

# Bestimmung von $e/m$ des Elektrons

Carsten Röttele

15. November 2011

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b><math>e/m</math>-Bestimmung mit dem Fadenstrahlrohr</b>	<b>1</b>
1.1	Aufbau . . . . .	1
1.2	Eichung der Hallsonde . . . . .	2
1.3	Vergleich Theorie-Messung . . . . .	3
1.4	Elektronenkreisbahnen . . . . .	3
<b>2</b>	<b><math>e/m</math>-Bestimmung nach der Methode von Busch</b>	<b>4</b>
2.1	Vorbereitung . . . . .	4
2.2	Ermittlung von $e/m$ . . . . .	4

## 1 $e/m$ -Bestimmung mit dem Fadenstrahlrohr

In diesem Versuch geht es um die Bestimmung der spezifische Elektronenladung  $\frac{e}{m}$ . Hierbei wird zunächst die Methode mit einem Fadenstrahlrohr benutzt. Dazu muss man die Elektronen in ein Magnetfeld schicken, welches die Elektronen, bei geeigneter Stärke des Magnetfeldes, in eine Kreisbahn führt. Über eine im Folgenden hergeleitete Beziehung kann man dann durch eine Messung des Radius unsere gesuchte Elektronenladung  $\frac{e}{m}$  bestimmen.

### 1.1 Aufbau

Zunächst ist gefordert, dass man eine Helmholtzspule mit einer Messplatte, welche man in Reihe zwischen den Helmholtzspulen schaltet. Dies muss deshalb gemacht werden, damit man das Magnetfeld der Spulen messen kann. Es wird hierbei benutzt, dass man das Magnetfeld in der Mitte der Spulen als homogen angesehen werden kann. Mithilfe der Messplatte lässt sich dann die sogenannte Hallspannung ablesen, wodurch wir dann unser Magnetfeld bestimmen können. Laut Versuchsbeschreibung, soll man dabei die

Spulenströme 1,0; 1,5 und 2,0 A benutzen.

## 1.2 Eichung der Hallsonde

Unter einer Hallsonde versteht man ein Messgerät für die Stärke von Magnetfeldern. Sie besteht aus einer Leiterplatte, welche von einem Strom durchflossen wird, der längs zu der Platte fließt. Um das das B-Feld messen zu können, muss man diese Platte senkrecht zu der B-Feldrichtung stellen, denn dadurch werden die Elektronen abgelenkt, was zu einer messbaren Spannung führt, der sogenannten Hallspannung  $U_H$ . Es ist natürlich logisch, dass hierzu der Strom und das Magnetfeld konstant sein müssen, damit die Spannung auch konstant ist. Für die Messung der Hallspannung spielt also nur der Zusammenhang zwischen der Lorentzkraft und der elektrischen Kraft eine Rolle. Dies wird im Folgenden hergeleitet:

$$\begin{aligned}F_L &= F_{elektr} \\e \cdot v \cdot B &= e \cdot E \\B &= \frac{E}{v}\end{aligned}$$

Mit  $E = \frac{U_H}{d}$  erhält man:

$$B = \frac{U_H}{d \cdot v}$$

Was man jetzt also noch zur Bestimmung von  $U_H$  braucht ist  $d$  und  $v$ . Hierbei ist  $d$  gegeben, aber die Geschwindigkeit hängt vom Strom ab, der durchfließt. Dies lässt sich über die Stromdichte herleiten:

$$\begin{aligned}j &= \frac{I}{A} = qnv \\ \rightarrow v &= \frac{I}{qnA}\end{aligned}$$

Für die Eichung soll man jetzt eine Geradengleichung für  $B$  in Abhängigkeit von  $U_H$  bestimmen. Dazu definiere ich meine Steigung als  $a = \frac{I}{qnAd}$ . Außerdem gilt für das Magnetfeld einer Spule die Formel:

$$B_{Spule} = \mu_0 \cdot \frac{n}{L} \cdot I_{Spule}$$

Hierbei ist  $n$  die Windungszahl der Spule und  $L$  die Länge der selbigen. Man führt das Ganze nun für 10 verschiedene Ströme durch. Dadurch lässt sich dann mit der gemessenen Hallspannung die Steigung  $a$  bestimmen, welche wir dann mit der Aufgabe 1.1 abgleichen werden.

### 1.3 Vergleich Theorie-Messung

In diesem Abschnitt werden die gemessenen Werte mit dem Wert aus der Theorie verglichen, der mit der Formel:

$$B = 0,7155 \cdot \mu_0 \cdot n \cdot \frac{I}{R}$$

berechnet werden kann. Diese Formel ist in der Aufgabenstellung gegeben.

Außerdem muss man noch überprüfen, wo das Magnetfeld homogen ist, damit man weiß, wo man messen muss.

### 1.4 Elektronenkreisbahnen

Jetzt wird die Zusatzspule wieder abgebaut und wir widmen uns dem eigentlichen Ziel, nämlich der Bestimmung von  $\frac{e}{m}$ . Hierzu schießen wir Elektronen senkrecht zum Magnetfeld der Spulen hinein. Dadurch entstehen Kreise, deren Durchmesser es zu bestimmen gilt. Zudem sollen wir zwei unterschiedliche Fälle betrachten:

- a) Wir lassen die Ströme durch die Spulen konstant und verändern nur die Spannung zwischen den Anoden.
- b) Wir verändern stattdessen die Ströme und lassen die Spannung konstant.

Im Folgenden gilt es nun die Formel herzuleiten, sodass wir  $\frac{e}{m}$  bestimmen können. Hierzu wird als erstes verwendet, dass die Elektronen sich in einer Kreisbahn bewegen und wir deshalb die Zentripetalkraft mit der Lorentzkraft gleichsetzen können. Daraus folgt:

$$\begin{aligned} F_Z &= F_L \\ \frac{2mv^2}{d} &= evB \\ \frac{e}{m} &= \frac{2v}{dB} \quad (\star) \end{aligned}$$

Es fehlt uns jetzt also nur noch die Geschwindigkeit der Elektronen. Diese können wir mit Hilfe der Energieerhaltung berechnen. Wir müssen uns also anschauen, wie viel Energie die Elektronen durch die Kathodenspannung erhalten.

$$\begin{aligned} W_{kin} &= W_{elektr} \\ \frac{1}{2}mv^2 &= eU \\ v^2 &= 2U \frac{e}{m} \end{aligned}$$

Quadriert man nun die Gleichung  $(\star)$  und setzt dann  $v^2$  ein, so erhält man:

$$\frac{e}{m} = 8 \frac{U}{B^2 d^2}$$

Somit hat man nun nur noch bekannte Werte auf der rechten Seite stehen, wodurch wir  $\frac{e}{m}$  bestimmen können.

## 2 e/m-Bestimmung nach der Methode von Busch

Bei dieser Methode werden im Unterschied zum Fadenstrahlrohr die Elektronen nicht mehr senkrecht zum Magnetfeld reingeschossen, sondern schräg. Es wirkt jedoch immer noch die Lorentzkraft auf die Teilchen, sodass eigentlich immer noch eine Kreisbahn entsteht. Da sie aber schräg zur Magnetfeldrichtung reinkommen, besitzt die Geschwindigkeit eine parallele und vertikale Komponente, wodurch eine Spirale entsteht. Von dieser Spirale muss man jetzt die Ganghöhe und den Radius bestimmen, damit man wieder zu unserem eigentlichen Ziel, der Bestimmung von  $\frac{e}{m}$  kommt.

### 2.1 Vorbereitung

Hier soll man als erstes eine Kathodenstrahlröhre an eine Spule anschließen, wobei die Beschleunigungsspannung der Elektronen am Anfang noch niedrig sein soll, nämlich 500V. Hierbei wird der Strom durch die Spule am Anfang auf 0 gesetzt. Jetzt muss man die Deflektorwechselspannung nur noch so verändern bis man einen maximal langen Strich erhält. Außerdem muss man dazu noch Strahlintensität und die Strahlschärfe gut wählen, was man durch zwei verschiedene Spannungen erreichen kann.

Nun können wir den Strom in der Spule langsam größer werden lassen, wodurch man eine Krümmung des Strahls sehen sollte, die schließlich in einem Punkt endet. Dies geschieht deshalb, da sich durch den Strom ein Magnetfeld in der Spule bildet, welches je nach Stärke die Größe der Kreisbahn ändert. Den Punkt erhält man genau dann, wenn die Elektronen gerade eine Kreisbahn durchlaufen haben.

Wird der Strom dann nochmal erhöht, wiederholt sich der Vorgang, sodass wir wieder als erstes einen Strich sehen werden, bis wieder ein Punkt erscheint.

### 2.2 Ermittlung von e/m

Um die Geradensteigung von  $\frac{e}{m}$  zu erhalten, muss man sich als erstes den Zusammenhang von den einzelnen Größen anschauen. Wenn wir die Geschwindigkeit in senkrechter Richtung der Elektronen betrachten, können wir wieder die Zentripetalkraft mit der Lorentzkraft gleichsetzen:

$$\begin{aligned} F_Z &= F_L \\ \frac{mv_s^2}{r} &= ev_s B \end{aligned}$$

Und somit für  $\frac{e}{m}$ :

$$\frac{e}{m} = \frac{v_s}{Br}$$

Da das Magnetfeld von der Geschwindigkeit nicht abhängig ist, kann man die senkrechte Geschwindigkeit, wie die Geschwindigkeit innerhalb eines Kreises berechnen:

$$v_s = \frac{2\pi \cdot r}{T}$$

Daraus ergibt sich:

$$\frac{e}{m} = \frac{2\pi}{TB} \quad (1)$$

Die Periodendauer können wir wiederum über die Parallelgeschwindigkeit ausrechnen, wobei  $h$  im folgenden der Ganghöhe entspricht:

$$T = \frac{h}{v_p}$$

Die Parallelgeschwindigkeit bekommt man außerdem, wie schon die Geschwindigkeit aus Teilaufgabe 1.4 über die Energieerhaltung:

$$v_p^2 = 2 \frac{eU}{m_e}$$

$$\rightarrow T^2 = \frac{h^2 m}{2eU}$$

Nun müssen wir nur noch Gleichung (1) quadrieren und unser  $T^2$  einsetzen und wir erhalten:

$$\frac{e}{m} = \frac{8\pi^2 \cdot U}{B^2 \cdot h^2}$$

Für das B-Feld allerdings dürfen wir nicht mehr, wie im ersten Aufgabenteil, die Formel für eine lange Spule nehmen, sondern müssen stattdessen die in der Aufgabenstellung gegebene benutzen:

$$B = \frac{\mu_0 n}{2L} \underbrace{\left( \frac{a}{\sqrt{r^2 + a^2}} + \frac{L - a}{\sqrt{R^2 + (L - a)^2}} \right)}_{\lambda} \cdot I$$

Bei dieser Formel ist  $R$  der mittlere Radius der Spulenwicklung und  $a$  der Abstand des Feldortes von einem Spulenende. Da man nun das  $\lambda$  durch geschickte Wahl der Feldorte mitteln soll, ist es sinnvoll auf Grund der Symmetrie der Spule für  $a$  einmal am dem einem Ende, einmal in der Mitte und schließlich bei  $\frac{L}{4}$  zur Berechnung zu verwenden. Mit Hilfe der Keplerschen Fassregel ergibt sich:

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{6}(\lambda(0,134m) + 4 \cdot \lambda(0,09m) + \lambda(0,046m)) = 0,0617 \frac{Vs}{Am^2}$$

Unsere Aufgabe ist es nun den jeweils entstehenden Strom zu messen, während man in 25V-Schritten die Beschleunigungsspannung von 500V bis 700V erhöht. Wie in der Aufgabe 2.1 soll man hierbei möglichst einen Punkt sehen. Dadurch erhalten wir eine Geradengleichung der Form, wobei  $b$  in diesem Fall die Steigung repräsentiert:

$$U = bI^2$$

Somit erhalten wir letztendlich:

$$\frac{e}{m} = \frac{8\pi^2 \cdot b}{\bar{\lambda}^2} = 20750,15 \cdot b \cdot \frac{Q}{kg}$$

# Vorbereitung - Bestimmung von $e/m$ des Elektrons

Stefan Schierle

Versuchsdatum: 15. November 2011

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>e/m Bestimmung mit dem Fadenstrahlrohr</b>	<b>1</b>
1.1	Theoretisches Hintergrundwissen . . . . .	1
1.1.1	Helmholtzspule . . . . .	1
1.1.2	Hallsonde . . . . .	1
1.2	Versuchsdurchführung Fadenstrahlrohr . . . . .	1
1.2.1	Messen der Hallspannung . . . . .	1
1.2.2	Eichung der Hallsonde . . . . .	2
1.2.3	Überprüfung der Feldhomogenität des Helmholtzspulenpares . . .	2
1.2.4	Messung des Durchmessers der Elektronenkreisbahn . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Versuchsdurchführung nach der Methode von Busch</b>	<b>4</b>
2.1	Vorbereitung der Versuche . . . . .	4
2.2	Bestimmung von $e/m$ nach Busch . . . . .	5

## 1 e/m Bestimmung mit dem Fadenstrahlrohr

### 1.1 Theoretisches Hintergrundwissen

#### 1.1.1 Helmholtzspule

Eine Helmholtzspule besteht aus zwei gleichartigen Spulen mit Radius  $R$ . Diese sind im Abstand  $d$  voneinander entfernt aufgestellt. Wenn  $d = R$ , so erzeugt diese Spulenordnung entlang der Mittelachse durch die Spulen ein homogenes Magnetfeld. Dieses aber noch zu bestimmen bleibt. Da der Versuchsaufbau durch eine Plexiglashaube geschützt ist, müssen wir das vorhandene Helmholtzspulenpaar um eine weitere, in Reihe geschaltete, baugleiche Spule im Abstand  $d = R$  ergänzen. In der Mitte ( $d/2$ ) dieser Anordnung bestimmen wir mit Hilfe einer Hallsonde (siehe 1.2.1) das Magnetfeld.

### 1.1.2 Hallsonde

Die Hallsonde besteht im Wesentlichen aus einem Leiterplättchen, durch das in einer Richtung Strom fließt. Bringt man dieses Plättchen in ein Magnetfeld, wobei das Plättchen und somit die Stromflussebene senkrecht zum B-Feld sein muss, so werden die sich in Stromrichtung bewegenden Elektronen im Plättchen durch die resultierende Lorentzkraft abgelenkt. Dies führt zu einer messbaren Spannung, der Hallspannung ( $U_H$ ), an den Seiten des Plättchens führt. Diese Spannung wird zur Bestimmung des B-Felds benötigt.

## 1.2 Versuchsdurchführung Fadenstrahlrohr

### 1.2.1 Messen der Hallspannung

Wir messen die Hallspannung mit Hilfe der Hallsonde an den, durch die Messplatte, vorgegebenen Punkten bei einem Spulenstrom von  $I = 1,0A$ ,  $I = 1,5A$  und  $I = 2,0A$ . Diese Messung wird zur Bestimmung des Magnetfeldes der Versuchsvorrichtung benötigt.

### 1.2.2 Eichung der Hallsonde

Als erstes muss der Zusammenhang zwischen der Hallspannung  $U_H$  und dem B-Feld geklärt werden. Im Plättchen der Hallsonde werden so viele Elektronen an eine Platten-seite abgelenkt, bis sich diese aufgrund der gleichnamigen Ladung abstoßen und somit keine Ablenkung mehr erfolgt. Daher kann dieser Zustand als Kräftegleichgewicht von Elektrischer Feldkraft ( $F_{el}$ ) und der Lorentzkraft ( $F_L$ ) betrachtet werden.

$$\begin{aligned}F_{el} &= F_L \\E \cdot e &= B \cdot v \cdot e \\ \frac{U_H}{d} &= B \cdot v \\ B &= \frac{U_H}{d \cdot v}\end{aligned}$$

Der Faktor  $\frac{1}{d \cdot v}$  zeigt, dass die Geschwindigkeit der Elektronen von Bedeutung ist, und deshalb  $B$  von der Spannung, die den Stromfluss durch das Plättchen der Hallsonde erzeugt, abhängig ist. Den Faktor  $\frac{1}{d \cdot v}$  benennen wir  $m$ , da dieser Faktor die Steigung des zu ermittelnden  $U_H$ - $B$ -Diagramm ist.

$$B = m \cdot U_H$$

Um diesen Faktor  $m$  zu bestimmen messen wir in einer langen Spule mit bekanntem B-Feld die Hallspannung  $U_H$  in der Spulenmitte bei verschiedenen B-Feldstärken. Über die Formel:

$$B_{LangeSpule} = \mu_0 \cdot \frac{N}{l} \cdot I_{LangeSpule}$$

Wobei  $N$  die Windungszahl,  $l$  die Spulenlänge und  $I_{LangeSpule}$  Strom durch die Spule bekannt sind und somit das jeweilige B-Feld bestimmbar machen.

Wir führen die Messung für 10 verschiedene B-Felder durch. Dabei ist darauf zu achten, dass die gemessene Hallspannung im Bereich der Werte aus Versuch 1.1 liegen.

### 1.2.3 Überprüfung der Feldhomogenität des Helmholtzspulenpares

Für die Überprüfung der Messwerte können vorab schon einmal die zu erwartenden Theoriewerte berechnet werden. Hierfür ist die in der Aufgabenstellung gegebene Formel sehr hilfreich:

$$B = 0,7155 \cdot \mu_0 \cdot n \cdot \frac{I}{R}$$

Somit erhalten wir mit den gegebenen Werten ( $n=130$ ;  $R = 15\text{cm}$ ;  $I=1,0 / 1,5 / 2,0$  A) folgendes:

Stromstärke A	Magnetfeld mT
1,0	0,77924
1,5	1,16886
2,0	1,55848

### 1.2.4 Messung des Durchmessers der Elektronenkreisbahn

Die Punkte 1.2.1 bis 1.2.3 dienen eigentlich nur zur Vorbereitung der Auswertung der Bestimmung von  $\frac{e}{m}$  beim Fadenstrahlrohr. Bei dieser Versuchsanordnung werden Elektronen durch einen Potentialunterschied zwischen Kathode und Anode beschleunigt. Mit Hilfe dieser Beschleunigungsspannung kann die Geschwindigkeit  $v$  der Elektronen variiert werden.

Zur Bestimmung von  $\frac{e}{m}$  benötigen wir den Durchmesser der Kreisbahn, den die Elektronen im Magnetfeld beschreiben. Hierfür betrachten wir 2 Fälle:

a) 2 jeweils konstante Spulenströme (1A, 2A) mit variabler Beschleunigungsspannung an der Anode.

b) 2 jeweils konstante Anodenspannungen (125V und 250V) mit variablem Spulenstrom.

Bei dieser Messung muss darauf geachtet werden, dass die Elektronen tatsächlich auf einer Kreisbahn und nicht auf einer Spirale bewegen, das heißt, dass sie senkrecht zum

B-Feld einfallen müssen. Das Ablesen des Kreisdurchmessers ist ebenfalls nicht ganz trivial, da wir nicht direkt am Strahl messen können. Um so den Fehler beim Ablesen zu minimieren benutzen wir die vorhandene Hilfsvorrichtung zum parallaxenfreien Messen.

**Zur Bestimmung von  $\frac{e}{m}$ :**

Da sich die Elektronen auf einer Kreisbahn befinden gilt folgende Beziehung zwischen der Zentripetalkraft  $F_Z$  und der Lorentzkraft  $F_L$ :

$$F_Z = F_L$$

$$\frac{m \cdot v^2}{r} = e \cdot v \cdot B$$

Umgestellt nach  $\frac{e}{m}$  ergibt das:

$$\frac{e}{m} = \frac{v}{B \cdot r} \quad (1)$$

Nun bleibt noch die Geschwindigkeit  $v$  der Elektronen zu bestimmen. Hierfür machen wir uns die Energieerhaltung im Beschleuniger zu Nutze und gehen davon aus, dass die Kinetische Energie ( $E_{kin}$ ) gleich der Energie des Beschleunigerfeldes ( $E_{el}$ ) ist.  $U_A$  ist hierbei die Beschleunigerspannung zwischen Kathode und Anode.

$$E_{kin} = E_{el}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = e \cdot U_A$$

Nach  $v$  aufgelöst:

$$v = \sqrt{2 \cdot U_A \cdot \frac{e}{m}} \quad (2)$$

Setzt man nun (2) in (1) ein, so erhält man:

$$\sqrt{\frac{e}{m}} = \frac{\sqrt{2 \cdot U_A}}{B \cdot r}$$

$$\frac{e}{m} = \frac{2 \cdot U_A}{B^2 \cdot r^2}$$

Wobei  $r = \frac{d}{2}$  ist.

## 2 Versuchsdurchführung nach der Methode von Busch

Bei der Methode von Busch wird ein beschleunigter Elektronenstrahl durch ein elektrisches Feld (Deflektorfeld) senkrecht zu dessen Bewegungsrichtung abgelenkt. Zudem

führt dieser Strahl auch durch ein Magnetfeld, welches parallel zur ursprünglichen Bewegungsrichtung des Elektronenstrahls orientiert ist. Durch die Ablenkung der  $e_-$  im el. Feld entsteht eine Spiralkurve, da nun eine senkrechte Geschwindigkeitskomponente zum Magnetfeld vorhanden ist und dieses die Elektronen durch die Lorentzkraft auf eben jene Spiralbahn zwingt.

## 2.1 Vorbereitung der Versuche

Bei ausgeschalteter Spule wird der Elektronenstrahl alleine durch den Deflektor, der mit Wechselspannung betrieben wird, beeinflusst. Deshalb erhalten wir auf dem Schirm einen Strich, den wir durch Änderung der Deflektorspannung zu einer maximalen Länge auf dem Schirm bringen. Ebenso wird die Strahlintensität und -schärfe optimiert.

Bei sich nun steigendem Spulenstrom wird der Elektronenstrahl durch das entstehende Magnetfeld auf die oben beschriebene Spiralbahn gelenkt. Das führt dazu, dass sich der Strich auf dem Schirm krümmt.

## 2.2 Bestimmung von $e/m$ nach Busch

Für die Bestimmung von  $\frac{e}{m}$  wird hier die Kreisbewegung in der Spirale betrachtet.

$$F_Z = F_L$$

$$\frac{m \cdot v_{\perp}^2}{r} = e \cdot v_{\perp} \cdot B$$

Umgestellt nach  $\frac{e}{m}$  ergibt das:

$$\frac{e}{m} = \frac{v_{\perp}}{B \cdot r} \quad (3)$$

Hierbei lässt sich  $v_{\perp}$  einfach über die beschriebene Kreisbahn pro Zeit bestimmen, wobei  $r$  der Radius der Kreisbahn ist:

$$v_{\perp} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T} \quad (4)$$

Setzt man (3) in (4) ein, so erhält man folgende Gleichung:

$$\frac{e}{m} = \frac{2 \cdot \pi}{B \cdot T} \quad (5)$$

Bleibt in diesem Fall nur noch  $T$  zu bestimmen, was über die durchlaufene Strecke zwischen Schirm und Deflektor ( $d$ ) und die Geschwindigkeit parallel zum Magnetfeld ( $v_{\parallel}$ ).

$$T = \frac{d}{v_{\parallel}} \quad (6)$$

$v_{\parallel}$  lässt sich mit der obigen Formel (2) berechnen. Diese nun in einander eingesetzt und quadriert:

$$T^2 = \frac{d^2 \cdot m}{2 \cdot U_A \cdot e} \quad (7)$$

Setzt man nun wiederum Gleichung (7) in (5) ein, erhält man:

$$\frac{e}{m} = \frac{8 \cdot \pi^2 \cdot U_A}{B^2 \cdot d^2} \quad (8)$$

Hierbei ist zu beachten, dass laut Aufgabenstellung die Spule nicht als *lang* angenommen werden darf und deshalb kein homogenes Magnetfeld betrachtet werden kann. Deshalb muss

$$B = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I_{Spule}}{2 \cdot L} \cdot \left( \frac{a}{\sqrt{R^2 + a^2}} + \frac{L - a}{\sqrt{R^2 + (L - a)^2}} \right) \quad (9)$$

zur Bestimmung von B verwendet werden. Die Variablen sind bereits in der Aufgabenstellung definiert:  $R$  ist der mittlere Spulenradius,  $N$  die Windungszahl,  $L$  die Spulenlänge und  $a$  der Abstand des Feldortes zum Spulenende.

$B$  lässt sich aber auch umschreiben, indem man den Faktor

$$\frac{\mu_0 \cdot N}{2 \cdot L} \cdot \left( \frac{a}{\sqrt{R^2 + a^2}} + \frac{L - a}{\sqrt{R^2 + (L - a)^2}} \right)$$

durch  $b$  ersetzt. Dieses  $b$  lässt sich als rechnerischer Mittelwert bestimmen und zwar an den durch die Spulensymmetrie begünstigten Stellen bei  $L/4$ , in der Mitte und am Ende. Der sich hieraus ergebende Mittelwert wird im Folgenden als  $\bar{b}$  bezeichnet.

$$\bar{B} = \bar{b} \cdot I_{Spule} \quad (10)$$

Der Wert für  $\bar{b}$  lässt sich mit den bereits angegebenen Werten berechnen:  $\bar{b} = 0,0617 \frac{Vs}{Am^2}$

Zur Bestimmung von  $\frac{e}{m}$  wird die Beschleunigungsspannung  $U_A$  von 500V bis 700V in jeweils 25V-Schritten erhöht und  $I_{Spule}$  so angepasst, dass immer ein Punkt auf dem Schirm angezeigt wird. Die verwendeten Spannungen sollen von uns in einem  $U_A - I_{Spule}^2$ -Diagramm aufgetragen werden, und anschließend ermitteln wir die Steigung der Regressionsgeraden  $m$ .

Über diese Beziehung von  $U_A = m \cdot I_{Spule}^2$  und den Formeln (10) und (8) lässt sich nun  $\frac{e}{m}$  bestimmen:

$$\begin{aligned} \frac{e}{m} &= \frac{8 \cdot \pi^2 \cdot U_A}{\bar{B}^2 \cdot d^2} \\ \frac{e}{m} &= \frac{8 \cdot \pi^2 \cdot m \cdot I_{Spule}^2}{(\bar{b} \cdot I_{Spule})^2 \cdot d^2} \\ \frac{e}{m} &= \frac{8 \cdot \pi^2 \cdot m}{\bar{b}^2 \cdot d^2} \end{aligned}$$

## Verbesserung der Auswertung

# Bestimmung von $e/m$ des Elektrons

Carsten Röttele      Stefan Schierle

Versuchsdatum: 15. November 2011

### Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b><math>e/m</math>-Bestimmung mit dem Fadenstrahlrohr</b>	<b>2</b>
1.1	Messen der Hallspannung . . . . .	2
1.2	Eichung der Hallsonde . . . . .	2
1.3	Überprüfung der Feldhomogenität . . . . .	3
1.4	Durchmesser der Elektronenkreisbahn . . . . .	4
<b>2</b>	<b><math>e/m</math>-Bestimmung der Methode nach Busch</b>	<b>6</b>
2.1	Vorbereitung . . . . .	6
2.2	Bestimmung der spezifischen Masse . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Fehlerrechnung</b>	<b>8</b>
3.1	Fehlerrechnung zur $e/m$ -Bestimmung mit dem Fadenstrahlrohr . . . . .	8
3.2	Fehlerrechnung zur Bestimmung von $e/m$ mit der Methode nach Busch . . . . .	9
3.3	Vergleich der Messverfahren . . . . .	10

# 1 e/m-Bestimmung mit dem Fadenstrahlrohr

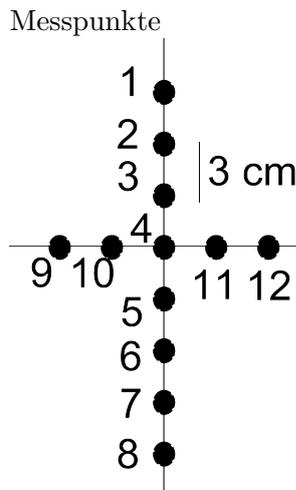
## 1.1 Messen der Hallspannung

Nachdem der Versuchsaufbau, wie in der Vorbereitung beschrieben, um eine baugleiche Helmholtzspule erweitert wurde, haben wir die Hallspannung an den durch die Messplatte vorgesehenen Punkten gemessen. Wobei der Punkt 4 auf der Mittelachse des der Helmholtz-Spulenordnung liegt und der Abstand von Messpunkt zu Messpunkt 3cm beträgt.

Bei unserer Hallsonde trat nur das Problem auf, dass der Nullabgleich nicht richtig funktioniert, dies machte sich dadurch bemerkbar, dass der Wert der Hallspannung ohne Feld  $U_{Hall-Abweichung} = -0,06mV$  betrug. Die für die Hallspannung gemessenen Werte haben wir mit  $U_{Hall-wirklich} = U_{Hall-Messung} - U_{Hall-Abweichung}$  auf den wirklichen Wert korrigiert:

Messergebnisse mit Nullabgleich

Position	I=1A mV	I=1,5A mV	I=2A mV
1	0,07	0,12	0,16
2	0,07	0,12	0,17
3	0,08	0,13	0,17
4	0,08	0,13	0,17
5	0,07	0,13	0,17
6	0,07	0,12	0,16
7	0,07	0,12	0,16
8	0,06	0,10	0,13
9	0,07	0,12	0,16
10	0,08	0,12	0,17
11	0,08	0,12	0,17
12	0,08	0,12	0,16



## 1.2 Eichung der Hallsonde

Hier bestimmen wir den in der Vorbereitung hergeleiteten Vorfaktor  $m$  bei  $B = m \cdot U_H$ . Dazu haben wir in der langen Spule mit bekannten Ausmaßen und von uns bestimmten Spulenstrom die zum jeweiligen Strom gehörige Hallspannung gemessen. Dazu formen wir die Formel für  $B$  nach  $m$  um.

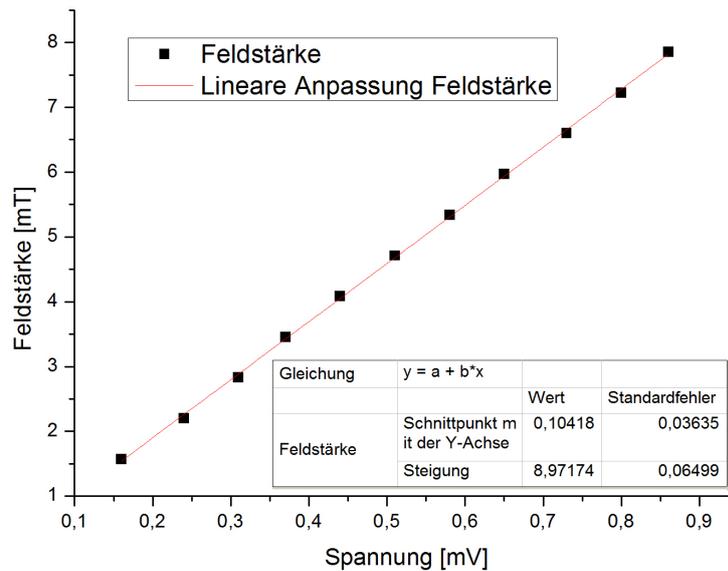
$$B = m \cdot U_H \tag{1}$$

$$m = \frac{B}{U_H} \tag{2}$$

$B$  soll ja dem theoretischen Wert in der langen Spule entsprechen. daher lässt sich  $B$  hier über

$$B_{LangeSpule} = \mu_0 \cdot \frac{N}{l} \cdot I_{Spule} \tag{3}$$

bestimmen.  $I_{Spule}$  haben wir jeweils bei der Versuchsdurchführung bestimmt. So lassen sich die Werte von  $B$  über  $U_H$  auftragen und eine Regressionsgerade erstellen. Die Geradensteigung  $b$  entspricht unserem  $m$ .



Der Wert für  $m$  lässt sich hier praktischerweise gleich ablesen:  $m = 8,97 \frac{\text{s}}{\text{m}^2}$

### 1.3 Überprüfung der Feldhomogenität

Nun werden die in der Vorbereitung bestimmten Erwartungswerte von  $B(I_{\text{Spule}})$  mit den gemessenen Werten verglichen. Hier in der Tabelle wurde zum direkten Vergleich der Mittelwert der Messwerte gebildet.

Betrachtet man aber zusätzlich die Messergebnisse aus 1.1 sieht man, dass die gemessene Hallspannung nach außen hin minimal (ca.  $1\text{mV}$ ) schwächer wird. Das bedeutet, dass das Magnetfeld nicht ideal homogen ist. Die durch  $U_H$  ermittelbare Feldstärke variiert bei den jeweiligen Abweichungen der Spannungen nur in der Größenordnung  $0,1\text{mT}$ , was unserer Meinung nach immer noch zur Annahme eines homogenen Feldes führen darf.

#### experimentelle Werte für B

Stromstärke	Magnetfeld [mT]											
A	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1,0	0,63	0,63	0,72	0,72	0,63	0,63	0,63	0,54	0,63	0,72	0,72	0,72
1,5	1,08	1,08	1,17	1,17	1,17	1,08	1,08	0,90	1,08	1,08	1,08	1,08
2,0	1,44	1,53	1,53	1,53	1,53	1,44	1,44	1,17	1,44	1,53	1,53	1,44

#### theoretische Werte

Stromstärke	Magnetfeld
A	mT
1,0	0,78
1,5	1,17
2,0	1,56

#### experimentelle Mittelwerte

Stromstärke	Magnetfeld
A	mT
1,0	0,66
1,5	1,08
2,0	1,46

Durch den Vergleich der Werte wird deutlich, dass die einzelnen Messwerte vom Erwartungswert abweichen ( $I = 1\text{A} : 15,57\%$ ,  $I = 1,5\text{A} : 7,25\%$ ,  $I = 2\text{A} : 6,45\%$ ). Diese Abweichungen haben im Großen und Ganzen keinen wesentlichen Einfluss auf die Messung, da wir diese im

inneren Teil des Magnetfeld durchführen. Der angegebene Mittelwert berücksichtigt auch die zentrumsfernen Messpunkte, deshalb wird eine größere Abweichung berechnet. Dies zeigt wie bereits oben erwähnt, dass das Feld zwar nicht ideal homogen ist, aber im Zentrum eine für den Versuch hinreichende Homogenität besitzt.

## 1.4 Durchmesser der Elektronenkreisbahn

Bei der Bestimmung der Elektronenkreisbahn wird nur das Helmholtzspulenpaar in der Plexiglasbox verwendet. Die Spule zur Bestimmung des B-Felds wurde entfernt.

Nun wird der Durchmesser der Elektronenbahn in den geforderten zwei Fällen bestimmt, wobei die Spannung in jeweils in 25V-Schritten, bzw. die Stromstärke in 0,2A-Schritten erhöht und der der zugehörige Durchmesser ermittelt wurden.

Wir haben zur einfacheren Bestimmung der spezifischen Ladung die Gleichung (1) so umgeformt, dass  $\frac{e}{m}$  der Steigung in den jeweiligen Diagrammen entspricht.

$$\frac{e}{m} = \frac{8 \cdot U_A}{B^2 \cdot d^2}$$

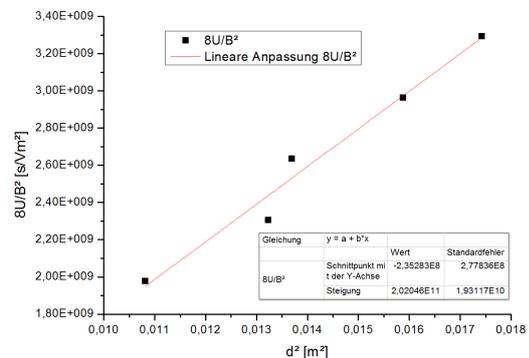
$$\frac{e}{m} \cdot d^2 = \frac{8 \cdot U_A}{B^2}$$

So kann der wert für  $\frac{e}{m}$  leichter bestimmt werden.

### a) konstanter Strom

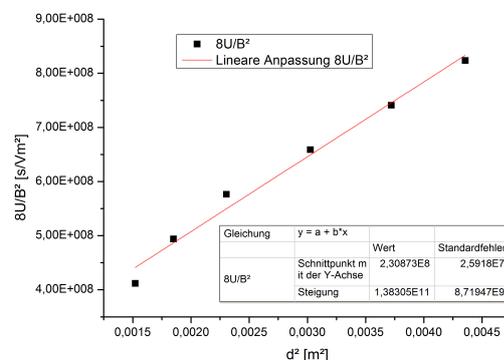
#### 1. Fall: I = 1A

Spannung V	Durchmesser m	Feldstärke T	$8U/B^2$ s/Vm <sup>2</sup>	$d^2$ m <sup>2</sup>
100	nicht sichtbar	7,79241E-4	1,31749E9	--
125	nicht sichtbar	7,79241E-4	1,64686E9	--
150	0,104	7,79241E-4	1,97623E9	0,01082
175	0,115	7,79241E-4	2,3056E9	0,01323
200	0,117	7,79241E-4	2,63498E9	0,01369
225	0,126	7,79241E-4	2,96435E9	0,01588
250	0,132	7,79241E-4	3,29372E9	0,01742



#### 2. Fall: I = 2A

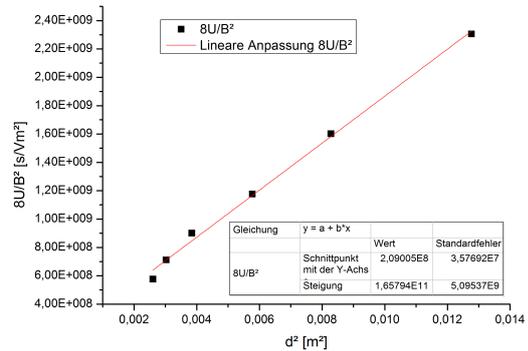
Spannung V	Durchmesser m	Feldstärke T	$8U/B^2$ s/Vm <sup>2</sup>	$d^2$ m <sup>2</sup>
100	nicht sichtbar	0,00156	3,29372E8	--
125	0,039	0,00156	4,11715E8	0,00152
150	0,043	0,00156	4,94058E8	0,00185
175	0,048	0,00156	5,76401E8	0,0023
200	0,055	0,00156	6,58744E8	0,00302
225	0,061	0,00156	7,41087E8	0,00372
250	0,066	0,00156	8,2343E8	0,00436



## b) konstante Spannung

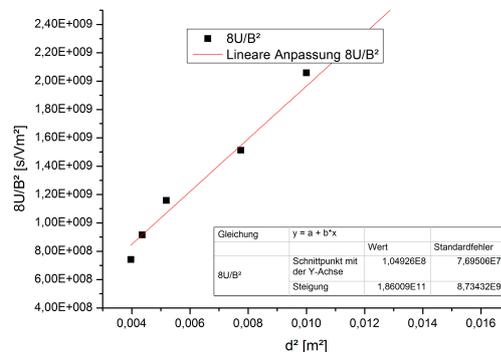
### 1. Fall: $U = 175\text{V}$

Stromstärke	Durchmesser	Feldstärke	$8U/B^2$	$d^2$
A	m	T	s/Vm <sup>2</sup>	m <sup>2</sup>
1,0	0,113	7,79241E-4	2,3056E9	0,01277
1,2	0,091	9,35089E-4	1,60111E9	0,00828
1,4	0,076	0,00109	1,17633E9	0,00578
1,6	0,062	0,00125	9,00627E8	0,00384
1,8	0,055	0,0014	7,11606E8	0,00302
2,0	0,051	0,00156	5,76401E8	0,0026

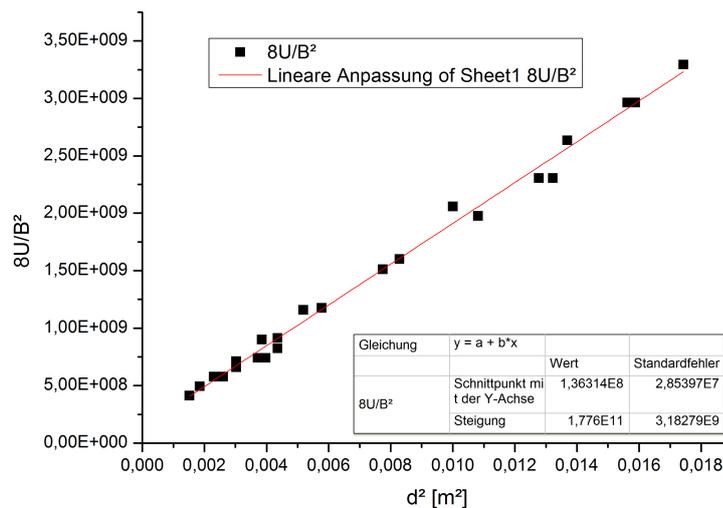


### 2. Fall: $U = 225\text{V}$

Stromstärke	Durchmesser	Feldstärke	$8U/B^2$	$d^2$
A	m	T	s/Vm <sup>2</sup>	m <sup>2</sup>
1,0	0,125	7,79241E-4	2,96435E9	0,01563
1,2	0,100	9,35089E-4	2,05858E9	0,01
1,4	0,088	0,00109	1,51242E9	0,00774
1,6	0,072	0,00125	1,15795E9	0,00518
1,8	0,066	0,0014	9,14922E8	0,00436
2,0	0,063	0,00156	7,41087E8	0,00397



Durch das vorherige Umstellen der Formel wird die Ermittlung der spezifischen Ladung als Mittel aller Messwerte einfacher, da wir in nachfolgendem Diagramm nur noch die Steigung ablesen müssen. Dafür haben wir alle Messwerte in ein Diagramm eingezeichnet und wiederum eine lineare Regression durchgeführt. Zudem gibt uns Origin hier noch den Statistischen Fehler für  $\frac{e}{m}$  an.



So erhalten wir aus der Steigung einen Wert von  $\frac{e}{m} = 1,78 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$ .

Der Literaturwert liegt bei  $1,76 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$ . Die Abweichung vom diesem Wert liegt bei 1,14%.

## 2 e/m-Bestimmung der Methode nach Busch

### 2.1 Vorbereitung

Nachdem die komplexe Schaltung aufgebaut und kontrolliert war, konnten wir mit der Feinjustierung beginnen. Durch das Variieren der Deflektortenspannung erzeugten wir einen möglichst langen Strich auf dem Schirm. Dann stellten wir den Spulenstrom so ein, dass wieder nur ein Punkt auf dem Schirm zu sehen war. Da die Apparatur so aufgebaut war, dass mit den verwendeten Strömen und Spannungen kein weiterer als der einfache Umlauf der erzeugten Spiralbahn möglich ist, geht unsere Annahme aus der Vorbereitung von nur einem Umlauf auf.

### 2.2 Bestimmung der spezifischen Masse

Durch das Einstellen des minimalen Punktes auf dem Schirm sorgten wir dafür, dass der Elektronenstrahl in der Röhre nur einen Umlauf vollzieht.

Hier haben wir folgende Werte für  $U_{Beschleunigung}$  und  $I_{Spule}$  für die unterschiedlichen Plattenabstände gemessen:

Plattenpaar  $d_1 - d'_1$

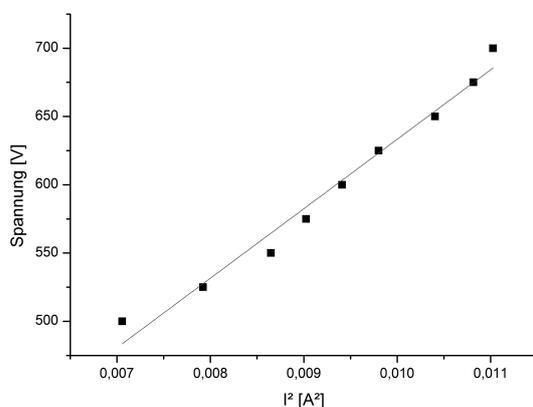
Spannung V	Stromstärke A
500	0,084
525	0,089
550	0,093
575	0,095
600	0,097
625	0,099
650	0,102
675	0,104
700	0,105

Plattenpaar  $d_2 - d'_2$

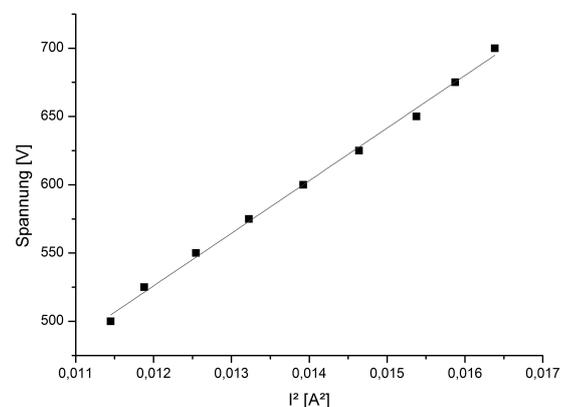
Spannung V	Stromstärke A
500	0,107
525	0,109
550	0,112
575	0,115
600	0,118
625	0,121
650	0,124
675	0,126
700	0,128

Nun lässt sich analog zur Aufgabenstellung im  $U - I^2$ -Diagramm die Steigung  $m$  bestimmen, die wir zur Berechnung von  $\frac{e}{m}$  durch die Formel  $\frac{e}{m} = \frac{8 \cdot \pi^2 \cdot m}{\bar{b}^2 \cdot d^2}$  benötigen. Der Wert für  $\bar{b} = 0,0617 \frac{Vs}{Am^2}$  wurde bereits in der Vorbereitung von Carsten Röttele bestimmt ( $\bar{\lambda} = \bar{b}$ );  $m$  ist hierbei die Steigung der Regressionsgeraden des Graphen.

Plattenpaar  $d_1 - d'_1$



Plattenpaar  $d_2 - d'_2$



So ließe sich ein Wert für  $\frac{e}{m}$  ermitteln, die bessere Variante wäre aber, die Formel so umzustellen, dass man die spezifische Masse direkt als Steigung im Diagramm ablesen kann. (Somit wird auch der statistische Fehler von  $\frac{e}{m}$  automatisch von Origin mit ausgegeben.)

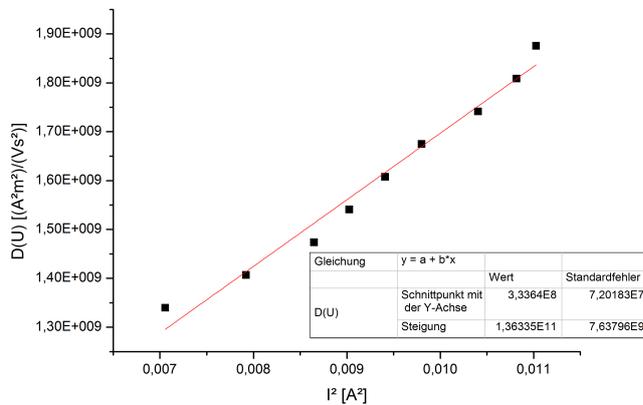
$$\frac{e}{m} = \frac{8 \cdot \pi^2 \cdot U_A}{\bar{B}^2 \cdot d^2}$$

$$\frac{e}{m} = \frac{8 \cdot \pi^2 \cdot U_A}{(\bar{b} \cdot I_{Spule})^2 \cdot d^2}$$

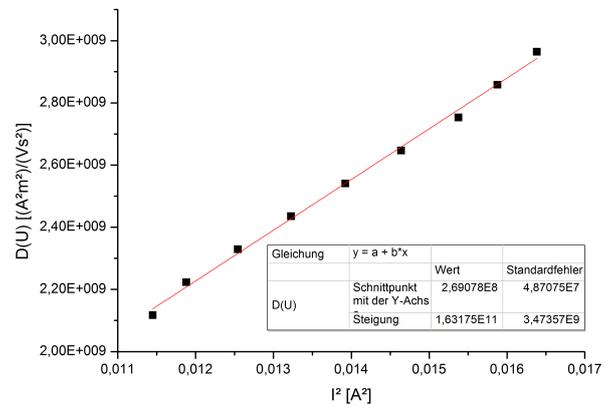
$$I^2 \cdot \frac{e}{m} = \frac{8 \cdot \pi^2 \cdot U_A}{\bar{b}^2 \cdot d^2}$$

Nun sind die verwendete Anodenspannung  $U_A$  zur Beschleunigung der Elektronen, die Spulenstromstärke  $I_{Spule}$ , der Faktor  $\bar{b} = 0,0617 \frac{Vs}{Am^2}$  bekannt. Der jeweils benutzte Plattenabstand  $d$ , sowie die Konstanten  $\pi$  und die Zahl 8 sollten auch bekannt sein. So lassen sich diese auch durch die Variable  $D = \frac{8\pi^2 U_A}{\bar{b} d^2} \frac{A^2 m^2}{Vs^2}$  ersetzen und dann über  $I^2$  in einem Diagramm auftragen. Hierbei bleibt zu beachten, dass  $D$  von der Spannung  $U_A$  abhängt. Die Regressionsgerade durch die, von den Messwerten abhängigen, Punkte liefert uns die Steigung, welche durch das geschickte Umformen praktischerweise die gesuchte spezifische Masse liefert.

#### Plattenpaar $d_1 - d'_1$



#### Plattenpaar $d_2 - d'_2$



Somit beträgt für das Plattenpaar  $d_1 - d'_1$ , bzw.  $d_2 - d'_2$  die experimentell ermittelte spezifische Ladung  $1,363 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$ , bzw.  $1,632 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$ . Verglichen mit dem Literaturwert von  $1,759 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$  haben wir hier eine Abweichung von 22,51% und 7,22%. Gemittelt beträgt der gemessene Wert  $1,500 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$  mit einer Abweichung von der Literatur um 14,72%

### 3 Fehlerrechnung

#### 3.1 Fehlerrechnung zur e/m-Bestimmung mit dem Fadenstrahlrohr

Durch das geschickte Umformen der Formel für  $\frac{e}{m}$  können wir den statistischen Fehler bereits aus den von Origin ermittelten Daten entnehmen:

$$\theta\left(\frac{e}{m}\right) = 3,18 \cdot 10^9 \frac{C}{kg} = 0,04 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$

Da sich die spezifische Masse des Elektrons durch die Formel  $\frac{e}{m} = \frac{8 \cdot U_A}{B^2 \cdot d^2}$  berechnen lässt und  $B = 0,7511 \cdot \mu_0 \cdot N \cdot \frac{I}{R_{Spule}}$ , dürfen wir diese wie folgt umformen:

$$\frac{e}{m} = \frac{8 \cdot U_A}{B^2 \cdot d^2}$$
$$\frac{e}{m} = \frac{8 \cdot U_A \cdot R_{Spule}^2}{0,7155^2 \cdot \mu_0^2 \cdot N^2 \cdot I^2 \cdot d^2}$$

Da die Anodenspannung und der Spulenstrom möglichst exakt eingestellt werden müssen haben wir hierfür die bereitgestellten Messgeräte genutzt. Diese sind aber mit einer Ungenauigkeit von  $\pm 1\%$  behaftet. Ebenso unterliegt der gemessene Durchmesser einer Ungenauigkeit. Hier nehmen wir den relativ großen Fehler von  $\pm 5mm$  an, da die Marken an der Vorrichtung zum parallelenfreien Messen leicht verrutschen und oder schief stehen können.

Aufgrund dieser Ungenauigkeiten führen wir eine Ermittlung des systematischen Fehlers durch:

$$\delta\left(\frac{e}{m}\right) = \sum_i \left| \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{8 \cdot U_A \cdot R_{Spule}^2}{0,7155^2 \cdot \mu_0^2 \cdot N^2 \cdot I^2 \cdot d^2} \right| \cdot x_i$$

$$\delta\left(\frac{e}{m}\right) = \frac{8 \cdot R_{Spule}^2}{0,7155^2 \cdot \mu_0^2 \cdot N^2 \cdot I^2 \cdot d^2} \cdot \delta U_A + \frac{16 \cdot U_A \cdot R_{Spule}^2}{0,7155^2 \cdot \mu_0^2 \cdot N^2 \cdot I^3 \cdot d^2} \cdot \delta I + \frac{16 \cdot U_A \cdot R_{Spule}^2}{0,7155^2 \cdot \mu_0^2 \cdot N^2 \cdot I^2 \cdot d^3} \cdot \delta d$$

Den mittleren Fehler  $\delta\left(\frac{e}{m}\right) = 0,37 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$  erhalten wir als Mittelwert aller berechneter Fehler. Wobei durch die vielen durchgeführten Messungen ein minimaler Fehler von  $\delta\left(\frac{e}{m}\right)_{min.} = 0,2 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$  und ein maximaler Fehler von  $\delta\left(\frac{e}{m}\right)_{max.} = 0,78 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$  auftreten.

**Für die spezifische Ladung eines Elektrons messen wir also:**

$$\frac{e}{m} = (1,78 \pm 0,04 \pm 0,37) \cdot 10^{11} \frac{C}{kg} \quad (4)$$

Was sich doch erstaunlich gut mit dem Literaturwert von  $1,76 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$  deckt.

### 3.2 Fehlerrechnung zur Bestimmung von $e/m$ mit der Methode nach Busch

Auch hier können wir den statistischen Fehler bereits aus den von Origin ausgegebenen Daten ermitteln:

**Für das Plattenpaar  $d_1 - d'_1$ :**

$$\theta \left( \frac{e}{m} \right) = 7,34 \cdot 10^9 \frac{C}{kg} = 0,08 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg} \quad (5)$$

**Für das Plattenpaar  $d_2 - d'_2$ :**

$$\theta \left( \frac{e}{m} \right) = 3,47 \cdot 10^9 \frac{C}{kg} = 0,04 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg} \quad (6)$$

Auch hier wurde wieder mit fehlerbehafteten Größen gerechnet, und zwar mit  $L_{Spule}$  und mit  $d$ , deren Ungenauigkeit gegeben war, und den durch die Messgerätenungenauigkeit beeinflussten Größen  $U_A$  und  $I$ . Bei der nachfolgenden Umformung wurde  $\bar{b} = \frac{\bar{k}}{L}$  verwendet, wobei  $\bar{k} = 0,011 \frac{Vs}{Am}$ .

$$\begin{aligned} \frac{e}{m} &= \frac{8 \cdot \pi^2 \cdot U_A}{\bar{B}^2 \cdot d^2} \\ \frac{e}{m} &= \frac{8 \cdot \pi^2 \cdot U_A}{\bar{b}^2 \cdot I^2 \cdot d^2} \\ \frac{e}{m} &= \frac{8 \cdot \pi^2 \cdot U_A \cdot L^2}{\bar{k}^2 \cdot I^2 \cdot d^2} \end{aligned}$$

Dies lässt sich nun in der Berechnung des systematischen Fehlers verwenden:

$$\begin{aligned} \delta \left( \frac{e}{m} \right) &= \sum_i \left| \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{8 \cdot \pi^2 \cdot U_A \cdot L^2}{\bar{k}^2 \cdot I^2 \cdot d^2} \right| \cdot \delta x_i \\ \delta \left( \frac{e}{m} \right) &= \frac{16 \cdot \pi^2 \cdot U_A \cdot L}{\bar{k}^2 \cdot I^2 \cdot d^2} \cdot \delta L + \frac{8 \cdot \pi^2 \cdot L^2}{\bar{k}^2 \cdot I^2 \cdot d^2} \cdot \delta U_A \\ &+ \frac{16 \cdot \pi^2 \cdot U_A \cdot L^2}{\bar{k}^2 \cdot I^3 \cdot d^2} \cdot \delta I + \frac{16 \cdot \pi^2 \cdot U_A \cdot L^2}{\bar{k}^2 \cdot I^2 \cdot d^3} \cdot \delta d \end{aligned}$$

Hierbei erhalten wir jeweils für die zwei verwendeten Deflektorabstände folgendes:

**Für das Plattenpaar  $d - d'_1$ :**

$$\begin{aligned} \delta \left( \frac{e}{m} \right)_{gemittelt} &= 6,49 \cdot 10^9 \frac{C}{kg} = 0,07 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg} \\ \delta \left( \frac{e}{m} \right)_{minimal} &= 0,07 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg} \\ \delta \left( \frac{e}{m} \right)_{maximal} &= 0,08 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg} \end{aligned}$$

**Für das Plattenpaar  $d_2 - d'_2$ :**

$$\delta \left( \frac{e}{m} \right)_{\text{gemittelt}} = 6,87 \cdot 10^9 \frac{C}{kg} = 0,07 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$

$$\delta \left( \frac{e}{m} \right)_{\text{minimal}} = 0,07 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$

$$\delta \left( \frac{e}{m} \right)_{\text{maximal}} = 0,08 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$

**Für die spezifische Ladung eines Elektrons messen wir also:**

$$\frac{e}{m}(d_1) = (1,37 \pm 0,08 \pm 0,07) \cdot 10^{11} \frac{C}{kg} \quad (7)$$

(8)

$$\frac{e}{m}(d_2) = (1,63 \pm 0,04 \pm 0,07) \cdot 10^{11} \frac{C}{kg} \quad (9)$$

Die große Abweichung der Messung bei der Verwendung von  $d_1 - d'_1$  lässt sich vermutlich darauf zurückführen, dass während der Messung die Intensität und die Fokussierung verändert wurden, die, wie wir erst später merkten auch  $U$  beeinflussten. Welche Dimension dieser Messfehler hat, konnten wir aber nicht ermitteln.

### 3.3 Vergleich der Messverfahren

Anhand des systematischen Fehlers lässt sich schon erkennen, dass die Methode nach Busch die wesentlich genauere ist. Bei unserer Messung der spezifischen Ladung des Elektrons nach der Methode von Busch ist die größere Abweichung von Literaturwert wohl darauf zurückzuführen, dass nicht sauber genug gearbeitet wurde, da die verwendeten Spannungen nie genau auf den gewünschten Wert gebracht werden konnten, weil der Generator nur eine sehr grobe Feineinstellung zuließ. Wir haben diesen Fehler aber absichtlich nicht mit in die Fehlerrechnung mit einbezogen, da sonst der Vergleich der Methoden nicht mehr den Tatsachen entspräche.