

Versuche P1-72,74,75

Bestimmung von $\frac{e}{m}$

Thomas Keck, Marco A. Harrendorf, Gruppe: Mo-3
Karlsruhe Institut für Technologie, Bachelor Physik

Versuchstag: 25.10.2010

Inhaltsverzeichnis

1	Versuch 1: $\frac{e}{m}$-Bestimmung	3
1.1	Versuch 1.1: Messen der Hallspannungen im magnetischen Feld der Helmholtzspulen	3
1.2	Versuch 1.2: Eichen der Hallsonde mittels einer langen Spule	5
1.3	Versuch 1.3: Überprüfen der Feldhomogenität für die Helmholtzspulen	8
1.4	Versuch 1.4: Messen der Durchmesser der Elektronenkreisbahnen im Fadenstrahlrohr	12
2	$\frac{e}{m}$ Bestimmung mit der Methode von Busch	18
2.1	Messung	18
2.1.1	Versuchsaufbau	18
2.1.2	Versuchsdurchführung	18
2.1.3	Messergebnisse	18
2.2	Auswertung	19
2.2.1	Benutzte Software	19
2.2.2	$\frac{e}{m}$ Bestimmung	19
2.3	Ausführliche Fehlerrechnung	21
2.3.1	Fehleranalyse	21
2.3.2	Fehlerrechnung	23
	Literatur	27
	Anhang	27
	Vorbereitung: Thomas Keck	27
	Vorbereitung: Marco A. Harrendorf	27
	Messprotokoll	27

1 Versuch 1: $\frac{e}{m}$ -Bestimmung

In diesem Versuch bestimmten wir das Verhältnis von Elementarladung e und Elektronenmasse unter Verwendung eines Fadenstrahlrohrs.

Vor dem eigentlichen Versuch zur Bestimmung des Verhältnisses $\frac{e}{m}$ (Versuch 1.4) waren drei Teilversuche (Versuch 1.1, 1.2. und 1.3) durchzuführen. Diese sollten belegen, dass das magnetische Feld der Helmholtzspulen, welches das Fadenstrahlrohr umschließt, hinreichend homogen ist.

1.1 Versuch 1.1: Messen der Hallspannungen im magnetischen Feld der Helmholtzspulen

Ziel des Versuchs In diesem Teilversuch waren die Hallspannungen mittels einer Hallsonde innerhalb der Helmholtzspulen zu messen.

Versuchsaufbau Das Fadenstrahlrohr befindet sich zwischen zwei Helmholtzspulen, die in einen Plexiglaskasten eingebaut sind.

Damit die Hallsonde nicht innerhalb des Plexiglaskastens geführt werden musste, wurde außerhalb des Glaskastens eine dritte Helmholtzspule (Windungszahl $n=130$, Radius $R=15\text{cm}$) - gleicher Bauart wie die zwei verbauten Spulen - platziert. Die Anordnung der dritten Spule wurde hierbei so gewählt, dass die zweite und dritte Spule mit einem Abstand von 15 cm genauso weit entfernt waren wie die zweite und erste Spule. Aus Symmetriegründen entspricht also das magnetische Feld zwischen der dritten und zweiten Spule dem magnetischen Feld zwischen zweiter und erster Spule.

Durch die Reihenschaltung von dritter Spule und zweiter Spule war es nun also möglich, die Hallspannungen mittels der Hallsonde außerhalb des Plexiglaskastens zu messen und gleichzeitig damit Aussagen über die Homogenität des magnetischen Feldes innerhalb des Plexiglaskastens treffen zu können.

Zusätzlich war an der Montageplatte der dritten Helmholtzspule eine Meßplatte so angebracht, dass sich die Meßplatte bei richtiger Positionierung der dritten Spule genau im Mittelpunkt zwischen der dritten und zweiten Spule befand. Dies heißt, die Meßplatte war jeweils genau 7,5 cm vom Zentrum der dritten bzw. zweiten Spule entfernt.

Diese Meßplatte konnte in 12 Messpositionen, die Hallsonde aufnehmen. Die Skizze 1 zeigt die verschiedenen Messpunkte für die Hallsonde. Die Projektion des Fadenstrahlrohrs auf die Messplatte ist als schwarzer Kreis eingezeichnet.

Versuchsdurchführung Zur Bestimmung der Hallspannungen an den verschiedenen Messpositionen wurde an die Hallsonde ein Spannungsmessgerät der Firma Knoch angeschlossen und ein Nullabgleich der Hallsonde in Messposition 6 bei ausgeschaltetem Spulenstrom durchgeführt (vor jedem Wechsel des Spulenstroms erfolgte ein erneuter Nullabgleich).

Anschließend wurde der Strom für die Spulen eingeschaltet und unter Zuhilfenahme eines Stromstärkenmessgeräts (Fa. Extech, Typ Multimeter 410) auf folgende Werte im Messbereich 20 A eingestellt: 1.01 A, 1.50 A und 2.01 A.

Unter Verwendung des Spannungsmessgeräts wurde dann die Hallspannung gemessen, wobei

Meßplatte

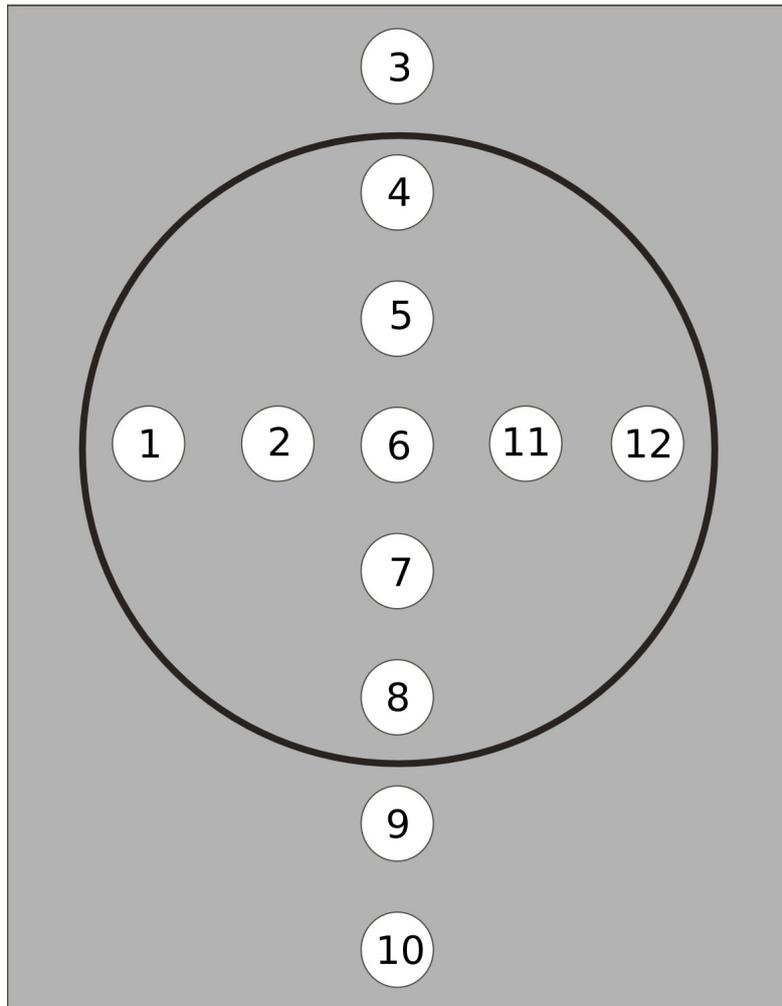


Abbildung 1: Skizze zu den Messpunkten auf der Meßplatte für die Hallsonde

für einen Spulenstrom von 1.01 A und 1.50 A der Messbereich von 0.15 mV und für einen Spulenstrom von 2.01 A der Messbereich von 0.5 mV gewählt wurde.

Die Tabelle 1 zeigt die gemessenen Hallspannungen U_H für die jeweilige Messposition und den jeweiligen Spulenstrom.

Messposition	$U_H(1.01 \text{ A}) [\mu\text{V}]$	$U_H(1.50 \text{ A}) [\mu\text{V}]$	$U_H(2.01 \text{ A}) [\mu\text{V}]$
1	87	128	174
2	88	131	176
3	81	118	159
4	86	126	170
5	87	128	172
6	87	129	172
7	89	133	172
8	88	131	171
9	83	124	164
10	69	103	136
11	89	129	175
12	88	128	174

Tabelle 1: Gemessene Hallspannungen U_H in Abhängigkeit von der Messposition und vom Spulenstrom

1.2 Versuch 1.2: Eichen der Hallsonde mittels einer langen Spule

Ziel des Versuchs In diesem Versuch war die Hallsonde durch das bekannte Magnetfeld einer langen Spule zu eichen und die Eichgerade $B(U_H)$ zu bestimmen.

Versuchsaufbau Die Hallsonde wurde mittig in eine lange Spule (Länge $L=300\text{mm}$, Durchmesser $d=20\text{mm}$, Windungszahl $n=750 \pm 1 \%$) platziert.

Messungen zeigten, dass geringfügige Verschiebungen der Hallsonde innerhalb der Spule zu keinen Veränderung der gemessenen Hallspannungen führten, dies heißt, das Feld am Messpunkt war hinreichend homogen.

Versuchsdurchführung Die Hallsonde war an ein Spannungsmessgerät (Fa. Knoch) angeschlossen und es wurde für diese bei ausgeschaltener Spule ein Nullabgleich durchgeführt.

Der Messbereich des Spannungsmessgeräts lag für Spulenströme bis einschließlich 0.3 A bei 0.15 mV und ab 0.35 A bei 0.5 mV. Der Strom durch die Spule wurde durch ein Stromstärkenmessgerät (Fa. Metrawatt, Typ Metrometer) bestimmt. Im Gegensatz zum Versuch 1.1 wurde ein anderes Stromstärkenmessgerät verwendet, weil somit der Messbereich mit 3 A besser gewählt werden konnte.

Zur Bestimmung der Eichgeraden wurden im Vorfeld überschlägige Messungen durchgeführt, die ergaben, dass für Spulenströme zwischen 0.1 A und 0.6 A die Hallspannungen im gemessenen Bereich des Versuchs 1.1 liegen. Im folgenden wurden also Spulenströme zwischen 0.1 A

Spulenstrom I [A]	$U_H(I)$ [μV]
0.10	40
0.15	49
0.20	76
0.25	90
0.30	107
0.35	125
0.40	148
0.45	163
0.50	184
0.55	204
0.60	217

Tabelle 2: Gemessene Hallspannungen U_H in Abhängigkeit vom an der Eichspule eingestellten Spulenstrom I

und 0.6 A eingestellt und die dazugehörigen Hallspannungen bestimmt.

Die Tabelle 2 gibt die gemessenen Hallspannungen in Abhängigkeit vom eingestellten Spulenstrom an.

Auswertung und Fehlerrechnung Der Durchmesser (20 mm) der Eichspule ist gegenüber deren Länge (300 mm) gering, sodass für die Berechnung des magnetischen Flusses B die Formel für lange Spulen verwendet werden konnte:

$$B = \mu_0 \cdot n \cdot \frac{I}{L}$$

Die Parameter waren wie folgt gegeben:

- Vakuumpermeabilität

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$$

- Windungszahl der Eichspule

$$n = 750 \pm 1\%$$

- Länge der Eichspule

$$L = 300\text{mm}$$

Für die Bestimmung der Unsicherheit des magnetischen Flusses ΔB wurde Gaußsche Fehlerfortpflanzung angewandt und die Unsicherheiten für die Windungszahl Δn und die Stromstärke ΔI berücksichtigt.

Die Unsicherheit für die Windungszahl Δn betrug 1 % der Anzahl an Windungen der Eichspule (750 Stück), also folglich $\Delta n = 7.5$.

Die Unsicherheit für die Stromstärke ΔI ergab sich für den verwendeten Messbereich von 3 A durch die mit $\pm 1\%$ angegebene Genauigkeit des Messgeräts und war damit $\Delta I = 0.03\text{A}$.

Das Unsicherheitsbudget lautete daher folgendermaßen:

$$\Delta B = \sqrt{\left(\mu_0 \cdot \frac{I}{L}\right)^2 \cdot (\Delta n)^2 + \left(\mu_0 \cdot \frac{n}{L}\right)^2 \cdot (\Delta I)^2}$$

Die berechnete magnetische Feldstärke B und deren Unsicherheit ΔB sind zusammen mit der gemessenen Hallspannung U_H und der Stromstärke I in Tabelle 3 angegeben.

U_H [μV]	I [A]	B [mT]	ΔB [mT]
40	0.10	0.315	0.094
49	0.15	0.471	0.094
76	0.20	0.628	0.094
90	0.25	0.785	0.094
107	0.30	0.942	0.094
125	0.35	1.099	0.094
148	0.40	1.256	0.095
163	0.45	1.413	0.095
184	0.50	1.570	0.095
204	0.55	1.727	0.095
217	0.60	1.884	0.096
243	0.70	2.199	0.096
282	0.80	2.513	0.097

Tabelle 3: Die berechnete magnetische Feldstärke B und deren Unsicherheit ΔB zusammen mit der gemessenen Hallspannung U_H und der Stromstärke I

Eichgerade und Fit Die berechnete magnetische Feldstärke B sowie deren Unsicherheit ΔB wurden unter Verwendung des Datenanalysepakets Root (Produktionsversion 5.26) über der Hallspannung U_H aufgetragen (siehe Abbildung 2 und 3) und mit zwei Funktionen unter Anwendung der Chi-Quadrat-Methode gefittet:

Die erste Fit-Funktion lautete $f(x) = ax + b$. Sie diente zum Nachweis, dass vor Beginn der Messungen der Nullabgleich für die Hallsonde richtig durchgeführt wurde. Auf Grund des Nullabgleich war nämlich ein gegenüber dem Steigungswert a deutlich geringerer Verschiebungswert b zu erwarten.

Folgende Werte ergaben sich für den ersten Fit:

$$a = 8.87541E+00 \pm 3.86026E-01 \left[\frac{T}{V} \right]$$

$$b = -2.28534E-05 \pm 6.14901E-05 \left[\frac{T}{V} \right]$$

Die Verschiebung b ist also vernachlässigbar klein bzw. verschwindet innerhalb der Unsicherheit, somit kann davon ausgegangen werden, dass der Nullabgleich der Hallsonde richtig stattgefunden hat.

Die zweite Fit-Funktion lautete nur $f(x) = ax$. Diese wurde ermittelt, um später im Versuch 1.3 die gemessenen magnetischen Flussdichten B aus den in Versuch 1.1 gemessenen Hallspannungen U_H bestimmen zu können.

Folgender Wert ergab sich für den zweiten Fit:

$$a = 8.74790E+00 \pm 1.75948E-01 \left[\frac{T}{V} \right]$$

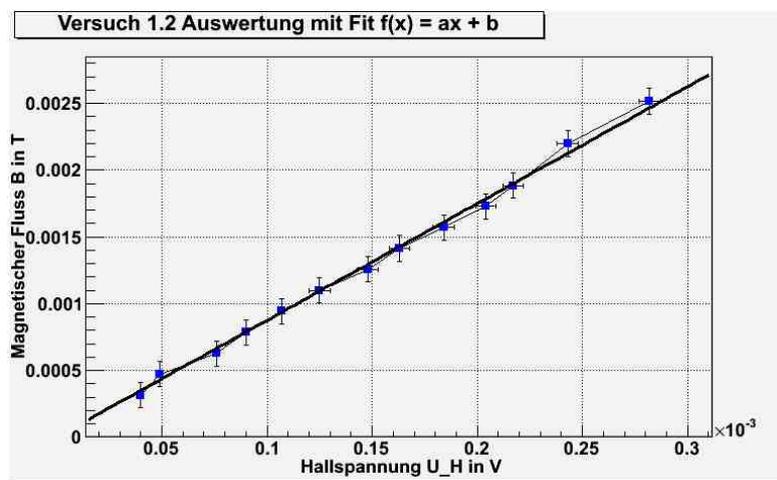


Abbildung 2: Eichgerade $B(U_H)$ mit Fit $f(x) = ax + b$

1.3 Versuch 1.3: Überprüfen der Feldhomogenität für die Helmholtzspulen

Ziel des Versuchs Innerhalb dieses Versuches sollten die gemessenen Hallspannungen U_H aus dem Versuch 1.1 und die Eichgerade $B(U_H)$ aus dem Versuch 1.2 verwendet werden, um den magnetischen Fluss B des Mittenfeldes zwischen den Helmholtzspulen zu bestimmen. Anschließend war das Mittenfeld an Hand der Formel auf dem Aufgabenblatt zu berechnen und mit dem Messwert zu vergleichen, um damit die Homogenität des magnetischen Feldes bei der vorliegenden Spulenanordnung überprüfen zu können.

Berechnung des Mittenfeldes an Hand der Messungen Für die Berechnung des magnetischen Flusses an Hand der gemessenen Hallspannungen U_H , die in Versuch 1.1 bestimmt

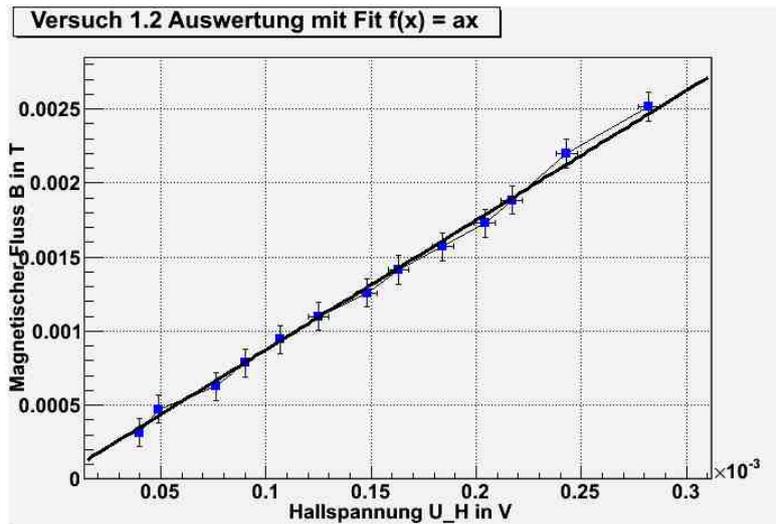


Abbildung 3: Eichgerade $B(U_H)$ mit Fit $f(x) = ax$

wurden und in Tabelle 1 gegeben sind, wurde die zweite Fit-Funktion aus Versuch 1.3 verwendet.

Die magnetische Flussdichte für die gemessenen Hallspannungen B_{Mess} und deren Unsicherheit ΔB_{Mess} lassen sich also wie folgt berechnen:

$$B_{Messg} = 8,74 \left[\frac{T}{V} \right] \cdot U_H [V]$$

$$\Delta B_{Mess} = 0,17 \left[\frac{T}{V} \right] \cdot U_H [V]$$

Berechnung des Mittenfeldes an Hand der gegebenen Formel Das Mittenfeld zwischen den Helmholtzspulen wurde an Hand folgender Formel für die verschiedenen Spulenströme (1.01 A, 1.50 A und 2.01 A) berechnet

$$B_{Formel} = 0,7155 \cdot \mu_0 \cdot n \cdot \frac{I}{R},$$

wobei die weiteren Parameter wie folgt gegeben waren:

- Vakuumpermeabilität $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$
- Windungszahl $n = 130$
- Radius der Helmholtzspulen $R = 15cm$

Vergleich des gemessenen und berechneten magnetischen Flusses B In der Tabelle 4 sind die aus den Messungen mit der Hallsonde bestimmten magnetischen Flussdichten

B_{Mess} und deren Unsicherheiten ΔB_{Mess} in Abhängigkeit von der Messposition sowie die berechneten magnetischen Flussdichten B_{Formel} für die verschiedenen Spulenströme I aufgeführt und es wird die prozentuale Abweichung $Abw.$ des aus Messdaten bestimmten Werts B_{Mess} von den berechneten Werten B_{Formel} angegeben.

Fazit Das magnetische Feld im Fadenstrahlrohr kann als homogen betrachtet werden. Die Messpunkte 3, 9 und 10 weichen zwar deutlich vom theoretisch vorhergesagten Wert ab, allerdings liegen diese auch außerhalb der Projektionsfläche des Fadenstrahlrohrs (siehe Abbildung 1).

Die restlichen Messpunkte weichen nur gering vom theoretischen Wert ab, auffällig ist allerdings, dass alle Messwerte nach oben abweichen. Es ist also davon auszugehen, dass die Formel die Größe des magnetischen Flusses konservativ nach unten abschätzt, was aber für unsere Messungen ohne Bedeutung ist.

I [A]	Messposition	B_{Mess} [mT]	ΔB_{Mess} [mT]	B_{Formel} [mT]	Abw. $B_{Messung}/B_{Formel}$
1.01	1	0.76	0.01	0.79	3.39%
1.01	2	0.77	0.01	0.79	2.28%
1.01	3	0.71	0.01	0.79	10.05%
1.01	4	0.75	0.01	0.79	4.50%
1.01	5	0.76	0.01	0.79	3.39%
1.01	6	0.76	0.01	0.79	3.39%
1.01	7	0.78	0.02	0.79	1.17%
1.01	8	0.77	0.01	0.79	2.28%
1.01	9	0.73	0.01	0.79	7.83%
1.01	10	0.60	0.01	0.79	23.38%
1.01	11	0.78	0.02	0.79	1.17%
1.01	12	0.77	0.01	0.79	2.28%
1.51	1	1.12	0.02	1.17	4.29%
1.51	2	1.14	0.02	1.17	2.05%
1.51	3	1.03	0.02	1.17	11.77%
1.51	4	1.10	0.02	1.17	5.79%
1.51	5	1.12	0.02	1.17	4.29%
1.51	6	1.13	0.02	1.17	3.54%
1.51	7	1.16	0.02	1.17	0.55%
1.51	8	1.14	0.02	1.17	2.05%
1.51	9	1.08	0.02	1.17	7.28%
1.51	10	0.90	0.02	1.17	22.98%
1.51	11	1.13	0.02	1.17	3.54%
1.51	12	1.12	0.02	1.17	4.29%
2.01	1	1.52	0.03	1.57	2.91%
2.01	2	1.54	0.03	1.57	1.79%
2.01	3	1.39	0.03	1.57	11.28%
2.01	4	1.49	0.03	1.57	5.14%
2.01	5	1.50	0.03	1.57	4.02%
2.01	6	1.50	0.03	1.57	4.02%
2.01	7	1.50	0.03	1.57	4.02%
2.01	8	1.49	0.03	1.57	4.58%
2.01	9	1.43	0.03	1.57	8.49%
2.01	10	1.19	0.02	1.57	24.11%
2.01	11	1.53	0.03	1.57	2.35%
2.01	12	1.52	0.03	1.57	2.91%

Tabelle 4: Gemessene und berechnete magnetische Flussdichte für das Mittenfeld zwischen den Helmholtzspulen

1.4 Versuch 1.4: Messen der Durchmesser der Elektronenkreisbahnen im Fadenstrahlrohr

Ziel des Versuchs In diesem Versuch sollten die Durchmesser der Elektronenkreisbahnen im Fadenstrahlrohr einmal bei konstantem Spulenstrom I in Abhängigkeit von der Anodenspannung U_A und ein weiteres Mal bei konstanter Anodenspannung U_A in Abhängigkeit vom Spulenstrom I bestimmt werden.

Nachfolgend sollten die Messergebnisse zur Kontrolle der theoretischen Abhängigkeit der einzelnen Messwerte untereinander in geeignete Koordinatensysteme eingetragen werden und abschließend alle Messwerte so in ein Koordinatensystem eingetragen werden, dass man diesem den Wert für das Verhältnis aus Elementarladung e und Elektronenmasse m entnehmen kann.

Versuchsaufbau Die Bestimmung der Durchmesser der Elektronenbahnen erfolgte mit dem in Plexiglaskasten eingebauten Fadenstrahlrohr.

Die im Plexiglaskasten eingebauten Helmholtzspulen wurden in Reihe geschaltet und das Fadenstrahlrohr so ausgerichtet, dass sich in diesem Kreisbahnen für die Elektronen ergaben.

Zur Messung der Stromstärke wurde ein Stromstärkenmessgerät (Fa. Metrawatt, Typ Metrometer) im Messbereich 3 A und zur Messung der Anodenspannung ein Spannungsmessgerät (Fa. Extech, Multimeter) im Messbereich bis 400 V verwendet.

Versuchsdurchführung Der Versuch teilte sich in zwei Teile auf:

In Teil a) war der Durchmesser der Elektronenkreisbahnen im Fadenstrahlrohr bei zwei vorgegebenen Spulenströmen I (1 A und 2 A) in Abhängigkeit von der Anodenspannung U_A zu bestimmen.

In Teil b) war der Durchmesser der Elektronenkreisbahnen im Fadenstrahlrohr bei zwei vorgegebenen Anodenspannungen U_A (125 V und 250 V) in Abhängigkeit vom Spulenstrom I zu bestimmen.

Zur Messung des Durchmessers der Kreisbahn wurde dann jeweils in Serien gemessen, dies heißt, während die eine Messgröße (z.B. der Spulenstrom) konstant gehalten wurde, wurde hintereinander die andere Messgröße (z.B. dann die Anodenspannung) variiert bzw. schrittweise erhöht.

Hinter dem Fadenstrahlrohr war in vertikaler Ausrichtung ein Spiegel angebracht, sodass unter Zuhilfenahme einer Fixiereinrichtung und eines Lineals der Durchmesser der Elektronenkreisbahn parallaxenfrei abgelesen werden konnte.

Allerdings war eine Ablesung nicht für alle vorgegebenen Werte möglich, da für gewisse Werte (in der Tabelle mit * markiert) entweder im Fadenstrahlrohr keine Elektronenkreisbahn eingestellt werden konnte oder auf Grund der Krümmung des Fadenstrahlrohrs eine parallaxenfreie Ablesung nicht möglich war.

Die Tabelle 5 gibt die gemessenen Durchmesser der Elektronenkreisbahn d_K in Abhängigkeit vom Spulenstrom I und der Anodenspannung U_A wieder.

Variation	Spulenstrom I [A]	Anodenspannung U_A [V]	Durchmesser d_K [mm]
Anodenspannung	125	1.0	68
Anodenspannung	150	1.0	92
Anodenspannung	175	1.0	104
Anodenspannung	200	1.0	*
Anodenspannung	225	1.0	*
Anodenspannung	250	1.0	*
Anodenspannung	125	2.0	46
Anodenspannung	150	2.0	49
Anodenspannung	175	2.0	55
Anodenspannung	200	2.0	60
Anodenspannung	225	2.0	63
Anodenspannung	250	2.0	66
Spulenstrom	125	1.0	*
Spulenstrom	125	1.2	69
Spulenstrom	125	1.4	58
Spulenstrom	125	1.6	53
Spulenstrom	125	1.8	51
Spulenstrom	125	2.0	46
Spulenstrom	250	1.0	*
Spulenstrom	250	1.2	*
Spulenstrom	250	1.4	95
Spulenstrom	250	1.6	83
Spulenstrom	250	1.8	76
Spulenstrom	250	2.0	68

Tabelle 5: Gemessener Durchmesser der Elektronenkreisbahn d_K in Abhängigkeit von dem Spulenstrom I und der Anodenspannung U_A : * Ablesung war nicht möglich

Kontrolle der theoretischen Abhängigkeiten Die Formel für die Berechnung des Verhältnisses von Elementarladung e und Elektronenmasse m lautet wie folgt (hergeleitet in der Vorbereitung):

$$\frac{e}{m} = \frac{2 \cdot U_A}{B^2 \cdot R^2}$$

Beziehungweise, wenn man statt der magnetischen Flussdichte B die in Versuch 1.3 benutzte Formel

$$B_{Formel} = 0,7155 \cdot \mu_0 \cdot n \cdot \frac{I}{R} = 0,779 \cdot \left[\frac{mT}{A} \right] \cdot I [A]$$

einsetzt, ergibt sich:

$$\frac{e}{m} = \frac{2 \cdot U_A}{(7,79 \cdot 10^{-4} \cdot \left[\frac{T}{A} \right] \cdot I [A])^2 \cdot R^2}$$

Hieraus lassen sich dann folgende Zusammenhänge für die Teilaufgaben ableiten:

- a) $r^2 = const. \cdot U_A$
- b) $\frac{1}{r^2} = const. \cdot I$

Es ist also zu erwarten, dass sich Geraden ergeben, wenn man die Werte dementsprechend übereinander aufträgt.

Die Abbildungen 4 und 5 bestätigen dies.

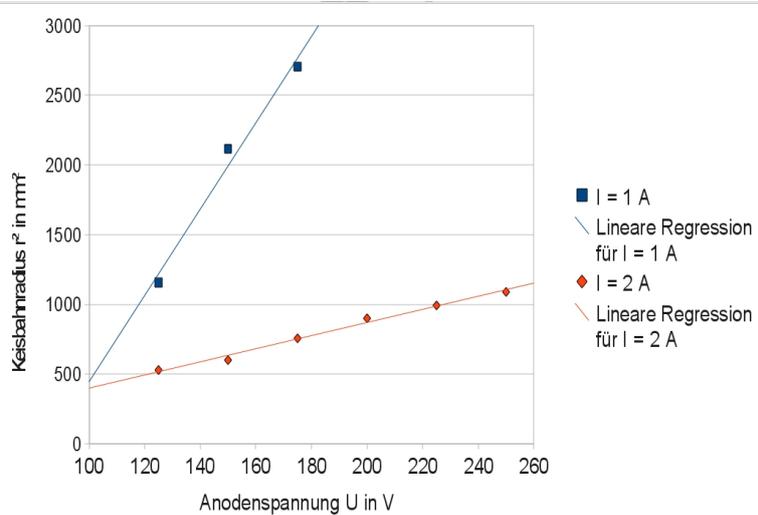


Abbildung 4: Kontrolle der theoretischen Abhängigkeiten für die Anodenspannung

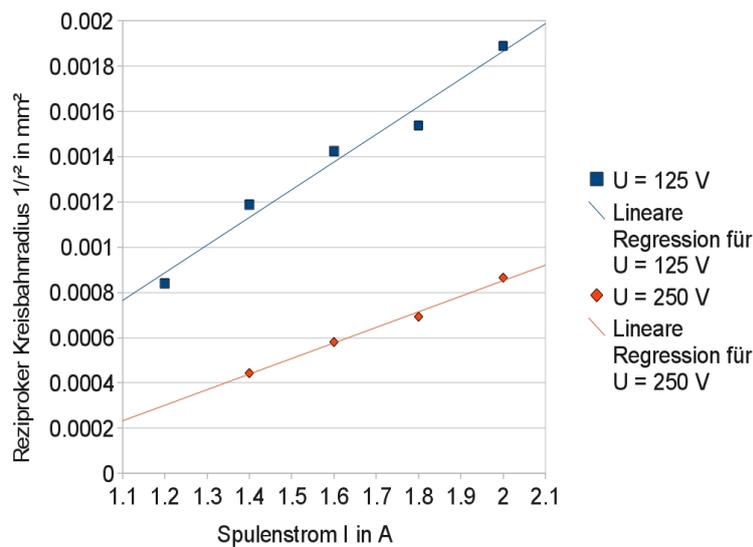


Abbildung 5: Kontrolle der theoretischen Abhängigkeiten für den Spulenstrom

Bestimmung des Verhältnisses $\frac{e}{m}$ Zur Bestimmung des Wertes $\frac{e}{m}$ wurde folgender Zusammenhang ausgenutzt:

$$y = \frac{1}{R^2} = \text{const.} \cdot x = \frac{e}{m} \cdot \frac{(7,79 \cdot 10^{-4} * I)^2}{2 * U}$$

Dies bedeutet, dass in einem Koordinatensystem $\frac{1}{R^2}$ über $\frac{(7,79 \cdot 10^{-4} * I)^2}{2 * U}$ aufgetragen wurde (siehe Abbildung 6), ein linearer Fit durchgeführt wurde und anschließend der Wert $\frac{e}{m}$ über die bestimmte Steigung ermittelt wurde.

Zum Fitten wurde im Datenanalysepaket ROOT (Produktionsversion 5.26) unter Verwendung der Chi-Quadrat-Methode die Funktion $f(x) = ax$ benutzt.

Durch den Fit ergibt sich folgender Wert für das Verhältnis aus Elementarladung e und Elektronenmasse m :

$$\frac{e}{m} = 2.0026 \cdot 10^{11} \left[\frac{C}{kg} \right]$$

Statistische Unsicherheit von $\frac{e}{m}$ Die statistische Unsicherheit σ_{stat} für den Wert $\frac{e}{m}$ wurde über den Fit bestimmt und lautet:

$$\sigma_{stat} = 4 \cdot 10^7 \left[\frac{C}{kg} \right]$$

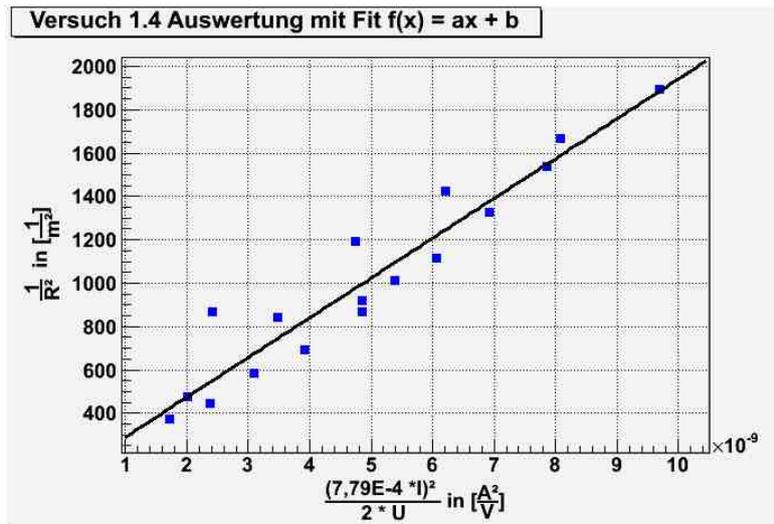


Abbildung 6: Bestimmung von $\frac{e}{m}$ an Hand der Steigung der Geraden

Systematische Unsicherheit von $\frac{e}{m}$ Die systematische Unsicherheit für das Verhältnis von Elementarladung e zu Elektronenmasse m σ_{syst} wurde über Gaußsche Fehlerfortpflanzung berechnet, wobei ausgenutzt wurde, dass sich bei Multiplikationen und Division die einzelnen relativen Unsicherheiten $\Delta\sigma_r$ zur relativen Unsicherheit $\sigma_{r,syst}$ addieren. Die relative systematische Unsicherheit $\sigma_{r,m}$ für den Wert $\frac{e}{m}$ ist durch folgende drei Unsicherheiten bestimmt:

1. Die relative Unsicherheit für die Stromstärke $\Delta_r I$ ergab sich für den verwendeten Messbereich von 3 A durch die mit $\pm 1\%$ angegebene Genauigkeit des Messgeräts und war damit $\Delta_r I = 1\%$.
2. Die relative Unsicherheit für die Anodenspannung ΔU_A ergab sich für den verwendeten Messbereich von 400 V durch die mit $\pm 1\%$ angegebene Genauigkeit des Messgeräts und war damit $\Delta_r U = 1\%$.
3. Die Unsicherheit in Folge des Ablesens des Durchmesser der Elektronenkreisbahn mit einem Lineal wurde auf $\Delta d_K = 3\text{ mm}$ abgeschätzt. Wenn man nun den kleinsten gemessenen Durchmesser für die Elektronenkreisbahn (46 mm) zugrunde legt, ergibt sich die größte zu erwartende relative Unsicherheit $\Delta_r d_K$ zu:

$$\Delta_r d_K = \frac{3\text{ mm}}{46\text{ mm}} = 6,52\%$$

Die relative systematische Unsicherheit für $\frac{e}{m}$ beträgt dann also:

$$\begin{aligned}\sigma_{r,syst} &= \Delta_r U + 2 \cdot \Delta_r I + 2 \cdot \Delta_r d_K \\ \sigma_{r,syst} &= 1\% + 2\% + 13,04\% = 15,04\%\end{aligned}$$

Für die absolute systematische Unsicherheit σ_{syst} folgt dann:

$$\sigma_{syst} = \frac{e}{m} \cdot \sigma_{r,syst} = 3,012 \cdot 10^{10} \left[\frac{C}{kg} \right]$$

Fazit Der messtechnisch bestimmte Wert für das Verhältnis aus Elementarladung e und Elektronenmasse m sowie dessen statistische und systematische Unsicherheit lautet:

$$\frac{e}{m} = (2.0026 \pm 0.0004 \pm 0.3012) \cdot 10^{11} \left[\frac{C}{kg} \right]$$

Im Vergleich dazu liegt der theoretische Wert bei:

$$\frac{e}{m} = 1.7588 \cdot 10^{11} \left[\frac{C}{kg} \right]$$

Die Messungen stimmen also im Rahmen der Unsicherheiten mit dem theoretischen Wert überein und weichen von diesem um 12.17 % ab.

2 $\frac{e}{m}$ Bestimmung mit der Methode von Busch

2.1 Messung

2.1.1 Versuchsaufbau

Siehe hierzu Vorbereitung und [Aufgabenstellung].

2.1.2 Versuchsdurchführung

Die $\frac{e}{m}$ Bestimmung nach Busch erfolgte in zwei Schritten.

Zuerst testeten wir **das Funktionsprinzip des Versuches**, indem wir bei einer Anodenspannung von $U_{Anode} = 500\text{V}$, den Elektronenstrahl bei einer anfänglichen Ablenkung über 4 Skalenteile des Leuchtschirmes zu einem Punkt fokussierten. Dies geschah bei einem Spulenstrom von 82 mA zum ersten Mal, eine zweite „Umdrehung“ gelang uns jedoch nicht, da hierfür der maximale Spulenstrom nicht ausreichte. Über die Spannungsregler g1 und g3, stellten wir außerdem die Strahlintensität und die Strahlschärfe sinnvoll ein. Wie bereits oben erwähnt, wurde die Ablenkspannung so gewählt, dass bei einer Anodenspannung von 500 V ein Strich von 4 Skalenteilen des Leuchtschirmes abgebildet wurde.

Im zweiten Teil führten wir **die eigentliche Messung** durch. Hierzu verwendeten wir einmal den Deflektor d1 und das andere Mal den Deflektor d2. Gemessen wurde zu einer Anodenspannung U_{Anode} im Bereich von 500V bis 700V, der benötigte Spulenstrom I_{Spule} , bei dem ein anfänglicher Strich auf dem Leuchtschirm über 4 Skalenteile zu einem Punkt fokussiert wurde.

2.1.3 Messergebnisse

$U_{Anode}[\text{V}]$	$I_{Spule}[\text{mA}]$
500.3	84.4
525.0	87.0
550.2	91.0
575.1	92.2
600.2	94.0
625.0	97.5
650.5	99.8
675.1	102
700.1	103.7

Tabelle 6: Messdaten für den Deflektor d1

$U_{Anode}[\text{V}]$	$I_{Spule}[\text{mA}]$
500.1	104.2
525.0	107.0
550.3	108.0
575.1	111.8
600.2	113.5
625.0	115.7
650.3	117.8
670.0	119.8
675.0	120.3

Tabelle 7: Messdaten für den Deflektor d2

2.2 Auswertung

2.2.1 Benutzte Software

Zur Auswertung des Versuchs wird das Datenanalyse Framework ROOT von CERN in der Produktionsversion 5.26.00 verwendet, der C++ Quellcode mit dem die Berechnungen durchgeführt wurde kann auf Anfrage nachgereicht werden.

2.2.2 $\frac{e}{m}$ Bestimmung

Die in der Vorbereitung erarbeitete Formel 1 wurde mithilfe von ROOT und den vorhandenen Messdaten ausgewertet.

$$\frac{e}{m} = \frac{8 \cdot \pi^2 \cdot U_{Anode}}{B^2 \cdot d^2} \quad (1)$$

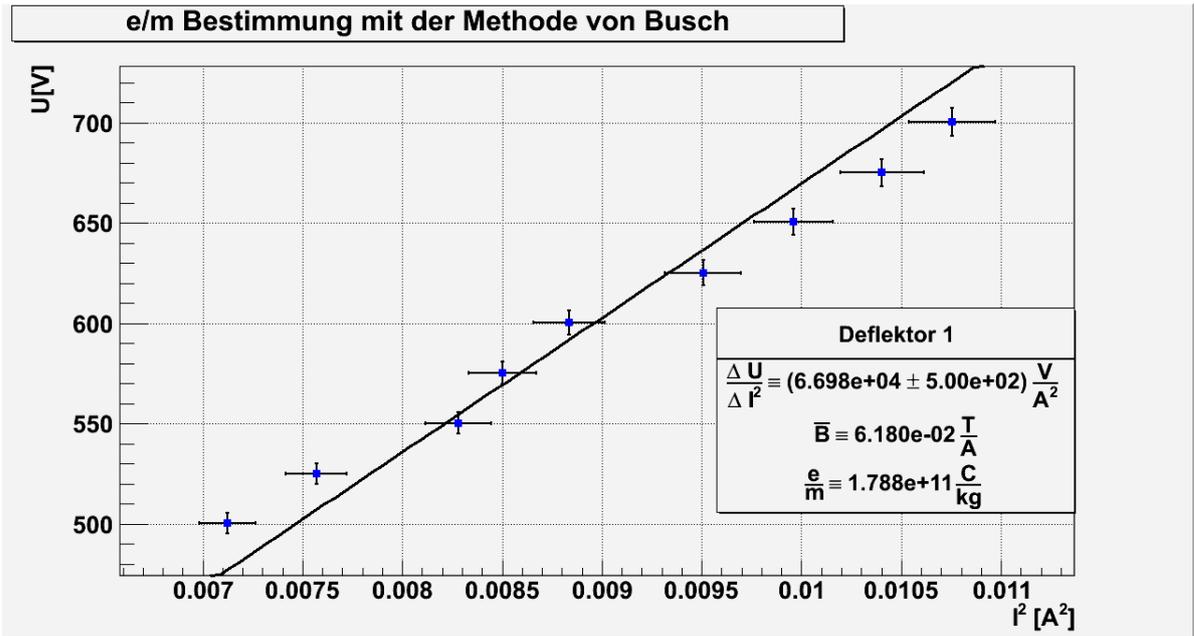


Abbildung 7: Messergebnisse Deflektor 1

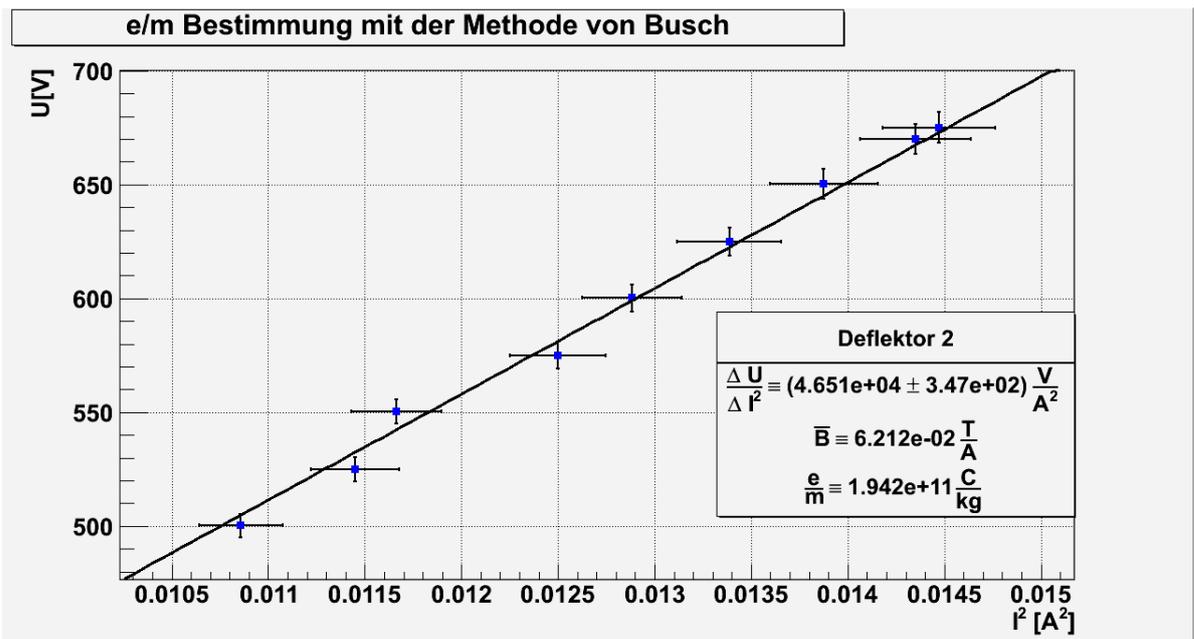


Abbildung 8: Messergebnisse Deflektor 2

Die unterschiedliche Geradensteigung für die beiden Deflektorzentren ist dabei nicht verwunderlich, da bei der Bestimmung von $\frac{e}{m}$ über eine unterschiedliche B-Feldstrecke gemittelt wird

und in Formel 1, sowohl das B-Feld, wie auch die Strecke selbst nochmals quadratisch eingehen!
Das Ergebnis unserer Messung von $\frac{e}{m}$ für jedes Deflektorzentrum:

$$\text{Deflektorzentrum 1: } \frac{e}{m} = 1.788 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$$

$$\text{Deflektorzentrum 2: } \frac{e}{m} = 1.941 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$$

$$\text{Literaturwert: } \frac{e}{m} = 1.7588202 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$$

Die Abweichung vom Literaturwert beträgt also für Deflektor 1 lediglich 1,6 %. Für Deflektor 2 dagegen 10,3 %. Dies liegt jedoch auch noch im Rahmen der Unsicherheit, da z.B. die Position des Deflektors nur auf 1mm genau angegeben war, und bereits 1mm weniger Abstand zum Leuchtschirm die Abweichung halbieren würde.

2.3 Ausführliche Fehlerrechnung

2.3.1 Fehleranalyse

- Die Einstellung der Fokussierung des „Striches“ auf dem Leuchtschirm konnte, sehr genau vorgenommen werden (im Vergleich zur Radiusbestimmung bei der $\frac{e}{m}$ mithilfe des Fadenstrahlrohres), sodass der Fehler unterhalb der Messungenauigkeit des Strommessgerätes liegt. Dies wurde im Praktikum getestet. Dieser Fehler muss also nicht berücksichtigt werden.
- Die Messgeräte zur Messung der Anodenspannung und des Spulenstromes, sind mit einem relativen Fehler von $\pm 1 \%$ angegeben. Ein Ablesefehler wird hier nicht berücksichtigt, da dieser Fehler unterhalb des Fehlers des Messgerätes liegt.
- Mithilfe von ROOT wird in 2.2 eine Geradenregression durchgeführt, der Fehler dieser Anpassung wird als statistischer Fehler angegeben werden. Der systematische Fehler der Geradensteigung wird mittels Gaußscher Fehlerfortpflanzung und einer Maximalabschätzung angegeben. Dabei wird der Fehler für das Messpaar mit der größten Spannung und größtem Spulenstrom den größten Messfehler haben.
- Das Magnetfeld der Spule kann nur näherungsweise über die Formel 2 vom Deflektorzentrum bis zum Leuchtschirm gemittelt werden. Die Näherung erfolgt in 2.2 numerisch mithilfe von root. Dies kann aber auch analytisch errechnet werden, diesen Weg wird in der Fehlerrechnung zusätzlich aufgezeigt.

Eine genauere Untersuchung der Genauigkeit der Formel 2 konnte im Rahmen des Praktikums nicht durchgeführt werden, ähnlich wie bei der Bestimmung über das Fadenstrahlrohr müsste man das B-Feld zuerst mit einer Hallsonde vermessen um zu genaueren Feh-

lerabschätzungen zu kommen.

$$B = \frac{\mu_0 \cdot n \cdot I}{2 \cdot L} \cdot \left(\frac{a}{\sqrt{R^2 + a^2}} + \frac{L - a}{\sqrt{R^2 + (L - a)^2}} \right) \quad (2)$$

$$\bar{B} = \frac{1}{d_i - S} \cdot \int_{d_i}^S \frac{\mu_0 \cdot n \cdot I}{2 \cdot L} \cdot \left(\frac{a}{\sqrt{R^2 + a^2}} + \frac{L - a}{\sqrt{R^2 + (L - a)^2}} \right) da \quad (3)$$

Um der Unsicherheit hier Rechnung zu tragen, addieren wir auf den Fehler des Magnetfeld nochmals 2 % an Messfehler hinzu (1 % für jeden Term in Formel 3).

- An dieser Stelle sei nochmals explizit darauf hingewiesen, dass die Fehlerberechnung unten mit dem mittleren B-Feld \bar{B}_{d_i} pro Spulenstrom multipliziert mit d durchgeführt werden muss, da I selbst bereits im Fehler der Geradenregression steckt, und d sich in der Formel 1 wegekürzt. Dies wird kompliziert, die Mittelung einfach zu ignorieren wäre aber formal falsch. An dieser Stelle wird \bar{B}_{d_i} für beide Detektoren angegeben, man erhält diese wenn man die Mittelung von ROOT mit dem entsprechenden d des Detektors multipliziert:

$$\bar{B}_{d1} = 6.180 \cdot 10^{-2} \cdot (d_1 - S) = 5.4384 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Tm}}{\text{A}} \quad (4)$$

$$\bar{B}_{d2} = 6.212 \cdot 10^{-2} \cdot (d_2 - S) = 4.3484 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Tm}}{\text{A}} \quad (5)$$

- Die Geometrie der Oszillographenröhre ist ebenfalls mit einem Fehler behaftet, folgende Größen sind mit dem zugehörigen Fehler in [Aufgabenstellung] angegeben, und werden in der späteren Fehlerrechnung berücksichtigt werden:
 - $d_1 = (134 \pm 1)\text{mm}$ Abstand Deflektorzentrum 1 zum „rechten“ Ende der Spule
 - $d_2 = (116 \pm 1)\text{mm}$ Abstand Deflektorzentrum 2 zum „rechten“ Ende der Spule
 - $S = (46 \pm 1)\text{mm}$ Abstand Leuchtschirm von „rechten“ Ende der Spule
 - $L = (180 \pm 0.5)\text{mm}$ Gesamtlänge der Spule
 - $R = (42 \pm 0.5)\text{mm}$ Radius der Spule

Der Abstand vom jeweiligen Deflektorzentrum zum Leuchtschirm kürzt sich in der Formel 1 mit dem Faktor $\frac{1}{d_i - S}$ in 3, und wird deshalb später bei der Fehlerrechnung nicht mit eingehen. Daher kann man den hinteren Wurzelausdruck in 3 nicht, wie im Praktikum eigentlich besprochen, einfach vernachlässigen, da sonst der Fehler von $d_i - S$ unberücksichtigt bleibt, und dieser aber einen erheblichen Einfluss auf das Ergebnis hat!

- Rundungsfehler bleiben unberücksichtigt, da innerhalb der Berechnung durchgehend mit double Variablen gerechnet wurde und diese 15-16 signifikante Stellen speichern. Naturkonstanten und mathematische Konstanten wurden ebenfalls mit sehr hoher und ausreichender Genauigkeit angegeben. Hier liegt der Fehler also um einige Größenordnungen unter den sonstigen Fehlerquellen, sodass diese Fehler unberücksichtigt bleiben.

2.3.2 Fehlerrechnung

In der obigen Fehleranalyse 2.3.1 wurden die vorhandenen Fehlerquellen und Unsicherheiten bereits einzeln aufgeführt. An dieser Stelle soll der schlussendliche Fehler der Messung nun tatsächlich berechnet werden, es wird die Gaußsche Fehlerfortpflanzung hierfür verwendet:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$
$$\Delta y = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot \Delta x_i \right)^2} \quad (6)$$

Fehler des mittleren B-Feldes pro Spulenstrom

Mit Formel 2 und 6, sowie den in 2.3.1 angegebenen Fehlern erhalten wir folgenden Fehler für das gemittelte B-Feld pro Spulenstrom I mal Abstand d :

$$\bar{B}_d = \bar{B} \cdot d$$
$$\bar{B}_d = \int_{d_i}^S \frac{\mu_0 \cdot n}{2 \cdot L} \cdot \left(\frac{a}{\sqrt{R^2 + a^2}} + \frac{L - a}{\sqrt{R^2 + (L - a)^2}} \right) da$$
$$\bar{B}_d = \frac{\mu_0 \cdot n}{2 \cdot L} \cdot \left(\sqrt{R^2 + a^2} - \sqrt{R^2 + (L - a)^2} \right) \Big|_{d_i}^S$$

Auf diesen Ausdruck wenden wir nun die Gaußsche Fehlerfortpflanzung an. Erst werden die partiellen Ableitungen berechnet. Da die Fehler von S und d_i jeweils über R und L korreliert sind, wird für jede Grenze die Fehlerfortpflanzung einzeln berechnet, und die gewonnen Fehler addiert! In Formel 6 werden dabei die im oberen Abschnitt angegebenen Werte und Fehler für die Geometrie eingesetzt.

$$\frac{\partial \bar{B}_d}{\partial L} = -\mu_0 \cdot \frac{n}{2} \left(\frac{\sqrt{R^2 + a^2} - \sqrt{R^2 + (L-a)^2}}{L^2} + \frac{L-a}{L \cdot \sqrt{(L-a)^2 + R^2}} \right) \Bigg|_{d_i}^S$$

$$\frac{\partial \bar{B}_d}{\partial R} = \mu_0 \cdot \frac{n}{2} \cdot \frac{1}{L} \cdot \left(\frac{R}{\sqrt{R^2 + a^2}} - \frac{R}{\sqrt{R^2 + (L-a)^2}} \right) \Bigg|_{d_i}^S$$

$$\frac{\partial \bar{B}_d}{\partial a} = \mu_0 \cdot \frac{n}{2} \cdot \frac{1}{L} \cdot \left(\frac{a}{\sqrt{R^2 + a^2}} + \frac{L-a}{\sqrt{R^2 + (L-a)^2}} \right) \Bigg|_{d_i}^S$$

$$\Delta \bar{B}_d = \sqrt{\sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial \bar{B}_d}{\partial x_j} \cdot \Delta x_j \right)^2}$$

Wir erhalten nun also 3 Fehler, den Fehler des Magnetfeld an der Grenze S , an der Grenze d_1 und an der Grenze d_2

$$\Delta \bar{B}_d^S = \sqrt{\left(\frac{\partial \bar{B}_d}{\partial L} \cdot \Delta L \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{B}_d}{\partial R} \cdot \Delta R \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{B}_d}{\partial a} \cdot \Delta S \right)^2} \Bigg|_{a=S}$$

$$\Delta \bar{B}_d^S = 5.9957 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Tm}}{\text{A}}$$

$$\Delta \bar{B}_d^{d_1} = \sqrt{\left(\frac{\partial \bar{B}_d}{\partial L} \cdot \Delta L \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{B}_d}{\partial R} \cdot \Delta R \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{B}_d}{\partial a} \cdot \Delta d_1 \right)^2} \Bigg|_{a=d_1}$$

$$\Delta \bar{B}_d^{d_1} = 6.2683 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Tm}}{\text{A}}$$

$$\Delta \bar{B}_d^{d_2} = \sqrt{\left(\frac{\partial \bar{B}_d}{\partial L} \cdot \Delta L \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{B}_d}{\partial R} \cdot \Delta R \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{B}_d}{\partial a} \cdot \Delta d_2 \right)^2} \Bigg|_{a=d_2}$$

$$\Delta \bar{B}_d^{d_2} = 6.4796 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Tm}}{\text{A}}$$

Zusätzlich wird wie oben erwähnt für die Näherung durch die Formel und der Mittelung, weitere 2 % an Fehler hinzuaddiert. Der Gesamtfehler für das mittlere Magnetfeld pro Spulenstrom multipliziert mit d beträgt also für die einzelnen Detektoren:

$$\Delta \bar{B}_{d1} = 2.31408 \cdot 10^{-4} \frac{\text{Tm}}{\text{A}}$$

$$\Delta \bar{B}_{d2} = 2.11718 \cdot 10^{-4} \frac{\text{Tm}}{\text{A}}$$

Fehler der Geradenanpassung

Der Fehler der Geradenanpassung ΔG wird, wie in Abschnitt 2.3.1 bereits erwähnt, als statistischer Fehler angegeben. Für die Geradensteigung selbst wird der Messfehler über Gaußsche Fehlerfortpflanzung nun abgeschätzt, U_i und I_i sind dabei die jeweiligen „Maximalwertpaare“.

$$G = \frac{U}{I^2}$$

$\Delta U_1 = 7\text{V}$	Maximaler Fehler bei U = 700.1 V
$\Delta U_2 = 6.75\text{V}$	Maximaler Fehler bei U = 675 V
$\Delta I_1 = 1.037 \cdot 10^{-3}\text{A}$	Maximaler Fehler bei I = 0.1037 A
$\Delta I_2 = 1.204 \cdot 10^{-3}\text{A}$	Maximaler Fehler bei I = 0.1204 A

$$\Delta G_i = \sqrt{\left(\frac{1}{I_i^2} \cdot \Delta U_i\right)^2 + \left(\frac{-2 \cdot U_i}{I_i^3} \cdot \Delta I_i\right)^2}$$

$$\Delta G_1 = 1.455 \cdot 10^3$$

$$\Delta G_2 = 1.041 \cdot 10^3$$

Dies ergibt folgende Fehler für die Geradensteigungen, man erkennt dass der statistische Fehler von ROOT unterhalb des systematischen Fehlers liegt, dies hängt mit der internen Berechnung des statistischen Fehlers zusammen, da die Messwerte mit ihren Fehlern von ROOT selbst bereits gewichtet werden.

$$\text{Deflektorzentrum 1: } G \pm \Delta G = (6.698 \cdot 10^4 \pm 1.455 \cdot 10^3 (\text{StatF}: 5.00 \cdot 10^2)) \frac{\text{V}}{\text{A}^2}$$

$$\text{Deflektorzentrum 2: } G \pm \Delta G = (4.651 \cdot 10^4 \pm 1.041 \cdot 10^3 (\text{StatF}: 3.47 \cdot 10^2)) \frac{\text{V}}{\text{A}^2}$$

Da der statistische Fehler neben dem systematischen verschwindet, wird dieser keine weitere Verwendung bei der folgenden Rechnung haben.

Gesamtfehler der $\frac{e}{m}$ Bestimmung

Der Gesamtfehler ergibt sich nach der Formel 1 aus dem Fehler der Geradensteigung ΔG und dem Fehler des mittleren B-Feldes pro Spulenstrom $\Delta \bar{B}$.

Es folgt wieder mit der Gaußschen Fehlerfortpflanzung:

$$\frac{e}{m} = \frac{8 \cdot \pi^2 \cdot G}{\bar{B}_d t^2}$$

$$\Delta \frac{e}{m} = 8 \cdot \pi^2 \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{\bar{B}_d t^2} \cdot \Delta G\right)^2 + \left(-2 \frac{G}{\bar{B}_d t^3} \cdot \Delta \bar{B}_{di}\right)^2}$$

In diese Formel müssen nun nurnoch die Werte für die jeweiligen Detektoren eingesetzt werden, es ist alles bekannt! An dieser Stelle weise ich nochmals darauf hin, dass \bar{B}_d das mittlere Magnetfeld pro Spulenstrom multipliziert mit d ist.

Es folgt als Gesamtfehler für jeden der beiden Detektoren mit den jeweiligen Messergebnissen:

$$\begin{array}{ll} \text{Detektor 1} & \frac{e}{m} \pm \Delta \frac{e}{m} = (1.788 \cdot 10^{11} \pm 1.570 \cdot 10^9) \frac{\text{C}}{\text{kg}} \\ \text{Detektor 2} & \frac{e}{m} \pm \Delta \frac{e}{m} = (1.941 \cdot 10^{11} \pm 1.940 \cdot 10^{10}) \frac{\text{C}}{\text{kg}} \end{array}$$

Damit liegen beide Messwerte innerhalb der Fehlertoleranz. Der Messwert für Detektor 2 ist dabei auffallend hoch, dies kann durch den höheren Spulenstrom und der damit einhergehenden stärkeren Inhomogenität des B-Feldes erklärt werden. Weiterhin liegt das Deflektorzentrum von d_2 nicht wie d_1 symmetrisch gegenüber des Leuchtschirmes, wodurch die Inhomogenität des Feldes sich vermutlich nochmals stärker auswirkt.

Verbesserungsmöglichkeiten

Nachfolgend einige Ideen und Bemerkungen wie die Messung präziser hätte erfolgen können:

- Der Fehler der Strecke d hat, wie bereits weiter oben erwähnt, enormen Einfluss auf das Ergebnis, und ist mit $\pm 1\text{mm}$ recht groß, dies könnte genauer festgelegt werden.
- Das B-Feld hätte mittels Hall-Sonden ausgemessen werden können, so könnte man den Fehler des mittleren B-Feldes verringern und hätte sehr wahrscheinlich Abweichungen von der Formel 3 gefunden.
- Eine große Fehlerquelle waren die Messgeräte für die Stromstärke und Spannung. Mit einer Unsicherheit von $\pm 1\%$ liegen diese noch über den Ablesefehlern! Mit besseren Geräten ließe sich der Fehler hier wahrscheinlich deutlich reduzieren.

Mit den obigen Verbesserungen kann man davon ausgehen dass man $\frac{e}{m}$ mit vergleichbarem Aufwand auf die erste Nachkommastelle sicher bestimmen könnte.

Literatur

[Aufgabenstellung]	Aufgabenstellung der Versuche P1-72,74,75
[Schpolski]	Schpolski: Atomphysik, Bd. 1
[Bergmann]	Bergmann, Schaefer: Experimentalphysik, Bd. 2
[Gerthsen]	Gerthsen,Kneser,Vogel: Physik
[Walcher]	Walcher: Praktikum der Physik
[Siering]	Siering: Atomphysik in Experimenten
[Geiger]	Geiger,Scheel: Handbuch der Physik, Bd. 22
[Mueller]	Müller,Pouillet: Lehrbuch der Physik, Bd. 4.1