FAKULTÄT FÜR PHYSIK, Universität Karlsruhe (TH)
Praktikum Klassische Physik

~~SS~~/WS 20 11 / 12

Praktikum: (P1/~~P2~~) (~~Mo~~/Di/~~Mi~~/~~Do~~) Gruppe-Nr: 11

Name: Fleig Vorname: Georg

Name: Krause Vorname: Marcel

Versuch: Bestimmung von e/m des Elektrons **(mit/~~ohne~~)** Fehlerrechnung

Betreuer: Johann Frank Durchgeführt am: 06.12.11

Abgabe am: ....

Rückgabe am: .... Begründung:

2. Abgabe am: ....

Ergebnis: (+ / 0 / -) Fehlerrechnung: **ja / nein**

Datum: .... Handzeichen: ....

Bemerkungen:

Zutreffendes einkreisen oder nicht Zutreffendes streichen

vom Betreuer auszufüllen

Versuche P1-72, 74, 75: Bestimmung von e/m des Elektrons Raum F1-14

Sie bestimmen bei diesem Versuch die spezifische Ladung des Elektrons nach zwei verschiedenen Methoden, von denen jede ihre besonderen Vor- und Nachteile hat. Der Versuch bietet Gelegenheit zur Beschäftigung mit der Bewegung geladener Teilchen in elektrischen und magnetischen Feldern, mit dem Magnetfeld stromdurchflossener Leiter und mit dem Hallgenerator als Magnetfeldsonde.

Hinweis: Es werden gefährliche elektrische Spannungen verwendet. Während des Aufbaus und während aller Veränderungen an den Schaltungen dürfen daher keine Geräte eingeschaltet sein. Bei jeder neuen Schaltung ist das erste Einschalten nur nach Kontrolle durch den Betreuer erlaubt.

Aufgaben:

1. e/m-Bestimmung mit dem Fadenstrahlrohr

1.1 Bauen Sie vor dem Plexiglaskasten mit Helmholtzspulen und Fadenstrahlrohr die zusätzliche Helmholtzspule mit Meßplatte so auf, dass sich die Meßplatte in der Mittelebene zwischen zwei Spulen befindet. Die Anordnung gleicht der Spulenanordnung, in der sich das Fadenstrahlrohr befindet. Die Spulen beiderseits der Meßplatte sind in Reihe zu schalten. Die Anschlüsse der betreffenden Spule im Plexiglaskasten sind an extra Buchsen herausgeführt. Die Meßplatte kann an etlichen vorgesehenen Stellen die Hallsonde aufnehmen.
Messen Sie die Hallspannungen an den vorgesehenen Stellen für die Spulenströme 1,0; 1,5; und 2,0A.

Hinweis: Lassen Sie die Hallsonde nicht allzu lange eingeschaltet, damit sie nicht überhitzt. Dadurch vermeiden Sie eine temperaturabhängige Drift der Hallspannung.

1.2 Eichen Sie die Hallsonde mit Hilfe des berechenbaren Feldes der langen Eichspule. Messen Sie etwa 10 Wertepaare (Hallspannung/Spulenstrom) und berechnen Sie daraus die Eichgerade $B(U_{Hall})$. Der Bereich der hier gemessenen Hallspannungen sollte zum Bereich der bei Aufgabe 1.1 gemessenen passen.

1.3 Vergleichen Sie den gemessenen Wert des Mittenfeldes zwischen den Helmholtzspulen mit dem berechneten Wert. Überprüfen Sie die Feldhomogenität bei der vorliegenden Spulenanordnung. Unter der Voraussetzung Spulenradius = Spulenabstand = R gilt für das Mittenfeld

$$B = 0,7155 \cdot \mu_0 \cdot n \cdot \frac{I}{R}$$

Dabei ist n die Windungszahl der Spule und I der Strom in der Spule.

1.4 Messen Sie den Durchmesser der Elektronenkreisbahnen im Fadenstrahlrohr
a) in Abhängigkeit der Anodenspannung (z.B. 100; 125; ... 250V) bei zwei Spulenströmen (z.B. 1A und 2A),
b) in Abhängigkeit vom Spulenstrom (z.B. 1,0; 1,2; ... 2,0A) bei zwei Anodenspannungen (z.B. 125V und 250V).
Dabei ist die Zusatzspule wieder abgebaut. Fadenstrahlrohr und Spulen sind entsprechend Schaltung-1 angeschlossen. An den vorgesehenen Stellen sind die Sicherheitskabel zu benutzen. Die Durchmesserbestimmung erfolgt parallaxenfrei mittels verschieblicher Marken vor und eines Spiegels hinter dem Fadenstrahlrohr. Die Röhre muß in der Halterung so gedreht werden, daß sich Kreisbahnen und nicht Spiralen ergeben.
Tragen Sie die Ergebnisse zur Kontrolle der theoretischen Abhängigkeiten zunächst in geeignete nach 1.4a und 1.4b getrennte Koordinatensysteme ein. Fassen Sie dann alle Ergebnisse in einem geeigneten Koordinatensystem zusammen und entnehmen Sie diesem den Wert von e/m .

2. e/m-Bestimmung nach der Methode von Busch

2.1 Vorbereitende Versuche: Schließen Sie die Kathodenstrahlröhre und die sie umgebende Spule nach Schaltung-2 an die Versorgungsgeräte an. Stellen Sie eine niedrige Beschleunigungsspannung (ca. 500V) ein. Wählen Sie beim Spulenstrom U=0 die Deflektorwechselspannung so, dass ein maximal langer Strich erscheint. Stellen Sie die Strahlintensität (Spannung an g_1) und die Strahlschärfe (Spannung an g_3) sinnvoll ein. Steigern Sie dann langsam den Spulenstrom und beobachten Sie die resultierenden Bildveränderungen. Diskutieren Sie deren Zustandekommen. Stellen Sie schließlich den Spulenstrom so ein, daß alle Elektronen den Schirm auf einem möglichst kleinen Fleck treffen. Versuchen Sie, einen höheren Spulenstrom einzustellen, bei dem abermals der Strich zu einem kleinen Fleck wird.

2.2 Messen Sie den für Einstellungen wie bei 2.1 nötigen Spulenstrom I für Beschleunigungsspannungen U von 500V bis etwa 700V in 25V-Schritten. Tragen Sie U über I^2 auf und ermitteln Sie e/m aus der Geradensteigung. Bedenken Sie, daß die Spule nicht 'lang' und folglich $B < \mu_0 \cdot n \cdot I/L$ ist. Sie müssen längs der Strecke vom Deflektorzentrum bis zum Leuchtschirm über

$$B = \frac{\mu_0 n I}{2L}\left(\frac{a}{\sqrt{R^2 + a^2}} + \frac{L-a}{\sqrt{R^2 + (L-a)^2}}\right)$$

mitteln. Dabei ist a der Abstand des Feldortes von einem Spulenende und R der mittlere Radius der Spulenwicklung. Bei geschickter Wahl der Feldorte kommen Sie mit drei berechneten B-Werten aus!

Hinweise:

Vermeiden Sie hohe Leuchtdichte am Leuchtschirm der Oszillographenröhre. Der Schirm brennt leicht ein!
Der mechanische Aufbau im Innern der Oszillographenröhre ist nicht so perfekt, daß ohne Ablenkkräfte der Strahl die Schirmmitte treffen müßte. Das ist kein 'Fehler' am Gerät.
Für **ausführliche Fehlerrechnung** soll die Messung nicht nur mit dem Ablenkplattenpaar (d_1-d_1'), sondern auch mit dem Paar (d_2-d_2') durchgeführt werden.

Zubehör:

Für die Messungen mit Fadenstrahlrohr:
Fadenstrahlrohr (Glühkathode mit indirekter Heizung 6,3V~; Wehneltzylinder; kegelförmige Anode; Ablenkplattenpaar, unbenutzt; gefüllt mit Wasserstoffgas, ca. 0,013mbar)
Helmholtzspulenpaar (Windungszahl je n=130; mittl. Radius R = mittl. Spulenabstand 2a = 15cm; I_{max}=2A)
Vorrichtung zum parallaxenfreien Messen von Elektronenstrahl-Kreisdurchmessern (Spiegel und Schiebemarken). Die vorgenannten Geräte sind zur Vermeidung von Implosionsgefahren in einem Plexiglaskasten eingebaut.
Zusätzliche einzelne Helmholtzspule auf Brett und mit Meßplatte (Bohrungen für die Hallsonde in 3cm-Abständen)
Hallsonde
Eichspule für die Hallsonde (L=300mm; ⌀ =20mm; n=750 Windungen ±1%)
Netzgerät für den Strom durch die Helmholtzspulen oder durch die Eichspule (max. 15V; max. 5A; zulässiger Helmholtzspulenstrom jedoch nur max. 2A, zulässiger Eichspulenstrom nur max. 0,8A)
Netzgerät für das Fadenstrahlrohr (0 - 300V= als Anodenspannung und -20 - 0V= als Wehneltspannung, wobei der Frontplattenschalter nach oben zeigen muß; außerdem 6,3V~ als Heizspannung)

Für die Messungen nach Busch:
Oszillographenröhre (Typ DG7-32; Abstände der beiden Deflektorzentren d_1 und d_2 vom Leuchtschirm S d_1-S = (88±1)mm, d_2-S = (70±1)mm), eingebaut symmetrisch zur d_1-S-Strecke in eine Zylinderspule (L=(180±0,5)mm; R=(42±0,5)mm; n=9970), d.h. das Deflektorzentrum d_1 ist vom einen Spulenende genau so weit entfernt wie der Leuchtschirm S vom anderen Spulenende
Netzgerät für die Oszillographenröhre (0 - 1000V= als Beschleunigungsspannung; 220V= als Versorgung für das Schaltkästchen 'Fokussierung und Intensitätsregelung'; 6,3V~ als Heizspannung)
Schaltkästchen 'Fokussierung und Intensitätsregelung' (mit Reglern, anzuschließen nach Schaltung 2)
Netzgerät für die Spule (0 - 75V= , max. 150mA oder 0 - 90V= , max. 200mA)
Netzgerät für die Ablenkspannung (max. 2x 35V~ oder max. 2x 40V~, symmetrisch, erdfrei, der Mittelabgriff darf auf ein Potential bis zu 800V= gegen Erde gelegt werden)

Für alle Messungen:
2 Vielfachmeßinstrumente (Genauigkeit in den U= - und I= - Bereichen ±1%) **Achtung:** Gebrauchslage beachten!
Sammelschiene für Erdleitungen; mm-Maßstab; Taschenlampe

Physikalisches Anfängerpraktikum
P1

Versuch:

P1-72,74,75

Bestimmung von e/m des Elektrons

Schriftliche Ausarbeitung von Georg Fleig

Gruppe: Di-11

Datum der Versuchsdurchführung:

06.12.2011

Einführung

In diesem Versuch soll mittels zwei verschiedener Methoden die spezifische Ladung des Elektrons bestimmt werden. Zuerst wird ein Fadenstrahlrohr verwendet, anschließend wird nach der Methode von Busch vorgegangen. Dabei wird die Bewegung geladener Teilchen im Magnetfeld, sowie die Messung der Hallspannung behandelt.

Aufgabe 1: Fadenstrahlrohr

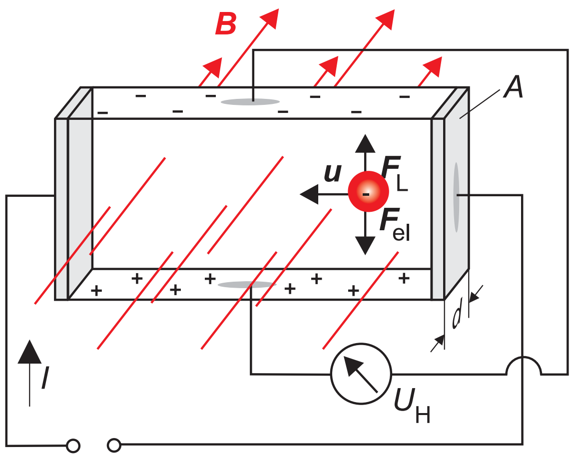
Bei dieser Methode macht man sich zu nutze, dass sich bewegende Ladungen im Magnetfeld abgelenkt werden. Genauer handelt es sich um Elektronen, die die Elementarladung e_- tragen und in ein homogenes Magnetfeld eingebracht werden. Dieses Magnetfeld wird so erzeugt, dass die Elektronen nach dem Eintreten auf einer Kreisbahn verlaufen. Daraus lässt sich im Folgenden die spezifische Ladung $\frac{e}{m}$ des Elektrons bestimmen.

Aufgabe 1.1 - Bestimmung des Magnetfeldes

Da sich das Fadenstrahlrohr in einem Plexiglaskasten befindet, kann das Magnetfeld zwischen den beiden Helmholtz-Spulen nicht direkt mit einer Hallsonde bestimmt werden. Daher bauen wir vor eine der Spulen eine weitere Spule mit dem Radius R im Abstand $d = R$ auf, und erzeugen so ein weiteres Helmholtz-Spulenpaar, dessen Magnetfeld sich allerdings mit einer Hallsonde messen lässt.
Auf der Achse durch den Mittelpunkt der beiden Spulen erhalten wir ein annähernd homogenes Magnetfeld, bei welchem nun für die Spulenströme $I = 1,0\,\mathrm{A};\ 1,5\,\mathrm{A};\ 2,0\,\mathrm{A}$ die Hallspannung U_H gemessen werden soll. Daraus kann später auf die magnetische Flussdichte der Anordnung geschlossen werden.

Aufgabe 1.2 - Eichung der Hallsonde

Es soll zunächst kurz auf den Aufbau und die Funktionsweise einer Hallsonde eingegangen werden. Diese ist hier schematisch dargestellt:



Ein mit dem Strom I durchflossener Leiter wird so in das zu messende Magnetfeld B eingebracht, dass die Stromflussrichtung senkrecht zur Richtung der Magnetfeldlinien gerichtet ist. Da auf die bewegten

Elektronen mit der Geschwindigkeit v im Leiter wegen des Magnetfeldes die Lorentzkraft F_L wirkt, werden diese nach oben oder nach unten abgelenkt. Dabei entsteht im Leiter ein E-Feld, das sie Kraft F_{el} erzeugt, die F_L entgegen wirkt. Es bildet sich ein Kräftegleichgewicht aus und zwischen der oberen und der unteren Kante lässt sich ein Potential, die Hallspannung U_H, messen. Es besteht also ein proportionaler Zusammenhang zwischen dem Magnetfeld und der gemessenen Hallspannung.

Nun zur theoretischen Herleitung:

$$\begin{aligned} F_L &= F_{el} \\ evB &= eE \\ vB &= \frac{U_H}{d} \\ \Rightarrow B &= \frac{U_H}{vd} = kU_H \end{aligned}$$

Wobei hier $k = \frac{1}{vd}$ gewählt wurde. Dies ist ein konstanter Faktor, der von der verwendeten Hallsonde abhängt und daher zunächst durch eine Eichmessung bestimmt werden muss. Dazu legen wir verschiedene Ströme I an eine lange Spule an und messen mit der Hallsonde die zugehörige Hallspannung U_H. Die in der Spule erzeugten Magnetfelder lassen sich folgendermaßen berechnen:

$$B = \frac{\mu_0 IN}{L}$$

Hier ist L die Länge der Spule und N die Anzahl der Windungen.

Durch Auftragen von B über U_H lässt sich mittels einer Regressionsgeraden die Steigung bestimmen, welche genau dem gesuchten Faktor k entspricht. Damit ist die Hallsonde geeicht und kann für weitere Messungen eingesetzt werden.

Aufgabe 1.3 - Vergleich zwischen Theorie und Praxis

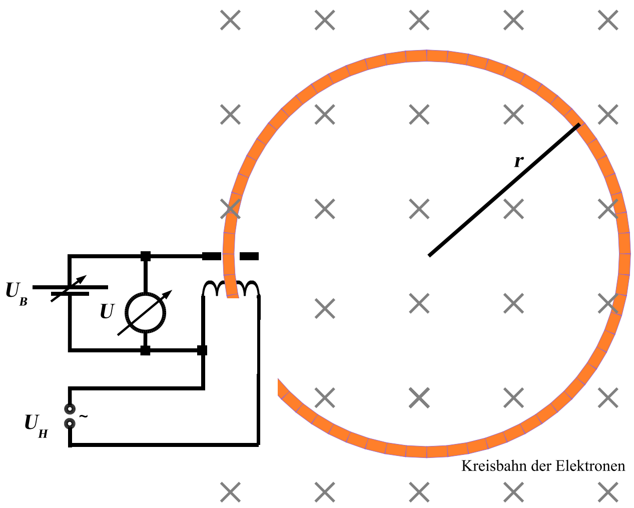
Es soll nun das Mittenfeld der Helmholtzspulen mit der Hallsonde bestimmt werden und anschließend mit dem theoretisch berechneten Wert verglichen werden. Für den theoretischen Wert verwenden wir folgende Formel:

$$B = 0,7155\,\frac{\mu_0 NI}{R}$$

Außerdem soll der Bereich gefunden werden, in welchem die magnetische Flussdichte etwa homogen ist, damit dort später die Messungen durchgeführt werden können.

Aufgabe 1.4 - e/m Bestimmung

Zunächst soll das verwendete Fadenstrahlrohr genauer erklärt werden:



Es besteht aus einem Plexiglaskasten, welcher mit H_2 gefüllt ist. Darin befindet sich außerdem ein Glühdraht, welcher als Elektronenquelle dient, sowie eine Anode zur Beschleunigung der Elektronen. Fließt Strom durch den Glühdraht, so werden freie Elektronen erzeugt, die durch die Anode beschleunigt werden. Die Anode besitzt jedoch ein Loch in der Mitte, daher schießen die Elektronen durch sie hin durch in das Magnetfeld. Dort wird die Bahn der Elektronen durch Anregung des Gases sichtbar gemacht.
Mit der Energieerhaltung lässt sich aus der Beschleunigungsspannung U_B die Geschwindigkeit v der Elektronen bestimmen:

$$\frac{1}{2}mv^2 = eU_B$$
$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2eU_B}{m}}$$

Für die folgenden Messungen wird die zusätzlich angebrachte Spule wieder entfernt und der Durchmesser d der Kreisbahnen der Elektronen mit Hilfe verschiebbarer Marken gemessen. Dies erfolgt bei zwei verschiedenen Versuchsreihen:

1. Bei konstantem Magnetfeld mit variabler Beschleunigungsspannung.
2. Bei variablem Magnetfeld mit konstanter Beschleunigungsspannung.

Die Elektronen beschreiben genau dann eine Kreisbahn, wenn ein Kräftegleichgewicht zwischen der Zentrifugalkraft und der Lorentzkraft besteht. Damit ergibt sich:

$$F_L = F_Z$$
$$evB = \frac{2mv^2}{d}$$
$$\Rightarrow \frac{e}{m} = \frac{2v}{dB}$$

Mit der eben hergeleiteten Formel für die Geschwindigkeit v der Elektronen erhält man:

$$\frac{e}{m} = \frac{8U_B}{d^2B^2}$$

Mit oben angegebener Formel für das Magnetfeld erhält man schließlich:

$$\frac{e}{m} = \frac{8U_B R^2}{(0,7155\ \mu_0 NId)^2} \tag{1}$$

Zur Kontrolle der Messwerte sollen nun noch Graphen zu den beiden Versuchsreihen erstellt werden um direkt e/m abzulesen.

1. U_B variabel, I konstant:
   Durch Umstellen der Gleichung (1) erhält man:

   $$U_B\ \frac{1}{\frac{e}{m}} = \frac{(0,7155\ \mu_0 NId)^2}{8R^2} := y_1$$

   Durch auftragen von y_1 über U_B erhält man aus der Steigung der Regressionsgeraden den reziproken Wert der spezifischen Ladung.

2. I variabel, U_B konstant:
   Hier erhält man durch Umstellen von (1):

   $$I^2\ \frac{e}{m} = \frac{8U_B R^2}{(0,7155\ \mu_0 Nd)^2} := y_2$$

   Entsprechend muss hier y_2 gegen I^2 aufgetragen werden. Dieses mal erhält man aus der Steigung der linearen Regression direkt die spezifische Ladung des Elektrons.

Diese beiden Auftragungen dienen der Kontrolle der von uns gemessenen Werte. Sie werden nicht zur endgültigen Bestimmung von e/m verwendet.

Durch Umstellen der Formel (1) nach den beiden Größen, die variiert werden, erhält man:

$$\frac{I^2}{U_B}\ \frac{e}{m} = \frac{8R^2}{(0,7155\ \mu_0 Nd)^2} := y_3$$

Hier werden nun beide Messreihen berücksichtigt. Durch Auftragen von y_3 über $\frac{I^2}{U_B}$ erhält man aus der Steigung der Regressionsgeraden die gesuchte spezifische Ladung des Elektrons.

Aufgabe 2: e/m-Bestimmung nach Busch

Zur Bestimmung von e/m nach der Methode von Busch wird eine Elektronenstrahl-Oszillographenröhre verwendet. Diese befindet sich so innerhalb einer Spule, dass das Magnetfeld parallel zur Flugrichtung der Elektronen liegt. Die Elektronen werden durch eine Elektrode beschleunigt und gebündelt und können durch Ablenkplatten (Deflektor) von ihrer vorgesehenen Flugbahn abgelenkt werden. Im Abstand d vom Eintrittspunkt in das Magnetfeld ist ein Schirm angebracht, der die Auftreffenden Elektronen visualisiert. Liegt am Deflektor eine Wechselspannung an, so ist auf dem Schirm dahinter ein Strich zu erkennen (bei abgeschalteter Spule). Wird nun durch die Spule ein Magnetfeld erzeugt, kommt zusätzlich die Lorentzkraft ins Spiel, die Elektronen beschreiben jetzt eine Spiralbahn. Durch Rechnungen mit dieser Spiralbahn kann man auf e/m schließen. Dies soll im weiteren Verlauf erläutert werden.

Aufgabe 2.1 - Vorbereitende Versuche

Zunächst soll ohne Magnetfeld experimentiert werden, das heißt es fließt kein Strom durch die Spule. Als Beschleunigungsspannung soll $U_B \approx 500\,\mathrm{V}$ gewählt. Setzt man nun als Deflektorspannung eine Wechselspannung ein, so ist auf dem Schirm anstatt eines einzelnen Punktes ein Strich zu sehen, da der Strahl abwechselnd nach oben und nach unten um den Winkel Θ abgelenkt wird. Diese Deflektorspannung so soll gewählt werden, dass ein möglichst langer Strich entsteht.
Durch Verändern der Spannungen an g_1 und g_3 im Wehneltzylinder sollen Strahlenintensität und Schärfe des Strahls für die weiteren Messungen sinnvoll eingestellt werden.

Nun soll der Spulenstrom I angelegt und gesteigert werden. Ist der Elektronenstrahl um den Winkel Θ ausgelenkt, so verläuft die Bahn nicht mehr parallel zum Magnetfeld. Daher wirkt nun auf die Komponente $v_\perp$ der Geschwindigkeit, die senkrecht zum Magnetfeld gerichtet ist, die Lorentzkraft. Diese Kraft zwingt die Elektronen auf eine Kreisbahn. Da die parallele Komponente $v_\parallel$ allerdings nicht vom Magnetfeld beeinflusst wird, erhalten wir im gesamten eine Überlagerung der beiden Bewegungen, also eine Spiralbahn in paralleler Richtung zum ursprünglichen Elektronenstrahl. Bei Steigerung der Spulenspannung erwarten wir eine Krümmung des Strahls bis hin zu einem vollständigen Umlauf auf der "Kreisbahn". Wird die Spannung weiter erhöht, bildet sich mit der Zeit ein zweiter vollständiger Durchlauf aus. Ist auf dem Schirm nur noch ein einzelner Punkt zu sehen (wie ohne Magnetfeld und Deflektor), dann ist genau ein kompletter Durchlauf der Kreisbahn erfolgt. Die genaue Herleitung wird in der nächsten Aufgabe dargestellt.

Aufgabe 2.2 - e/m Bestimmung

Durchlaufen die Elektronen der Geschwindigkeit v eine Kreisbahn mit dem Radius r im Magnetfeld B, gilt entsprechend wie in Aufgabe 1.4 folgendes Kräftegleichgewicht:

$$\begin{aligned} F_L &= F_Z \\ evB &= \frac{mv^2}{r} \\ \Rightarrow \frac{v}{r} &= \frac{eB}{m} = \omega \end{aligned}$$

Für die Kreisfrequenz ω gilt außerdem der Zusammenhang:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \Longleftrightarrow \quad T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Damit erhält man für die Periodendauer T:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{eB} \tag{2}$$

Die Periodendauer soll nun genau der Zeit entsprechen, die ein Elektron ohne Ablenkung durch Deflektor und Spule braucht, um die Strecke d bis zum Schirm zurückzulegen. Dabei kann die Komponente $v_\parallel$ betrachtet werden:

$$\frac{d}{v_\parallel} = T \tag{3}$$

Die Geschwindigkeit $v_\parallel$ entspricht der Geschwindigkeit, die die Elektronen nach der Beschleunigung durch die Spannung U_B erhalten haben. Es gilt also derselbe Zusammenhang, wie er bereits in Aufgabe

1.4 hergeleitet wurde:

$$v^2 = \frac{2eU_B}{m}$$

Durch Einsetzen dieser Gleichung in das Quadrat der Gleichung (2) und (3) erhält man nach Umstellen eine Beziehung für e/m:

$$\frac{e}{m} = \frac{8\pi^2 U_B}{B^2 d^2} \tag{4}$$

Die im Versuch verwendete Spule ist keine sog. lange Spule, daher wird der Ansatz aus der Vorbereitungshilfe zu Berechnung den Magnetfeldes genommen:

$$B(a) = \frac{\mu_0 n I}{2L} \left(\frac{a}{\sqrt{R^2 + a^2}} + \frac{L-a}{\sqrt{R^2 + (L-a)^2}} \right) = k(a)\, I$$

L bezeichnet die Länge der Spule, n die Windungszahl, R den Radius und a den Abstand des Feldortes zum Spulenende. Alle Konstanten wurden in dem Faktor $k(a)$ zusammengefasst. Dieser ist nun abhängig vom Ort in der Spule. Da das erzeugte Magnetfeld symmetrisch ist, folgen wir dem Hinweis der Vorbereitungshilfe und berechnen durch Integration den Mittelwert von k. Mit der Spulenlänge $L = 180\,\mathrm{mm}$, dem Radius $R = 42\,\mathrm{mm}$ und der Windungszahl $n = 9970$, sowie den Integrationsgrenzen $d_1 = 46\,\mathrm{mm}$ und $S = 134\,\mathrm{mm}$ ergibt sich:

$$\bar{k} = \frac{1}{S - d_1} \int_{d_1}^{S} k(a)\, da = 6,18036 \cdot 10^{-2}\, \frac{\mathrm{T}}{\mathrm{A}}$$

Nun kann direkt zu jedem Spulenstrom I das zugehörige Magnetfeld angegeben werden. Damit wird Gleichung (4) zu:

$$\frac{e}{m} = \frac{8\pi^2 U_B}{d^2 I^2 \bar{k}^2} \tag{5}$$

Es soll für Beschleunigungsspannungen U_B von $500\,\mathrm{V}$ bis $700\,\mathrm{V}$ in $25\,\mathrm{V}$ Schritten der Spulenstrom I so gewählt werden, dass auf dem Schirm etwa ein Leuchtpunkt zu sehen ist. Dann hat das Elektron genau eine Kreisbahn durchlaufen und der Abstand d zum Schirm entspricht der Ganghöhe. Durch Umstellen der Gleichung (5) erkennt man direkt, wie die gemessenen Daten aufzutragen sind:

$$\frac{e}{m} I^2 = \frac{8\pi^2 U_B}{d^2 \bar{k}^2} := y_4$$

Wird y_4 über I^2 aufgetragen, erhalten wir aus der Steigung der Regressionsgeraden den gesuchten Wert von e/m.

Quellenangabe

Schema der Hallsonde:

Eichler, Kronfeldt, Sahm: Das neue physikalische Grundpraktikum

Schema des Fadenstrahlrohres:

https://de.wikipedia.org/wiki/Fadenstrahlrohr, aufgerufen am 04.12.2011

Physikalisches Anfängerpraktikum
P1

Versuch:

P1-72,74,75

Bestimmung von e/m des Elektrons

Schriftliche Vorbereitung von Marcel Krause (mrrrc@leech.it)

Gruppe: Di-11

Datum der Versuchsdurchführung:

06.12.11

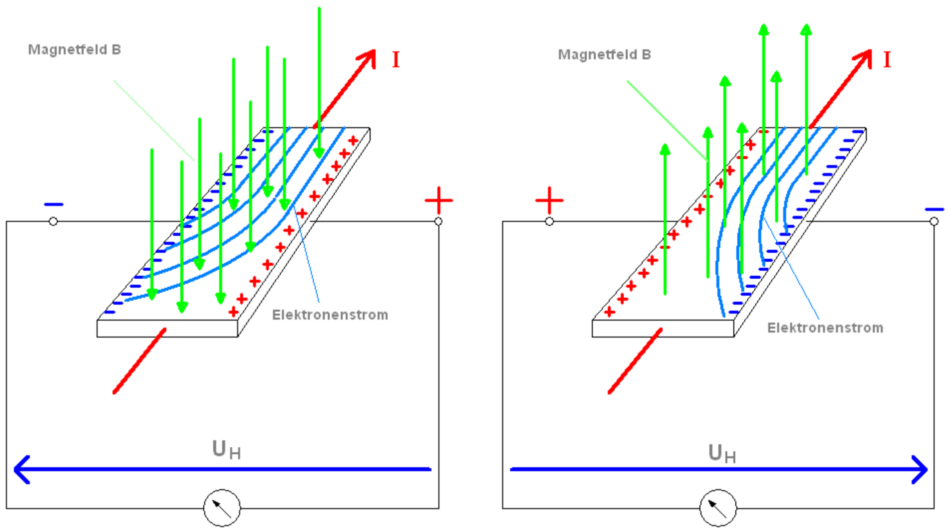
Theoretische Grundlagen

Einleitung

In dieser Versuchsreihe soll die spezifische Ladung des Elektrons zum einen mit dem Fadenstrahlrohr und zum anderen nach der Methode von Busch ermittelt werden. Dabei lernen wir die einzelnen Vor- und Nachteile dieser beiden Methoden kennen. Im Zuge dieser Versuche beschäftigen wir uns mit der Bewegung geladener Teilchen in elektrischen und magnetischen Feldern sowie mit Magnetfeldern stromdurchflossener Leiter.

Hallsonde

Hallsonden sind Geräte, die sich zur effektiven Bestimmung von Magnetfeldern eignen. Die Stärke des Magnetfelds wird dabei nicht direkt ausgegeben, sondern mittels einer Hallspannung U_H in die magnetische Flussdichte B umgerechnet. Einfache Hallsonden sind in der Regel rechteckförmige Halbleiterplatten, welche an ihren kurzen Seiten Anschlüsse besitzen, sodass sie als stromdurchflossene Leiter wirken können. Bringt man eine solche Hallsonde senkrecht in ein Magnetfeld, so lässt sich mit der Sonde die Hallspannung messen.



Mittels obiger Skizze soll kurz der Hall-Effekt erläutert werden. An der Hallsonde liegt eine Spannung derart an, dass sie vom Strom der Stärke I durchflossen werde. Bringt man diese Sonde in ein möglichst homogenes Magnetfeld, dessen Richtung durch die Pfeile angedeutet ist, so erfahren die Elektronen als bewegte Ladungen mit der Geschwindigkeit v und der Elementarladung e im Magnetfeld eine Lorentzkraft

$$\vec{F_L} = e\vec{v} \times \vec{B}$$

Mittels der Rechte-Hand-Regel (unter Beachtung der Tatsache, dass die technische Stromrichtung der Elektronenstromrichtung entgegengesetzt ist) erkennt man, dass die Elektronen so alle auf eine Seite der Hallsonde abgelenkt werden. Dadurch entsteht zwischen der linken und rechten Seite der Sonde eine Potentialdifferenz, welche ein elektrisches Feld E bewirkt, dass so ausgerichtet ist, dass es der

Ablenkrichtung der Elektronen entgegenwirkt. Durch dieses Feld wirkt auf die Elektronen die Kraft

$$\vec{F}_e = e\vec{E}$$

Stehen die beiden Kräfte F_e und F_L betragsmäßig im Gleichgewicht, so stellt sich ein stabiler Zustand ein. Die dann an den beiden Seiten der Hallsonde abgreifbare Spannung U_H ist die gesuchte Hallspannung. Im Gleichgewicht gilt:

$$F_L = F_e$$
$$vB = E$$

Eine Gleichung dieser Form ist für uns noch nicht von besonderem Nutzen. Deshalb soll die Hallsonde nach Erreichen des stabilen Zustands als Plattenkondensator betrachtet werden. Die an die beiden "Platten" mit dem Plattenabstand b, welcher der Breite der Hallsonde entspricht, angelegte Hallspannung U_H bewirkt das oben angesprochene elektrische Feld der Stärke E mit:

$$E = \frac{U_H}{b}$$

Als nächstes betrachten wir die Driftgeschwindigkeit v der Elektronen in der Hallsonde. Die Stromdichte j ist gegeben durch

$$j = \frac{I}{A} = \frac{I}{bd}$$

wobei d die Dicke der Hallsonde sei. Alternativ lässt sich die Stromdichte bei bekannter Ladungsträgerdichte n darstellen als

$$j = nev$$

was nach Gleichsetzem der beiden Ausdrücke auf

$$v = \frac{I}{bdne}$$

Setzt man die gewonnenen Erkenntnisse in die Gleichung des Kräftegleichgewichts weiter oben ein, erhält man schließlich:

$$B = \frac{E}{v} = \frac{dne}{I} \cdot U_H = \xi \cdot U_H$$

Dies entspricht also einem linearen Zusammenhang zwischen der magnetischen Flussdichte und der Hallspannung, welche durch die Hallsonde gemessen werden kann. Der Proportionalitätsfaktor ξ ist eine für die verwendete Hallsonde spezifische Kenngröße. Bei bekannter Flussdichte kann die Hallspannung gemessen und mittels linearer Regression ξ bestimmt werden. Dies dient unter anderem der Eichung der Hallsonde.

Magnetfeld der Helmholtzspulen

Für die magnetische Flussdichte einer einzelnen, stromdurchflossenen Helmholtzspule mit dem Radius R, der Windungszahl N und der x-Achse als Spulenachse gilt nach dem Biot-Savartschen Gesetz

$$\vec{B}(x) = \frac{\mu_0 I}{2} \cdot \frac{R^2}{(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} \vec{e}_x$$

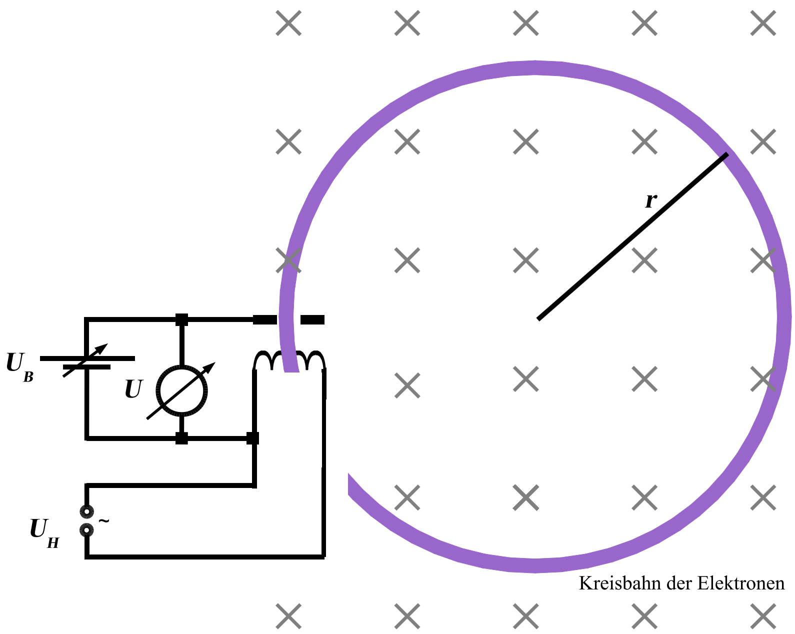
Die Helmholtzspulen haben voneinander den Abstand R. Legt man das Zentrum des Koordinatensystems in den Mittelpunkt beider Spulen, so setzt sich die Flussdichte in diesem Mittelpunkt zusammen aus den

Flussdichten der einzelnen Spulen mit $x = \pm\frac{R}{2}$. Der Betrag der magnetischen Flussdichte im Zentrum ist dann

$$B = \frac{8}{\sqrt{125}} \cdot \mu_0 N \frac{I}{R} \approx 0,7155 \mu_0 N \frac{I}{R}$$

Fadenstrahlrohr

Im ersten Versuchsteil werden wir ein Fadenstrahlrohr betrachten.



Ein solches besteht in der Regel aus einem evakuierten, kugelförmigen Glaskolben, in welchen geringe Mengen Gas, beispielsweise Wasserstoff, eingebracht werden. Durch eine Elektronenkanone kann ein "Faden" aus Elektronen ins Kugelinnere geschossen werden, welcher mit den Wasserstoffatomen wechselwirkt und diese zum Leuchten anregt. Dadurch kann der Faden direkt sichtbar gemacht werden. Ein Helmholtzspulenpaar an den Seiten des Glaskolbens sorgt im Inneren für ein nahezu homogenes Magnetfeld.
Wie weiter oben bereits beschrieben sorgt das Magnetfeld dafür, dass die bewegten Elektronen eine Lorentzkraft erfahren, welche stets senkrecht zur momentanen Bewegungsrichtung angreift. Im Falle eines homogenen Magnetfelds bewegen sich die Elektronen dann auf Kreisbahnen mit Radius r. Die Zentripetalkraft

$$F_Z = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

welche auf die Elektronen wirkt, rührt vollständig von der Lorentzkraft her, sodass gilt:

$$F_L = F_Z$$
$$evB = m \cdot \frac{v^2}{r}$$
$$\frac{e}{m} = \frac{v}{rB}$$

Die Geschwindigkeit der Elektronen ist einer experimentellen Bestimmung im Fadenstrahlrohr nicht zugänglich, man kann sie allerdings aus der Beschleunigungsspannung der Elektronenkanone berechnen.

Durchlaufen die Elektronen ein elektrisches Feld, so wird an ihnen Arbeit verrichtet. Diese Arbeit dient dem Zuwachs an kinetischer Energie der Elektronen. Nach dem Energieerhaltungssatz gilt

$$eU = \frac{1}{2}mv^2$$

Löst man diese Gleichung nach der Geschwindigkeit auf und setzt diese oben ein, so erhält man

$$\frac{e}{m} = \frac{2U}{r^2B^2}$$

Aufgabe 1: Bestimmung mit dem Fadenstrahlrohr

Im ersten Teil des Versuchs bestimmen wir die spezifische Ladung mit Hilfe des Fadenstrahlrohrs.

Aufgabe 1.1: Vorversuche

Zunächst wollen wir die magnetische Flussdichte des Helmholtzspulenpaars bestimmen, welches im Fadenstrahlrohr Verwendung findet. Wir nehmen uns dazu ein baugleiches Spulenpaar ohne das eigentliche Fadenstrahlrohr und eine Messplatte, welche zwischen die Spulen gebracht wird. Es wird dann von uns mit einer Hallsonde die Hallspannung an mehreren vorgesehenen Stellen für verschiedene Spulenströme gemessen. Auf diese Weise können wir das Magnetfeld der Helmholtzspulen bestimmen. Es ist dabei von uns zu beachten, dass die Hallsonde wie weiter oben beschrieben senkrecht zum Magnetfeld angebracht wird.

Aufgabe 1.2: Eichung der Hallsonde

Es soll nun die verwendete Hallsonde geeicht werden. Dazu berechnen wir zunächst die magnetische Flussdichte der verwendeten Eichspule in Abhängigkeit von der eingestellten Spulenstromstärke. Die Eichspule mit Länge L und N Windungen soll als lang betrachtet werden. Sie erzeugt dann ein Magnetfeld der Stärke

$$B = \mu_0 N \frac{I}{L}$$

Wir messen nun für die verschiedenen Stromstärken die Hallspannung in Abhängigkeit der berechneten magnetischen Flussdichten. Daraus lässt sich mittels linearer Regression eine Eichgerade $B\left(U_H\right)$ erstellen, deren Steigung gerade der Proportionalitätsfaktor ξ ist, welcher zuvor angesprochen wurde. Dadurch erhalten wir ξ als Kenngröße der Hallsonde, womit sie geeicht ist.

Aufgabe 1.3: Vergleich der Werte und Feldhomogenität

Da nun der Eichfaktor ξ der Hallsonde bekannt ist, wollen wir nun die Flussdichte aus den Werten aus Aufgabe 1.1 gemäß

$$B = \xi U_H$$

berechnen. Es werden dann die daraus resultierenden Flussdichten des Mittenfelds verglichen mit den Flussdichten, die sich über die weiter oben hergeleitete Formel

$$B = 0,7155 \mu_0 N \frac{I}{R}$$

berechnen lassen. Anschließend werden wir überprüfen, in welchen Bereichen das Feld hinreichend homogen ist.

Aufgabe 1.4: Durchmesser der Elektronenkreisbahnen

In der letzten Teilaufgabe wollen wir den Durchmesser der Elektronenkreisbahnen messen und mit diesem dann die spezifische Ladung des Elektrons bestimmen. Dabei wollen wir den Versuch auf zwei verschiedenen Arten durchführen.

(a) Wir halten den Spulenstrom und somit auch das Magnetfeld der Spulen konstant und variieren die Beschleunigungsspannung und damit die Geschwindigkeit der Elektronen.

(b) Wir halten die Beschleunigungsspannung konstant und variieren den Spulenstrom.

In beiden Fällen bestimmen wir die Durchmesser der Elektronenkreisbahnen. Wichtig ist dabei, dass die Elektronen eine Kreisbahn und keine Schraubenbahn beschreiben. Wie weiter oben hergeleitet gilt für die Elektronen das Kräftegleichgewicht aus Zentripetalkraft und Lorentzkraft. Die spezifische Ladung ergibt sich dann aus

$$\frac{e}{m} = \frac{8U}{d^2 B^2}$$

Setzt man in diesen Ausdruck nun die Formel für die magnetische Flussdichte ein, so erhält man

$$\frac{e}{m} = \frac{125 \cdot R^2}{8\mu_0^2 d^2 N^2} \cdot \frac{U}{I^2} = \zeta \cdot \frac{U}{d^2 I^2}$$

mit

$$\zeta = \frac{125 \cdot R^2}{8\mu_0^2 N^2}$$

Es sollen nun je nach gewählter Versuchsdurchführung zunächst zur Kontrolle Schaubilder erstellt werden. Dazu stellen wir die obige Formel entsprechend um.

(a) Umstellen der Gleichung liefert

$$\frac{d^2 I^2}{\zeta} = \left(\frac{e}{m}\right)^{-1} \cdot U$$

Wir tragen also $\frac{d^2 I^2}{\zeta}$ über U auf und erhalten so die inverse spezifische Ladung, also das Masse-zu-Ladung-Verhältnis, als Steigung der Regressionsgeraden.

(b) Das Umstellen der Gleichung führt hier auf

$$\frac{\zeta U}{d^2} = \frac{e}{m} \cdot I^2$$

Es wird hier nun also $\frac{\zeta U}{d^2}$ über I^2 aufgetragen. Die Steigung der Regressionsgeraden ist hier dann gerade die spezifische Ladung.

Die Schaubilder dienen uns der Kontrolle, ob die aufgenommenen Messwerte sinnvoll sind. Zur endgültigen Bestimmung der spezifischen Ladung fassen wir alle Messwerte der beiden verwendeten Methoden zusammen. Stellen wir die Gleichung erneut um, so kommen wir auf

$$\frac{\zeta}{d^2} = \frac{e}{m} \cdot \frac{I^2}{U}$$

Tragen wir also $\frac{\zeta}{d^2}$ über den Quotienten $\frac{I^2}{U}$ auf, so erhalten wir als Steigung der Regressionsgeraden die spezifische Ladung.

Aufgabe 2: Bestimmung nach der Methode von Busch

Die Methode von Busch bietet uns eine zweite Möglichkeit, die spezifische Ladung zu bestimmen. Dazu nutzen wir einen Versuchsaufbau mit einer Elektronenstrahl-Oszillographenröhre, wie er in Schaltung 2 auf dem Aufgabenblatt beschrieben ist. Elektronen werden dabei durch eine Elektrode beschleunigt und gebündelt. Die Flugbahn der in der Kathodenstrahlröhre beschleunigten Elektronen können mittels mehrerer Ablenkplatten, den sogenannten Deflektoren, modifiziert werden. Ein elektrisches Linsensystem mit den Anschlüssen g_1 und g_3 sorgt dafür, dass wir das Abbild der Elektronen hinsichtlich der Schärfe und Intensität optimieren können. Zusätzlich ist um die Röhre herum eine Spule aufgebaut, deren Magnetfeld zu einem Mittelpunktstrahl parallel verlaufen soll. Legt man an die Spule geeignete Spannungen an, so verändert sich die Flugbahn der Elektronen dergestalt, dass sie schraubenförmige Bahnen beschreiben.

Aufgabe 2.1: Vorversuche

Als Beschleunigungsspannung sei nun ungefähr $500V$ gewählt. Wir betrachten zunächst den Fall, dass die Spule stromfrei bleiben soll. Dadurch erfahren die Elektronen keine Lorentzkraft, da das Magnetfeld als Träger der Kraft fehlt. In diesem Fall werden wir auf dem Schirm einen Strich registrieren, denn die Ablenkplatten sollen mit Wechselspannung betrieben werden. Dadurch werden die Elektronen periodisch von der eigentlichen Mittellage um den Winkel Θ ausgelenkt. Über das Linsensystem variieren wir g_1 und g_3 so, dass wir optimale Intensität und Schärfe erreichen.
Dann werden wir langsam den Spulenstrom erhöhen und beobachten, wie sich das Abbild am Schirm verändert. Es wird erwartet, dass sich bei steigendem Spulenstrom der Strahl immer stärker krümmt und verkleinert. Dies ist darin begründet, dass sich die Geschwindigkeit des um Θ von der Mittellage ausgelenkten Elektronenstrahl in eine Komponente $v_\perp$ senkrecht und eine Komponente $v_\parallel$ zum Magnetfeld aufspalten lässt. Die Lorentzkraft wirkt stets auf die Komponente senkrecht zum Magnetfeld, wodurch sich bei großer Auslenkung Θ auch eine große Krümmung ergibt.
Schließlich erreichen wir einen gewissen Spulenstrom, bei dem die Krümmung so stark geworden ist, dass das resultierende Abbild gerade ein Fleck sein wird. Wird der Spulenstrom darüber hinaus gesteigert, so ist zu erwarten, dass sich der Fleck wieder zu einer Linie entkrümmt. Dieser Vorgang dürfte sich bei immer größer werdendem Spulenstrom wiederholen.

Aufgabe 2.2: e/m nach der Methode von Busch

Zunächst sollen die in Aufgabe 2.1 auftretenden Effekte mathematisch beschrieben werden, um einen Weg zu finden, die spezifische Ladung zu bestimmen. Für die Elektronen, welche durch das Magnetfeld der Spule auf eine Kreisbahn mit Radius r gezwungen werden, gilt wie in den theoretischen Grundlagen bereits besprochen die Gleichheit von Zentripetal- und Lorentzkraft. Es ist in diesem Fall darauf zu achten, dass wie in Aufgabe 2.1 angesprochen die Lorentzkraft nur auf die Geschwindigkeitskomponente senkrecht zum Feld wirkt. Es gilt dann

$$\frac{e}{m} = \frac{v_\perp}{rB}$$

Die Geschwindigkeit $v_\perp$ bleibt, einen konstanten Spulenstrom I vorausgesetzt, ebenfalls stets konstant, denn die Lorentzkraft greift senkrecht auf sie an und bewirkt so nur eine Beschleunigung zum Mittelpunkt auf einer Kreisbahn, was aber nicht zu einer Beschleunigung der Tangentialgeschwindigkeit $v_\perp$

führt. Es soll nun die Periodendauer T dieser Kreisbewegungen angegeben werden. Für diese gilt

$$T = \frac{2\pi r}{v_\perp}$$

Nach Umformung wird dies zu einem Ausdruck für $v_\perp$

$$v_\perp = \frac{2\pi r}{T}$$

der nun in die vorige Gleichung eingesetzt wird, wodurch sich ergibt:

$$\frac{e}{m} = \frac{2\pi}{BT}$$

Wir betrachten nun den in Aufgabe 2.1 eingestellten Fall, dass wir nur noch einen Fleck auf dem Schirm registrieren. Die Flugzeit der Elektronen mit der Geschwindigkeit $v_\parallel$ auf der Strecke d zwischen den Deflektoren und dem Schirm muss dann genau gleich der Periodendauer sein. Es gilt also

$$T = \frac{d}{v_\parallel}$$

Die Geschwindigkeit $v_\parallel$ erhalten die Elektronen aus der Beschleunigungsspannung. Wie in den Grundlagen gezeigt, gilt dann der Zusammenhang:

$$v_\parallel^2 = \frac{2eU}{m}$$

Es wird nun die obige Gleichung der Periodendauer quadriert und dieser Ausdruck für $v_\parallel$ eingesetzt. Dann erhält man zunächst

$$T^2 = \frac{md^2}{2eU}$$

Quadriert man nun die Gleichung für die spezifische Ladung und setzt T^2 dort ein, erhält man nach kurzer Umformung schlussendlich:

$$\frac{e}{m} = \frac{8\pi^2 U}{d^2 B^2}$$

In dieser kompakten Formel fehlt uns letztlich nur noch der Ausdruck für die magnetische Flussdichte. Die verwendete Spule ist nicht als lang anzunehmen, weshalb wir mit

$$B = \frac{\mu_0 n I}{2L}\left(\frac{a}{\sqrt{R^2 + a^2}} + \frac{L-a}{\sqrt{R^2 + (L-a)^2}}\right) = \lambda I$$

rechnen müssen, wobei R der mittlere Radius der Spulenwicklungen und a der Abstand des Feldorts vom Spulenende seien. Wie man in der Formel erkennt, ist das Feld recht inhomogen. Wir nutzen allerdings geschickt die Symmetrie der Spulenanordnung und mitteln $\lambda = \lambda(a)$ auf der Strecke vom Deflektor d_1 mit $a = 46mm$ bis zum Leuchtschirm S mit $a = 90mm$. Da nach obiger Abkürzung $\lambda = \frac{B}{I}$ gilt, finden wir mit dem Mittelwert $\bar{\lambda}$ auch den Mittelwert von $\bar{B} = \bar{\lambda} I$. Da es sich bei $\lambda(a)$ im genutzten Wertebereich von a um eine stetig differenzierbare Funktion handelt, lässt sich der Mittelwert über das arithmetische Mittel stetiger Funktionen berechnen zu:

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{S - d_1}\int_{d_1}^{S} \lambda(a)\, da = 6{,}18036 \cdot 10^{-2}\,\frac{\mathrm{T}}{\mathrm{A}}$$

Dies eingesetzt liefert uns:

$$\frac{e}{m} = \frac{8\pi^2 U}{d^2 I^2 \bar{\lambda}^2}$$

Wir stellen im Versuch nun Beschleunigungsspannungen $U \in [500V, 700V]$ in $25V$-Schritten ein und messen den benötigten Spulenstrom I, bis wir auf dem Schirm nur einen Fleck zu sehen bekommen. Obige Gleichung lässt sich umstellen zu

$$\frac{8\pi^2 U}{d^2 \bar{\lambda}^2} = \frac{e}{m} I^2$$

Tragen wir nun $\frac{8\pi^2 U}{d^2 \bar{\lambda}^2}$ über I^2 auf, so erhalten wir als Steigung der Regressionsgeraden die gesuchte spezifische Ladung.

Quellenverzeichnis

Meschede, D.: Gerthsen Physik

Walcher, W.: Praktikum der Physik

Bergmann, L. / Schaefer, C.: Lehrbuch der Experimentalphysik, Band 2 - Elektrizität und Magnetismus

Skizze zum Hall-Effekt:
http://www.elektro-wissen.de/Bilder/Hall-Effekt.GIF

Skizze zum Fadenstrahlrohr:
http://upload.wikimedia.org/wikipedia/de/1/10/Fadenstrahlrohr_Versuchsaufbau.svg

Physikalisches Anfängerpraktikum
P1

Versuch:

P1-72,74,75

Bestimmung von e/m des Elektrons

Auswertung

von

Georg Fleig (georg@leech.it)
Marcel Krause (mrrrc@leech.it)

Gruppe: Di-11

Datum der Versuchsdurchführung:
06.12.11

Aufgabe 1: e/m mit dem Fadenstrahlrohr

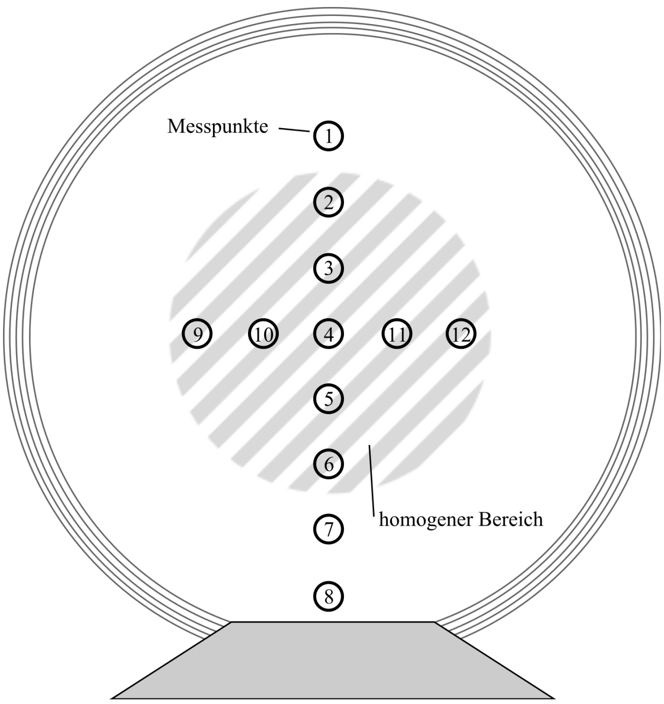
In der ersten Aufgabe bestimmen wir die spezifische Ladung mit Hilfe des Fadenstrahlrohrs.

Aufgabe 1.1: Vorversuche

Zunächst haben wir mit der Hallsonde das Feld der Helmholtzspulen ausgemessen. Da uns das Zentrum des Fadenstrahlrohrs nicht direkt zugänglich ist, nutzten wir eine zweite, baugleiche Spule, welche zusammen mit einer Messplatte so an das Fadenstrahlrohr angebracht werden konnte, dass diese Spule zusammen mit der vorderen Spule des Fadenstrahlrohrs ebenfalls nach Helmholtz angeordnet waren. Die Messplatte befand ich dabei mittig zwischen den beiden Spulen.
Beim Anschluss der Hallsonde haben wir festgestellt, dass sich die mit ihr messbare Hallspannung U_H ohne externes Magnetfeld nicht vollständig auf Null abgleichen ließ. Deshalb mussten wir von jedem mit der Sonde aufgenommenen Messwert einen Offset von $-0,04mV$ abziehen, was einer Addition mit dem Betrag dieses Offsets entspricht. Nachfolgend findet sich unsere Messwertetabelle mit bereits abgezogenem Offset.

I in A	1,0	1,5	2,0
Messpunkt	U_H in mV		
1	0,07	0,10	0,15
2	0,08	0,11	0,16
3	0,08	0,11	0,16
4	0,08	0,12	0,16
5	0,08	0,12	0,16
6	0,08	0,12	0,16
7	0,07	0,11	0,15
8	0,06	0,09	0,13
9	0,08	0,12	0,16
10	0,08	0,12	0,16
11	0,08	0,12	0,16
12	0,07	0,12	0,16

Die Bezeichnung der Messpunkte lässt sich in folgender Skizze nachvollziehen:



Da jeder Messpunkt $3cm$ vom anderen entfernt ist, lässt sich mit unseren Messwerten gut feststellen, dass das Feld in einem Radius von etwa $6cm$ bis $8cm$ um den Mittelpunkt hinreichend homogen ist. Im späteren Verlauf der ersten Versuchsreihe wird mit den Messwerten noch die Flussdichte des Helmholtzspulenpaars bestimmt. Zunächst soll aber die Hallsonde geeicht werden.

Aufgabe 1.2: Eichung der Hallsonde

Um die mit der Hallsonde gemessenen Hallspannungen U_H in magnetische Flussdichten B umzurechnen, muss die Hallsonde zunächst geeicht werden. Dazu diente uns eine lange Eichspule der Länge $L = 0,3m$ mit $N = 750$ Windungen, deren magnetische Flussdichte durch

$$B = \mu_0 N \frac{I}{L}$$

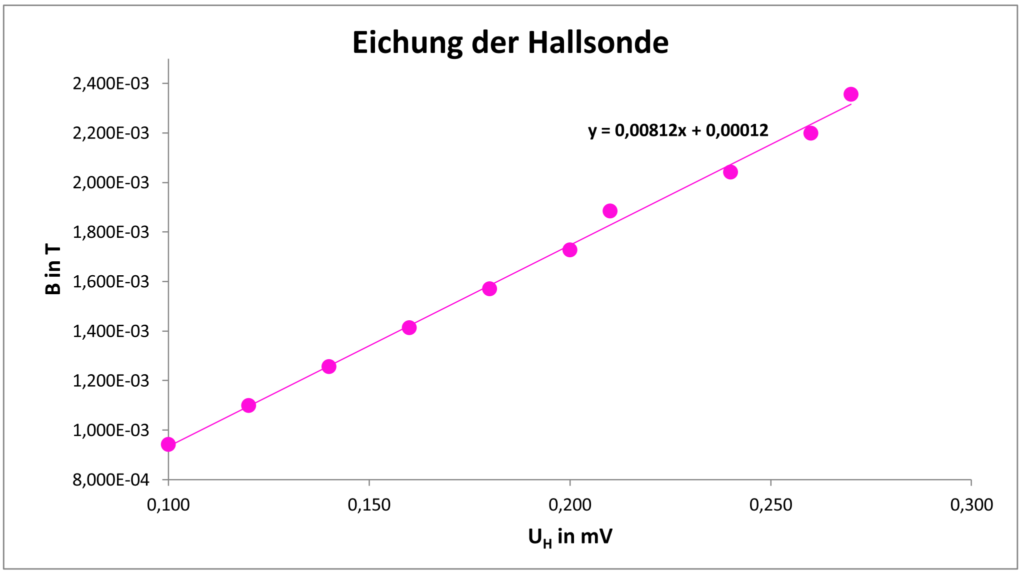
berechnet werden kann. Dabei ist die Vakuumpermeabilität per Definition:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$$

Im Versuch haben wir verschiedene Spulenstromstärken $I \in [0,300A;\ 0,750A]$ in Schritten von $25A$ eingestellt und die Hallspannung U_H gemessen. Gleichzeitig ließ sich mit obiger Formel für jede Stromstärke die resultierende Flussdichte B berechnen. Es ergaben sich folgende Werte:

Messung	I in A	U_H in mV	B in T
1	0,300	0,100	9,425E-04
2	0,350	0,120	1,100E-03
3	0,400	0,140	1,257E-03
4	0,450	0,160	1,414E-03
5	0,500	0,180	1,571E-03
6	0,550	0,200	1,728E-03
7	0,600	0,210	1,885E-03
8	0,650	0,240	2,042E-03
9	0,700	0,260	2,199E-03
10	0,750	0,270	2,356E-03

Anschließend wurde von uns B über U_H aufgetragen und mittels linearer Regression die Steigung ξ dieser Geraden bestimmt. Das Datenverarbeitungsprogramm Excel lieferte uns dabei:



Die Steigung der Regressionsgeraden beträgt $0,00812$. Da auf der Abszissenachse Werte von U_H in der Einheit mV angegeben wurden, ergibt sich als Steigung also

$$\xi = 8,12\frac{T}{V}$$

Da wir nun die Hallsonde geeicht haben, können wir die vorigen Werte weiter verarbeiten.

Aufgabe 1.3: Vergleich der Werte und Feldhomogenität

Wir kennen nun den Eichwert ξ der verwendeten Hallsonde, sodass wir die in Aufgabe 1.1 gemessenen Hallspannungen des Helmholtzspulenpaars mittels der in der Vorbereitung diskutierten Beziehung

$$B_{exp} = \xi U_H$$

berechnen können. Wir bilden für jede gewählte Stromstärke I aus den Messpunkten 3, 4, 5, 10 und 11 des homogenen Mittenfelds den Mittelwert für B_{exp}. Dieser soll anschließend mit den theoretischen Flussdichten B_{theor} bei gegebener Stromstärke verglichen werden, die sich wie in der Vorbereitung gezeigt über

$$B_{theor} \approx 0,7155\mu_0 N\frac{I}{R}$$

berechnen lassen. Dabei ist $N = 130$ die Windungszahl und $R = 0,15m$ der Abstand beziehungsweise Radius beider Spulen (Helmholtz-Anordnung). Es ergeben sich folgende Werte:

I in A	1,0	1,5	2,0
Messpunkt	B_{exp} in T		
1	5,684E-04	8,120E-04	1,218E-03
2	6,496E-04	8,932E-04	1,299E-03
3	6,496E-04	8,932E-04	1,299E-03
4	6,496E-04	9,744E-04	1,299E-03
5	6,496E-04	9,744E-04	1,299E-03
6	6,496E-04	9,744E-04	1,299E-03
7	5,684E-04	8,932E-04	1,218E-03
8	4,872E-04	7,308E-04	1,056E-03
9	6,496E-04	9,744E-04	1,299E-03
10	6,496E-04	9,744E-04	1,299E-03
11	6,496E-04	9,744E-04	1,299E-03
12	5,684E-04	9,744E-04	1,299E-03
Mittelwert	6,496E-04	9,582E-04	1,299E-03
B_{theor} in T	7,7929E-04	1,1689E-03	1,5586E-03

Im Rahmen der Messgenauigkeit stimmen die Werte von Theorie und Experiment einigermaßen überein. Mögliche Fehlerquellen sind unter anderem Ablesefehler beim Einstellen des Spulenstroms, die relativ ungenaue Angabe der Hallspannung an dem verwendeten Voltmeter sowie der relative Fehler, der beim Eichen der Hallsonde entstanden ist. Dieser pflanzt sich durch weitere Nutzung des Eichfaktors auch in dieser Berechnung fort.

Aufgabe 1.4: Durchmesser der Elektronenkreisbahnen

In der letzten Teilaufgabe wurden von uns nun die Durchmesser der Elektronenkreisbahnen gemessen und mit diesen dann die spezifische Ladung bestimmt. Wir haben dabei den Spulenstrom (und somit auch das Magnetfeld der Spulen) konstant gehalten und die Beschleuigungsspannungen (und damit die Geschwindigkeiten der Elektronen) variiert, et vice versa. Wir führten die Messungen wieder am Fadenstrahlrohr durch, sodass sich die Kennwerte der Spule erneut zu $N = 130$ und $R = 0,15m$ ergaben. Wie in der Vorbereitung hergeleitet, gilt für die spezifische Ladung:

$$\frac{e}{m} = \zeta \cdot \frac{U}{d^2 I^2}$$

Es wird nun zunächst also der Proportionalitätsfaktor ζ berechnet mit

$$\zeta = \frac{125R^2}{8\mu_0^2 N^2} \approx 1,3173 \cdot 10^7 \frac{A^2}{T^2}$$

Es folgen nun also zunächst die Messergebnisse beider oben angesprochener Methoden. Dabei wurde stets darauf geachtet, dass wir im Fadenstrahlrohr einen Kreis und keine Schraubenbahn erhalten.

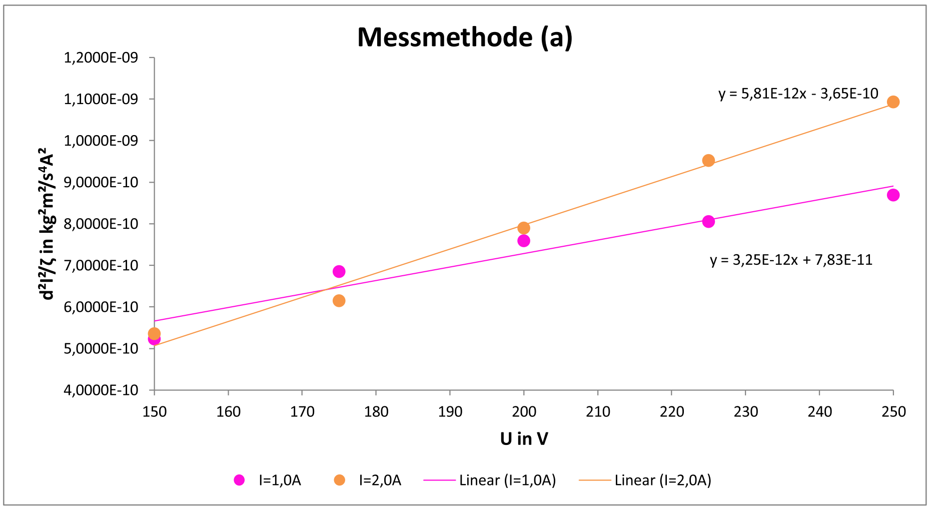
(a) Wir haben den Spulenstrom bei $I = 1,0A$ und $I = 2,0A$ konstant gehalten und die Anodenspannung mit $U \in [100V;\ 250V]$ in $25V$-Schritten variiert. Ein Umstellen der obigen Gleichung lieferte uns

$$\frac{d^2 I^2}{\zeta} = \left(\frac{e}{m}\right)^{-1} \cdot U$$

In nachfolgender Tabelle finden sich die von uns gemessenen Durchmesser d zu jeder Anodenspannung U und zu jedem Spulenstrom I. Gleichzeitig haben wir für beide Spulenströme den Faktor $\frac{d^2 I^2}{\zeta}$ berechnet.

I in A	1,0	2,0	1,0	2,0
U in V	d in cm		d^2I^2/ζ in kg^2m^2/s^4A^2	
100	-	-	-	-
125	-	-	-	-
150	8,3	4,2	5,2295E-10	5,3563E-10
175	9,5	4,5	6,8510E-10	6,1488E-10
200	10,0	5,1	7,5911E-10	7,8978E-10
225	10,3	5,6	8,0534E-10	9,5223E-10
250	10,7	6,0	8,6910E-10	1,0931E-09

Für Anodenspannungen von $U = 100V$ und $U = 125V$ ist der Elektronenring zusammengebrochen, sodass sich hier kein Durchmesser bestimmen ließ. Wir haben nun $\frac{d^2 I^2}{\zeta}$ über U aufgetragen. Dabei ergab sich folgendes Schaubild:



Dieses Schaubild dient der Kontrolle unserer Messungen. Eine lineare Regression der Messwerte zeigt, dass sich die obige Formel bestätigt. Wir erhalten einen linearen Zusammenhang zwischen $\frac{d^2 I^2}{\zeta}$ und U mit der ungefähren inversen spezifischen Ladung als Steigung der Regressionsgeraden.

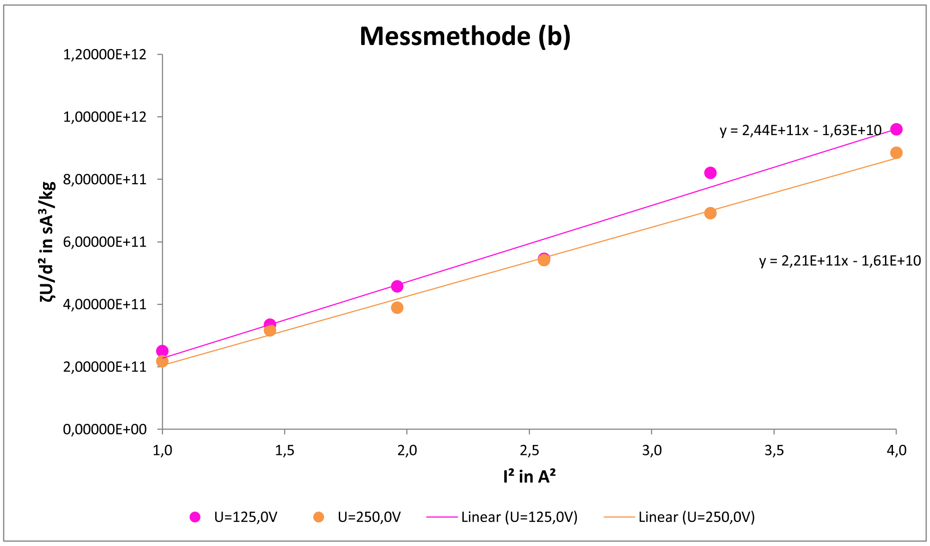
(b) Nun haben wir die Anodenspannung bei $U = 175V$ und $U = 250V$ konstant gehalten und den Spulenstrom mit $I \in [1,0A;\ 2,0A]$ variiert. Die untere Anodenspannung wurde abweichend vom Vorschlag des Aufgabenblatts deshalb so gewählt, da wir, wie zuvor erwähnt, für $U = 100V$ und $U = 125V$ keinen stabilen Kreisring erzeugen konnten und etwas "Sicherheitsabstand" wahren wollten. Die obige Gleichung lässt sich in diesem Fall umstellen zu

$$\frac{\zeta U}{d^2} = \frac{e}{m} \cdot I^2$$

Nachfolgend finden sich wieder unsere Messwerte zusammen mit den berechneten Werten I^2 und $\frac{\zeta U}{d^2}$.

U in V	175,0	250,0	175,0	250,0	
I in A	d in cm		ζU/d² in sA³/kg		I² in A²
1,0	9,6	12,3	2,50145E+11	2,17684E+11	1,0
1,2	8,3	10,2	3,34640E+11	3,16545E+11	1,4
1,4	7,1	9,2	4,57317E+11	3,89099E+11	2,0
1,6	6,5	7,8	5,45642E+11	5,41311E+11	2,6
1,8	5,3	6,9	8,20696E+11	6,91732E+11	3,2
2,0	4,9	6,1	9,60156E+11	8,85068E+11	4,0

In diesem Fall haben wir $\frac{\zeta U}{d^2}$ über I^2 aufgetragen. Dabei ergab sich folgendes Schaubild:



Auch hier wurde von uns eine lineare Regression durchgeführt. Man erkennt wieder schön, dass sich auch hier unsere Vermutung bestätigt. Zwischen $\frac{\zeta U}{d^2}$ und I^2 besteht ein linearer Zusammenhang mit ungefähr der spezifischen Ladung als Steigung der Regressionsgeraden.

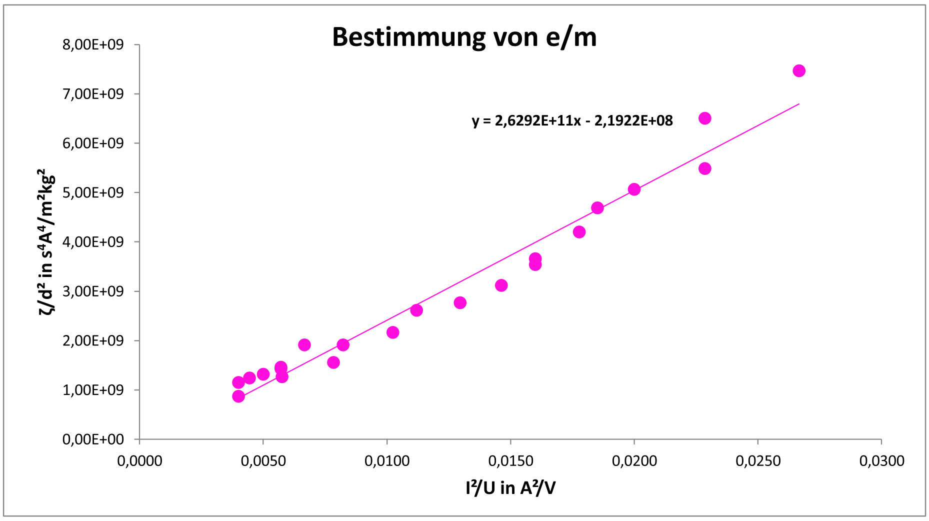
Es hat sich also gezeigt, dass die von uns verwendete Gleichung durchaus Gültigkeit besitzt. Ein drittes Umstellen führt uns dann auf

$$\frac{\zeta}{d^2} = \frac{e}{m} \cdot \frac{I^2}{U}$$

Wir haben nun $\frac{\zeta}{d^2}$ sowie $\frac{I^2}{U}$ berechnet und diese zusammen mit allen von uns gemessenen Werten noch einmal in einer Tabelle zusammengefasst:

I in A	U in V	d in cm	I^2/U in A^2/V	ζ/d^2 in s^4A^4/m^2kg^2
1,0	175	9,6	0,0057	1429399564,3
1,0	150	8,3	0,0067	1912229116,7
1,0	175	9,5	0,0057	1459650568,9
1,0	200	10,0	0,0050	1317334638,5
1,0	225	10,3	0,0044	1241714241,2
1,0	250	10,7	0,0040	1150611091,3
1,0	250	12,3	0,0040	870734773,3
1,2	175	8,3	0,0082	1912229116,7
1,2	250	10,2	0,0058	1266180928,9
1,4	175	7,1	0,0112	2613240703,2
1,4	250	9,2	0,0078	1556397257,2
1,6	175	6,5	0,0146	3117951807,0
1,6	250	7,8	0,0102	2165244310,4
1,8	175	5,3	0,0185	4689692554,2
1,8	250	6,9	0,0130	2766928457,2
2,0	175	4,9	0,0229	5486608240,2
2,0	150	4,2	0,0267	7467883438,0
2,0	175	4,5	0,0229	6505356239,4
2,0	200	5,1	0,0200	5064723715,8
2,0	225	5,6	0,0178	4200684433,9
2,0	250	6,0	0,0160	3659262884,6
2,0	250	6,1	0,0160	3540270460,8

Anschließend haben wir $\frac{\zeta}{d^2}$ über $\frac{I^2}{U}$ aufgetragen. Es ergab sich folgendes Schaubild:



Die lineare Regression an die Gesamtheit dieser Messwerte lieferte uns schließlich die spezifische Ladung. Unser Datenverarbeitungsprogramm Excel liefert uns:

$$\frac{e}{m} = 2,6292 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$

Ein Vergleich mit dem Literaturwert $\left(\frac{e}{m}\right)_{lit} = 1,7588 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$ zeigt, dass wir eine Abweichung von etwa $49,9\%$ zu registrieren haben. Dass die auf diese Art und Weise bestimmte spezifische Ladung nicht genau sein würde, war uns bereits in den Vorbereitungen klar. Die Hauptfehlerquelle lag hier eindeutig beim Ablesen der Kreisdurchmesser. Obwohl die verschiebbaren Marken ein parallaxenfreies Ablesen hätten ermöglichen sollen, war dies in der Praxis kaum durchführbar. Bereits kleinste Fehler im Durchmesser pflanzen sich in der Formel für die spezifische Ladung fort und sorgen für große Abweichungen. Als weitere Fehlerquellen sind wieder Ablesefehler bei den verwendeten Messgeräten zu nennen.
Es ist abschließend also zu sagen, dass die Bestimmung von e/m mit Hilfe der Fadenstrahlröhre eher

als grobe Orientierungshilfe dienen sollte, in welchem Bereich die spezifische Ladung zu finden ist. Für eine genauere Bestimmung bietet sich die nachfolgend ausgeführte Methode von Busch an.

Aufgabe 2: e/m-Bestimmung nach Busch

Aufgabe 2.1 - Vorbereitende Versuche

Das Experiment wurde gemäß der Schaltung 2 der Versuchsbeschreibung aufgebaut und mit einer Beschleunigungsspannung von $500\,\mathrm{V}$ betrieben. Zunächst legten wir nur am Deflektor eine Wechselspannung an, die Spule blieb außer Betrieb, damit kein Magnetfeld erzeugt wurde. Dann haben wir mit Hilfe der Regler an g_1 und g_3 den Strich auf dem Schirm klar fokussiert und ihn deutlich sichtbar gemacht.
Durch Einschalten der Spule krümmte sich dieser senkrechte Strich etwas zur Seite. Wurde der Spulenstrom weiter erhöht, zog sich der Strich auf einen einzelnen Punkt in der Mitte des Schirms zusammen. Dies war genau dann der Fall, wenn die Elektronen eine Komplette Kreisbahn in der Spirale durchlaufen hatten. Wurde der Spulenstrom weiter erhöht, wurde aus dem Fleck wieder eine krumme Linie. Die Überlegungen und Erwartungen aus der Vorbereitung wurden also bestätigt.

Aufgabe 2.2 - e/m Bestimmung

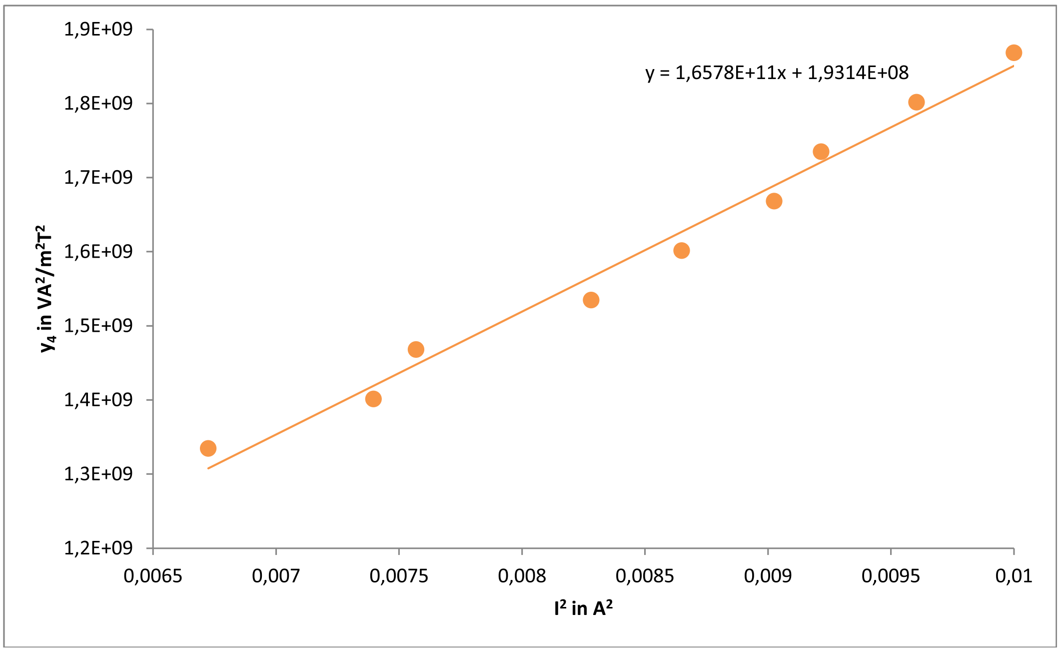
Um nun e/m zu bestimmen, wurden Beschleunigungsspannungen U_B von $500\,\mathrm{V}$ bis $700\,\mathrm{V}$ in $25\,\mathrm{V}$-Schritten angelegt. Dabei musste der Spulenstrom immer so variiert werden, dass auf dem Schirm ein deutlicher Punkt zu erkennen war. Gelegentlich musste dafür auch der Strahl erneut über g_1 und g_3 fokussiert werden. Die gemessenen Werte sind in der folgenden Tabelle dargestellt:

U in V	I in A
500	0,082
525	0,086
550	0,087
575	0,091
600	0,093
625	0,095
650	0,096
675	0,098
700	0,100

In der Vorbereitung wurde bereits gezeigt, wie mit den gemessenen Werten weiter zu verfahren ist. Dabei wurde folgende Geradengleichung hergeleitet:

$$\frac{e}{m}I^2 = \frac{8\pi^2 U_B}{d^2\bar{k}^2} := y_4$$

Wobei $\bar{k} = 6,18036 \cdot 10^{-2}\,\frac{\mathrm{T}}{\mathrm{A}}$ ebenfalls in der Vorbereitung berechnet wurde und $d = 88mm$ gilt. Es wird nun y_4 über I^2 aufgetragen und aus der Steigung der Regressionsgeraden direkt der zu bestimmende Wert von e/m abgelesen:



Wir erhalten also:

$$\frac{e}{m} = 1,658 \cdot 10^{11}\,\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{kg}}$$

Verglichen mit dem Literaturwert von $\left(\frac{e}{m}\right)_{lit} = 1,759 \cdot 10^{11}\,\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{kg}}$ haben wir eine relative Abweichung von -5,74%.

Fazit

Im Vergleich zur Messung mit dem Fadenstrahlrohr scheint die Methode von Busch genauer zu sein, da hier das mühsame Ablesen des Kreisradius mit den Markern entfällt. Im Vergleich dazu war das Erreichen eines einzelnen Leuchtpunktes auf dem Schirm mit dem sensiblen Regler des Spulenstroms recht genau zu bewerkstelligen, daher erhielten wir hier relativ exakte Werte. Als Fehlerquelle seien hier weiterhin die verwendeten Multimeter für die Strom- und Spannungsmessung, sowie die Ungenauigkeit beim fokussieren des Strahles auf einen einzelnen Punkt erwähnt.

Quellenverzeichnis

Literaturwert der spezifischen Ladung:
http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?esme