beträgt 6,80 m. Berechnen Sie die Positionen von Linse ($f = 5$ m), Laseraustrittsöffnung, Beobachtungsschirm mit Skala und Beobachtungslupe ($f = 10$ cm). Überlegen Sie sich die Auswerteformel und berechnen Sie die Größe des erwarteten Effektes im voraus. Die maximale Rotationsfrequenz des Drehspiegels beträgt 500Hz. Diskutieren Sie bei der Vorbereitung eingehend, welche Aufgaben die Linse erfüllt. Wieso ruht der beobachtete Leuchtfleck auf der Skala, obwohl der Spiegel rotiert?

1.2 Justierung der Apparatur und Messung.

Justieren Sie die Apparatur: Laserort / Horizontaler Strahl, der die Mitte des ruhenden Drehspiegels trifft und den Drehspiegel horizontal wieder verläßt / Drehspiegelwinkel so, daß der reflektierte Strahl (noch ohne Linse) auf die Mitte des Umlenkspiegels fällt (Endspiegel abdecken) / Linsenort und Linsenausrichtung / Umlenkspiegel so, daß der Strahl auf die Mitte des Endspiegels fällt / Endspiegel so, daß der Strahl in sich reflektiert wird (Lichtflecke auf dem Umlenkspiegel beobachten) / Kontrolle und evtl. Feinjustierung so, daß der rückkehrende Strahl den Drehspiegel und die Laseraustrittsöffnung trifft / Ort des Schirms mit Skala / Ort der Lupe / Ort des Phototransistors in Drehspiegelnähe für die Frequenzmessung.

Registrieren Sie den Lichtmarkenort in Abhängigkeit von der Rotationsfrequenz des Drehspiegels und entnehmen Sie der Auftragung den Wert der Lichtgeschwindigkeit. Stellen Sie eine vorgegebene Rotationsfrequenz des Drehspiegels (440 Hz) anhand der auftretenden Schwebungen zwischen Motorgeräusch und Stimmgabelton ein (Schulmethode!) und vergleichen Sie mit der elektronischen Frequenzanzeige. Diskutieren Sie systematische und statistische Fehler bei der c -Bestimmung und geben Sie Fehlergrenzen für den gefundenen Wert an.

2) Phasenvergleichsmethode

2.1 Vorbereitung auf den Versuch

Überlegen Sie sich, mit welcher Frequenz Licht moduliert (d.h. mit periodischen Zeitmarken versehen) sein müßte, damit bei einem Laufweg von z.B. 1m eine deutliche Zeitmarkenverschiebung, z.B. ein Zehntel der Periodendauer, auftritt. Überlegen Sie sich, welche Ablenkgeschwindigkeit ein Oszilloskop haben müßte, um diese Zeitmarkenverschiebung auf dem Schirm deutlich, z.B. als 5mm-Verschiebung, darzustellen. Sie finden, daß die Frequenz im 10 bis 100 MHz-Bereich liegen sollte und daß konventionelle Oszilloskope (etwa bis zu 10 cm/µs) zu langsam sind. Überlegen Sie sich, daß bei multiplikativer Mischung des hochfrequenten Signals, $a \cos(\omega t + \varphi)$, mit einem Hilfssignal, $A \cos \Omega t$, das resultierende Signal:

$$\frac{a \cdot A}{2} [\cos((\omega - \Omega)t + \varphi) + \cos((\omega + \Omega)t + \varphi)]$$
 die unveränderte Phasenverschiebung φ aufweist. Durch Tiefpässe

wird der höherfrequente Anteil $(\omega + \Omega)$ unterdrückt. Sowohl das Signal des Lichtsenders (Leuchtdiode, moduliert mit $\omega \approx 2\pi \cdot 60$ MHz) als auch das des Lichtempfängers (Photodiode) werden im Versuch auf diese Weise mit $\Omega \approx 2\pi \cdot 59,9$ MHz 'aufbereitet' und mit einem Zweistrahl-Oszilloskop über derselben Zeitbasis dargestellt, so daß die φ -Änderung bei Änderung des Lichtweges direkt beobachtbar ist. Überlegen Sie sich, daß für das Signal mit der Frequenz $\omega - \Omega$ die gleiche Phasenverschiebung φ wie beim Signal mit der Frequenz ω eine um den Zeitdehnungsfaktor $\omega/(\omega - \Omega)$ größere Zeitdifferenz bewirkt, die mit einfachen Oszilloskopen gemessen werden kann.

2.2 Justierung der Apparatur und Eichmessungen. Die Verbindungskabel finden Sie richtig gesteckt vor. Studieren Sie das Anschlußschema anhand des auf der Gerätefrontplatte aufgedruckten Blockschaltbildes der Apparatur. Justieren Sie die Apparatur: Erzeugen Sie mit Hilfe der Justierschrauben (Zentrierung der Leuchtdiode) und des verschiebblichen Kondensators am Lichtsendergehäuse einen (Fast-)Parallelstrahl parallel zur Zeiß-Schiene. Stellen Sie die empfängerseitige Linse ($f = 15$ cm) so auf, daß die Fotodiode optimal beleuchtet wird (oszilloskopische Beobachtung). Sorgfältige Justierung ist wichtig für das Gelingen des Versuchs auch bei großen Abständen von Sender und Empfänger. Messen Sie die (an der nicht-grünberingten Buchse des Lichtsenders um den Faktor 10 untersetzt zur Verfügung stehende) Modulationsfrequenz ω mit Hilfe eines Frequenzzählers. Messen Sie die (an den Buchsen, die sonst mit dem Oszilloskop verbunden sind, verfügbare) Differenzfrequenz $\omega - \Omega$. Eichn Sie die Zeitablenkung des Oszilloskops in den Bereichen $0,5 \mu\text{s}/\text{Rastermaß}$ und $0,1 \mu\text{s}/\text{Rastermaß}$ möglichst genau mit Hilfe des $\omega/10$ -Signals (nicht-grünberingte Lichtsenderbuchse). Der Grund für diese Maßnahme ist die meist unbefriedigende Eichgenauigkeit der Zeitbasisgeneratoren von Oszilloskopen, während das $\omega/10$ -Signal aus dem Versuchsgerät recht genau und quarzstabil ist.

2.3 Lichtgeschwindigkeits- und Brechzahlmessungen

2.3.1 Messen Sie oszilloskopisch die zeitliche Verschiebung zwischen $(\omega - \Omega)$ -Signal vom Sender und $(\omega - \Omega)$ -Signal vom Empfänger in Abhängigkeit von der Änderung des Sender-Empfänger-Abstandes. (Häufig die Anfangsphasenlage kontrollieren und nötigenfalls mit dem vorhandenen Stellknopf korrigieren!) Entnehmen Sie der Auftragung unter Berücksichtigung des Zeitdehnungsfaktors die Lichtgeschwindigkeit in Luft. Diskutieren Sie Fehlerquellen und geben Sie Fehlergrenzen für den gefundenen Wert an.

2.3.2 Bestimmen Sie die Brechzahl von Wasser aus der Messung der Laufzeitdifferenz, wenn 1m Lichtweg in Luft durch 1m Lichtweg in Wasser ersetzt wird.

2.3.3 Bestimmen Sie die Brechzahl von Plexiglas aus der Messung der Laufzeitdifferenz, wenn x cm Lichtweg in Luft durch x cm Lichtweg in Plexiglas ersetzt werden.

2.3.4 Bestimmen Sie die Lichtgeschwindigkeit in Luft durch Messung ganzzahliger Vielfacher von $\lambda/2$ bei bekannter Frequenz ν . Stellen Sie dazu auf dem Oszilloskopschirm das Empfänger- über dem Sendersignal dar (X/Y-Betrieb) und wählen Sie Sender-Empfänger-Abstände, die besonders gut reproduzierbare Lissajous-Figuren, nämlich Geraden, ergeben.

2.3.5 Machen Sie von der Methode, Lissajous-Figuren zu beobachten, auch bei einer Brechzahl-Bestimmung nutzbringend Gebrauch.

3) Vorschläge für Zusatzversuche

c-Messung nach der Drehspiegelmethode mit einer **Glühlichtquelle**. Erzielung maximaler Helligkeit dabei durch geeignete Wahl von Lichtquelle (Form des Glühkörpers) und Strahlführungselementen. Justierung der Apparatur ohne Laserhilfe nur mit Glühlicht (erfordert viel experimentelles Geschick, Alptraum vieler Physiklehrer).

Physikalisches Anfängerpraktikum P1

**Versuch:
P1-42,44
Lichtgeschwindigkeit**

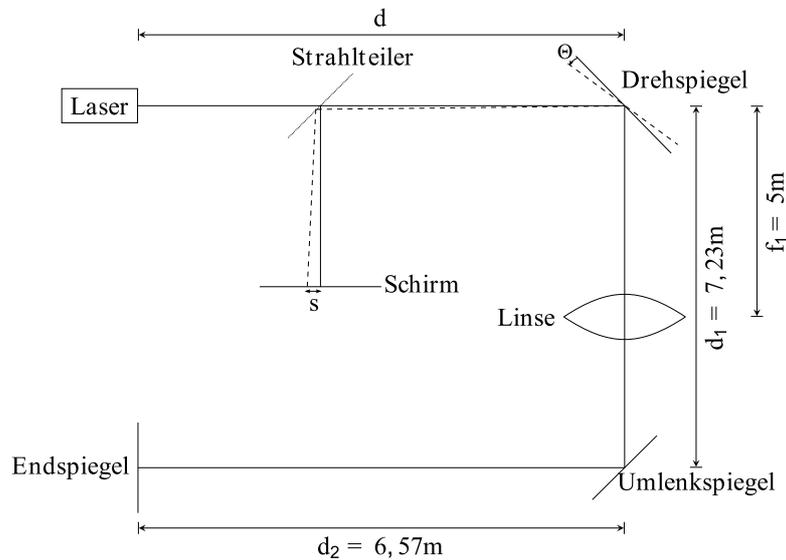
Schriftliche Ausarbeitung von Georg Fleig
Gruppe: Di-11

Datum der Versuchsdurchführung:
17.01.2012

Aufgabe 1: Drehspiegelmethode

Aufgabe 1.1: Vorbereitung auf den Versuch

In diesem ersten Versuch soll die Lichtgeschwindigkeit (in diesem Fall wird die Gruppengeschwindigkeit gemessen) mit der Drehspiegelmethode nach Foucault-Michelson bestimmt werden. Diese Methode verwendet folgenden Aufbau:



Es wird monochromatisches Licht aus einem Laser auf einen Strahlteiler gestrahlt. Das Licht durchdringt ihn und fällt auf einen Drehspiegel mit konstanter Drehfrequenz f . Dieser reflektiert den Strahl auf eine Linse mit der Brennweite $f_1 = 5\text{ m}$. Der Drehspiegel steht dabei im Brennpunkt der Linse, so werden divergente Strahlen parallelisiert.

Nach der Linse wird der Strahl durch einen Umlenkspiegel auf den Endspiegel geleitet. Durch das senkrechte Auftreffen auf diesem wird er wieder zurück in auf den Umlenkspiegel reflektiert und durchläuft wieder die Linse. Durch diese werden die Strahlen im Brennpunkt, also direkt auf dem Drehspiegel, fokussiert. Der Drehspiegel hat sich zu nach der Zeit Δt um den Winkel Θ gedreht, daher wird der Strahl nun in einem leicht anderen Winkel reflektiert. Der Strahlteiler sorgt dafür, dass der Strahl anschließend ebenfalls auf dem Schirm abgebildet wird. Er ist versetzt zum anderen Strahl, der das System nicht durchlaufen hat.

Durch den Abstand des Lichtpunktes zwischen ruhendem und drehendem Spiegel können wir nun die Lichtgeschwindigkeit berechnen. Der Abstand hängt dabei lediglich von der Drehfrequenz des Drehspiegels ab. Ist diese konstant, wird der Strahl auch immer um denselben Winkel abgelenkt. So er halten wir einen ruhenden Punkt trotz drehendem Spiegel. Den Abstand s der beiden Punkte bestimmen wir mit einer Lupe der Brennweite $f_2 = 10\text{ cm}$, daher sollte diese im Abstand von 10 cm zum Schirm eingesetzt werden.

Für ein scharfes Bild am Endspiegel muss der Laser richtig positioniert werden. Diese Position d lässt sich mit der Linsengleichung bestimmen:

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{d + f_1} + \frac{1}{d_1 - f_1 + d_2}$$

Nach Auflösen der Gleichung nach d und einsetzen der Werte $d_1 = 7,23 \text{ m}$ und $d_2 = 6,57 \text{ m}$ erhält man

$$d = \frac{f_1^2}{d_1 + d_2 - 2f_1} \approx 6,58 \text{ m}$$

Der maximale Abstand zwischen Laser und Drehspiegel ist mit $d_{\max} = 6,80 \text{ m}$ angegeben. Wir können die vorgesehene Position des Lasers also problemlos einrichten.

Damit der versetzte Strahl ebenfalls scharf auf dem Schirm abgebildet wird, muss der Abstand zwischen Drehspiegel über den Strahlteiler und dann zum Schirm ebenfalls $6,57 \text{ m}$ betragen.

Um schließlich auf die Lichtgeschwindigkeit c zu schließen, kann die Zeit Δt betrachtet werden, in der sich der Spiegel dreht. Für diese gilt

$$\Delta t = \frac{2(d_1 + d_2)}{c}$$

Für den Drehwinkel Θ des Drehspiegels gilt außerdem

$$\Theta = \Delta t \omega = 2\pi f \Delta t = 4\pi f \frac{d_1 + d_2}{c} \quad (1)$$

Der rückkehrende Lichtstrahl ist nach dem Drehspiegel um 2Θ gegenüber dem ursprünglich eintreffenden Lichtstrahl abgelenkt. So ergibt sich aus den geometrischen Zusammenhängen:

$$\tan 2\Theta = \frac{s}{d_{\text{Teiler}} + d_{\text{Schirm}}} = \frac{s}{d} \Rightarrow \Theta = \frac{1}{2} \arctan \frac{s}{d} \quad (2)$$

Durch Gleichsetzen der beiden Gleichungen (1) und (2) erhält man eine Formel für die Lichtgeschwindigkeit c

$$c = 8\pi f \frac{d_1 + d_2}{\arctan \frac{s}{d}}$$

Da die auftretenden Winkel sehr klein sind, kann schließlich noch der arctan genähert werden und man erhält

$$c = 8\pi f \frac{d_1 + d_2}{s} d$$

Mit dieser Gleichung können wir die Lichtgeschwindigkeit am Ende bestimmen.

Mit der schon bekannten Lichtgeschwindigkeit von $c \approx 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ und der maximalen Drehfrequenz $f_{\max} = 500 \text{ Hz}$ des Spiegels kann der zu erwartende Abstand s auf dem Schirm bestimmt werden. Dieser beträgt

$$s = 8\pi f \frac{d_1 + d_2}{c} d \approx 3,8 \text{ mm}$$

Aufgabe 1.2: Justierung der Apparatur und Messung

Um die Messung tatsächlich durchführen zu können muss die Apparatur zunächst aufgebaut und justiert werden. Dabei sind einige Einstellungen durchzuführen/zu überprüfen:

- Position des Lasers, die bereits bestimmt wurde.
- Horizontaler Strahl, der die Mitte des ruhenden Drehspiegels trifft.
- Drehspiegelwinkel, so dass der reflektierte Strahl ohne Linse die Mitte dem Umlenkspiegels trifft.

- Linsenort, wie bereits angegeben im Abstand von 5m zum Drehspiegel.
- Umlenkspiegel so, dass der Strahl auf die Mitte des Endspiegels trifft.
- Endspiegel so, dass der einfallende Strahl ohne Winkel reflektiert wird.
- Der zurückkehrende Strahl muss die Laseröffnung treffen.
- Festlegen des Ortes des Schirms entsprechend wie in Aufgabe 1.1 beschrieben.
- Ort der Lupe 10 cm vom Schirm entfernt.
- Position des Frequenzmessers für den Drehspiegel.

Es soll eine Drehfrequenz von $f = 440 \text{ Hz}$ für den Drehspiegel eingestellt werden. Diese kann zum einen an der elektronischen Frequenzanzeige abgelesen werden und zum anderen durch die auftretende Schwebung zwischen Motorengeräusch und einer Stimmgabel gehört werden.

Fehlerdiskussion

Als systematischen Fehler kann man beispielsweise Brechung am Strahlteiler und Ungenauigkeiten bei den verwendeten Spiegeln annehmen.

Zu den statistischen Fehlern zählen die Drehfrequenz f , sämtliche gemessenen Abstände und die Ablesefehler beim bestimmen des Abstandes der Lichtpunkte.

Aufgabe 2: Phasenvergleichsmethode

Bei dieser Methode wird die Lichtgeschwindigkeit durch den Vergleich der Phasengeschwindigkeiten eines Signals gemessen. Konkret werden wir eine LED mit einer Spannung betreiben, die am Oszilloskop gemessen wird. Gleichzeitig wird die Spannung dargestellt, die durch eine Photodiode erzeugt wird, welche im Abstand d von der LED entfernt steht. Da die Signalübertragung durch die Luft ebenfalls mit annähernd Lichtgeschwindigkeit erfolgt, ist eine minimale Verschiebung der Phasen zu erwarten. Durch Messen dieser Phasenverschiebung kann man auf die Lichtgeschwindigkeit schließen.

Aufgabe 2.1: Vorbereitung auf den Versuch

Da die Zeitablenkung des Oszilloskops zu klein ist, um die Phasenverschiebung der beiden Signale vernünftig darzustellen, ist zunächst eine Veränderung des Aufbaus nötig. Deutlich wird dies in folgendem Beispiel.

Um bei einem Laufweg von $d = 1 \text{ m}$ eine Zeitmarkenverschiebung von einem Zehntel der Periodendauer zu erhalten, wird folgende Modulationsfrequenz benötigt

$$c = \frac{d}{\Delta t} = \frac{d}{\frac{1}{10}T} = 10df_{\text{mod}}$$

$$\Rightarrow f_{\text{mod}} = \frac{c}{10d} \approx 30 \text{ MHz}$$

Um die Phasenverschiebung auf dem Oszilloskop gut zu erkennen, sollte diese etwa $\delta = 5 \text{ mm}$ betragen. Damit ergibt sich für die Geschwindigkeit v_o des Oszilloskops

$$v_o = \delta f_{\text{mod}} = 150 \frac{\text{cm}}{\mu\text{s}}$$

Laut der Versuchsbeschreibung sind konventionelle Oszilloskope mit bis zu $10 \frac{\text{cm}}{\mu\text{s}}$ viel zu langsam um das Signal entsprechend darzustellen. Um die Auswertung trotzdem mit dem Oszilloskop durchführen zu können, kann das ursprüngliche hochfrequente Signal

$$a \cos(\omega t + \phi)$$

mit dem Hilfssignal

$$A \cos(\Omega t)$$

multipliziert werden. So erhält man als resultierendes Signal

$$\frac{aA}{2} [\cos((\omega - \Omega)t + \phi) + \cos((\omega + \Omega)t + \phi)]$$

Die Phasenverschiebung ϕ bleibt dabei dieselbe. Mit einem Tiefpass lässt sich der hochfrequente Anteil von $\omega + \Omega$ herausfiltern. Das übrigbleibende Signal kann problemlos am Oszilloskop dargestellt werden und so die Phasendifferenz bestimmt werden. Über die Gleichung

$$\phi = \omega \Delta t = (\omega - \Omega) \Delta t'$$

kann aus der Phasendifferenz ϕ die Zeitdifferenz $\Delta t'$ der beiden Signale berechnet werden. In der Aufgabenstellung sind die Werte $\omega \cong 2\pi \cdot 60 \text{ MHz}$ und $\Omega \cong 2\pi \cdot 59,9 \text{ MHz}$ gegeben. So lässt sich einfach die ursprüngliche Zeitdifferenz Δt berechnen.

$$\Delta t = \frac{\omega - \Omega}{\omega} \Delta t' = \frac{1}{600} \Delta t'$$

Diese Phasenverschiebung lässt sich problemlos auf dem Oszilloskop darstellen.

Aufgabe 2.2: Justierung der Apparatur und Eichmessung

Zunächst soll der bereits aufgebaute Versuch mit dem Blockschaltbild auf der Gerätefrontplatte verglichen werden. Anschließend muss die gesamte Apparatur noch justiert werden. Dazu sollen die Justierschrauben zur Zentrierung der LED verwendet werden. Außerdem soll mit einer Linse der Brennweite $f = 15 \text{ cm}$ die Photodiode optimal beleuchtet werden.

Mit einem Frequenzzähler kann die Modulationsfrequenz ω sowie die Differenzfrequenz $\omega - \Omega$ bestimmt werden.

Die Eichung der Zeitablenkung erfolgt mit Hilfe des $\frac{\omega}{10}$ -Signals für genauere Messergebnisse.

Aufgabe 2.3: Lichtgeschwindigkeits- und Brechzahlmessung

Aufgabe 2.3.1: Lichtgeschwindigkeit

In Aufgabe 2.1 wurde bereits die Formel angesprochen, mit welcher die Lichtgeschwindigkeit bestimmt werden kann:

$$c = \frac{d}{\Delta t} = 600 \frac{d}{\Delta t'}$$

Wir benötigen also lediglich die Zeitdifferenz $\Delta t'$ der beiden Signale, die am Oszilloskop anliegen und den Abstand d zwischen LED und Photodiode. Durch mehrfache Messung bei verschiedenen Abständen können wir d über $\Delta t'$ auftragen und eine Ausgleichsgerade durch die Messpunkte mit der Steigung $m = \frac{c}{600}$ legen. Daraus kann schließlich die Lichtgeschwindigkeit bestimmt werden.

Die Fehlerdiskussion wird später in der Auswertung durchgeführt.

Aufgabe 2.3.2: Brechzahl von Wasser

Bei dieser Teilaufgabe soll die Brechzahl n_{Wasser} von Wasser bestimmt werden. Dabei lassen wir Licht einen Teil der Messstrecke von $l = 1 \text{ m}$ durchlaufen und messen die Laufzeitdifferenz. Es gilt folgender theoretischer Zusammenhang:

$$\Delta t = \frac{1}{600} \Delta t' = \frac{d-l}{c_{\text{Luft}}} + \frac{l}{c_{\text{Wasser}}}$$
$$\Rightarrow c_{\text{Wasser}} = \frac{600 c_{\text{Luft}} l}{c_{\text{Luft}} \Delta t' - 600(d-l)}$$

Daraus lässt sich nun die Brechzahl von Wasser berechnen:

$$n_{\text{Wasser}} = \frac{c_{\text{Luft}}}{c_{\text{Wasser}}} = 1 + \frac{600 c_{\text{Luft}} \Delta t' - d}{l}$$

Aufgabe 2.3.3: Brechzahl von Plexiglas

Entsprechend wie in Aufgabe 2.3.2 soll die Brechzahl $n_{\text{Plexiglas}}$ von Plexiglas bestimmt werden. Dazu wird wieder ein Teil des Lichtes durch die Probe (hier Plexiglas) geleitet.

Aufgabe 2.3.4: Lichtgeschwindigkeitsmessung mit Lissajous-Figuren

Im X-Y-Betrieb des Oszilloskops können sogenannte Lissajous-Figuren beobachtet werden. Mittels dieser soll erneut die Lichtgeschwindigkeit in der Luft gemessen werden. Bei einer festen Frequenz f wählen wir den Abstand d zwischen LED und Photodiode so, dass sich eine Phasendifferenz von $\phi = \frac{\lambda}{2}$ einstellt. Dies entspricht genau einer Gerade als Lissajous-Figur. Durch Vergrößern des Abstandes stellt sich nach einiger Zeit wieder eine Gerade auf dem Oszilloskop ein. Für die Wegdifferenz Δd , die dabei benötigt wurde, gilt der Zusammenhang:

$$\Delta d = \frac{\lambda}{2}$$

So können wir direkt die Lichtgeschwindigkeit ermitteln:

$$c = \lambda f = 2f \Delta d$$

Aufgabe 2.3.5: Brechzahlbestimmung mit Lissajous-Figuren

Als letzte Aufgabe soll nun noch die Brechzahlbestimmung mit Lissajous-Figuren durchgeführt werden. Der Aufbau ähnelt prinzipiell der von Aufgabe 2.3.4. Es wird zunächst ein Abstand d_0 gewählt, auf dem Oszilloskop eine Gerade zu sehen ist.

Nach Einbringen der Probe mit der Länge l ist zu erwarten, dass sich dieses Bild ändert. Es wird der Abstand wieder so um Δd verkleinert, dass sich erneut eine Gerade ausbildet. Diese Länge Δs ist genau so groß, wie die zusätzliche Weglänge des Lichtes, die durch das Medium hervorgerufen wird. So ergibt sich die Brechzahl der Probe schließlich zu

$$n = \frac{\Delta s}{l} + 1$$

Quellenangabe

Vorbereitungsmappe zum Versuch "Lichtgeschwindigkeit"

Eichler, Kronfeldt, Sahn: Das neue physikalische Grundpraktikum

Physikalisches Anfängerpraktikum P1

**Versuch:
P1-42,44
Lichtgeschwindigkeit**

Schriftliche Vorbereitung von Marcel Krause (mrrrc@leech.it)
Gruppe: Di-11

Datum der Versuchsdurchführung:
17.01.12

Theoretische Grundlagen

Multiplikation zweier Cosinus-Funktionen

Für die Multiplikation zweier Cosinus-Funktionen gilt:

$$\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2} (\cos (x - y) + \cos (x + y))$$

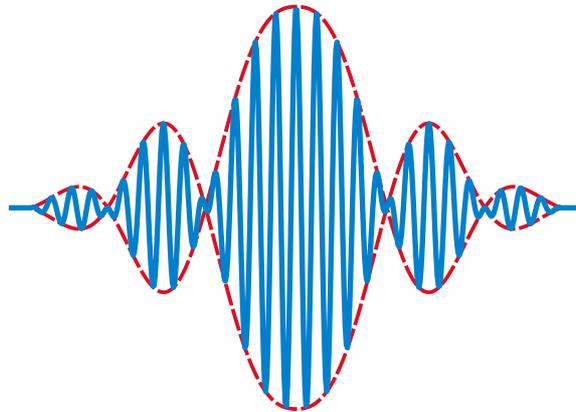
Abbildungsgleichung

Der Zusammenhang zwischen der Bildweite b , der Gegenstandsweite g sowie der Brennweite f einer Linse lässt sich in der Abbildungsgleichung beschreiben:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g}$$

Gruppen- und Phasengeschwindigkeit

Zwischen der Gruppen- und Phasengeschwindigkeit einer Welle besteht im Allgemeinen ein Unterschied, welcher sich bei der Propagation von Wellen im Medium oder aber bei Schwebungen aufzeigt. Als Phasengeschwindigkeit bezeichnet man dabei treffend die Geschwindigkeit der Phase einer Welle. Sie gibt an, wie schnell sich die Phasenflächen im Raum fortbewegen. Die Gruppengeschwindigkeit hingegen gibt die Geschwindigkeit der Phasenfläche des gesamten Wellenpakets an, welches im allgemeinen Fall die Hüllkurve über alle Schwingungen darstellt. Die nachfolgende Skizze soll dies verdeutlichen.



Im Vakuum und annähernd auch in Luft sind die beiden Geschwindigkeiten nicht voneinander zu unterscheiden, im Medium jedoch sind sie im Allgemeinen unterschiedlich und können sogar in entgegengesetzte Richtungen laufen.

Vorbemerkungen

In den nachfolgenden Versuchen wird angenommen, dass die Lichtgeschwindigkeit in Luft gleich der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum ist. Somit sollten sich für die Gruppen- und Phasengeschwindigkeiten dieselben Werte ergeben, da das Vakuum dispersionsfrei ist.

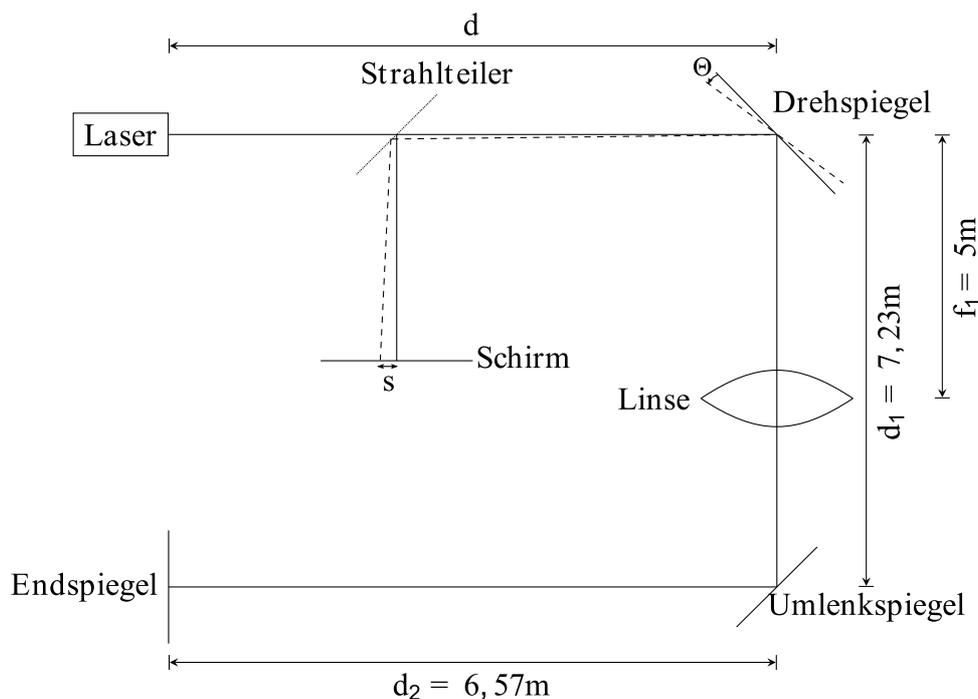
Aufgabe 1: Drehspiegelmethode

In der ersten Aufgabe beschäftigen wir uns mit der Drehspiegelmethode, der ersten der beiden in dieser Versuchsreihe durchgeführten Möglichkeiten zur Lichtgeschwindigkeitsbestimmung. Mit Hilfe dieser Methode wird es uns möglich sein, die Gruppengeschwindigkeit des Lichts zu messen.

Aufgabe 1.1: Vorbereitung auf den Versuch

Es soll zunächst ausführlich das Messverfahren der Drehspiegelmethode erläutert sowie Vorberechnungen getroffen werden. Zur näheren Erläuterung dient die Skizze weiter unten.

Ein Laser sendet monochromatisches Licht durch einen Strahlteiler. Ein Teil des Strahls gelangt direkt auf den Schirm, der andere durchläuft den Strahlteiler und trifft auf einen Drehspiegel. Dieser leitet den Strahl auf eine Sammellinse um und propagiert dann weiter auf einen Ablenkspiegel, um dann auf den Endspiegel zu treffen. Von dort läuft der Strahl zurück, wird durch die Sammellinse wieder auf dieselbe Stelle des Drehspiegels gebündelt, welcher nun aber im Vergleich zum erstmaligen Durchlaufen des Strahls um einen größeren Winkel verdreht ist. Dadurch erreicht der Laserstrahl nach Ablenkung durch den Strahlteiler eine im Vergleich zum direkt dort aufgetroffenen Strahl um s verschobene Position.



Die Abstände $d_1 = 7,23\text{ m}$, $d_2 = 6,57\text{ m}$ sowie der durch die Brennweite $f_1 = 5\text{ m}$ gegebene Abstand der Sammellinse vom Drehspiegel sind fest gewählt. Der Abstand d zwischen Laseraustrittsöffnung und Drehspiegel ist variabel mit dem Maximum $d_{\text{max}} = 6,80\text{ m}$. Der Abstand der Sammellinse vom Drehspiegel ist bewusst gleich ihrer Brennweite gewählt, denn dann wird jeder parallel einfallende Strahl auf denselben Punkt auf dem Drehspiegel fixiert. Dadurch ist der Abstand s auf dem Schirm nur noch vom Drehwinkel des Spiegels abhängig, nicht mehr aber vom Auftreffpunkt des Laserstrahls.

Durch die Verwendung der Sammellinse ergibt sich als weiterer Vorteil, dass die durch Beugungseffekte an jeder Grenzfläche immer stärker divergierenden Laserstrahlen wieder gebündelt werden. Dadurch erhalten wir auf dem Schirm immer noch einen hinreichend scharfen Leuchtfleck. Wählt man die Position

der Linse geschickt, so treffen sich alle reflektierten Strahlen stets in demselben Punkt im Abstand s von der Mittelachse des Schirms. Dadurch erhält man einen ruhenden Leuchtfleck auf dem Schirm, obwohl der Spiegel rotiert. Dies liegt daran, dass die vom Drehspiegel kommenden Strahlen von der Linse derart umgekehrt zurückgesandt werden, dass sie auf den inzwischen um einen Winkel Θ verdrehten Spiegel so auftreffen, dass sie alle denselben Strahlenweg bis zum Schirm verfolgen.

Als Gegenstandsweite sei

$$g = d + f_1$$

und als Bildweite

$$b = d_1 - f_1 + d_2$$

gewählt. Setzt man dies in die Abbildungsgleichung ein, so erhält man nach trivialer Umformung:

$$d = \frac{f_1^2}{d_1 + d_2 - 2f_1} \approx 6,579 \text{ m}$$

Somit ist der Abstand zwischen Drehspiegel und Laser gefunden. Da wir auf dem Schirm ein scharfes Bild erhalten möchten, haben wir so auch gleichzeitig den Abstand zwischen Drehspiegel und Schirm gefunden, er entspricht gerade d .

Der Drehspiegel rotiere mit der Frequenz ν . Die Zeit Δt , nach der der Strahl zum zweiten Mal auf den Spiegel trifft, berechnet sich zu:

$$\Delta t = \frac{2(d_1 + d_2)}{c}$$

Nach Δt hat sich der Spiegel um den Winkel Θ verdreht. Für diesen gilt:

$$\Theta = 2\pi\nu \cdot \Delta t$$

Zwischen den beiden Strahlen findet sich dann aufgrund der Reflexion am Spiegel eine Differenz um 2Θ . Aus der Geometrie des Aufbaus lässt sich diese Ablenkung beschreiben als

$$2\Theta \approx \tan(2\Theta) = \frac{s}{d}$$

wobei die Kleinwinkelnäherung des Tangens genutzt wurde, da die vorkommenden Winkel gering sind. Setzt man obige Beziehungen für Θ und Δt ein, so erhält man nach kurzer Umformung:

$$c = 8\pi\nu \frac{d(d_1 + d_2)}{s}$$

Im Versuch messen wir die Ablenkung s auf dem Schirm, welche praktischerweise wie zuvor besprochen für eine feste Frequenz ν konstant bleibt. Mit obiger Formel lässt sich daraus dann die Lichtgeschwindigkeit bestimmen.

Es soll nun noch die Größenordnung von s bestimmt werden. Dazu setzen wir die per Definition festgelegte Lichtgeschwindigkeit $c = 299792458 \text{ m/s}$ sowie die maximale Frequenz $\nu = 500 \text{ Hz}$ in die obige, nach s umgestellte Formel ein:

$$s = 8\pi\nu \frac{d(d_1 + d_2)}{c} = 8\pi \cdot 500 \text{ Hz} \cdot \frac{6,579 \text{ m} \cdot (7,23 \text{ m} + 6,57 \text{ m})}{299792458 \text{ m/s}}$$

$$\approx 3,806 \text{ mm}$$

Es werden sich also wie erwartet nur geringe Auslenkungen zeigen.

Aufgabe 1.2: Justierung der Apparatur und Messung

Nachdem die Grundlagen der Versuchsmethode geklärt sind, soll nun die Apparatur justiert und anschließend die Messungen durchgeführt werden. Bei der Justierung müssen mehrere Faktoren berücksichtigt werden:

- Der Laser muss so positioniert werden, dass der Strahl die Mitte des Drehspiegels trifft
- Der Winkel des Drehspiegels muss so eingestellt werden, dass der Laserstrahl auf die Mitte des Umlenkspiegels trifft
- Die Linse wird so in das System gebracht, dass der Brennpunkt stets im Drehpunkt des Drehspiegels liegt und die Strahlen parallel auf die Linse treffen
- Der Umlenkspiegel wird so eingestellt, dass der Laserstrahl mittig auf den Endspiegel fällt
- Der Endspiegel muss so positioniert werden, dass der Strahl in sich selbst reflektiert wird

Die Positionen der einzelnen Bauelemente gehen dabei aus den Vorüberlegungen aus Aufgabe 1.1 hervor. Wir werden in Abhängigkeit der Drehfrequenz ν des Spiegels die Auslenkung s des Strahls mit Hilfe einer Lupe messen. Die Drehfrequenz selbst wird dabei mittels einer elektronischen Frequenzanzeige ermittelt, welche über einen Phototransistor direkt die Frequenz des Spiegels misst. Wir wollen zusätzlich die Frequenz $\nu = 440$ Hz einstellen, indem wir die durch die Rotation entstehenden Motorgeräusche mit einer auf diese Frequenz angepassten Stimmgabel vergleichen. Zusätzlich überprüfen wir die Frequenz dann mit dem auf der elektronischen Frequenzanzeige sichtbaren Wert.

Aufgabe 2: Phasenvergleichsmethode

Die im nachfolgenden Versuchsblock beschriebene Phasenvergleichsmethode stellt die zweite im Rahmen unseres Praktikums angebotene Methode zur Messung der Lichtgeschwindigkeit dar. Mit Hilfe dieses Versuchs wird es uns möglich sein, die Phasengeschwindigkeit des Lichts zu bestimmen.

Aufgabe 2.1: Vorbereitung auf den Versuch

Das Grundprinzip des Versuchs ist die Messung der Phasenverschiebung zweier Spannungssignale, welche an einem Oszilloskop ausgewertet werden können. Dazu speist man eine Leuchtdiode mit einer Wechselspannung mit der Kreisfrequenz $\omega = 2\pi \cdot 60$ Hz und leitet dieses Signal zugleich an den ersten Eingang des Oszilloskops. Im Abstand d zur Leuchtdiode steht eine Photodiode, welche das ausgesandte Licht erneut in eine Wechselspannung umwandelt, welche im Vergleich zur Leuchtdiode eine Phasenverschiebung aufgrund der zeitlichen Differenz

$$\Delta t = \frac{d}{c}$$

beider Signale erfahren hat. Diese Spannung wird an den zweiten Eingang des Oszilloskops geleitet. Es soll nun zuvor überlegt werden, mit welcher Frequenz ν_{mod} man die Lichtsignale dergestalt moduliert,

dass sich bei einem Laufweg von $d = 1 \text{ m}$ eine deutliche Zeitmarkenverschiebung von $\Delta t = \frac{T}{10}$ ergibt. Nach obiger Formel gilt dann:

$$\nu_{\text{mod}}^{-1} = T = 10 \cdot \Delta t = 10 \cdot \frac{d}{c} = 10 \cdot \frac{1 \text{ m}}{299792458 \text{ m/s}} \approx 0,334 \text{ ns}$$

$$\Leftrightarrow \nu_{\text{mod}} \approx 3 \cdot 10^7 \text{ Hz} = 30 \text{ MHz}$$

Damit ist die Modulationsfrequenz gefunden. Das verwendete Oszilloskop soll diese Zeitmarkenverschiebung noch deutlich, beispielsweise in Form einer Verschiebung von $\delta = 5 \text{ mm}$, auflösen. Dazu müsste es die horizontale Ablenkgeschwindigkeit

$$v_{\text{hor}} = \frac{\delta}{\Delta t} = \frac{\delta \cdot c}{d} = \frac{5 \text{ mm} \cdot 299792458 \text{ m/s}}{1 \text{ m}}$$

$$= 149,9 \frac{\text{cm}}{\mu\text{s}}$$

besitzen. Dies entspricht etwa dem Fünfzehnfachen der Ablenkgeschwindigkeit $v_{\text{oszi}} = 10 \text{ cm}/\mu\text{s}$ konventioneller Oszilloskope, weshalb diese für die Darstellung der Zeitmarkenverschiebungen nicht geeignet wären. Aufgrund dessen wollen wir ein zweites Signal mit dem modulierten Signal multiplizieren. Dadurch erhalten wir eine Schwebung, bei welcher aber die ursprüngliche Phasenverschiebung erhalten bleibt. Dies soll rechnerisch gezeigt werden.

Das modulierte Signal mit Kreisfrequenz ω und Phasenverschiebung Φ sei $U_m(t) = a \cdot \cos(\omega t + \Phi)$, das zusätzliche mit der Kreisfrequenz Ω sei $U_z(t) = A \cdot \cos(\Omega t)$. Die Multiplikation beider Signale ergibt:

$$U(t) = U_m \cdot U_z = a \cdot A \cdot \cos(\omega t + \Phi) \cdot \cos(\Omega t)$$

$$= \frac{a \cdot A}{2} [\cos((\omega - \Omega)t + \Phi) + \cos((\omega + \Omega)t + \Phi)]$$

Dabei wurde das Theorem für die Multiplikation zweier Cosinus-Funktionen genutzt. Mit Hilfe eines Tiefpasses können wir das hochfrequente Signal mit der Kreisfrequenz $\omega + \Omega$ herausfiltern. Wir erhalten so ein niederfrequentes Signal mit der Kreisfrequenz $\omega - \Omega$, in welchem noch die ursprüngliche Phasenverschiebung Φ enthalten ist.

Im Versuch werden wir auf diese Weise nicht nur das Einspeisungssignal der Leuchtdiode, sondern auch das von der Photodiode stammende Spannungssignal bearbeiten. Wir erhalten so zwei Signale der Form

$$U_L(t) = \frac{a \cdot A}{2} \cos((\omega - \Omega)t + \Phi_1)$$

$$U_P(t) = \frac{a \cdot A}{2} \cos((\omega - \Omega)t + \Phi_2)$$

Die für uns relevante Phasenverschiebung ist $\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$. Ohne spezielle Behandlung besitzt das Signal die Periodendauern $T = \frac{2\pi}{\omega}$, danach finden wir ein Signal mit der Periodendauer $T_{\text{var}} = \frac{2\pi}{\omega - \Omega}$ vor. Mit den im Versuch gewählten Kreisfrequenzen $\omega = 2\pi \cdot 60 \text{ MHz}$ sowie $\Omega = 2\pi \cdot 59,9 \text{ MHz}$ ergibt sich so der Zeitdehnungsfaktor τ zu:

$$\tau = \frac{T_{\text{var}}}{T} = \frac{\omega}{\omega - \Omega} = \frac{2\pi \cdot 60 \text{ MHz}}{2\pi \cdot 60 \text{ MHz} - 2\pi \cdot 59,9 \text{ MHz}}$$

$$\approx 600$$

Da die Zeitdifferenz proportional zur Periodendauer ist, erhalten wir so auch eine um den Faktor $\tau = 600$ vergrößerte Zeitdifferenz $\Delta t'$, welche wir nun mit konventionellen Oszilloskopen aufnehmen können.

Aufgabe 2.2: Justierung der Apparatur und Eichmessungen

Nachdem die theoretischen Grundlagen zur Phasenvergleichsmethode nun erläutert wurden, soll in dieser Teilaufgabe die Apparatur justiert sowie Eichmessungen durchgeführt werden. Mit Hilfe von Justierschrauben und einem verschiebbaren Kondensator ist es uns möglich, die Leuchtdiode zu zentrieren sowie einen Strahl zu erzeugen, welcher möglichst parallel zu einer am Messplatz angebrachten Zeiß-Schiene verlaufen sollte.

Zusätzlich bringen wir vor der Photodiode eine Sammellinse mit der Brennweite $f = 15 \text{ cm}$ an, wodurch die Lichtausbeute maximiert wird. Dazu nutzen wir das Oszilloskop, mit dessen Hilfe wir feststellen können, an welcher Position sich dieses Maximum ergibt.

Die Modulationsfrequenz ω wird von uns an der nicht grünberingten Buchse des Lichtsenders gemessen, wobei darauf zu achten ist, dass dieser Ausgang um den Faktor 10 untersetzt ist. Des Weiteren messen wir die resultierende Frequenz $\omega - \Omega$ nach der Multiplikation.

Abschließend werden wir die Zeitablenkung des Oszilloskops mit Hilfe des $\frac{\omega}{10}$ -Signals in den Zeitbereichen $0,5 \mu\text{s}/\text{DIV}$ sowie $0,1 \mu\text{s}/\text{DIV}$ eichen. Diese Eichung ist notwendig, da die Kreisfrequenz des Signals hinreichend genau und stabil ist, wohingegen die Eichgenauigkeit der Zeitbasisgeneratoren von konventionellen Oszilloskopen häufig zu wünschen übrig lässt.

Aufgabe 2.3: Lichtgeschwindigkeits- und Brechzahlmessungen

In der folgenden Teilaufgabe sollen nun verschiedene Messungen an der justierten und geeichten Apparatur durchgeführt werden.

Aufgabe 2.3.1: Lichtgeschwindigkeit in Luft

Wir messen nun mit Hilfe des Oszilloskops die zeitliche Differenz $\Delta t'$ des $(\omega - \Omega)$ -Signals vom Sender sowie von der Photodiode in Abhängigkeit von der Weglänge d . Die Lichtgeschwindigkeit ergibt sich daraus dann durch

$$c = \frac{d}{\Delta t} = \frac{\omega}{\omega - \Omega} \frac{d}{\Delta t'} \approx 600 \cdot \frac{d}{\Delta t'}$$

Aufgabe 2.3.2: Brechzahl von Wasser

Wir ersetzen nun bei einer von uns gewählten Weglänge d den Lichtweg von 1 m in Luft durch einen Lichtweg von 1 m in Wasser mit der Brechzahl n_{Wasser} . Dadurch ergibt sich aufgrund der geringeren Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichts im Wasser eine Zeitdifferenz $\Delta t'$, welche von uns wieder gemessen wird. Für die Brechzahl von Wasser gilt:

$$n_{\text{Wasser}} = \frac{c_{\text{Vakuum}}}{c_{\text{Wasser}}} \approx \frac{c_{\text{Luft}}}{c_{\text{Wasser}}}$$

Für die Laufzeitdifferenz Δt ergibt sich so:

$$\Delta t = \frac{d - 1 \text{ m}}{c_{\text{Luft}}} + \frac{1 \text{ m}}{c_{\text{Wasser}}}$$

Setzt man obige Beziehung für die Lichtgeschwindigkeit in Wasser ein und formt nach der Brechzahl um, so erhält man:

$$n_{\text{Wasser}} = \frac{\Delta t \cdot c_{\text{Luft}} - d}{1 \text{ m}} + 1$$

Beachtet man wieder, dass wir durch die Behandlung des Signals ein um den Zeitfaktor τ gestrecktes Signal $\Delta t'$ aufnehmen, so ergibt sich:

$$n_{\text{Wasser}} = \frac{\frac{\omega - \Omega}{\omega} \cdot \Delta t' \cdot c_{\text{Luft}} - d}{1 \text{ m}} + 1$$

Wählen wir also eine Weglänge d und messen die Zeitdifferenz $\Delta t'$, so können wir unter Verwendung unseres Ergebnisses aus Aufgabe 2.3.1 für die Lichtgeschwindigkeit die Brechzahl von Wasser herausfinden.

Aufgabe 2.3.3: Brechzahl von Plexiglas

Der Gang des Versuchs ist analog zu Aufgabe 2.3.2, allerdings nutzen wir nun eine Plexiglasprobe mit der Brechzahl n_{Wasser} und der Länge x . Dadurch ergibt sich die Brechzahl des Plexiglasses zu:

$$n_{\text{Plexiglas}} = \frac{\frac{\omega - \Omega}{\omega} \cdot \Delta t' \cdot c_{\text{Luft}} - d}{x} + 1$$

Aufgabe 2.3.4: Lichtgeschwindigkeit in Luft durch Lissajous-Figuren

Die Darstellung der Signale im XY-Betrieb des Oszilloskops ermöglicht das Darstellen von Lissajous-Figuren. Auf diese Weise wollen wir die Lichtgeschwindigkeit in Luft bestimmen. Dies hat den Vorteil, dass man die schlechte Eichung der Zeitbasisgeneratoren des Oszilloskops umgeht. Wir setzen die Frequenz ν fest und stellen den Abstand d zwischen Leuchtdiode und Photodiode so ein, dass sich eine Gerade als Lissajous-Figur einstellt. Dies entspricht einer Wegdifferenz von $\lambda/2$.

Wir messen nun die Wegdifferenz Δs , bei der sich erneut eine Gerade auf dem Oszilloskop ergibt. Für diese Wegdifferenz gilt dann gerade:

$$\Delta s = \frac{\lambda}{2}$$

Dadurch lässt sich direkt die Lichtgeschwindigkeit ermitteln:

$$c = \lambda \cdot \nu = 2\nu \Delta s$$

Aufgabe 2.3.5: Lichtgeschwindigkeit im Medium durch Lissajous-Figuren

Wir wollen abschließend eine Brechzahlbestimmung mittels Lissajous-Figuren durchführen. Dazu nutzen wir einen ähnlichen Versuchsaufbau wie in Aufgabe 2.3.4. Dort stellen wir zunächst den Abstand d so ein, dass sich auf dem Oszilloskop eine Gerade ergibt. Dann bringen wir ein Medium mit der Brechzahl n und der Länge x ein.

Durch das Einbringen des Mediums verändert sich die Phasenverschiebung. Um wieder eine Gerade zu erhalten, müssen wir die Weglänge in Luft um Δs verringern, da sie durch das Medium um denselben Faktor vergrößert wurde. Die Brechzahl des Mediums ergibt sich nach Messung von Δs durch:

$$n = \frac{\Delta s}{x} + 1$$

Quellenverzeichnis

Meschede, D.: Gerthsen Physik

Eichler, Kronfeldt, Sahn: Das neue physikalische Grundpraktikum

Demtröder, W.: Experimentalphysik Band 2 - Elektrizität und Optik

Skizze zur Gruppen- und Phasengeschwindigkeit:

http://en.wikipedia.org/wiki/File:Wave_packet.svg

Physikalisches Anfängerpraktikum P1

**Versuch:
P1-42,44
Lichtgeschwindigkeit**

Auswertung

von

Georg Fleig (georg@leech.it)
Marcel Krause (mrrrc@leech.it)

Gruppe: Di-11

Datum der Versuchsdurchführung:

17.01.12

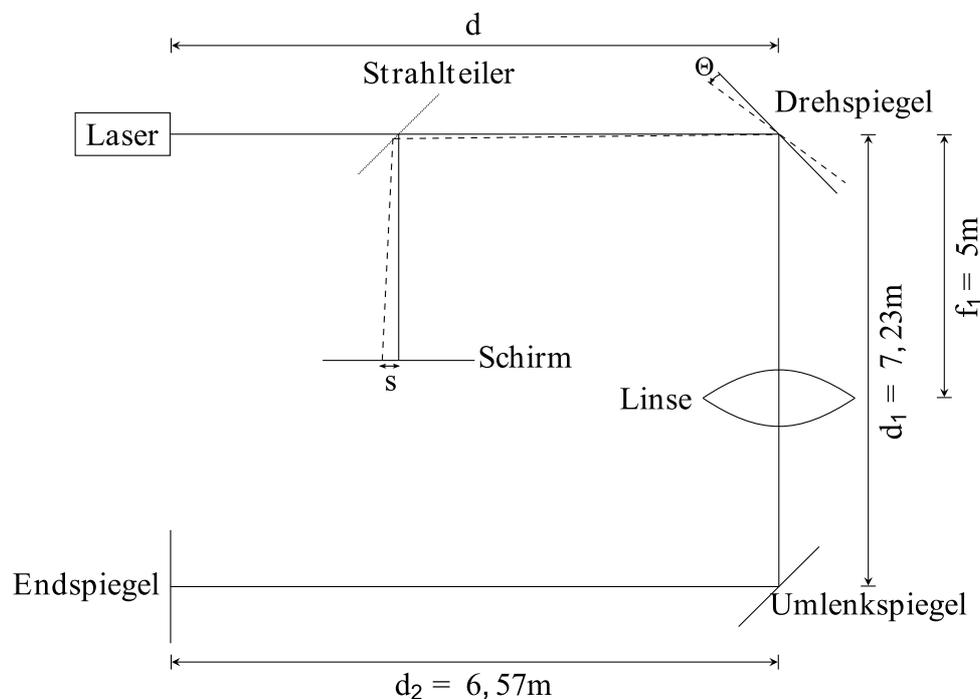
Aufgabe 1: Drehspiegelmethode

Die Drehspiegelmethode ist die erste im Rahmen dieser Versuchsreihe vorgestellte Methode zur Messung der Lichtgeschwindigkeit. Der Versuch diente uns zur Messung der Gruppengeschwindigkeit des Lichts in Luft.

Aufgabe 1.1: Vorbereitung auf den Versuch

Die ausführliche Diskussion des Versuchs findet sich in den Vorbereitungen. Es soll hier noch einmal kurz auf die wesentlichen Grundzüge eingegangen werden. Der monochromatische Strahl des Lasers durchläuft zunächst einen Strahlteiler, um dann auf einen Drehspiegel zu treffen. An ihm wird der Strahl reflektiert und durch eine Sammellinse gesandt, um dann auf einen Umlenkspiegel zu treffen, welcher den Strahl auf den Endspiegel weiterleitet.

Von dort durchläuft der Strahl denselben Weg zurück zum inzwischen um den Winkel Θ rotierten Drehspiegel, welcher den Strahl auf den Strahlteiler reflektiert. Vom Strahlteiler aus gelangt der Strahl letztlich auf einen Schirm, wo wir ihn beobachten konnten.



Gemessen wurde von uns nun die Ablenkung s in Abhängigkeit der Frequenz ν des Drehspiegels. Mit den in der Skizze erkennbaren Größen ergibt sich die Lichtgeschwindigkeit dann zu:

$$c = 8\pi\nu \frac{d(d_1 + d_2)}{s}$$

Die Größe des zu erwartenden Effekts wurde von uns im Voraus auf $s_{\max} \approx 3,806$ mm berechnet. Wie später in unserer Messwertetabelle festgehalten, hat sich diese Größenordnung bestätigt. Die Aufgaben der Linse waren im Wesentlichen:

- Sie bündelt die nach der Reflexion aufgrund von Beugungseffekten divergierenden Laserstrahlen.

- Durch geschickte Positionierung der Linse trifft deren Brennpunkt auf den Drehspiegel und sorgt so dafür, dass sich alle Strahlen an demselben Punkt auf dem Spiegel vereinen. Dadurch erhalten wir einen stabilen Punkt auf dem Schirm.

Aufgabe 1.2: Justierung der Apparatur und Messung

Die gesamte Versuchsanordnung war bereits vollständig aufgebaut, sodass auch die Abstände $d = 6,58$ m vom Laser zum Drehspiegel, $d_1 = 7,23$ m vom Drehspiegel zum Umlenkspiegel sowie $d_2 = 6,57$ m vom Umlenkspiegel zum Endspiegel bereits fest gewählt und in Form des Versuchsaufbaus realisiert waren. Es wurde so von uns lediglich noch eine Justierung der einzelnen Komponenten durchgeführt, wie wir es in der Vorbereitung angesprochen haben:

- Der Winkel des Drehspiegels wurde von uns zunächst so eingestellt, dass der Laserstrahl direkt auf das Zentrum des Umlenkspiegels fiel.
- Die Linse wurde von uns so in das System gebracht, dass der Brennpunkt stets im Drehpunkt des Drehspiegels lag und die Strahlen parallel auf die Linse trafen. Der Abstand von der Linse zum Drehspiegel entsprach dabei genau ihrer Brennweite von $f_1 = 5$ m.
- Der Umlenkspiegel war bereits perfekt positioniert, sodass der Laserstrahl exakt mittig auf den Endspiegel traf.
- Der Endspiegel wurde von uns so eingestellt, dass der Strahl in sich selbst reflektiert wurde.

Nachdem die Justierung abgeschlossen war, haben wir den Laserpunkt auf der Skala registriert, welcher nun zu sehen war, um unseren Offset herauszufinden. Dieser lag bei $s_0 = 13$ mm, sodass wir von allen weiteren aufgenommenen Werten diesen Offset abgezogen haben. Wir haben nun schrittweise die Umdrehungsfrequenz ω des Motors erhöht, welcher mit dem Drehspiegel verbunden war. Dabei beschreibt

$$\nu = 60 \text{ s} \cdot \omega$$

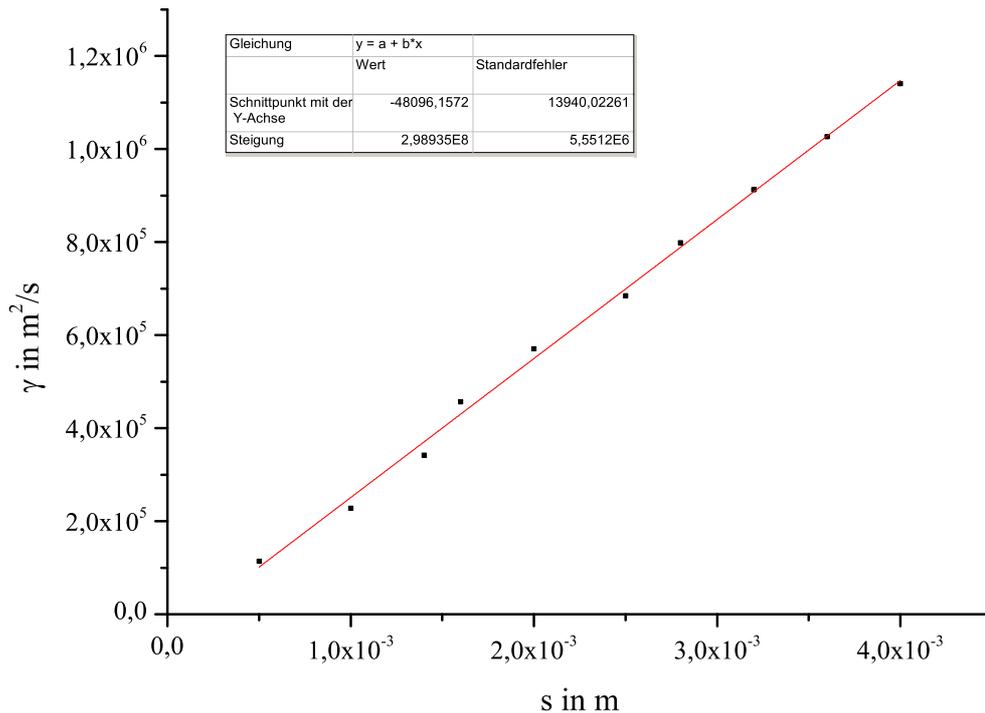
den trivialen Zusammenhang zwischen der Umdrehungsfrequenz des Motors und der Frequenz ν des Drehspiegels. Nachfolgend finden sich die von uns aufgenommenen Messwerte für die um den Offset korrigierte Auslenkung s in Abhängigkeit der Drehfrequenz ν .

ω in 1/min	3000	6000	9000	12000	15000	18000	21000	24000	27000	30000
ν in Hz	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500
s in mm	0,5	1	1,4	1,6	2	2,5	2,8	3,2	3,6	4

Zur Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit stellen wir die Auswertungsformel aus Aufgabe 1.1 um:

$$8\pi\nu d(d_1 + d_2) = \gamma = c \cdot s$$

Mit Hilfe des Datenverarbeitungsprogramms Origin tragen wir nun die Werte für γ und s in ein Diagramm ein und lassen eine lineare Regression durchführen.



Da wir die Auftragung bereits geschickt gewählt haben, entspricht die Steigung der Regressionsgeraden direkt der Lichtgeschwindigkeit

$$c = (2,989 \pm 0,056) \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Origin gibt automatisch noch den statistischen Fehler auf c mit $\sigma_c = 0,056 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ an. Mit diesem Fehler liegt der Literaturwert bereits innerhalb unseres Messergebnisses. Dieses weicht nur um etwa $-0,3\%$ vom per Definition festgelegten Literaturwert von $c_{\text{Lit}} = 299792458 \text{ m/s}$ ab. Trotz dieses für uns überraschend guten Messergebnisses sollen in einer kritischen Auseinandersetzung mit dem Versuchsaufbau sowie der Durchführung einige Fehlerquellen aufgeführt werden:

- Zunächst ist der Versuchsaufbau selbst hochempfindlich, sodass schon ein leichtes Berühren des Tisches, auf welchem der Laser positioniert war, zu einer teils enormen Verschiebung des gesamten Systems geführt hat, wodurch die Anlage erneut justiert werden musste. Auch war die Justierung selbst ein sehr schwieriges Unterfangen, sodass wir trotz sorgfältiger Prüfung nicht sicherstellen konnten, dass der Strahlengang optimal verlief.
- Die Einstellung der gewünschten Drehfrequenzen stellt eine zweite, große Fehlerquelle dar, denn auf dem elektronischen Umdrehungszähler schwankte der Wert der Umdrehungsfrequenz teils erheblich. Dies lag entweder daran, dass der Zähler selbst recht ungenau war, oder aber dass die Motorfrequenz aufgrund von Unwuchten oder anderen Instabilitäten tatsächlich stark schwankte.
- Als weiterer Fehler sei die Ablesung der Auslenkungen s genannt. Trotz sorgfältiger Justierung war der auf dem Schirm abgebildete Punkt immer noch recht unscharf, sodass eine genaue Ablesung der Auslenkung aufgrund der groben Skaleneinteilung recht schwierig war.

Beachtet man diese Fehlerquellen, so lässt sich die Abweichung unseres Ergebnisses vom Literaturwert erklären. Die Fehler sind dabei sowohl systematischer wie auch statistischer Natur.

Als zusätzliche Aufgabe haben wir noch versucht, eine vorgegebene Frequenz nur anhand von Schwebungen zwischen Motorgeräusch und dem Klang einer Stimmgabel einzustellen. Aufgrund der Lautstärke des Motors und dem schnell abklingenden Stimmgabelklang war dies recht schwierig, nach einer Weile gelang es uns jedoch, die Schwebung auf ein kleineres Frequenzgebiet einzugrenzen.

Wir haben auf der elektronischen Anzeige dann die Motorfrequenz $\omega = 27000 \text{ }^1/\text{min}$ entsprechend der Spiegelfrequenz $\nu = 450 \text{ Hz}$ abgelesen. Die Stimmgabel war auf eine Frequenz von $\nu_0 = 440 \text{ Hz}$ geeicht, welche ungefähr mit der von uns nur nach Gehör eingestellten Frequenz überein sprach.

Aufgabe 2: Phasenvergleichsmethode

Bei dieser Methode haben wir die die Lichtgeschwindigkeit durch den Vergleich der Phasengeschwindigkeiten eines Signals gemessen. Dazu haben wir eine LED mit der Spannung Spannung betreiben, diese gleichzeitig am Oszilloskop gemessen. Zusätzlich wurde die erzeugte Spannung einer Photodiode dargestellt welche im Abstand d von der LED entfernt stand. Durch die verzögerte Signalübertragung konnten wir eine Phasenverschiebung feststellen und daraus schließlich die Lichtgeschwindigkeit bestimmen.

Aufgabe 2.1: Vorbereitung auf den Versuch

In der Vorbereitung wurde bereits gezeigt, dass die Zeitablenkung des Oszilloskops viel zu klein wäre um die Signale vernünftig darzustellen. Daher wurden die beiden Signale mit einem Hilfssignal moduliert um in einen Bereich niedriger Frequenzen zu gelangen. Die Phasenverschiebung der Signale blieb dabei erhalten, dies wurde ebenfalls in der Vorbereitung gezeigt.

Aufgabe 2.2: Justierung der Apparatur und Eichmessung

Die Apparatur war bereits vollständig aufgebaut und verkabelt. Sämtliche Technik wie der Frequenzmodulator oder der Tiefpass befanden sich kompakt in einem Gerät vereint. Anhand des dort aufgedruckten Blockschaltbildes überprüften wir den Aufbau, welcher korrekt war.

Mit Hilfe der Justierschrauben haben wir die LED so ausgerichtet, dass das Signal der Photodiode am Oszilloskop maximal war. Die Linse zur Lichtbündelung befand sich im Abstand von 15 cm von der Photodiode entfernt, was genau ihrer Brennweite entsprach.

Die Modulationsfrequenz ω haben wir am zweiten Anschluss der LED mit einem Frequenzzähler gemessen. Diese wurde dort um den Faktor 10 untersetzt ausgegeben. Multipliziert mit dem Faktor 10 erhielten wir den Wert $\omega = 2\pi \cdot 59,989 \text{ MHz}$. Dieser entspricht ziemlich genau dem angegebenen Wert aus der Versuchsbeschreibung mit $(\omega)_{\text{Angabe}} \cong 2\pi \cdot 60 \text{ MHz}$.

Wir haben ebenfalls die Differenzfrequenz $\omega - \Omega$ mit dem Frequenzzähler bestimmt und erhielten hier den Wert $\omega - \Omega = 2\pi \cdot 99,879 \text{ kHz}$. Damit ergibt sich für den Zeitdehnungsfaktor τ

$$\tau = \frac{\omega}{\omega - \Omega} = 600,62$$

Dieser Wert stimmt ziemlich genau mit dem berechneten Wert aus der Vorbereitung überein.

Schließlich sollten wir noch die Zeitablenkung des Oszilloskops eichen, da diese bei älteren Geräten oft nicht sonderlich genau war. Bei dem Gerät, das wir im Versuch verwendeten wäre dies eigentlich nicht nötig gewesen, wurde aber dennoch, wie von der Aufgabenstellung gefordert, durchgeführt.

Am Oszilloskop wählten wir die Einstellung $0,5 \frac{\mu\text{s}}{\text{cm}}$ und betrachteten wieder das $\frac{\omega}{10}$ Signal der LED. Auf der Schirmbreite von $x = 10 \text{ cm}$ wurden 30 volle Perioden des Signals dargestellt. Mit der Gleichung

$$\zeta_{0,5} = \frac{Tn}{x} = \frac{n \cdot 2\pi \cdot 10}{x\omega} = 0,50009 \frac{\mu\text{s}}{\text{cm}}$$

erhalten wir die tatsächliche Zeitablenkung. Dieser Wert ist nahezu perfekt. Es wird daher keine Eichung benötigt. Bei der Einstellung $0,1 \frac{\mu\text{s}}{\text{cm}}$ werden 6 volle Perioden dargestellt. So ergibt sich

$$\zeta_{0,1} = 0,10000 \frac{\mu\text{s}}{\text{cm}}$$

Dieser Wert ist ebenfalls perfekt. Auf die Eichung kann komplett verzichtet werden.

Aufgabe 2.3: Lichtgeschwindigkeits- und Brechzahlmessung

Aufgabe 2.3.1: Lichtgeschwindigkeit

Um die Lichtgeschwindigkeit zu bestimmen haben wir zunächst das Sender- und Empfängersignal durch den Regler an der Gerätebox für einen beliebigen Abstand d_0 in Phase gebracht. Dann haben wir diesen Abstand in 10 cm Schritten erhöht und jeweils die zeitliche Differenz zwischen den beiden Signalen gemessen. Diese Messung haben wir für 10 verschiedene Abstände d zum ursprünglichen Abstand d_0 durchgeführt. In der Tabelle sind die Messwerte zusammengefasst. Es wurde Δt mit

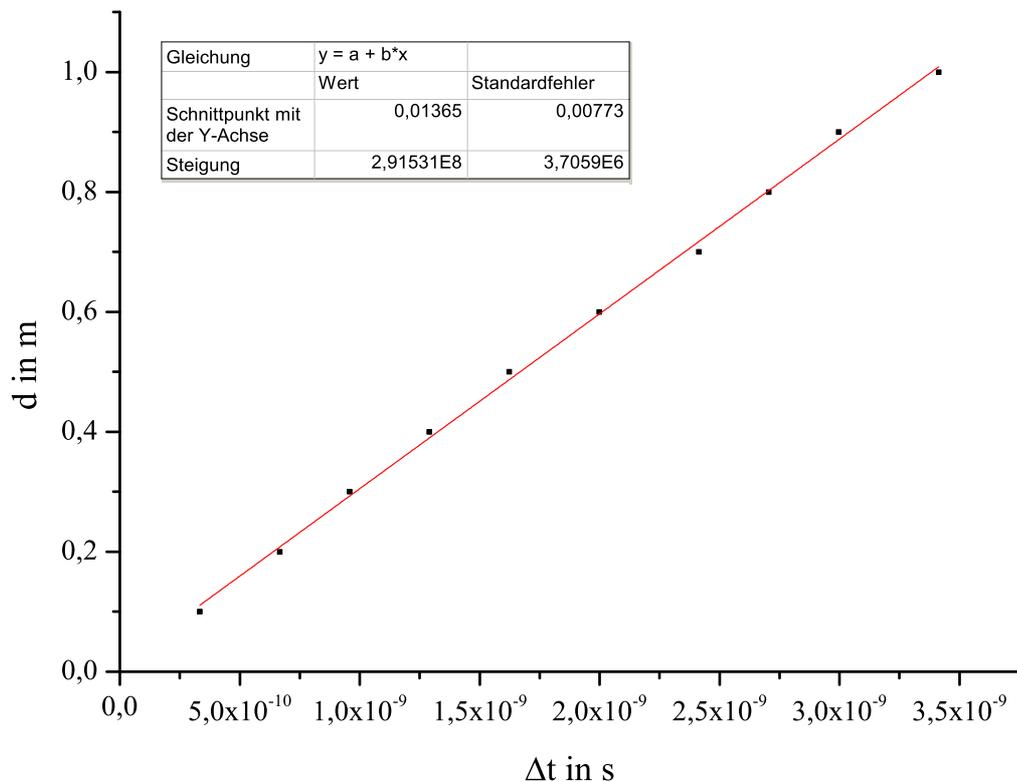
$$\Delta t = \frac{\omega - \Omega}{\omega} \Delta t'$$

berechnet und schließlich c über die Gleichung

$$c = \frac{d}{\Delta t}$$

d in m	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$\Delta t'$ in μs	0,2	0,4	0,575	0,775	0,975	1,2	1,45	1,625	1,8	2,05
Δt in μs	3,330E-04	6,660E-04	9,573E-04	1,290E-03	1,623E-03	1,998E-03	2,414E-03	2,706E-03	2,997E-03	3,413E-03
c in m/s	3,003E+08	3,003E+08	3,134E+08	3,100E+08	3,080E+08	3,003E+08	2,900E+08	2,957E+08	3,003E+08	2,930E+08

Anstatt den Mittelwert der einzelnen Messergebnisse zu bilden, haben wir d über Δt aufgetragen und eine lineare Regression durchgeführt, um einen genaueren Wert zu erhalten. Die Steigung dieser Regressionsgeraden entspricht genau der gesuchten Lichtgeschwindigkeit.



So erhalten wir einen Wert von

$$c = (2,9153 \pm 0,0371) \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Origin gibt uns zusätzlich noch den statistischen Fehler auf c mit $\sigma_c = 0,0371 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ an. Vergleicht man unseren gemessenen Wert mit dem Literaturwert $c_{\text{Lit}} = 299792458 \text{ m/s}$, so haben wir eine relative Abweichung von -2,76%. Da der Literaturwert trotz des angegebenen Fehlers nicht in unserem Wertebereich liegt, werden wir für Berechnungen in den zukünftigen Aufgaben den Literaturwert verwenden.

Fehlerdiskussion

Wie bereits gezeigt wurde, reicht alleine der statistische Fehler, der aus der Steigung gewonnen wird, nicht für die Fehlerdiskussion aus. Man müsste noch die systematischen Fehler wie z.B. den Ablesefehler betrachten. Diesen schätzen wir als relativ hoch ein, da es schwierig war am analogen Oszilloskop die Zeitdifferenz der beiden Signale genau zu bestimmen. Je größer wir den Abstand d wählten, desto unschärfer wurde die Kurve des Empfängers. Außerdem war die ganze Apparatur relativ anfällig für leichte Stöße. Beim verschieben der LED ließ es sich nicht immer vermeiden, dass der sich Strahl dabei nicht minimal gegenüber der Photodiode verschob.

Fehlerbehaftet sind außerdem die Frequenz- und die Zeitmessung.

Aufgabe 2.3.2: Brechzahl von Wasser

In dieser Teilaufgabe ging es darum den Brechungsindex von Wasser zu bestimmen. Dazu haben wir zunächst bei einem beliebigen Abstand zwischen LED und Photodiode die zeitliche Verschiebung der Signale auf 0 geeicht. Nun wurde ein Gefäß der Länge $l = 1$ m in den Lichtstrahl eingebracht. Wir haben die Zeitdifferenz des Sende- und des Empfangssignals am Oszilloskop bestimmt und diese Messung für verschiedene Abstände d zur ursprünglichen Nulllage durchgeführt. Die Messwerte sind in folgender Tabelle zu sehen:

d in m	0	0,1	0,2	0,3	0,4
$\Delta t'$ in μs	0,8	0,625	0,725	0,75	0,7
Δt in μs	1,332E-03	1,041E-03	1,207E-03	1,249E-03	1,165E-03
n_{Wasser}	1,40	1,31	1,36	1,38	1,35

Der Brechungsindex wurde mit der Formel aus der Vorbereitung berechnet:

$$n_{\text{Wasser}} = 1 + \frac{c_{\text{Luft}} \Delta t - d}{l}$$

Als Mittelwert erhalten wir

$$\overline{n_{\text{Wasser}}} = 1,36$$

Im Vergleich zum Literaturwert von $n_{\text{Wasser,Lit}} = 1,33$ haben wir eine relative Abweichung von 2,26% erreicht. Die anzunehmenden Fehler sind hier ähnlich wie bei Aufgabe 2.3.1. Hinzu kommt noch, dass die Gefäßwände aus Glas waren, welches einen noch höheren Brechungsindex als Wasser aufweist.

Aufgabe 2.3.3: Brechzahl von Plexiglas

Anschließend haben wir noch den Brechungsindex eines Plexiglaskörpers bestimmt. Dies erfolgte entsprechend wie in Aufgabe 2.3.2. Die Länge des Körpers betrug $l = 0,3$ m. Im Folgenden sind die Messwerte sowie die Brechungsindizes aufgelistet.

d in m	0	0,2	0,4	0,6	0,8
$\Delta t'$ in μs	0,3	0,325	0,275	0,3	0,3
Δt in μs	4,995E-04	5,411E-04	4,579E-04	4,995E-04	4,995E-04
$n_{\text{Plexiglas}}$	1,50	1,54	1,46	1,50	1,50

Der Mittelwert beträgt

$$\overline{n_{\text{Plexiglas}}} = 1,50$$

und hat somit eine relative Abweichung von 0,67% zum Literaturwert, der nach Wikipedia mit $n_{\text{Plexiglas,Lit}} = 1,49$ angegeben ist.

Aufgabe 2.3.4: Lichtgeschwindigkeitsmessung mit Lissajous-Figuren

Um die Lichtgeschwindigkeit erneut zu messen, haben wir am Oszilloskop im X/Y-Betrieb das Empfängersignal über dem Sendesignal dargestellt. Wir eichten zunächst die Zeitverschiebung so, dass sich eine Gerade ausbildete, also eine Phasenverschiebung von $\varphi = 0$. Dann haben wir die LED so lange von der Photodiode wegbewegt, bis sich ein Kreis ausbildete, welcher einer Phasenverschiebung von $\varphi = \frac{\lambda}{4}$ entspricht. Mit dieser Wegdifferenz Δs kann die Lichtgeschwindigkeit bestimmt werden. Die Formel dazu wurde bereits in der Vorbereitung mit

$$c = \lambda f = 2f \Delta s$$

angegeben. Bei unserer Messung betrug $\Delta s = 1,25$ m und damit erhalten wir für c mit der Frequenz f des Senders

$$c = 2,9995 \cdot 10^8 \text{ m}$$

Dies entspricht einer relativen Abweichung von 0,05% vom Literaturwert. Dieser ziemlich gute Wert spricht für das Verfahren mit den Lissajous-Figuren. Es war wesentlich einfacher einen Kreis bzw. eine Gerade zu erzeugen, als wie zuvor Zeitdifferenzen am Oszilloskop abzulesen.

Aufgabe 2.3.5: Brechzahlbestimmung mit Lissajous-Figuren

Abschließend sollte die Brechzahlbestimmung erneut mit Hilfe der Lissajous-Figuren durchgeführt werden. Dies erfolge relativ ähnlich zu Aufgabe 2.3.4. Wir stellten die Phasenverschiebung so ein, dass sich eine Gerade auf dem Oszilloskop ausbildete. Durch das Einbringen des Probekörpers verlängerte sich der Weg des Lichtes und damit veränderte sich auch die Lissajous-Figur. Wir haben den Abstand zwischen LED und Photodiode so lange verringert, bis sich wieder die Gerade ausbildete. Über diese Wegdifferenz Δs konnten wir wiederum den Brechungsindex mit

$$n = \frac{\Delta s}{l} + 1$$

zu bestimmen.

Dies führten wir für das Gefäß mit Wasser ($l = 1$ m, $\Delta s = 0,33$ m), sowie für einen kurzen Plexigaskörper ($l = 0,08$ m, $\Delta s = 0,04$ m) durch. Damit ergaben sich folgende Brechungsindizes:

$$n_{\text{Wasser}} = 1,33$$

$$n_{\text{Plexiglas}} = 1,50$$

Der Brechungsindex von Wasser entspricht exakt dem Literaturwert, beim Plexiglas haben wir wieder eine relative Abweichung von 0,67% zum Literaturwert.