

# Vorbereitung: $e/m$ -Bestimmung des Elektrons

Marcel Köpke (1588978)  
Gruppe 7

14.01.2012

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Fadenstrahlrohr</b>	<b>3</b>
1.1 Magnetfeldbestimmen . . . . .	3
1.2 Hallsonde . . . . .	4
1.3 Eichung der Hallsonde . . . . .	4
1.4 Theoretische Werte . . . . .	4
1.5 $e/m$ -Bestimmung . . . . .	5
<b>2 Methode von Busch</b>	<b>6</b>
2.1 Kathodenstrahlröhre . . . . .	6
2.2 $e/m$ -Bestimmung . . . . .	6

# 1 Fadenstrahlrohr

Bei dieser Methode werden beschleunigte Elektronen in ein der Stärke und Richtung nach bekanntes Magnetfeld geschossen. Dabei durchlaufen diese, wenn sie unter dem richtigen Einfallswinkel eingeschossen wurden, eine Kreisbahn. Aus dem Radius dieser Kreisbahn kann man dann Schlüsse auf die spezifische Ladung  $\frac{e}{m}$  ziehen.

## 1.1 Magnetfeldbestimmen

Zuerst muss jedoch Stärke und Richtung, des verwendeten Magnetfelds bestimmt werden. Zur Erzeugung des Magnetfelds werden Helmholtz-Spulen-Anordnungen verwendet:

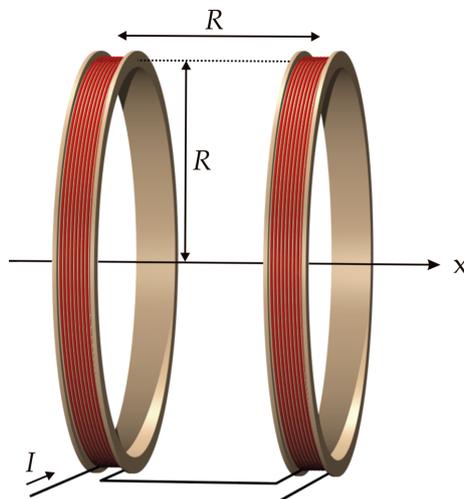


Abbildung 1.1: Quelle: <http://de.wikipedia.org/wiki/Helmholtz-Spule>

Diese bestehen aus 2 baugleichen Spulen, welche in exakt dem Abstand voneinander angebracht werden, der ihrem Innenradius entspricht. Dadurch kann entlang der Mittelachse beider Spulen ein in guter Näherung homogenes Magnetfeld erzeugt werden.

Da sich die Anordnung im Praktikum, jedoch in einer verschlossenen Plexiglkasten befinden wird, müssen wir uns eines Tricks behelfen und das Magnetfeld zwischen den zwei Spulen «indirekt» über eine 3. Spule außerhalb des Kastens bestimmen. Man bringt also die 3. Spule außerhalb in dem Abstand von einer der beiden innern Spulen an, dass nun beide wieder eine Helmholtz-Spulen-Anordnung bilden. Dann kann man das Magnetfeld außerhalb des Kastens messen und in Näherung annehmen, dass dieses im Inneren, ebenso stark sein wird.

Die tatsächliche Messung des Magnetfelds wird mit einer Halsonde stattfinden.

## 1.2 Hallsonde

Eine Hallsonde ist eine Messvorrichtung, zur Messung von Magnetfeldstärken. Sie beruht auf dem Hall-Effekt. Dieser besagt, dass sich an einer stromdurchflossenen Leiterplatte, welche von einem homogenen Magnetfeld durchdrungen wird eine Spannung an zwei Plattenflächen einstellen wird, die der Ablenkung von Leitungselektronen durch das Magnetfeld (Lorentzkraft) entgegenwirkt. Diese sogenannte Hall-Spannung  $U_H$  ist dann genau so groß, dass die Lorentzkraft auf die Leitungselektronen durch die zwischen den Leiterflächen nun herrschende elektrostatische Kraft kompensiert wird:

$$F_{Lorentz} = F_{elektr.}$$

Damit er gibt sich ein einfacher Zusammenhang zwischen B-Feldstärke und Hallspannung:

$$\begin{aligned} e \cdot v \cdot B &= e \cdot E \\ B &= \frac{1}{v \cdot d} \cdot U_H \end{aligned}$$

Der Vorfaktor  $\frac{1}{vd}$  ist für eine konstante Betriebsspannung ebenfalls konstant (Bestimmung siehe unten).

Eine Hallsonde kann nach den hier beschriebenen Methoden aufgebaut werden.

## 1.3 Eichung der Hallsonde

Um Rückschlüsse auf das B-Feld machen zu können müssen wir die Hallsonde in einem bekannten Magnetfeld eichen. Dazu verwenden wir eine «lange» Spule, deren B-Feldstärke durch folgende Gleichung wiedergegeben wird:

$$B = \mu_0 \frac{N}{L} I$$

wobei N Windungszahl, L Spulenlänge und I der Spulenstrom sind. All diese Größen sind bekannt und wir können das Magnetfeld berechnen.

Wir bringen nun unsere Hallsonde in die lange Spule ein und messen die Hallspannung bei konstanter Betriebsspannung. Dann ergibt sich der Vorfaktor  $k = \frac{1}{vd}$  zu:

$$k = \mu_0 \frac{N}{L} \cdot \frac{I}{U_H}$$

## 1.4 Theoretische Werte

Die B-Feldstärke der Helmholtzspulenordnung kann auch direkt berechnet werden. Hierbei gilt für den Mittelpunkt der gesamten Anordnung:

$$B = \mu_0 \cdot 0,7155 \cdot \frac{N \cdot I}{R}$$

wobei aus der Vorbereitungsmappe folgt:

$$\begin{aligned} N &= 130 \\ R &= 0,15\text{m} \end{aligned}$$

Damit folgt dann für verschiedene Spulenströme I:

I in A	B in T
1,0	$7,79 \cdot 10^{-4}$
1,5	$11,69 \cdot 10^{-4}$
2,0	$15,58 \cdot 10^{-4}$

Tabelle 1.1: theoretische B-Feldstärken

## 1.5 e/m-Bestimmung

Schießt man nun bei bekanntem Magnetfeld Elektronen in die Helmholtzspuleneinrichtung so ein, dass sich keine Spiralbahnen sondern Kreisbahnen im leuchtenden Wasserstoffgas (die Elektronen ionisieren das Wasserstoffgas, beim Rückfall eines Elektrons in die Wasserstoffatomhülle wird Energie in Form von sichtbarem Licht frei) zeigen dann kann man die spezifische Ladung  $e/m$  unter Messung des Radius wie folgt berechnen:

Die Lorentzkraft lenkt die Elektronen ab und hält sie auf ihrer Kreisbahn. Damit:

$$\begin{aligned} F_{Lorentz} &= F_{zentripetal} \\ \frac{m \cdot v^2}{r} &= e \cdot v \cdot B \\ \frac{e}{m} &= \frac{v}{r \cdot B} \end{aligned}$$

Allerdings ist uns bis jetzt die Geschwindigkeit der eingeschossenen Elektronen noch nicht bekannt. Jedoch können wir diese unter Kenntnis der Beschleunigungsspannung  $U_A$  wie folgt berechnen:

$$\begin{aligned} E_{kin} &= E_{elektr.} \\ \frac{1}{2}mv^2 &= e \cdot U_A \\ v^2 &= 2U_A \frac{e}{m} \end{aligned}$$

Quadriert man die zuvor erhaltene Gleichung für  $e/m$  und setzt dieses Ergebnis nun ein erhält man schlussendlich:

$$\frac{e}{m} = 2 \frac{U_A}{r^2 B^2}$$

Tatsächliche Messgrößen sind hier also die Beschleunigungsspannung  $U_A$ , die B-Feldstärke  $B$  in der Helmholtzspulen-Anordnung und der Radius  $r$  der Kreisbahn der eingeschossenen Elektronen.

## 2 Methode von Busch

Hier werden Elektronen «schräg» in das Magnetfeld geschossen, sodass sie eine Spiralbahn beschreiben. Dazu werden wir eine Kathodenstrahlröhre verwenden.

### 2.1 Kathodenstrahlröhre

Eine Kathodenstrahlröhre besteht aus einer Beschleunigungsvorrichtung für Elektronen, die aus einer Glühkathode «freigesetzt» und über eine Anode beschleunigt werden. Zudem gibt es noch verschiedene Ablenk- und Fokussierungsvorrichtungen für den so gewonnenen Elektronenstrahl. Bei uns ist dies ein parallel zur Strahlrichtung angebrachtes Magnetfeld und verschiedene elektrostatische Ablenkvorrichtungen (z.B. Ablenkplatten), die durch anlegen einer Spannung zur gewünschten Ablenkung führen. Am Ende der Kathodenstrahlröhre befindet sich ein Leuchtschirm, der beim Auftreffen eines Elektrons einen Lichtpunkt erzeugt.

### 2.2 e/m-Bestimmung

Wir erzeugen nun also einen Elektronenstrahl mit unserer Kathodenstrahlröhre und bilden diesen auf den Leuchtschirm ab. Dabei legen wir jedoch eine Wechselspannung an einer der Ablenkplatten (Deflektor) an, sodass ein Strich auf dem Leuchtschirm entsteht. Durch Modifizieren der Ablenkspannung soll dieser möglichst lang sein.

Schaltet man nun das Magnetfeld dazu, so werden die Elektronen wie bereits erwähnt auf eine Spiralbahn getrieben, da diese nun nicht mehr parallel zum Magnetfeld einfallen, sondern die Geschwindigkeitskomponente nun auch einen senkrechten Anteil  $v_s$  hat. Auch hier gilt jedoch wieder:

$$\begin{aligned}F_{Lorentz} &= F_{zentripetal} \\evB &= \frac{mv_s^2}{r} \\ \frac{v_s}{r} &= \frac{e}{m}B\end{aligned}$$

Wobei natürlich auch  $\frac{v_s}{r} = \omega$  gilt. Damit also:

$$\omega = \frac{e}{m}B$$

Und somit:

$$T = \frac{2\pi r}{v_s} = \frac{2\pi m}{eB}$$

Da  $m$ ,  $e$  und  $B$  im Versuch konstant sind sieht man leicht ein, dass die Periodendauer der Kreisbahn unabhängig von der Ablenkung des Deflektors ist. Ist zudem die maximale Ablenkung  $\theta$  des Deflektors nicht zu groß ( $\theta \ll 90^\circ$ ) kann folgende Näherung für den zum Magnetfeld parallelen Anteil der Geschwindigkeit  $v_p$  gemacht werden:

$$v_p = v \cdot \cos \theta \approx v = \text{const}$$

Für die Ganghöhe folgt dann:

$$h = v_p \cdot T \approx v \cdot T$$

Da  $T$  und  $v$  unabhängig von der Ablenkung des Deflektors sind, ist dies somit auch für die Ganghöhe der Fall. Die folgenden Beziehungen können also näherungsweise für alle Elektronen im Strahl angegeben werden! Beträgt der Abstand Deflektor-Schirm  $l$  nun genau ein Vielfaches  $n$  der Ganghöhe der Spiralenbewegung so wird der Strahl auf einen Punkt und nicht mehr auf einen Strich abgebildet, da die Elektronen sich jeweils nach einer Periode wieder auf der Symmetrieachse befinden. Es gilt dann also:

$$l = n \cdot h = nvT$$

bzw.:

$$T = \frac{l}{nv}$$

Für die Geschwindigkeit  $v$  folgt wiederum mit der Anodenspannung (analog wie zuvor):

$$v^2 = 2U_A \frac{e}{m}$$

Damit:

$$T^2 = \frac{l^2 m}{2n^2 U_A e}$$

Setzt man diesen Ausdruck für die Periodendauer in den zuvor für die Kreisbewegung gefundenen ein, so folgt:

$$\frac{e}{m} = \frac{8\pi^2 n^2 U_A}{l^2 B^2}$$

Für den einfachsten Fall  $n = 1$  und  $l = h$  ergibt sich dann also:

$$\frac{e}{m} = \frac{8\pi^2 U_A}{l^2 B^2}$$

Das Magnetfeld wird leider nicht mehr von einer «langen» Spule erzeugt, sodass dieses hier durch folgenden Zusammenhang gegeben ist:

$$B = \frac{\mu_0 N}{2L} \left( \frac{a}{\sqrt{R^2 + a^2}} + \frac{L - a}{\sqrt{R^2 + (L - a)^2}} \right) \cdot I$$

$$b = \frac{\mu_0 N}{2L} \left( \frac{a}{\sqrt{R^2 + a^2}} + \frac{L - a}{\sqrt{R^2 + (L - a)^2}} \right)$$

wobei  $a$  der Abstand von einem Spulenende und  $R$  der mittlere Spulenradius in Bezug auf die Wicklung ist. Hier der schematische Verlauf:

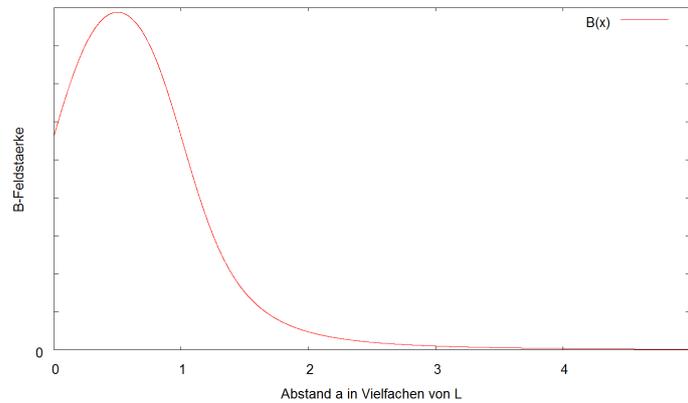


Abbildung 2.1: schematischer B-Feldstärkenverlauf

Man sieht, dass das Magnetfeld nicht mehr homogen ist. Um dennoch mit einem sinnvollen Wert rechnen zu können müssen wir die B-Feldstärke über die Spulenlänge also mitteln. Offensichtlich kann das B-Feld in dem sinnvollen Bereich  $a = 0 \dots L$  gut durch eine Parabel angenähert werden. Daher bietet es sich an das B-Feld an den Stellen  $a = 0$ ,  $a = \frac{L}{4}$  und  $a = \frac{L}{2}$  zu bestimmen und den Vorfaktor  $b$  mit diesen Messwerten zu mitteln. Dann ist:

$$B = \bar{b} \cdot I$$

Damit ergibt sich die obige Formel zu:

$$\frac{e}{m} = \frac{8\pi^2 U_A}{l^2 \bar{b}^2 I^2}$$

hieraus ergibt sich dann auch:

$$U_A \sim I^2$$

Trägt man nun also  $U_A$  über die Spulenströme  $I^2$  auf für die sich gerade der erste Lichtpunkt (anstatt dem Strich) ergibt so erhält man eine Gerade mit Steigung  $k$ :

$$\frac{U_A}{I^2} = k$$

Damit folgt für die spezifische Ladung schlussendlich:

$$\frac{e}{m} = \frac{8\pi^2 k}{l^2 \bar{b}^2}$$

# Auswertung e/m-Bestimmung

Marcel Köpke & Axel Müller  
marcel.koepke@googlemail.com & axel891@gmx.net

16.01.2012

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>e/m-Bestimmung mit dem Fadenstrahlrohr</b>	<b>3</b>
1.1	Magnetfeld zwischen Helmholtzspulen . . . . .	3
1.2	Eichung der Hallsonde . . . . .	4
1.3	Vergleich der Werte . . . . .	6
1.4	Messen des Durchmessers . . . . .	7
<b>2</b>	<b>e/m-Bestimmung nach der Methode von Busch</b>	<b>12</b>
2.1	Vorbereitende Versuche . . . . .	12
2.2	Messung des Spulenstroms . . . . .	12

# 1 e/m-Bestimmung mit dem Fadenstrahlrohr

## 1.1 Magnetfeld zwischen Helmholtzspulen

Um die Homogenität zwischen zwei Helmholtzspulen zu überprüfen, wird bei verschiedenen Spulenströmen mit einer Hall-Sonde an verschiedenen Stellen die Hallspannung gemessen, die proportional zur Feldstärke ist. Hierbei hat sich gezeigt, dass das Magnetfeld für den Versuch ausreichend homogen ist. Es nimmt nach außen hin leicht ab und am Rand misst man dann deutliche Abweichungen. Dies ist für den Versuch allerdings unwichtig, da für die Messungen in 1.4 dieser Bereich nicht genutzt wird.

Position	U in mV für 1,0 A	U in mV für 1,5 A	U in mV für 2,0 A
1	0.1100	0.1560	0.2060
2	0.1160	0.1630	0.2200
3	0.1175	0.1650	0.2205
4	0.1180	0.1660	0.2205
5	0.1176	0.1660	0.2210
6	0.1161	0.1650	0.2190
7	0.1114	0.1590	0.2090
8	0.0952	0.1360	0.1775
9	0.1141	0.1670	0.2190
10	0.1179	0.1695	0.2220
11	0.1171	0.1650	0.2210
12	0.1161	0.1645	0.2190

Tabelle 1.1: Messwerte

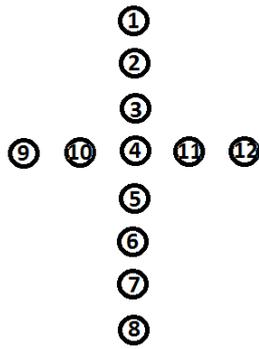


Abbildung 1.1: Messpositionen

## 1.2 Eichung der Hallsonde

In einer langen Spule wird nun die Hallspannung in Abhängigkeit von der Stromstärke in der Spule gemessen.

Spulenstrom $I$ in mA	Hallspannung $U_H$ in mV
400	0.162
420	0.170
440	0.176
460	0.185
480	0.196
500	0.205
520	0.213
540	0.225
560	0.232
580	0.239
600	0.247

Tabelle 1.2: Messwerte

Für die lange Spule gilt  $B = \mu_0 \frac{N}{L} I$ . Da die Hallspannung proportional zur B-Feldstärke ist sollte dies im Umkehrschluss also auch für den Spulenstrom gelten:

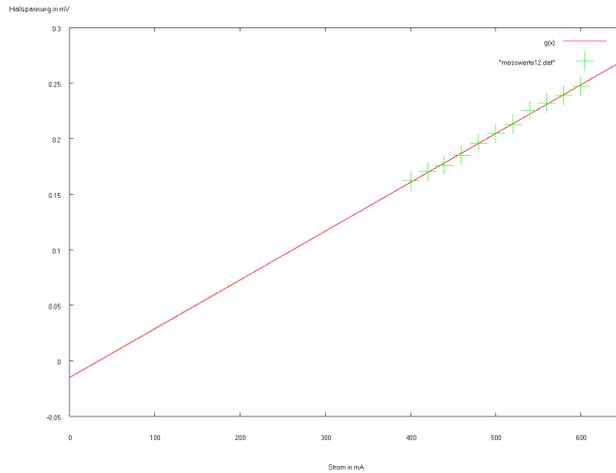


Abbildung 1.2: graphische Darstellung

Die Abbildung bestätigt ganz klar den linearen Zusammenhang. Die Ausgleichsgerade genügt der Gleichung:

$$\begin{aligned}
 U_H &= a \cdot I + b \\
 a &= 0.000439091 \text{ mV/mA} \\
 b &= -0.015 \text{ mV}
 \end{aligned}$$

Der Eichfaktor beträgt also  $b = -0.015 \text{ mV}$ . Dieser sollte bei allen weiteren Messungen abgezogen werden.

Nun berechnet man die B-Felder bei gegebenem Spulenstrom über  $B = \mu_0 \frac{N}{L} I$  und stellt sie den korrigierten Hallspannungen gegenüber:

$U_H$ in mV	B in mT
0.177	1.257
0.185	1.320
0.191	1.382
0.200	1.445
0.211	1.508
0.220	1.571
0.228	1.634
0.240	1.697
0.247	1.759
0.254	1.822
0.262	1.885

Tabelle 1.3: berechnete Werte mit gemessenen Spannungen

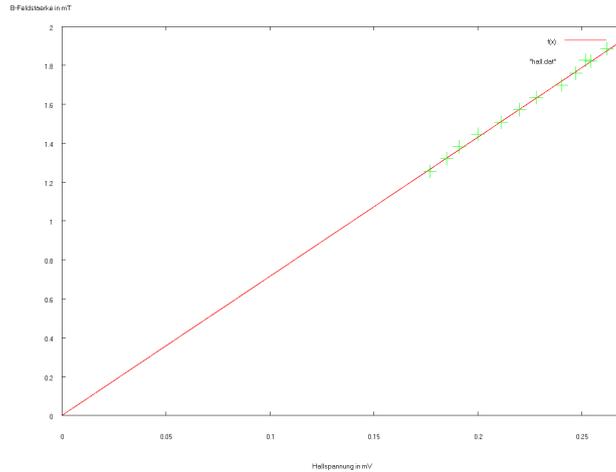


Abbildung 1.3: graphische Darstellung

Wie man sieht ist der Zusammenhang wie erwartet linear. Die Ausgleichsgerade genügt der Gleichung:

$$B = k \cdot U_H$$

$$k = 7.15492 \text{ mT/mV}$$

Wir wissen zudem dass auch  $k = \frac{1}{vd}$  gilt.

### 1.3 Vergleich der Werte

Nun sollen die gemessenen Werte des Mittenfelds (Position 4) der Helmholtz-Spulen-Anordnung mit den berechneten Werten verglichen werden. Von den gemessenen Werten wurde jeweils noch der Eich-Faktor abgezogen:

Stromstärke I [A]	Magnetische Feldstärke B [mT]	Gemessenes B [mT]
1,0	0,779	0,952
1,5	1,169	1,295
2,0	1,558	1,685

Tabelle 1.4: Vergleichstabelle

Die Abweichungen sind auf Ungenauigkeiten in der Hall-Sonde und den Messgeräten zurückzuführen.

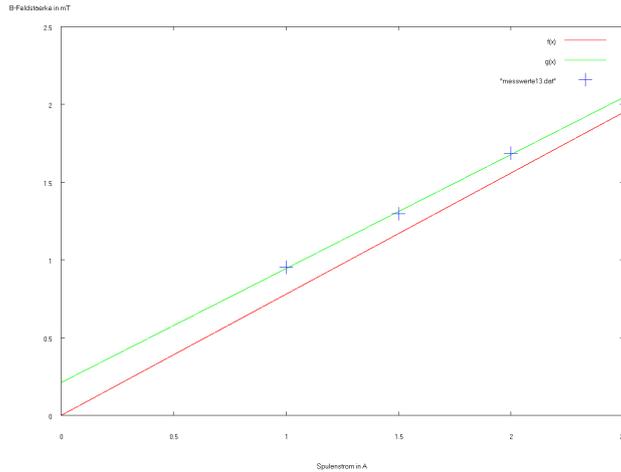


Abbildung 1.4: graphische Darstellung

Unsere Ausgleichsgerade genügt folgender Gleichung:

$$B = 7,33 \cdot 10^{-4} \frac{T}{A} \cdot I + 0,211 \cdot 10^{-4} T$$

Tatsächlich sollte sich eine Ursprungsgerade ergeben, wie sich aber noch zeigen wird, beschreibt der obere Zusammenhang das B-Feld in dem Bereich 1A bis 2A das Feld besser als die theoretische Formel. Es ist anzunehmen, dass die Hall-Sonde sich in niedrigen Amperebereichen nicht mehr linear verhält.

## 1.4 Messen des Durchmessers

Um die spezifische Ladungsdichte eines Elektrons  $\frac{e}{m}$  zu bestimmen, misst man den Radius der Elektronenkreisbahn im Fadenstrahlrohr bei verschiedenen Anodenspannungen und Spulenstromstärken. Dazu trägt man  $\frac{2U_A}{B^2}$  gegen  $r^2$  auf. Dazu benutzen wir die gemessenen B-Werte. Die Steigung der Geraden ergibt  $\frac{e}{m}$ .

Beschleunigungsspannung U in V	Radius in m bei 1,25A	Radius in m bei 2A
100	0.0305	0.017
125	0.034	0.019
150	0.038	0.021
175	0.041	0.024
200	0.043	0.026
225	0.0455	0.02775
250	0.0485	0.0295

Tabelle 1.5: Messreihe a)

Spulenstrom in A	Radius in m bei 250V	Radius in m bei 125V
1.0	-	0.042
1.2	0.05	0.036
1.4	0.0435	0.0315
1.6	0.037	0.0265
1.8	0.0335	0.0235
1.9	0.0315	-
2.0	0.03	0.0215

Tabelle 1.6: Messreihe b)

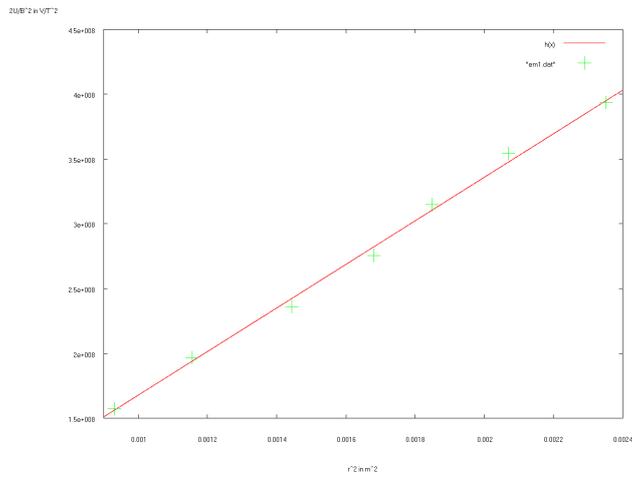


Abbildung 1.5:  $U=100V-250V$ ;  $I=1,25A$

Aus der Ausgleichgerade ergibt sich:

$$\frac{e}{m} = 1,67935 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$

$$\Delta \frac{e}{m_{stat}} = 0,0114 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg} \hat{=} 0,6788\%$$

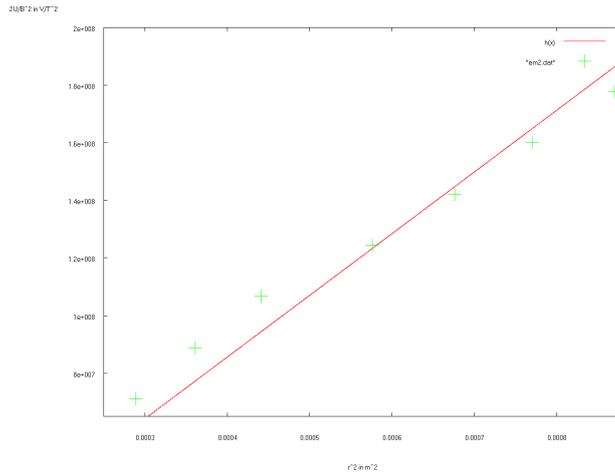


Abbildung 1.6: U=100V-250V; I=2A

$$\frac{e}{m} = 2,1408 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$

$$\Delta \frac{e}{m_{stat}} = 0,05569 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg} \hat{=} 2,601\%$$

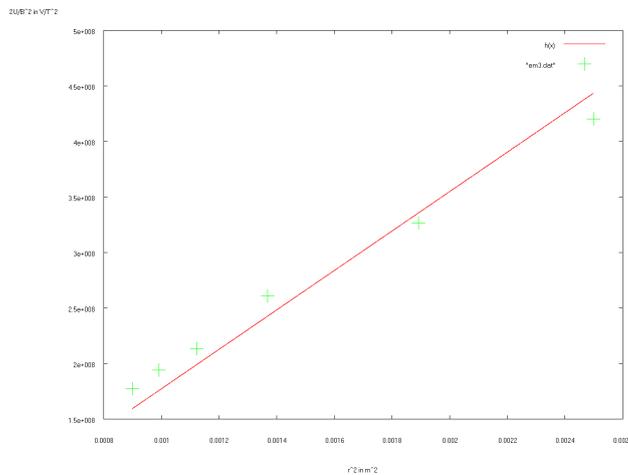


Abbildung 1.7: I=1,2A-2,0A; U=250V

$$\frac{e}{m} = 1,77407 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$

$$\Delta \frac{e}{m_{stat}} = 0,04972 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg} \hat{=} 2,803\%$$

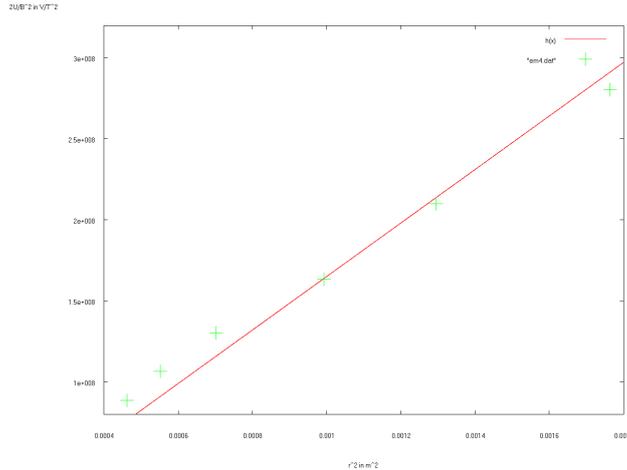


Abbildung 1.8:  $I=1,0\text{A}-2,0\text{A}$ ;  $U=125\text{V}$

$$\frac{e}{m} = 1,6511 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$$

$$\Delta \frac{e}{m_{stat}} = 0,0468 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}} \hat{=} 2,835\%$$

Jetzt bilden wir den arithmetischen Mittelwert der  $e/m$ -Werte und wählen den größten statistischen Fehler aus und runden diesen auf die erste signifikante Stelle:

$$\frac{e}{m} = 1.81133 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$$

$$\Delta \frac{e}{m_{stat}} = 0.06 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$$

Nun berechnen wir noch den systematischen Fehler. Für  $B$  wurde folgende Formel angenommen:

$$B = 7,33 \cdot 10^{-4} \frac{\text{T}}{\text{A}} \cdot I + 0.211 \cdot 10^{-4} \text{T}$$

$B$  hängt nur von einer Messgröße  $I$  ab, die einen relativen Fehler von 1% aufweist, der sich somit auf  $B$  fortpflanzt:

$$\frac{\Delta B}{B} = 0,01$$

Die Skalengröße des Lineals betrug 1mm, der Skalfehler damit 0,5mm. Jedoch besaß der Strahl eine Dicke von 1mm. Zusammen mit dem Paralaxenfehler schätzen wir die Abweichung auf  $\pm 3\text{mm}$  pro Messung. Der größte relative Fehler ergibt sich für die kleinste Radienmessung zu

$$\frac{\Delta r}{r} = 0,09$$

Die Ungenauigkeit des Spannungsmessgeräts beträgt 1%:

$$\frac{\Delta U}{U} = 0,01$$

Die Formel für  $\frac{e}{m}$  lautet:

$$\frac{e}{m} = \frac{2U}{r^2 B^2}$$

Die drei Messgrößen U, r und B sind nicht korreliert. Daher benutzen wir die Gaußfehlerfortpflanzung:

$$\Delta \frac{e}{m_{sys}} = \sqrt{\left(\frac{\partial \frac{e}{m}}{\partial B}\right)^2 \cdot \Delta B + \left(\frac{\partial \frac{e}{m}}{\partial U}\right)^2 \cdot \Delta U + \left(\frac{\partial \frac{e}{m}}{\partial r}\right)^2 \cdot \Delta r}$$

Da die Größen jedoch nur potenziert, multipliziert und dividiert werden, vereinfacht die Fortpflanzung zu:

$$\frac{\Delta \frac{e}{m}}{\frac{e}{m}_{sys}} = \frac{\Delta U}{U} + 2 \cdot \frac{\Delta B}{B} + 2 \cdot \frac{\Delta r}{r} = 0,21$$

Der relative systematische Fehler entspricht damit 21%. Damit können wir  $\frac{e}{m}$  wie folgt angeben:

$$\frac{e}{m} = (1,81 \pm 0,38 \pm 0,06) \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$

Der Literaturwert ist:

$$\frac{e}{m} = 1,7588 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$

Wie man sieht liegt der Literaturwert eindeutig zwischen den Fehlergrenzen. Mit dieser Messung konnten wir aufgrund der großen systematischen Fehler nur die Größenordnung von  $\frac{e}{m}$  bestimmen.

## 2 e/m-Bestimmung nach der Methode von Busch

### 2.1 Vorbereitende Versuche

Nachdem alle Geräte richtig angeschlossen und die Beschleunigungs- und Deflektorwechselspannung angelegt wurden, war auf dem Schirm ein vertikaler Strich zu erkennen. Bei Veränderung des Spulenstroms dreht sich dieser Strich und wird kürzer bis nur noch ein Punkt dargestellt wird. Durch eine weitere Stromstärkenerhöhung wird das Bild wieder größer und dreht sich weiter, jedoch reicht die Erhöhung nicht, um das Bild noch einmal zu einem Punkt zu formen. Das Verhalten der Abbildung kommt daher, dass die Elektronen nicht alle parallel zum Magnetfeld eingeschossen werden. Dadurch beschreiben sie keine geraden Bahnen, sondern bewegen sich auf der Oberfläche eines Zylinders. Wenn kein Spulenstrom anliegt, zieht die Deflektorspannung den Strahl auseinander und erzeugt den Strich. Ein Punkt kommt dann zustande, wenn die Elektronen eine komplette Umdrehung durchgeführt haben und alle im gleichen Punkt auf den Schirm treffen.

### 2.2 Messung des Spulenstroms

Wir messen den nötigen Spulenstrom für die Beschleunigungsspannung von 500V bis 700V mit zwei verschiedenen Deflektorzentren und tragen anschließend  $U$  über  $I^2$  auf. Für das Magnetfeld der Spule gilt folgende Näherung:

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_0 I n}{2L} \left( \frac{a}{\sqrt{R^2 + a^2}} + \frac{L - a}{\sqrt{R^2 + (L - a)^2}} \right) \\ \overline{B}_1 &= \frac{1}{p_1} \int_{\frac{L-p_1}{2}}^{\frac{L+p_1}{2}} B \cdot da \\ &= \frac{\mu_0 I n}{2L p_1} \cdot \left[ \sqrt{R^2 + a^2} - \sqrt{R^2 + (L - a)^2} \right]_{\frac{L-p_1}{2}}^{\frac{L+p_1}{2}} \\ &= 0,06180 \frac{T}{A} \cdot I \\ &= k_1 \cdot I \end{aligned}$$

für das erste Deflektorplattenpaar mit  $p_1 = 88mm$ , dem Abstand Deflektor-Schirm. Für das zweite Paar gilt:

$$\overline{B}_2 = \frac{1}{p_2} \int_{\frac{L-p_2}{2}}^{\frac{L+p_2}{2}} B \cdot da$$

$$\begin{aligned}
&= 0,06231 \frac{T}{A} \cdot I \\
&= k_2 \cdot I
\end{aligned}$$

mit  $p_2 = 70\text{mm}$ , dem Abstand Deflektor-Schirm. Weiterhin gilt für  $\frac{e}{m}$ :

$$\begin{aligned}
\frac{e}{m} &= \frac{8\pi^2 \cdot U_A}{B_i^2 \cdot p_i^2} \\
\frac{e}{m} I^2 &= \frac{8\pi^2 \cdot U_A}{k_i^2 \cdot p_i^2}
\end{aligned}$$

Nun tragen wir  $\frac{8\pi^2 \cdot U_A}{k_i^2 \cdot p_i^2}$  über  $I^2$  auf und erhalten aus der Steigung der Ausgleichsgerade  $\frac{e}{m}$ . Für das erste Deflektorzentrum ergab sich folgende Ausgleichsgerade:

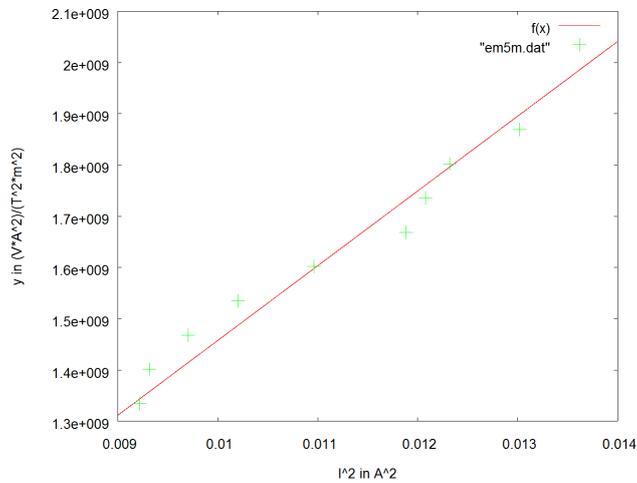


Abbildung 2.1: Ausgleichsgerade

Somit gilt für  $\frac{e}{m} = (1,45791 \pm 0,01202) \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$

Für das zweite Deflektorzentrum ergab sich folgende Ausgleichsgerade:

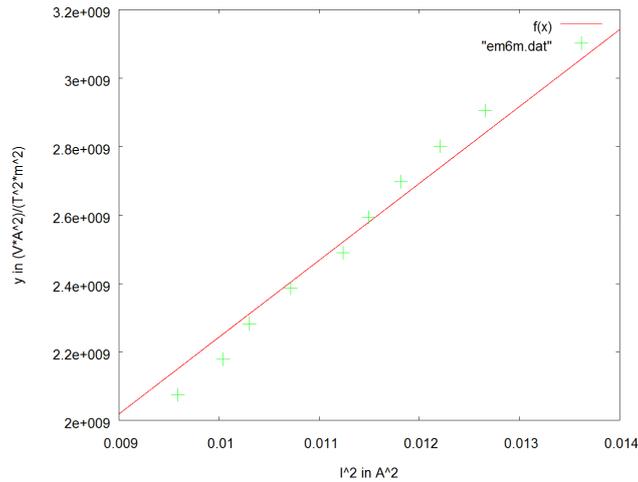


Abbildung 2.2: Ausgleichgerade

Somit gilt:  $\frac{e}{m} = (2,24391 \pm 0,01626) \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$

Die angegebenen Fehler sind statistische Fehler und entsprechen je 0,8227% bzw. 0,7248%. Nun werden noch die systematischen Fehler berechnet: Wir nehmen folgende Fehler für die Messinstrumente an:

- $\frac{\Delta U}{U} = 0,01$
- $\frac{\Delta I}{I} = 0,01$
- $\frac{\Delta p_i}{p_i} = 0,014$

Der Spulenstrom musste so eingestellt werden, dass sich ein Punkt auf dem Leuchtschirm ergab. Da dies wahrscheinlich nicht genau möglich ist, schätzen wir den Fehler des Stroms auf 5% ab. Die Fehler sind wie oben nicht korreliert und die Messgrößen treten wieder nur durch Multiplikation, Division und Potenz verknüpft auf. Daher lässt sich wieder die vereinfachte Form der allgemeinen Lösung der Gauß-Fehlerabschätzung benutzen:

$$\frac{\Delta \frac{e}{m}}{\frac{e}{m}_{sys}} = \frac{\Delta U}{U} + 2 \cdot \frac{\Delta I}{I} + 2 \cdot \frac{\Delta p_i}{p_i} = 0,138$$

Der Mittelwert der spezifischen Ladung lautet:

$$\frac{e}{m} = 1,85091 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$

Damit lautet der systematische Fehler:

$$\Delta \frac{e}{m}_{sys} = \pm 0,25543 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$

Für den statistischen Fehler wählen wir den größten Absolutwert aus:

$$\Delta \frac{e}{m_{stat}} = \pm 0,01626 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$

Damit erhalten wir das Endergebnis:

$$\frac{e}{m} = (1,85 \pm 0,26 \pm 0,02) \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$

Der Literatur wert liegt erneut zwischen den Fehlergrenzen.