

Physikalisches Anfängerpraktikum - P1

Vierpole und Leitungen
P1-53,54,55

Protokoll von
Tobias Renz und **Raphael Schmager**

Gruppe: Do-28

Versuchsdatum: 15. Dezember 2011



Versuche P1-53,54,55:

Vierpole und Leitungen

Raum F1-17

Bei diesem Versuch geht es um die Übertragungseigenschaften von Vierpolen, Vierpolketten und Kabeln. Die in der Praxis häufig vorkommenden R-C-Spannungsteiler (Differenzier- und Integrierglied bzw. Hoch- und Tiefpaß) werden untersucht, ebenso das L-C-Glied und eine Kette aus solchen Gliedern (Drosselkette). Anhand der Drosselkette werden Eigenschaften von Übertragungsleitungen diskutiert und ermittelt. Schließlich wird als Grenzfall der Drosselkette mit einem Koaxialkabel experimentiert. Bei den Experimenten spielt die Verwendung eines Oszilloskops eine gewichtige Rolle.

Aufgaben:

1. Bei dieser Aufgabe werden einfache passive lineare Vierpole, nämlich **R-C-Spannungsteiler**, bezüglich des **Abschwächungsverhältnisses** (unter diesem Aspekt heißen sie 'Hochpaß' bzw. 'Tiefpaß') und der **Phasenverschiebung** (unter diesem Aspekt heißen sie 'Phasenschieber') zwischen Ausgangs- und Eingangsspannung untersucht.

1.1 Legen Sie sinusförmige Wechselspannung ($f \approx 1,7 \text{ kHz}$; $u_e \approx 8V_{ss}$) an die Reihenschaltung von C ($\approx 1 \text{ nF}$) und R ($\approx 1 / 10 / 100 / 1000 \text{ k}\Omega$) und beobachten Sie als Ausgangsspannung u_a die Spannung an R oszilloskopisch: **'Hochpaß'**. Der Index „ss“ bei der Spannungsangabe V_{ss} bedeutet, daß der zwischen Maximum und Minimum der Wechselspannung gemessene und am Oszilloskop besonders gut ablesbare Spitze-Spitze-Wert gemeint ist. Er beträgt das $2\sqrt{2}$ -fache der üblicherweise angegebenen Effektivspannung. Am Zweikanaloszilloskop wird gleichzeitig die Eingangsspannung u_e dargestellt. Verwenden Sie am Oszilloskopeingang für u_a den Tastkopf. (Warum?). Messen Sie sowohl den Betrag von u_a als auch die zeitliche Verschiebung Δt zwischen Ausgangs- und Eingangsspannung, und rechnen Sie um in das Abschwächungsverhältnis u_a/u_e und die Phasenverschiebung $\Delta\phi$ in Winkelgrad. Stellen Sie sowohl u_a/u_e als auch $\Delta\phi$ über $\log(f/f_0)$ mit $f_0 = 1 / 2\pi RC$ dar, und tragen Sie jeweils den berechneten Verlauf dazu ein.

1.2 Wie 1.1, jedoch wird jetzt als Ausgangsspannung u_a die Spannung an C beobachtet: **'Tiefpaß'**.

2. Dieselben Vierpole wie bei Aufgabe 1 werden benutzt, aber statt sinusförmiger Wechselspannung wird jetzt Dreieck- bzw. Rechteckwechselspannung angelegt. Bei geeigneter Dimensionierung spricht man von **'Differenzier- bzw. Integriergliedern'**.

2.1 Legen Sie **dreieckförmige** Wechselspannung ($f \approx 1,7 \text{ kHz}$; $u_e \approx 8V_{ss}$) an die Reihenschaltung von C ($\approx 1 \text{ nF}$) und R (wie bei 1.1) und beobachten Sie als Ausgangsspannung u_a die Spannung an R oszilloskopisch: **'Differenzierglied'**, falls $f/f_0 \ll 1$. Am Zweikanaloszilloskop wird gleichzeitig die Eingangsspannung u_e dargestellt. Verwenden Sie am Oszilloskopeingang für u_a den Tastkopf. Vergleichen Sie die Meßergebnisse mit Rechenergebnissen.

2.2 Wie 2.1, jedoch wird jetzt als Ausgangsspannung u_a die Spannung an C beobachtet: **'Integrierglied'**, falls $f/f_0 \gg 1$. Statt dreieckförmiger ist hier **rechteckförmige** Wechselspannung zweckmäßig.

2.3 Es ist interessant, außer den in den Aufgaben verlangten R-C-Kombinationen weitere zu verwenden oder etwa das Differenzierglied mit Rechteck- und das Integrierglied mit Dreiecksspannung zu betreiben oder bei festem R und C die Frequenz der angelegten Spannung über weite Bereiche zu variieren. Machen Sie solche Untersuchungen.

3. Hier geht es um längssymmetrische **Vierpole** aus (idealisiert) reinen Blindwiderständen und ihre **Übertragungseigenschaften** (Betrag und Phase von u_a/u_e) sowie um die Wirkung der Verkettung mehrerer gleicher Vierpole. Dabei wird die **'Drosselkette'** untersucht, die einerseits als 'Impulsverzögerer' sowie als 'Tiefpaß mit steiler Flanke' praktische Bedeutung hat und andererseits das Funktionieren eines Kabels (Aufgabe 4) leichter verständlich macht.

3.1 Bestimmen Sie den **charakteristischen Widerstand** $Z_0(f \ll f_0)$ einer Drosselkette bei relativ geringer Frequenz. Legen Sie dazu an die sechsgliedrige Kette rechteckförmige Wechselspannung ($f \approx 20 \text{ kHz}$; $u_e \approx 6V_{ss}$) und beobachten Sie oszilloskopisch das Eingangssignal. Schalten Sie den

regelbaren Lastwiderstand Z_A ('Abschlußwiderstand') der Kette ein, und stellen Sie ihn so ein, daß die beobachtete Spannung das im wesentlichen unverfälschte Rechteck ist, das möglichst wenig durch **Reflexionen** vom Kettenende beeinträchtigt wird.

3.2 Bestimmen Sie die **Grenzfrequenz f_0** der Drosselkette. Legen Sie dazu an die 6-gliedrige Kette sinusförmige Wechselspannung (f bis 1MHz; $u \sim 6V_{SS}$). Stellen Sie den Lastwiderstand anfangs auf $Z_0(f \ll f_0)$ ein. Beobachten Sie zunächst die Eingangsspannung an der Kette, und überzeugen Sie sich davon, daß der Generator eine nahezu frequenzunabhängige Spannung liefert. Beobachten Sie dann die Ausgangsspannung der Kette beim Erhöhen der Frequenz. Dabei muß der Lastwiderstand Z_A entsprechend der theoretischen Frequenzabhängigkeit von $Z_0(f/f_0)$ nachgeregelt werden, um Reflexionen zu vermeiden. Suchen Sie jenen Frequenzbereich, in dem sich u_a stark mit f ändert, und lesen Sie die Grenzfrequenz f_0 von der Generatorskala ab (etwa an der Stelle $u_a/u_e = 1/10$).

3.3 Berechnen Sie aus $Z_0(f \ll f_0)$ und f_0 die **Kapazität $C/2 + C/2$** und die **Induktivität L** jedes Kettengliedes. Vergleichen Sie die Ergebnisse mit den angegebenen Daten der Bauelemente.

3.4 Untersuchen Sie mit Hilfe des Zweikanaloszilloskops die **Phasenverschiebung** zwischen Ausgangs- und Eingangssignal in Abhängigkeit von der Frequenz (Sinusförmige Wechselspannung; $f \sim 10 / 100 / 300 / 500 / 600 / 650 / 690$ kHz) sowohl für das einzelne π -Glied als auch für die 6-gliedrige Kette. Sorgen Sie jeweils für reflexionsfreien Abschluß der Kette. Rechnen Sie aus der am Oszilloskop abgelesenen zeitlichen Verschiebung um auf die Verschiebung im Bogenmaß. Überzeugen Sie sich davon, daß bei der Grenzfrequenz die Phasenverschiebung über einen Vierpol gerade gleich π ist, und davon, daß bei einer n -gliedrigen Kette von Vierpolen gegenüber dem einzelnen Vierpol die Phasenverschiebung etwa n -fach wird. Sie können durch geschickte Benutzung des Zweikanaloszilloskops recht genau jene Frequenzen einstellen, die bei der 6-gliedrigen Kette Phasenverschiebungen von π , 2π , 3π , 4π und 5π ergeben. Ermitteln Sie aus diesen fünf Frequenzen nochmals die Grenzfrequenz f_0 .

3.5 Erzwingen Sie Reflexionen vom Kettenende ($Z_A = 0$), vermeiden Sie weitgehend Reflexionen am Kettenanfang (200 Ω -Steckwiderstand anstelle des Kurzschlußsteckers zwischen Generator und Kettenanfang einfügen) und verwenden Sie rechteckförmige Wechselspannung (ca. 20kHz). Welche **Signalform** erwarten Sie am Kettenanfang? Vergleichen Sie Vorhersage und Beobachtung.

4. Die Vierpolkette aus einzelnen Gliedern wird jetzt ersetzt durch eine **homogene Leitung**, nämlich ein übliches **Koaxialkabel**, wie es z.B. zur Impulsübertragung verwendet wird. Einige der Messungen an der Vierpolkette werden an dem Kabel in entsprechender Weise ausgeführt, um die Verwandtschaft zu erkennen.

4.1 Bestimmen Sie den **charakteristischen Widerstand Z_0** des Kabels, der wegen der sehr geringen Verluste als praktisch frequenzunabhängig angenommen werden darf. Wie 3.1, jedoch Kabel statt Vierpolkette und rechteckförmige Wechselspannung mit $f \sim 1.1$ MHz.

4.2 Bestimmen Sie die **Verzögerungszeit τ'** pro Längeneinheit des Kabels durch gleichzeitige Beobachtung von Eingangs- und Ausgangs-Rechteckspannung am Oszilloskop. (Oszilloskop-Betriebsart 'alternating'; Zeitachsendehnung maximal.)

4.3 Bestimmen Sie die Verzögerungszeit τ' pro Längeneinheit des Kabels in einer zu Aufgabe 3.5 analogen Weise: $Z_A = 0$ einstellen und die **Überlagerung von Generatorsignal (1MHz) und reflektiertem Signal** am Kabeingang beobachten.

4.4 Vergleichen Sie die aus verschiedenen Messungen und aus geometrischen Kabeldaten gewonnenen Ergebnisse für die relative **Dielektrizitätskonstante**, $\varepsilon\{C_\ell, r_i, r_a\}$; $\varepsilon\{\tau'\}$; $\varepsilon\{Z_0(f \ll f_0), r_i, r_a\}$.

Zubehör:

Funktionsgenerator: GW-Instek SFG-2104, für Sinus-, Rechteck- und Dreiecksspannungen (0,1 Hz bis 4 MHz)

Oszilloskop: z.B. Tektronix 2465 oder Hameg 205-2 ($R_e \approx 1 \text{ M}\Omega$; $C_e \approx 47 \text{ pF}$; $R_e(\text{Tastkopf}) \approx 10 \text{ M}\Omega$)

Steckkästchen mit Bananenbuchsen für RC-Glieder

Steckelemente 220Ω ; sowie 1; 10; 100; $1000 \text{ k}\Omega \pm 2\%$ und 1; 10; 100; $1000 \text{ nF} \pm 2\%$

Drosselkette aus $\{1+5\}$ π -Gliedern ($C/2 = 1 \text{ nF}$; $L = 96 \text{ }\mu\text{H}$; $C/2 = 1 \text{ nF}$) mit vorschaltbarem Serienwiderstand (200Ω) und mit abschaltbarem einstellbarem Lastwiderstand (bis 500Ω)

Koaxial-Kabel (Typ RG174/U; $\ell = 10,0 \text{ m}$; $C_\ell = 925 \text{ pF}$; $r_i = 0,5 \text{ mm}$; $r_a = 1,75 \text{ mm}$) mit abschaltbarem einstellbarem Lastwiderstand (max. 100Ω)

Verbindungskabel (Koaxialkabel mit BNC-Steckern und Laborleitungen mit Bananensteckern)

Übergangsstücke (Koaxial $\rightarrow$ Banane, Banane $\rightarrow$ Koaxial).

Literatur**zu Drosselkette und Kabel:**

Bergmann, Schaefer: *Lehrbuch der Experimentalphysik*, Bd. 2.: 9.Aufl., de Gruyter, 2006

Demtröder: *Experimentalphysik 2: Elektrizität und Optik*, 4. Aufl. Springer, 2006

Vilbig: *Lehrbuch der HF-Technik* (1960): Bd.1, Kap. 2 und 3

Crawford: *Berkeley-Physik-Kurs 3* (Schwingungen und Wellen)

Meyers Physik-Lexikon: 'Leitung'

Jüngst: *Vorbereitungshilfe zu 'Vierpole und Leitungen'*

zu R-C-Gliedern:

Ch. Weddigen, W. Jüngst: *Elektronik; Eine Einführung für Naturwissenschaftler und Ingenieure...*, 2. Aufl. Springer 1993

Surina, Klasche: *Angew. Impulstechnik*, Par.3

Speiser: *Impulsschaltungen* (1967), 3.1 bis 3.4

Tietze, Schenk: *Halbleiterschaltungstechnik*

Physikalisches Anfängerpraktikum - P1

Vierpole und Leitungen
P1-53,54,55

Versuchsvorbereitung von
Raphael Schmager

Gruppe: Do-28

Durchgeführt am 15. Dezember 2011

Vorbemerkung

In diesem Versuch geht es um die Übertragungseigenschaften von Vierpolen, Vierpolketten und Kabeln. Vierpole sind elektrische Netzwerke mit vier Anschlüssen. Dabei zählt man je zwei zu einem sogenannten Tor zusammen. Ein solches Zweitor besitzt eine Eingangsseite und eine Ausgangsseite.

Es sollen zunächst passive lineare Vierpole untersucht werden. Dazu gehören RC-Spannungsteiler wie Hochpass und Tiefpass. Des Weiteren soll ein LC-Glied, sowie eine Kette aus solchen Gliedern untersucht werden.

Am Ende werden noch ein paar Messungen an einem Koaxialkabel vollzogen.

1 RC-Spannungsteiler

Im ersten Versuch werden wir das Abschwächungsverhältnis und die Phasenverschiebung zwischen Ein- und Ausgangsspannung von linearen, passiven Vierpolen untersuchen. Dabei wird an die im folgenden erläuternden Schaltungen eine Wechselspannung angelegt und diese sowie die Ausgangsspannung an einem Oszilloskop betrachtet.

1.1 Hochpass

An eine Reihenschaltung von Kondensator C und ohmschen Widerstand R wird eine sinusförmige Wechselspannung angelegt. Über dem Widerstand R wird die Ausgangsspannung gemessen. Diesen Aufbau bezeichnet man als Hochpass. Ein Hochpass hat die Eigenschaft, dass er einen Wechselstrom mit hoher Frequenz gut durchlässt, jedoch bei niedrigen Frequenzen als Filter dient. Dies liegt daran, dass der Kondensator bei niedrigen Frequenzen genügend Zeit hat sich voll aufzuladen und wieder zu entladen. Fast die gesamte Spannung fällt somit über dem Kondensator ab. Bei hohen Frequenzen sinkt der Widerstand des Kondensators und fast die gesamte Spannung fällt nun am ohmschen Widerstand ab.

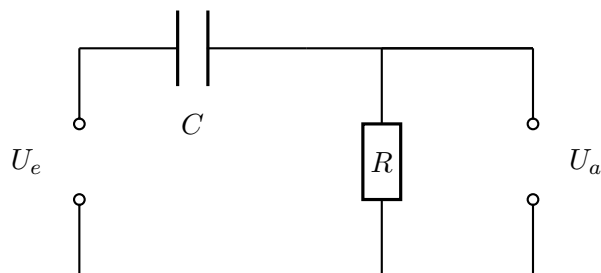


Abbildung 1: Hochpass

Mit den Kirchhoffschen Regeln lässt sich der Zusammenhang zwischen Ein- und Ausgangsspannung leicht erkennen:

$$U_a = \frac{R}{R + \frac{1}{i\omega C}} U_e = \frac{Ri\omega C}{Ri\omega C + 1} U_e = \frac{(R\omega C)^2 + Ri\omega C}{1 + (R\omega C)^2} U_e$$

Da uns jedoch nur der Betrag interessiert, folgt:

$$|U_e| = \frac{wRC}{\sqrt{1 + (wRC)^2}} |U_e|$$

Die Phasenverschiebung zwischen U_a und U_e ist dann:

$$\Delta\varphi = \arctan\left(\frac{\operatorname{Im}(U_a)}{\operatorname{Re}(U_a)}\right) = \arctan\left(\frac{1}{wRC}\right)$$

Es soll nun mit verschiedenen Widerständen R die Ein- und Ausgangsspannung sowie die Phasenverschiebung gemessen werden. Im Weiteren interessiert uns das Abschwächungsverhältnis, es ergibt sich aus dem Quotient der Beträge der Ein- und Ausgangsspannungen:

$$\frac{|U_a|}{|U_e|} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{(\omega RC)^2} + 1}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{f_0}{f}\right)^2 + 1}} \quad \text{wobei} \quad f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$$

Gemessen wird der Betrag sowie die zeitliche Verschiebung der Spannungen. Aus den Beträgen lässt sich direkt das Abschwächungsverhältnis berechnen. Aus der zeitlichen Verschiebung ergibt sich die Phasenverschiebung $\Delta\varphi$ aus:

$$\Delta\varphi = 2\pi f \Delta t$$

Anschließend sollen $\frac{U_a}{U_b}$ und $\Delta\varphi$ über $\ln\left(\frac{f}{f_0}\right)$ aufgetragen werden.

1.2 Tiefpass

Es sollen die gleichen Größen gemessen werden wie in Aufgabe 1.1. Nun besitzen wir jedoch statt eines Hochpasses, einen Tiefpass. Dieser unterscheidet sich vom Aufbau her zwar nicht, jedoch wird nun die Ausgangsspannung U_a über dem Kondensator gemessen.

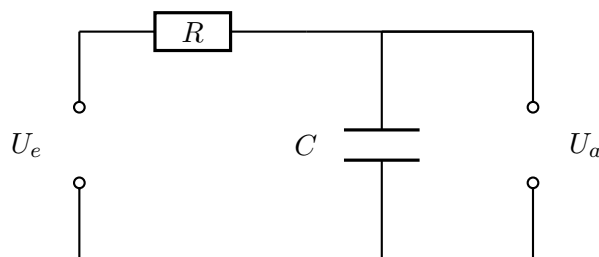


Abbildung 2: Tiefpass

Wie der Name noch sagt, lässt er nur tiefe Frequenzen des Wechselstroms fast ungehindert hindurch - hoch frequente Wechselspannung hingegen fällt nahezu komplett über dem ohmschen Widerstand R ab.

Hierbei ergibt sich der Zusammenhang zwischen U_a und U_e wie folgt:

$$U_a = \frac{\frac{1}{iwC}}{\frac{1}{iwC} + R} U_e = \frac{1}{1 + iwRC} U_e$$

Wir betrachten wieder nur den Betrag:

$$|U_a| = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}} |U_e|$$

Daraus ergibt sie wie schon beim Hochpass das Abschwächungsverhältnis:

$$\frac{|U_a|}{|U_e|} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{f}{f_0}\right)^2 + 1}}$$

2 Differenzier- und Integrierglied

Im zweiten Teil des Versuchs werden die beiden Vierpole aus Aufgabe 1 verwendet. Nun kommt jedoch keine sinusförmige, sondern eine Dreieck- bzw. Rechteckspannung zum Einsatz.

2.1 Differenzierglied

Das RC-Differenzierglied ist nichts anderes als ein Hochpass. Die differenzierte Ausgangsspannung wird über dem Ohmschen Widerstand abgegriffen. Am Eingang soll eine Dreiecksspannung angelegt werden.

Die Schaltung differenziert jedoch nur falls $\frac{f}{f_0} \ll 1$ ist. Das heißt wenn die Frequenz des Eingangssignales kleiner als die Grenzfrequenz f_0 ist. Hier entspricht U_a ungefähr der Ableitung von U_e , da die Spannung fast ausschließlich am Blindwiderstand des Kondensators abfällt. Daher gilt: $U_C \approx U_e$:

$$U_a = RI = R \frac{dQ}{dt} = RC \frac{dU_C}{dt} \approx RC \frac{dU_e}{dt}$$

Die Dreiecksspannung sollte sich demnach in eine Rechteckspannung umwandeln.

2.2 Integrierglied

Beim RC-Integrierglied kommt der Tiefpass zum Einsatz. Sein Name lässt die Eigenschaft des Integrierglieds leicht erkennen. Zweckmäßigerweise wird nun eine Rechteckwechselspannung am Eingang angelegt. Diese nach Integration am Ausgang als Dreiecksspannung erkennbar werden. Die Spannung fällt bei $\frac{f}{f_0} \gg 1$ hauptsächlich am Ohmschen Widerstand ab. Das heißt $U_e \approx U_R$. Es folgt daraus:

$$U_a = \frac{Q}{C} = \frac{1}{C} \int dtI = \frac{1}{RC} \int dtU_R \approx \frac{1}{RC} \int dtU_e$$

2.3 Diverse Kombinationen

Nun sollen verschiedene Änderungen unseres Versuchsaufbaus, der eingestellten Frequenzen und der verwendeten Eingangsspannungsform vorgenommen werden. Die verschiedensten Möglichkeiten können ausprobiert werden und sind zu untersuchen.

3 Drosselkette

Es geht nun im folgenden um längssymmetrische Vierpole und deren Übertragungseigenschaften. Idealiert besteht solch ein Vierpol aus reinen Blindwiderständen. Zu Untersuchen ist das Verhalten von Vierpolen in Verkettung. Als Beispiel soll hier die Drosselkette näher betrachtet werden. Ein Drosselkette ist aus mehreren π -Gleibern aufgebaut.

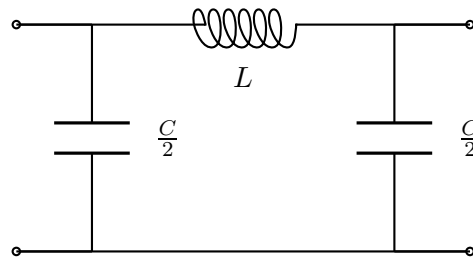


Abbildung 3: π -Glieder

Ein solches π -Glieder hat eine Längsinduktivität L (Impedanz $Z_L = iwL$) und besitzt zwei gleichgroße Querkapazitäten $\frac{C}{2}$ (Impedanz jeweils $Z_C = \frac{1}{iw\frac{C}{2}}$). Am Ausgang befindet sich ein Arbeitswiderstand Z_A (Lastwiderstand).

3.1 Charakteristischer Widerstand Z_0

Nun wird der charakteristische Widerstand einer solchen Drosselkette, bestehend aus 6 π -Gleibern, gesucht. Dieser soll bei einer relativ geringen Frequenz $f \ll f_0$ bestimmt werden. Dazu wird an die sechsgliedrige Kette eine Rechteckwechselspannung angelegt und dabei das Eingangssignal auf dem Oszilloskop beobachtet. Anschließend wird der regelbare Lastwiderstand eingesteckt und so eingestellt, dass die beobachtete Eingangsspannung weiterhin die Form einer Rechteckspannung hat. Das ist genau dann der Fall, wenn die Reflexion am Kettenende verschwindet oder so gering wird, dass sie keine Rolle spielt. Das bedeutet weiterhin, dass nun die Verbraucherimpedanz Z_A (also die des Lastwiderstands) etwa gleich groß in Betrag und Phase zum charakteristischen Widerstand Z_0 (komplexer Wellenwiderstand der Leitung) ist. Mit den Kirchhoffschen Gesetzen lässt sich ein Zusammenhang zwischen Eingangs- und Ausgangsgrößen (Spannung & Strom) darstellen. Wir betrachten nun ein π -Glieder. Für den charakteristischen Widerstand ergibt sich dann:

$$Z_0 = \frac{\sqrt{\frac{L}{C}}}{\sqrt{1 - \left(\frac{w}{w_0}\right)^2}} \quad \text{mit} \quad w_0 = \frac{2}{\sqrt{LC}}$$

Man sieht schön, dass die charakteristische Impedanz Z_0 frequenzabhängig ist. Da wir die Drosselkette mit einer geringen Frequenz ansteuern gilt $w \ll w_0$ und es ergibt sich näherungsweise:

$$Z_0 \approx \sqrt{\frac{L}{C}}$$

3.2 Grenzfrequenz f_0

Es wird nun die Grenzfrequenz f_0 der Drosselkette bestimmt. Dazu wird eine sinusförmige Wechselspannung angelegt. Der Lastwiderstand bleibt anfangs auf Z_0 eingestellt. Nachdem wir und von der nahezu frequenzunabhängigen Eingangsspannung überzeugt haben, beobachten wir die Ausgangsspannung bei Erhöhung der Frequenz. Da aber unsere charakteristische Impedanz frequenzabhängig ist, müssen wir den Lastwiderstand stets nachjustieren um eine unerwünschte Reflexion am Ende zu verhindern.

Die Grenzfrequenz f_0 ist dann gefunden, sobald sich die Ausgangsspannung U_a stark mit der Frequenz f ändert. Dies wird ungefähr bei:

$$\frac{|U_a|}{|U_e|} = \frac{1}{10}$$

zu beobachten sein. Es ist zu erwarten, dass nach Erreichen der Grenzfrequenz die Ausgangsspannung sehr schnell abfallen wird.

3.3 Kapazität und Induktivität

Aus den Ergebnissen der beiden vorigen Aufgaben sollen nun die Induktivität L und Kapazität $\frac{C}{2} + \frac{C}{2}$ eines π -Gliedes bestimmt werden. Wie schon gezeigt wurde gilt:

$$Z_0 \approx \sqrt{\frac{L}{C}}$$

und

$$w_0 = \frac{2}{\sqrt{LC}} \quad \Rightarrow \quad f_0 = \frac{1}{\pi\sqrt{LC}}$$

Die gesuchten Größen erhält man durch umstellen dieser beiden Gleichungen:

$$C = \frac{1}{\pi f_0 Z_0} \quad \text{und} \quad L = \frac{Z_0}{\pi f_0}$$

Die berechneten Werte sind anschließend mit den Kennwerten der jeweiligen Bauteile zu vergleichen.

3.4 Phasenverschiebung

Nun soll mit Hilfe des Zweikanaloszilloskops die Phasenverschiebung zwischen sinusförmigem Aus- und Eingangssignal in Abhängigkeit von der Frequenz sowohl für ein einzelnes π -Glied, wie auch für die gesamte Kette untersucht werden. Es ist jeweils für ein reflexionsfreien Anschluss zu sorgen (vgl. vorige Aufgaben).

Am Oszilloskop kann der zeitliche Versatz Δt abgelesen werden. Diesen rechnen wir mit

$$\Delta\varphi = 2\pi f \Delta t$$

einfach ins Bogenmaß um. Die Phasenverschiebung von π über einem π -Glied soll überprüft werden. Sowie die Phasenverschiebung von $n\pi$ über n π -Gliedern.

Da am Oszilloskop die Frequenzen bei denen eine Phasenverschiebung von $n\pi$ auftritt, recht genau eingestellt werden kann, sollen aus diesen Frequenzen die Grenzfrequenz f_0 erneut (und dieses mal genauer) bestimmt werden.

$$f_0 = \frac{f}{\sin\left(\frac{\Delta\varphi}{2n}\right)}$$

3.5 Reflexion und Signalform

Durch entfernen des Arbeitswiderstandes Z_A am Ende der Kette wird dort Reflexion erzeugt. Durch einen 200Ω Steckwiderstand zwischen Generator und Kettenanfang lässt sich eine Reflexion am Anfang weitgehend vermeiden.

Es wird nun eine rechteckförmige Wechselspannung (ca. 20Hz) am Eingang angelegt. Für den Reflexionsfaktor gibt:

$$\rho = \frac{Z_a - Z_0}{Z_A + Z_0} = -1$$

Für ein offenes Ende würde gelten: $Z_a \rightarrow \infty$ woraus sich $\rho = 1$ ergibt. Am Kettenanfang ist aufgrund der Reflexion der Welle an einem geschlossenen Ende (Phasensprung um π) eine Auslöschung durch destruktive Interferenz zu erwarten. Wahrscheinlich wird dies jedoch aufgrund der Dämpfung nicht ganz sichtbar sein. Dies bleibt jedoch im Experiment zu überprüfen.

4 Koaxialkabel

Nun wird die Vierpolkette durch eine homogene Leitung, einem Koaxialkabel, ersetzt. Üblicherweise werden solche Kabel zur Impulsübertragung genutzt. Koaxialkabel bestehen aus einem Innenleiter, der im konstantem Abstand von einem hohl-zylindrischen Außenleiter umgeben ist. Im Zwischenraum befindet sich ein Dielektrikum.

Am Koaxialkabel werden nun einige Messungen, entsprechend denen an der Vierpolkette, durchgeführt.

4.1 Charakteristische Widerstand Z_0

Zunächst wieder der charakteristische Widerstand Z_0 des Kabels bestimmt. Dabei wird analog zur Aufgabe 3.1 vorgegangen.

Da das Koaxialkabel nur vernachlässigbare Verluste aufweist, kann Z_0 als nahezu frequenzunabhängig angenommen werden. Der übliche Widerstandswert solcher Kabel beträgt ca. $50\text{-}75\Omega$.

4.2 Verzögerungszeit τ' (1)

Es wird nun die Verzögerungszeit τ' pro Längeneinheit des Kabels bestimmt. Dazu wird sowohl Ausgangs- als auch Eingangsrechteckspannung am Zweikanal Oszilloskop betrachtet. Wir können so die Verzögerungszeit $\Delta\tau$ ablesen. Aus dieser folgt dann τ' :

$$\tau' = \frac{\Delta\tau}{l}$$

Wobei l die Länge des Kabels ist.

4.3 Verzögerungszeit τ' (2)

Anschließend soll die Verzögerungszeit τ' pro Längeneinheit durch eine andere Methode erneut bestimmt werden. Dazu wird wie in Aufgabe 3.5 vorgegangen und der Lastwiderstand auf $Z_A = 0$ gestellt. Dann wird am Oszilloskop die Überlagerung von Generatorsignal und reflektiertem Signal am Kabeingang beobachtet. Für die Reflexion gilt aufgrund des Kurzschluss $\rho = -1$. Da durch eine Signalverzögerung keine vollständige Destruktive Interferenz möglich ist, können wir anhand der Breite der hinterbliebenen Bereiche $\Delta\tau$ ablesen. τ' ergibt sich analog zu 4.2 durch teilen von $\Delta\tau$ die Länge des Kabels.

4.4 Dielektrizitätskonstante

Nun soll aus den gewonnenen Ergebnissen und geometrischen Kabeldaten auf 3 Arten die Dielektrizitätskonstante bestimmt werden.

i) über die Kabelgeometrie

$$\epsilon_r(C, r_i, r_a) = \frac{C}{2\pi l \epsilon_0} \ln \left(\frac{r_a}{r_i} \right)$$

ii) mit der Verzögerungszeit τ'

$$\epsilon_r(\tau') = \frac{c^2 \tau'^2}{\mu_r}$$

iii) über Z_0

$$\epsilon_r(Z_0, r_i, r_a) = \frac{\mu_0 \mu_r}{4\pi^2 Z_0^2 \epsilon_0} \left(\ln \frac{r_a}{r_i} \right)^2$$

5 Quelle

- Vorbereitungsmappe zum Versuch Vierpole und Leitungen

Physik Praktikum 1

Vierpole und Leitungen

Tobias Renz

Matrikel Nr. 1581784

15.Dezember 2011

Versuchsvorbereitung

Vierpol

Ein Vierpol ist ein Bauteil mit vier Anschlüssen. Zwei Anschlüsse dienen als Eingang und zwei dienen als Ausgang. Die Spannung U_1 die am Eingang anliegt und die Spannung U_2 am Ausgang sowie die Ströme I_1 und I_2 sind aneinander gekoppelt.

Beschränkt man sich auf lineare Vierpole kann diese Kopplung folgendermaßen geschrieben werden:

$$U_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2$$

$$U_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2$$

Dies lässt sich auch folgendermaßen schreiben:

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} \quad (1)$$

Die Matrix wird als Widerstandsmatrix bezeichnet.

Man kann auch anstatt die Spannungen mit den Strömen andere Größen (z.B Eingangssignal und Ausgangssignal) durch eine Matrix verbinden. Es ergeben sich dann andere Matrizen.

Um einen Vierpol zu beschreiben müssen seine Matrixelemente bekannt sein.

Hochpass

Um ein lineares Netzwerk zu beschreiben verwendet man die komplexe Schreibweise des Ohmschen Gesetzes:

$$U = Z \cdot I \quad (2)$$

Wobei Z die Impedanz ist. Für einen Widerstand (Z_R), Kondensator (Z_C) und Spule (Z_L) hat die Impedanz folgende Größen:

$$Z_R = R \quad Z_C = \frac{1}{i\omega C} \quad Z_L = i\omega L \quad (3)$$

Ein Hochpass besteht aus einem Kondensator und einem ohmschen Widerstand, die in Reihe geschaltet sind. Die Ausgangsspannung U_a wird am Widerstand abgenommen. Mit Hilfe der Kirchhoffschen Regeln ergibt sich folgender Zusammenhang:

$$U_a = \frac{R}{R + \frac{1}{i\omega C} \cdot U_e} \quad (4)$$

Erweitert man mit dem komplex konjugierten und bildet den Betrag erhält man folgenden Zusammenhang für die Spannungen:

$$|U_a| = \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}} \cdot |U_e| \quad (5)$$

Die Phasenverschiebung ergibt sich zu:

$$\varphi = \arctan\left(\frac{1}{\omega RC}\right) \quad (6)$$

Man sieht an an den Verhältnissen der Spannungen, dass Spannungen mit kleinen ω so gut wie nicht durchgelassen werden und Spannungen mit sehr großem ω fast ungehindert durchgelassen werden. Deshalb wird die Schaltung auch als Hochpass bezeichnet.

Der Hochpass ist auch ein Vierpol und die Widerstandsmatrix ergibt sich zu:

$$Z = \begin{pmatrix} 1 + i\omega RC & R \\ i\omega C & 1 \end{pmatrix} \quad (7)$$

Hochpass als Differenzierer

Ein Hochpass wirkt als Differenzierer, falls $\omega \ll \frac{1}{RC}$. In diesem Fall fällt fast die ganze Spannung am Kondensator ab und es gilt:

$$I = \frac{dQ}{dt} = \dot{U}_C \cdot C \approx \dot{U}_e \cdot C \quad (8)$$

$$\Rightarrow U_a = R \cdot I = R \cdot C \cdot \dot{U}_e \quad (9)$$

Tiefpass

Ein Tiefpass ist aufgebaut wie ein Hochpass, die Ausgangsspannung wird in diesem Fall aber am Kondensator abgenommen. Über die Kirchhoffschen bekommt man:

$$U_a = \frac{1}{1 + i\omega RC} \cdot U_e \quad (10)$$

$$\Rightarrow |U_a| = \frac{|U_e|}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}} \quad (11)$$

Und die Phasenverschiebung ist:

$$\varphi = \arctan(-\omega RC) \quad (12)$$

Tiefpass als Integrierer

Der Tiefpass kann als Interierglied verwendet werden, falls $\omega \gg \frac{1}{RC}$. In diesem Fall fällt die Spannung fast komplett am Widerstand ab:

$$U_e = Z \cdot I \approx R \cdot I \quad (13)$$

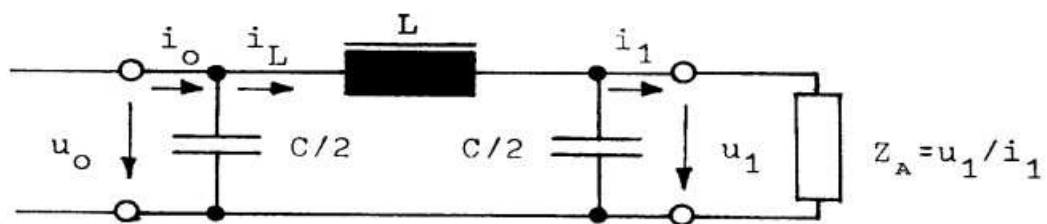
$$\Rightarrow U_a = U_C = \frac{Q}{C} = \frac{1}{C} \int I dt = \frac{1}{RC} \int U_e dt \quad (14)$$

Drosselkette

Die im Versuch verwendete Drosselkette ist eine Aneinanderreihung von sechs LC-Vierpolen.

LC-Vierpol

Ein LC-Vierpol ist folgendermaßen aufgebaut:



Aus der Kontenregel folgt:

$$i_0 = \frac{u_0}{Z_C} + i_L \quad i_L = \frac{u_l}{Z_C} + i_l \quad (15)$$

Und aus der Maschenregel folgt:

$$u_0 = Z_L i_l + u_l \quad (16)$$

Aus diesen Beziehungen folgt:

$$u_0 = \left(\frac{Z_L}{Z_C} + 1\right) \cdot u_l + Z_L \cdot i_l \cdot i_0 \quad (17)$$

Bei einer speziellen Lastimpedanz, der charakteristischen Impedanz Z_0 des Vierpols, gilt $Z_0 = \frac{u_l}{i_l} = \frac{u_0}{i_0}$. Diese charakteristische Impedanz Z_0 ist:

$$Z_0 = \frac{\sqrt{\frac{L}{C}}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} \quad \text{mit} \quad \omega_0 = \frac{2}{\sqrt{LC}} \quad (18)$$

Im Bereich von $\omega \ll \omega_0$ gilt $Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$

Mit der charakteristischen Impedanz lässt sich (17) dann folgendermaßen schreiben:

$$u_0 = \frac{Z_L}{Z_0^2} \cdot u_l + \left(\frac{Z_L}{Z_C} + 1\right) \cdot i_l \quad (19)$$

Dies kann man nun umformen und in Matrixschreibweise schreiben:

$$\begin{pmatrix} u_l \\ Z_0 \cdot i_l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{Z_L}{Z_C} + 1 & \frac{-Z_L}{Z_0} \\ \frac{-Z_L}{Z_0} & \frac{Z_L}{Z_C} + 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_0 \\ Z_0 \cdot i_0 \end{pmatrix} \quad (20)$$

ideale Drosselkette

Eine Drosselkette entsteht durch Aneinanderreihung mehrerer identischer Vierpole. Bei einer idealen Drosselkette wird angenommen, dass nur Blindwiderstände auftreten.

Für eine n-gliedrige Kette ergibt sich die Dämpfungskonstante $n\alpha$ und die Phasenkonstante $n\beta$. Man muss zwei Fälle unterscheiden:

$$\omega < \omega_0 : \quad \alpha = 0 \quad \text{und} \quad \beta = 2 \cdot \arcsin\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) \quad (21)$$

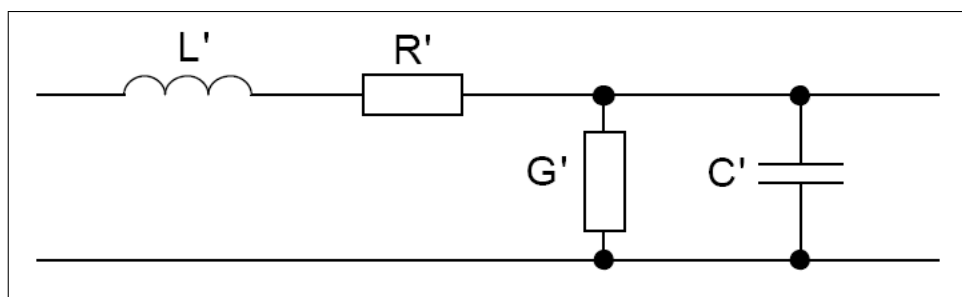
$$\omega > \omega_0 : \quad \alpha = 2 \cdot \operatorname{arccosh}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) \quad \text{und} \quad \beta = \pi \quad (22)$$

Koaxialkabel

Ein Koaxialkabel ist eine homogene Leitung und wird z.B zur Impulsübertragung benutzt. Sie bestehen im allgemeinen aus zwei Leitern (Innenleiter und Außenleiter) und sind durch ein Dielektrikum getrennt.

Koaxialkabel können als Serienschaltung infinitesimaler Verzögerungsglieder beschrieben werden. Ein Verzögerungsglied enthält einen Kapazitätsbelag C' , einen Induktivitätsbelag L' , einen Widerstandsbelag R' und einen Ableitungsbelag G' . Bei idealen Leitungen ist $R' = G' = 0$.

Ein Ausschnitt aus dem Ersatzschaltbild sieht folgendermaßen aus:



1 R-C-Spannungsteiler

Bei dieser Aufgabe wird das Abschwächungsverhältnis und die Phasenverschiebung von R-C-Spannungsteilern zwischen Ausgangs- und Eingangswechselspannung untersucht.

1.1 Hochpass

Nun wird zuerst das Abschwächungsverhältnis und die Phasenverschiebung an einem Hochpass mit $C \approx 1nF$ und verschiedenen Widerständen untersucht.

Für das Abschwächungsverhältnis $\frac{|U_a|}{|U_e|}$ ergibt sich mit (5) und $f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$:

$$\frac{|U_a|}{|U_e|} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_0}{f}\right)^2}} \quad (23)$$

und für die Phasenverschiebung (6):

$$\Delta\phi = \arctan\left(\frac{f_0}{f}\right) \quad (24)$$

Die Beträge der Spannungen können am Oszilloskop direkt gemessen werden und die Phasenverschiebung wird über die zeitliche Verschiebung gemessen:

$$\Delta\phi = 2\pi f \Delta t = 2\pi \frac{\Delta t}{T} \quad (25)$$

Tiefpass

Es werden nun die gleichen Messungen wie bei Aufgabe 1.1 durchgeführt, nur an einem Tiefpass.

Das Abschwächungsverhältnis ergibt sich aus (11) zu:

$$\frac{|U_a|}{|U_e|} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_0}\right)^2}} \quad (26)$$

und die Phasenverschiebung aus (12) zu:

$$\Delta\phi = \arctan\left(-\frac{f}{f_0}\right) \quad (27)$$

2 Differenzier-und Integrierglied

Es werden dieselben Vierpole wie bei Aufgabe 1 verwendet, nun wird aber keine sinusförmige Wechselspannung angelegt, sondern Dreieck- bzw. Rechteckwechselspannung.

2.1 Differenzierglied

Es wird nun Dreieckwechselspannung an den Hochpass aus Aufgabe 1.1 angelegt. Ist $\frac{f}{f_0} \ll 1$ wirkt der Hochpass wie ein Differenzierer (siehe (9)). Deshalb wird als Ausgangsspannung Rechteckspannung erwartet.

2.2 Integrierglied

Der Tiefpass wirkt im Fall $\frac{f}{f_0} \gg 1$ als Integrierglied (14). Man erwartet deshalb bei angelegter Rechteckspannung eine Dreieckspannung als Ausgangsspannung.

2.3 Verschiedene Eingangsspannungen

Man kann nun an das Differenzier - bzw. Integrierglied weitere Wechselspannungen anlegen um die Funktion zu überprüfen.

3 Drosselkette

In diesem Teil geht es um längssymmetrische Vierpole, die idealerweise aus reinen Blindwiderständen bestehen, und ihrer Verkettung (Drosselkette).

3.1 Charakteristischer Widerstand Z_0

Im Fall $f_0 \gg f$ also $\omega \ll \omega_0$ mit $\omega_0 = \frac{2}{\sqrt{LC}}$ gilt für den charakteristischen Widerstand des Vierpols Z_0 :

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (28)$$

An die sechsgliedrige Kette wird eine rechteckförmige Wechselspannung angelegt. Der regelbaren Lastwiderstand Z_A wird nun so eingestellt, dass die beobachtete Spannung die im wesentlichen unverfälschte Rechteckspannung ist. Ist dies der Fall gilt:

$$Z_A \approx Z_0 \quad (29)$$

3.2 Grenzfrequenz f_0

Es wird nun eine sinusförmige Wechselspannung mit variabler Frequenz an die Drosselkette angelegt. Zu Beginn wird der Lastwiderstand auf $Z_0(f \ll f_0)$ eingestellt. Nun

wir die Frequenz der Eingangsspannung erhöht und dabei die Ausgangsspannung beobachtet. Da Z_0 frequenzabhängig ist (18) muss der Lastwiderstand entsprechend erhöht erhöht werden. An folgender Gleichung sieht man, dass Z_0 für den Fall $f = f_0$ stark ansteigen muss:

$$Z_0 = \frac{\sqrt{\frac{L}{C}}}{\sqrt{1 - (\frac{f}{f_0})^2}} \quad \text{mit} \quad f_0 = \frac{1}{\pi\sqrt{LC}} \quad (30)$$

Die Grenzfrequenz liegt in dem Bereich, indem sich die Ausgangsspannung stark mit f ändert. Dies soll ungefähr an der Stelle: $\frac{|U_a|}{|U_e|} = \frac{1}{10}$ sein.

3.3 Kapazität und Induktivität

Aus den gemessenen Werten für $Z_0(f \ll f_0)$ und f_0 soll nun die Kapazität C und die Induktivität L jedes Kettengliedes berechnet werden.

Für die Größen Z_0 und f_0 gilt:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad f_0 = \frac{1}{\pi\sqrt{LC}} \quad (31)$$

Durch Umstellen dieser Gleichungen folgt:

$$C = \frac{1}{\pi f_0 Z_0} \quad L = \frac{Z_0}{2\pi f_0} \quad (32)$$

3.4 Phasenverschiebung

Mit Hilfe des Zweikanaloszilloskops soll die Phasenverschiebung zwischen Ausgangs und Eingangssignal in Abhängigkeit von der Frequenz sowohl für das einzelne π -Glied als auch für die 6-gliedrige Kette untersucht werden.

Wir sollen uns überzeugen, dass für einen einzelnen Vierpol die Phasenverschiebung bei der Grenzfrequenz gleich π ist und für unsere 6-gliedrige Kette eine Phasenverschiebung von 6π bei der Grenzfrequenz zustande kommt.

Es sollen nun noch die Frequenzen bei der 6-gliedrigen Kette bestimmt werden, bei denen eine Phasenverschiebung von $\pi, 2\pi, 3\pi, 4\pi, 5\pi$ zustande kommt. Diese Phasenverschiebungen können sehr gut mit Hilfe von Lissajous bestimmt werden. Da beide Spannungen die gleiche Frequenz haben, ergeben sich dann bei Phasenverschiebungen

von vielfachen von π Geraden.

Durch unsere Messwerte kann durch einen Fit die Grenzfrequenz f_0 aus folgender Gleichung bestimmt werden:

$$f = f_0 \cdot \sin\left(\frac{\Delta\phi}{12}\right) \quad (33)$$

3.5 Reflexion

Bis jetzt wurde immer die charakteristische Impedanz ($Z_A = Z_0$) gewählt, so dass keine rücklaufende Welle auftritt.

Im Allgemeinen Fall treten am Kettenende Reflexionen auf.

Der Reflexionsfaktor am Kettenende ist:

$$\rho = \frac{Z_A - Z_0}{Z_A + Z_0} \quad (34)$$

Nun wird am Kettenende durch einen Kurzschluss ($Z_A = 0$) Reflexion erzwungen. Für $Z_A = 0$ ergibt sich $\rho = -1$. Um eine Reflexion am Kettenanfang zu vermeiden wird ein $200\ \Omega$ - Steckwiderstand zwischen Generator und Kettenanfang eingefügt.

Es wird nun rechteckförmige Wechselspannung verwendet. Am Kettenende erfolgt somit eine Reflexion mit Vorzeichenumkehr.

Die reflektierte und die angelegte Spannung werden sich am Kettenanfang überlagern. Die Spannungen werden destruktiv interferieren. Da aber die reflektierte Welle etwas abgeschwächt wird und Phasenverschoben sein müsste, kommt es nicht zur vollständigen Auslöschung.

4 Koaxialkabel

Es werden jetzt einige Messungen aus Aufgabe 3 am Koaxialkabel wiederholt um die Verwandtschaft zur Drosselkette zu erkennen.

4.1 charakteristischer Widerstand

Der charakteristische Widerstand Z_0 eines Koaxialkabels beträgt:

$$Z_0 = \frac{R' + i\omega L'}{G' + i\omega C'} \quad (35)$$

Für ideale Leiter vereinfacht sich Z_0 zu:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L'}{C'}} \quad (36)$$

Die charakteristische Impedanz soll nun analog zu 3.1 bestimmt werden.

4.2 Verzögerungszeit τ' 1.Möglichkeit

Es soll durch gleichzeitiges beobachten der Eingangs- und Ausgangsspannung die Verzögerungszeit τ' pro Längeneinheit gemessen werden.

4.3 Verzögerungszeit τ' 2.Möglichkeit

Es soll τ' bestimmt werden, indem man analog zu 3.5 vorgeht. Der Lastwiderstand wird kurzgeschlossen $Z_A = 0$ um so Reflexion zu erhalten. Es wird dann die Überlagerung von Generatorsignal und reflektiertem Signal am Kabeleingang beobachtet.

4.4 Dielektrizitätskonstante

Aus unseren Messdaten und aus den geometrischen Kabeldaten soll nun die relative Dielektrizitätskonstante berechnet werden:

$$1: \varepsilon = \frac{C'}{2\pi \cdot \varepsilon_0} \ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right) \quad \text{mit } C' = \frac{C}{l}$$

$$2: \varepsilon = \frac{(c\tau')^2}{\mu}$$

$$3: \varepsilon = \frac{\mu_0 \mu_r}{4\pi^2 Z_0^2 \varepsilon_0} \cdot \left(\ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)\right)^2$$

5 Quellen

- Versuchsvorbereitung
- *[http : //e3.physik.uni-dortmund.de/ suter/Vorlesung/Elektronik_S10/Skript/03_vierpole.pdf](http://e3.physik.uni-dortmund.de/suter/Vorlesung/Elektronik_S10/Skript/03_vierpole.pdf)*
- *[http : //de.aca7demic.ru/pictures/dewiki/75/Koaxialleitung_ersatzschaltbild.png](http://de.aca7demic.ru/pictures/dewiki/75/Koaxialleitung_ersatzschaltbild.png)*
- *[http : //www.physik.uni-erlangen.de/lehre/daten/Versuchsanleitungen/2_FS-V29 - Signaltransport.pdf](http://www.physik.uni-erlangen.de/lehre/daten/Versuchsanleitungen/2_FS-V29-Signaltransport.pdf)*

Physikalisches Anfängerpraktikum - P1

Vierpole und Leitungen
P1-53,54,55

Protokoll von
Tobias Renz und **Raphael Schmager**

Gruppe: Do-28

Versuchsdatum: 15. Dezember 2011

1 RC-Spannungsteiler

Im ersten Teil des Versuchs haben wir einen RC-Spannungsteiler untersucht. Zuerst als Hochpass und dann als Tiefpass. Wir haben eine sinusförmige Wechselspannung mit Frequenz $f = 1,7\text{kHz}$ und einer Spannung von ca. 8V verwendet. Bei diesen Messungen haben wir für die Ausgangsspannung U_a den 10:1 Tastkopf verwendet. Diesen mussten wir verwenden, da wir mit unseren Widerständen in den Bereich des Innenwiderstands des Oszilloskop kamen. Damit dies keine zu großen Auswirkungen auf die Messwerte hat wird der Tastkopf verwendet. Dies hat zur Folge, dass die Spannung, die wir am Oszilloskop für die Ausgangsspannung messen noch mit 10 multiplizieren müssen.

Am Oszilloskop haben wir dann die Spitze Spitze Werte der Spannungen gemessen und die zeitliche Verschiebung zwischen der Eingangs- und der Ausgangsspannung.

1.1 Hochpass

Zuerst haben wir einen Hochpass bei verschiedenen Widerständen untersucht. Die Eingangsspannung betrug $8,04\text{V}$.

Die Grenzfrequenz (f_0) kann dann für jeden Widerstand wie folgt berechnet werden:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$$

Die Grenzfrequenz benötigen wir um das Spannungsverhältnis und die Phasenverschiebung über $\log(\frac{f}{f_0})$ auftragen zu können.

Am Oszilloskop haben wir die zeitliche Verschiebung gemessen und daraus dann die Phasenverschiebung in Winkelgrad folgendermaßen berechnet:

$$\Delta\varphi = 360^\circ f \Delta t$$

Für die Messung am Hochpass ergaben sich folgende Messwerte:

R / k Ω	U_a / V	$\frac{U_a}{U_e}$ / V	f_0 / kHz	$\log(\frac{f}{f_0})$ / 1	Δt / μs	$\Delta\varphi$ / $^\circ$
1	0,0924	0,0115	159,155	-1,971	140	85,68
10	0,8002	0,0995	15,915	-0,971	140	85,68
100	5,56	0,6915	1,592	0,029	72	44,06
1000	7,86	0,9776	0,159	1,029	12	7,34

Tabelle 1: Aufgabe 1.1 Hochpass

Wir sollen noch unsere gemessenen Werte mit den theoretischen Werten vergleichen. Dazu tragen wir zu unseren Messwerte noch die theoretischen Kurven in die Schaubilder ein.

Das Abschwächungsverhältnis beim Hochpass ist:

$$\frac{|U_a|}{|U_e|} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{f_0}{f})^2}}$$

und die Phasenverschiebung beträgt:

$$\Delta\varphi = \frac{360^\circ}{2\pi} \cdot \arctan\left(\frac{f_0}{f}\right)$$

Mit unseren Messwerten und den theoretischen Kurven ergeben sich folgende Schaubilder:

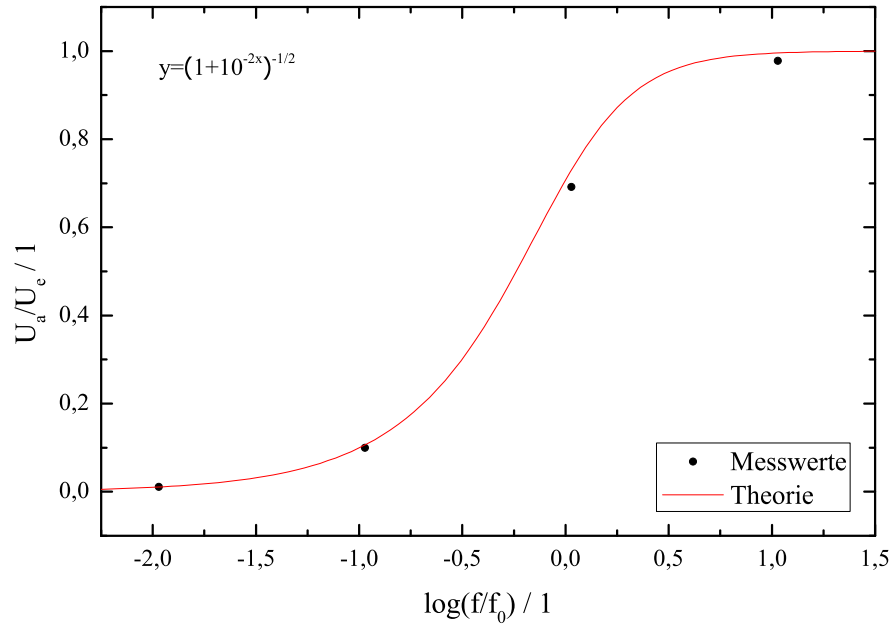


Abbildung 1: Abschwächungsverhältnis

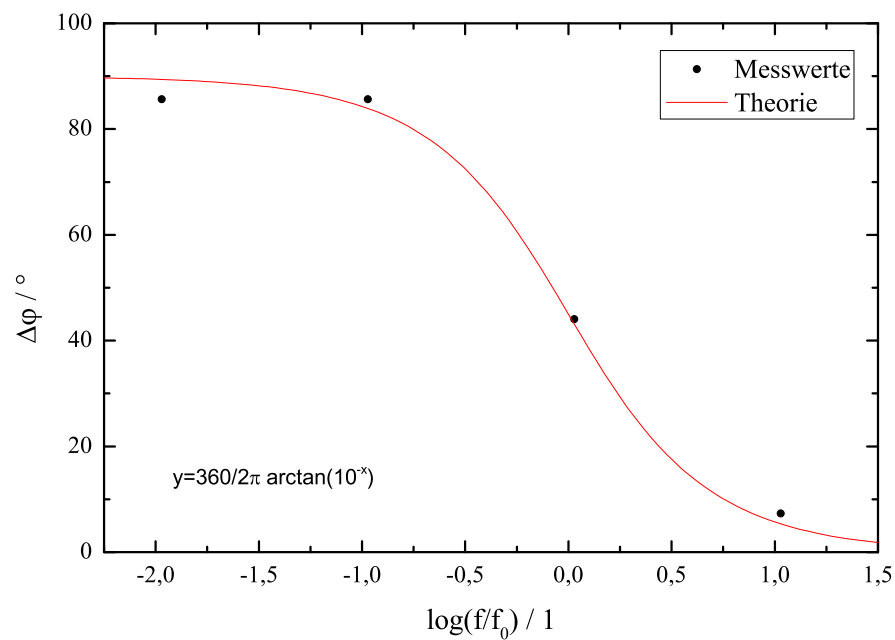


Abbildung 2: Phasenverschiebung

Man sieht, dass unsere Messwert gut mit den theoretischen Werten übereinstimmen. In den Schaubildern ist außerdem zu erkennen, dass für kleine Frequenzen nur eine sehr geringe bzw. keine Spannung durchgelassen wird und eine Phasenverschiebung von 90° auftritt. Bei hohen Frequenzen wird die volle Spannung bei einer Phasenverschiebung von 0° durchgelassen. Man sieht schön am Schaubild, dass ein Hochpass hohe Frequenzen ungehindert durchlässt.

1.2 Tiefpass

Wir haben nun die selben Messungen wie in Aufgabe 1.1 für den Tiefpass wiederholt. Es ergaben sich folgende Messwerte:

R / k Ω	U_a / V	$\frac{U_a}{U_e}$ / V	f_0 / kHz	$\log(\frac{f}{f_0})$ / 1	Δt / μ s	$\Delta\varphi$ / $^\circ$
1	8,2	1,00	159,155	-1,971	0	0
10	8,12	0,99	15,915	-0,971	-10	-6,12
100	5,63	0,69	1,592	0,029	-74	-45,29
1000	0,802	0,10	0,159	1,029	-133	-81,40

Tabelle 2: Aufgabe 1.2 Tiefpass

Wir haben nun noch das Amplitudenverhältnis und die Phasenverschiebung über $\log(\frac{f}{f_0})$ aufgetragen und noch die theoretischen Kurven in die selben Schaubilder eingefügt.

Das Amplitudenverhältnis beim Tiefpass ergibt sich folgendermaßen:

$$\frac{|U_a|}{|U_e|} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{f}{f_0})^2}}$$

und die Phasenverschiebung ist:

$$\Delta\varphi = \frac{360^\circ}{2\pi} \cdot \arctan(-\frac{f}{f_0})$$

Mit unseren Messwerten und den theoretischen Kurven ergeben sich folgende Schaubilder:

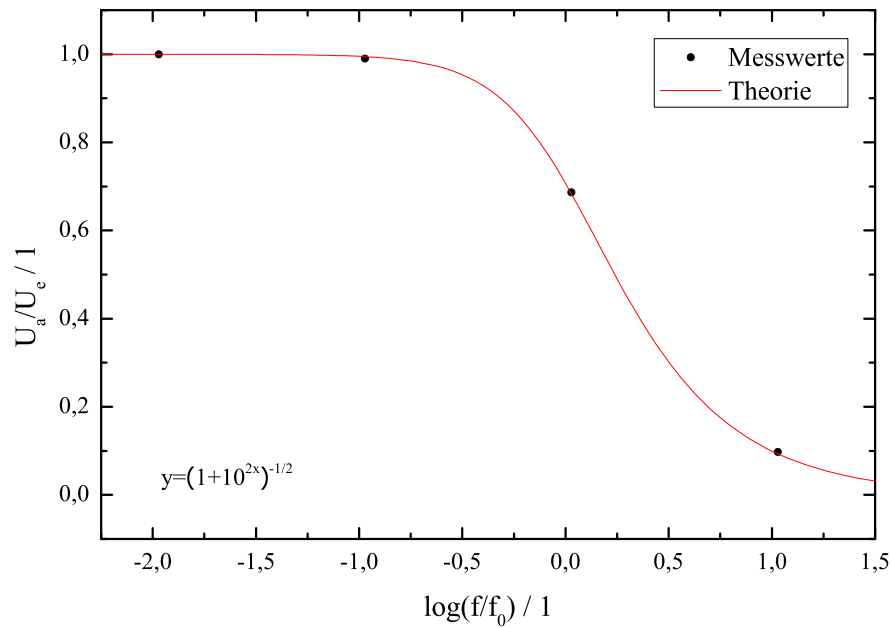


Abbildung 3: Abschwächungsverhältnis

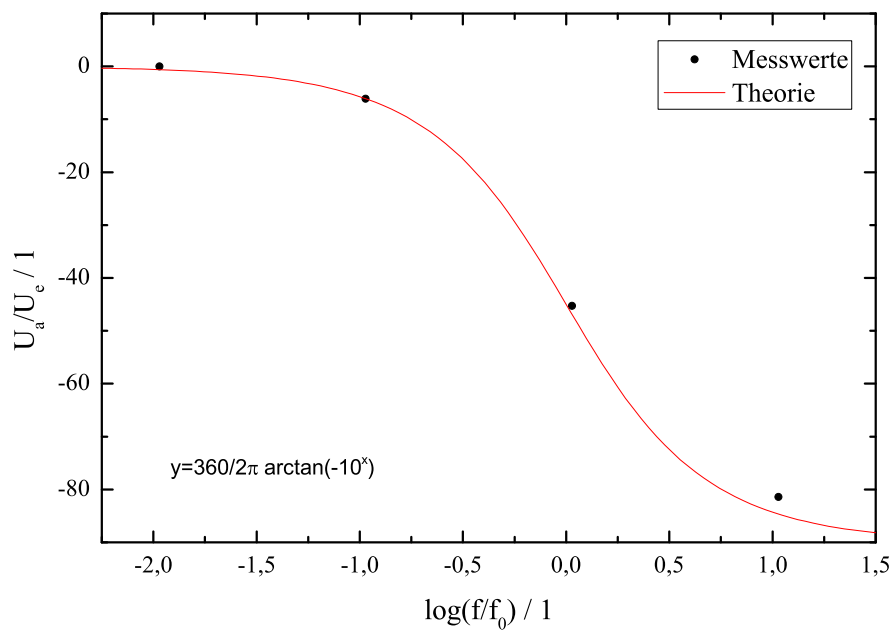


Abbildung 4: Phasenverschiebung

Unsere Messwerte liegen sehr schön auf der theoretischen Kurve. An den Schaubildern sieht man sehr schön, dass bei kleinen Frequenzen die Ausgangsspannung gleich der Eingangsspannung ist (gleicher Betrag und Phasenverschiebung = 0°). Bei großen Frequenzen wird so gut wie keine Spannung durchgelassen und die Ausgangsspannung ist um ca. -90° zur Eingangsspannung verschoben.

2 Differenzier- und Integrierglied

In diesem Aufgabenteil haben wir die Funktionsweise des Hochpasses als Differenzierer und des Tiefpasses als Integrierer untersucht.

2.1 Differenzierglied

Wir haben den Hochpass aus Aufgabe 1.1 aufgebaut und haben eine dreieckförmige Wechselspannung mit Frequenz $f = 1,7\text{kHz}$ und Spannung $U_e = 8\text{V}$ angelegt. Dann haben wir bei verschiedenen Widerständen ($R = 1\text{k}\Omega$, $10\text{k}\Omega$, $100\text{k}\Omega$, $1000\text{k}\Omega$) die Eingangs- und Ausgangsspannung gemeinsam am Oszilloskop betrachtet.

Für jeden Widerstand können wir wieder die Grenzfrequenz f_0 berechnen:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$$

Für den Widerstand $R = 1\text{k}\Omega$ ergab sich folgendes Bild:

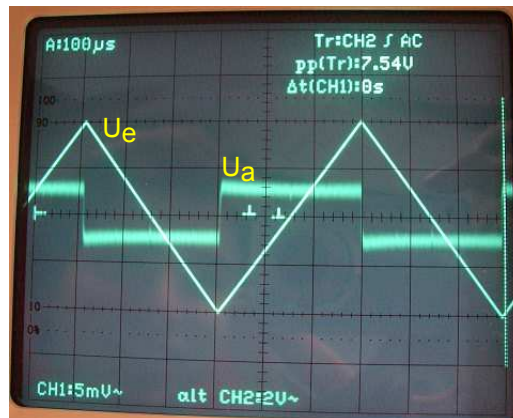


Abbildung 5: $R = 1\text{k}\Omega$

Die Grenzfrequenz bei diesem Widerstand beträgt $f_0 = 159,2\text{ kHz}$. Das Verhältnis $\frac{f}{f_0}$ ist gleich 0,01 und erfüllt somit die Bedingung $\frac{f}{f_0} \ll 1$. Der Hochpass wirkt in diesem Fall als Differenzierer. Dies sieht man auch schön an der Ausgangsspannung. Die Eingangsspannung ist eine Dreiecksspannung und die Ausgangsspannung die Ableitung davon also eine Rechtecksspannung.

Für den Widerstand $R = 10\text{k}\Omega$:

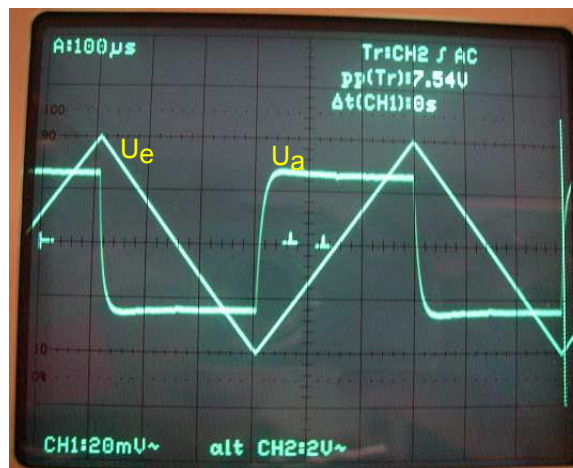


Abbildung 6: $R = 10\text{k}\Omega$

In diesem Fall beträgt die Grenzfrequenz $f_0 = 15,9\text{ kHz}$ und das Verhältnis $\frac{f}{f_0} = 0,1$. Man sieht im Bild, dass die Ausgangsspannung immer noch eine Rechteckspannung ist aber an den Ecken leicht abgerundet. Dies liegt daran, dass bei dieser Grenzfrequenz die Bedingung $\frac{f}{f_0} \ll 1$ nicht mehr richtig erfüllt ist. Das Verhältnis ist zwar noch kleiner als 1 aber nicht mehr viel kleiner.

Für den Widerstand $R = 100\text{k}\Omega$:

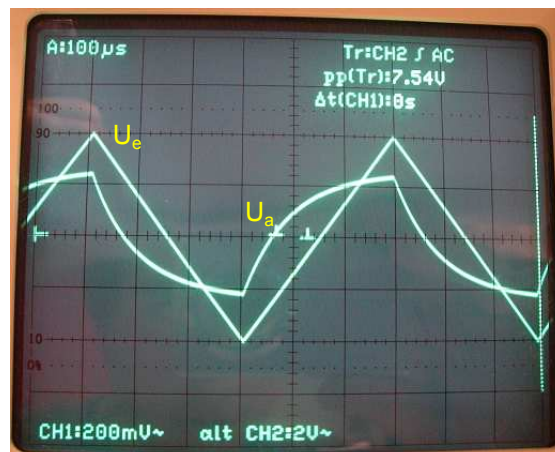


Abbildung 7: $R = 100\text{k}\Omega$

In diesem Fall beträgt die Grenzfrequenz $f_0 = 1,59\text{ kHz}$ und das Verhältnis $\frac{f}{f_0} = 1,06$. Man sieht im Bild, dass die Ausgangsspannung schon eher einer Dreiecksspannung entspricht, die

aber abgerundet ist. Der Hochpass arbeitet in diesem Fall nicht als Differenzierer.

Für den Widerstand $R = 1000\text{k}\Omega$ ergibt sich folgendes Bild:

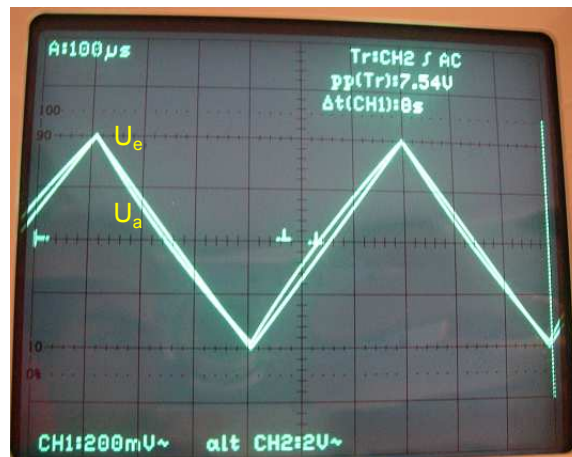


Abbildung 8: $R = 100\text{k}\Omega$

In diesem Fall ist die Grenzfrequenz $f_0 = 0,159$ und das Verhältnis $\frac{f}{f_0} = 10,7$. Im Bild sieht man, dass die Ausgangsspannung fast identisch ist mit dem Eingangssignal. Es ist zu erwähnen, dass wir in bei dieser Aufgabe auch den Tastkopf verwendet haben und somit die Ausgangsspannung (CH1) noch mit 10 multiplizieren müssen und diese somit im gleichen Bereich liegt wie die Eingangsspannung. Man sieht, dass der Hochpass hohe Frequenzen ($f \gg f_0$) fast ungehindert durchlässt.

2.2 Integrierglied

Wir haben den Tiefpass aus Aufgabe 1.2 aufgebaut und eine Rechteckspannung $f = 1,7\text{kHz}$ und $U_e = 8\text{ V}$ angelegt. Wir haben nun wieder die Wirkungsweise des Tiefpasses bei den verschiedenen Widerständen untersucht.

Bei $R = 1\text{k}\Omega$ ergab sich folgendes Bild auf dem Oszilloskop:

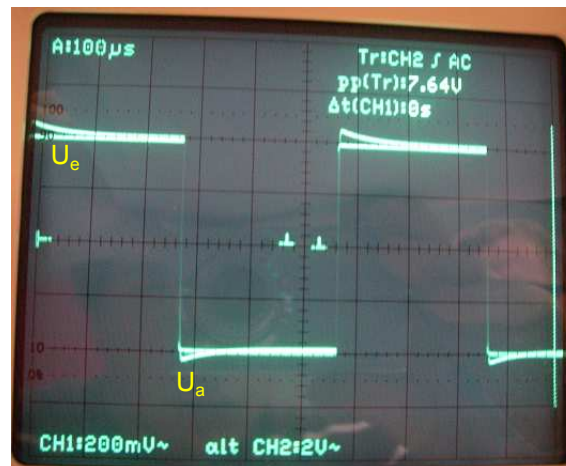


Abbildung 9: $R = 1\text{k}\Omega$

Bei diesem Widerstand ergibt sich die Grenzfrequenz $f = 159,2\text{kHz}$ und somit das Verhältnis $\frac{f}{f_0} = 0,01$. In diesem Fall lässt der Tiefpass die Eingangsspannung fast ungehindert durch. Man sieht auch gut am Oszilloskop, dass die Ausgangsspannung fast gleich ist wie die Eingangsspannung.

Bei $R = 10\text{k}\Omega$:

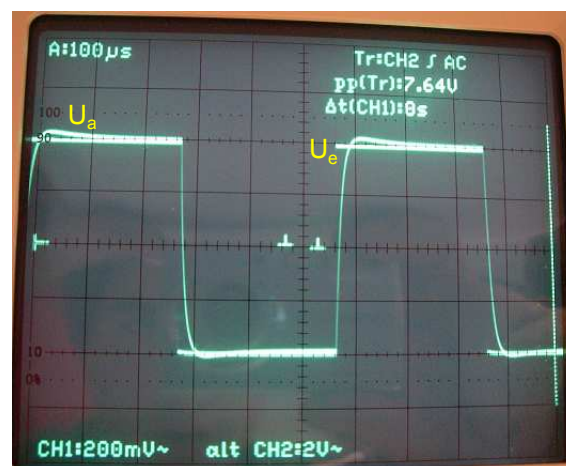


Abbildung 10: $R = 10\text{k}\Omega$

In diesem Fall ist die Ausgangsspannung wie bei $R = 1\text{k}\Omega$ fast identisch zur Eingangsspannung. Das Verhältnis $\frac{f}{f_0} = 0,1$.

Bei $R = 100\text{k}\Omega$ ergab sich folgendes interessantere Bild:

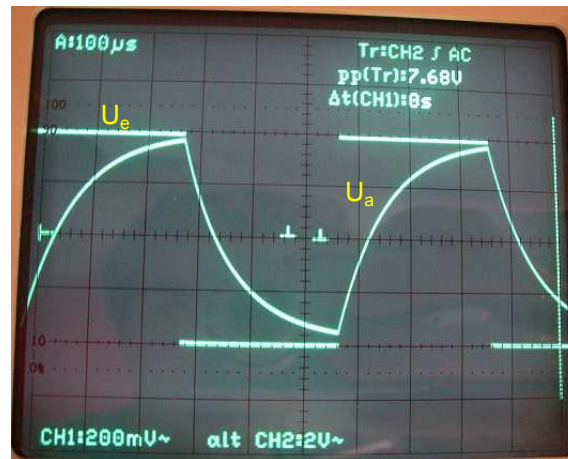


Abbildung 11: $R = 100\text{k}\Omega$

Die Ausgangsspannung nähert sich schon der Form einer Dreiecksspannung an, was dem Integral über der Rechtecksspannung entspricht. Das Verhältnis $\frac{f}{f_0} = 1,1$ und entspricht somit noch nicht der Bedingung $\frac{f}{f_0} \gg 1$. Die Ausgangsspannung entspricht einem Art Übergang von Rechteck- zu Dreiecksspannung.

Bei $R = 1000\text{k}\Omega$ ergibt sich dann der Integrationsfall:

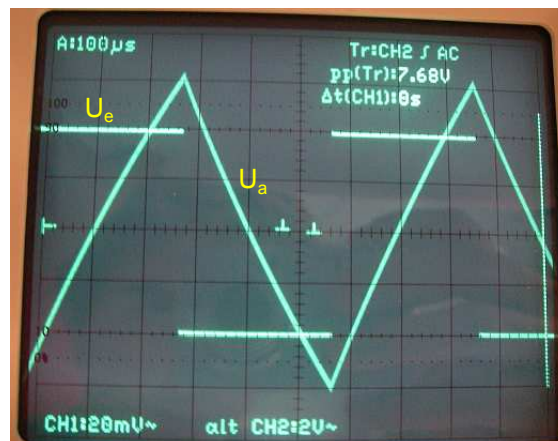


Abbildung 12: $R = 1000\text{k}\Omega$

Man sieht schön, dass die Ausgangsspannung als Dreiecksspannung dem Integral der Eingangsspannung entspricht. Das Verhältnis $\frac{f}{f_0} = 10,7$ erfüllt annähernd die Bedingung $\frac{f}{f_0} \gg 1$.

2.3 Verschiedene Eingangsspannungen

In diesem Teil haben wir jetzt noch andere Eingangssignale bzw. Frequenzen benutzt und uns das Ergebniss am Hoch- bzw. Tiefpass angeschaut. Wir haben dabei den Hoch- bzw. den Tiefpass bei dem Widerstand betrieben, bei dem der Differentiations- bzw. Integrationsfall zustande kam.

2.4 Differentiationsglied

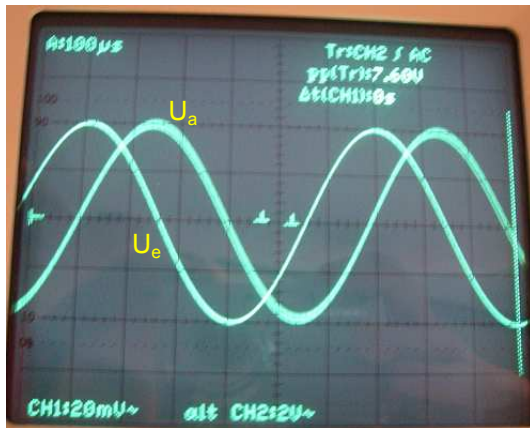
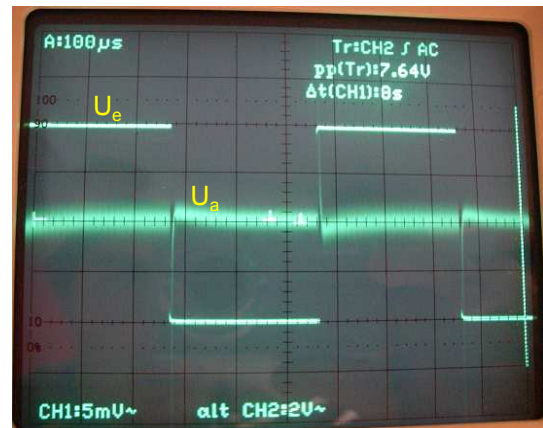


Abbildung 13: links: $U_e = \text{Sinus}$



rechts: $U_e = \text{Rechteckspannung}$

An den Hochpass haben wir zum einen noch eine Sinusspannung angelegt und zum anderen eine Rechteckspannung.

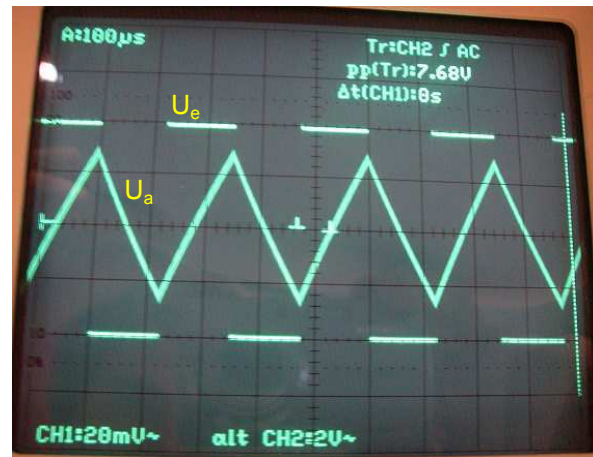
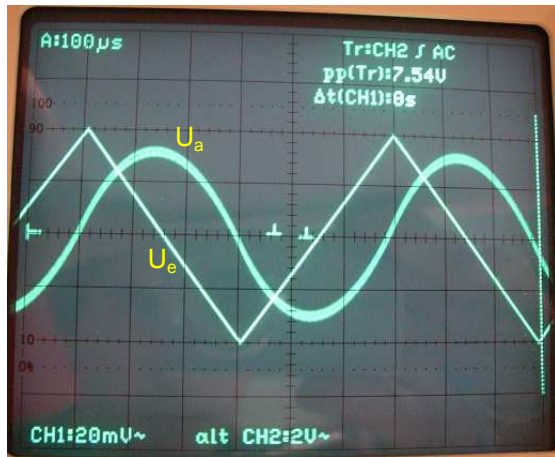
Bei Sinus ergab sich für die Ausgangsspannung der erwartete Kosinus.

Bei der Rechteckspannung erwartet man eine Ausgangsspannung, die überall null ist außer bei den Stellen, an denen die Rechteckspannung das Vorzeichen ändert. Dort erwartet man einen sehr hohe (bzw. ∞ hohe) Spannung. Dies kann man am rechten Bild erkennen, leider ist die Intensität der Ausgangsspannung an den Sprüngen sehr schwach.

2.5 Integrationsglied

Wir haben an den Tiefpass eine Dreieckspannung angelegt und erhalten Parabeln, die dem Integral über der Dreieckspannung entspricht.

Dann haben wir nochmal eine Rechteckspannung angelegt, dieses mal aber nicht mit einer Frequenz von 1,7kHz sondern 4kHz. Man erhält $\frac{f}{f_0} = 25$ und somit eine schöne Dreieckspannung.

Abbildung 14: links: U_e =Dreieckspannungrechts: U_e =Rechteckspannung, $f=4\text{kHz}$

3 Drosselkette

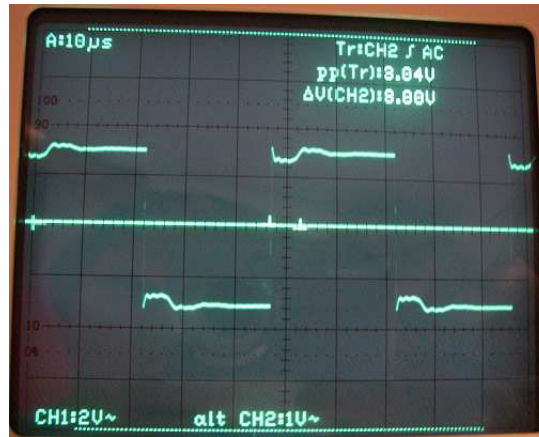
3.1 Charakteristischer Widerstand Z_0

Nun wurde der charakteristische Widerstand Z_0 einer Drosselkette bestimmt. Dazu wurde eine relative geringe Frequenz verwendet - geringer als die Grenzfrequenz, welche später noch bestimmt wird. Es wurde $f=20\text{kHz}$ und eine Spannung von $6,02\text{V}$ eingestellt.

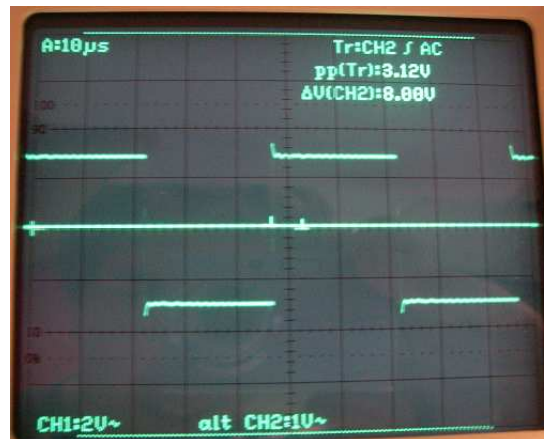
Ist das Potentiometer auf 0Ω eingestellt, so zeigt sich schön die Reflexion am geschlossenen Ende.

Abbildung 15: Drosselkette mit $Z_A = 0\Omega$ - Reflexion

Wird der Widerstand auf den Maximalwert von 500Ω eingestellt, so kann man die Überhöhung erkennen:

Abbildung 16: Drosselkette mit $Z_A = 500\Omega$ - Überhöhung

Das Potentiometer wurde nun so variiert, dass am Ende der Drosselkette keine Reflexion mehr auftrat und unser Eingangssignal nicht überlagert wurde.

Abbildung 17: Drosselkette mit $Z_A = Z_0 \approx 210\Omega$

Dieser Widerstand Z_A entspricht, wie in den Vorbereitungen gezeigt, genau der charakteristischen Impedanz der Kette:

$$Z_0 = Z_A = (210 \pm 5)\Omega$$

Die Abweichung von ± 5 kommt in der sehr groben und ungeschickten Skala auf dem Potentiometer. Den so bestimmten Wert können wir nun noch mit dem theoretisch berechneten vergleichen. Da $f \ll f_0$ gilt, folgt dieser aus der genährten Formel aus der Vorbereitung:

$$Z_0 \approx \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{96\mu H}{2nF}} = 219\Omega$$

Dies entspricht einer Abweichung von ungefähr 4%.

3.2 Grenzfrequenz f_0

Um die Grenzfrequenz zu bestimmen, haben wir den Lastwiderstand Z_A so eingestellt wie in Aufgabe 3.1. Dann haben wir die Eingangsspannung auf einen festen Wert (6,18V) eingestellt. Wir haben getestet ob sich die Spannung ändert, wenn wir die Frequenz stark ändern. Man konnte sehen, dass sich bei sehr starken Veränderungen der Frequenz die Spannung sich kaum ändert. Das heißt wir können annehmen, dass der Generator eine nahezu frequenzunabhängige Spannung liefert.

Um nun die Grenzfrequenz zu bestimmen haben wir die Frequenz der Eingangsspannung von 20kHz bis 1000kHz variiert und jeweils die Ausgangsspannung U_a gemessen. An der Stelle, an der sich die Ausgangsspannung am stärksten ändert, ist die Grenzfrequenz. Um diese Frequenz herauszufinden haben wir unsere Messwerte in einem Schaubild dargestellt und mit Hilfe von Origin graphisch differenziert. Am Minimum dieser Ableitung ist dann die Grenzfrequenz.

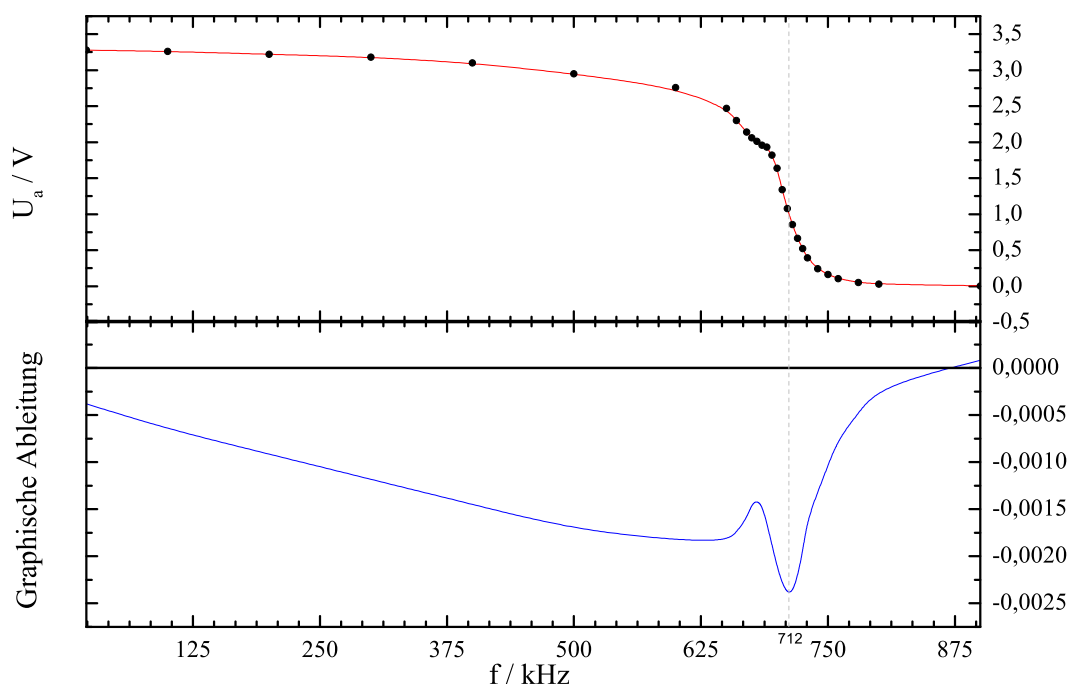


Abbildung 18: Bestimmung der Grenzfrequenz

Aus dem Schaubild erhalten wir für die Grenzfrequenz $f_0 = 712\text{kHz}$.

Vergleichen wir die Grenzfrequenz mit der theoretischen Grenzfrequenz von

$$f_0 = \frac{1}{\pi\sqrt{L \cdot C}} = 726\text{kHz}$$

sieht man, dass unser Wert ganz gut mit dem theoretischen Wert übereinstimmt (Abweichung ca. 2%). Die geringe Abweichung kommt vielleicht dadurch zustande, dass wir den Lastwiderstand während der Messung konstant gelassen haben.

3.3 Kapazität und Induktivität

Aus dem nun bestimmten charakteristischen Widerstand Z_0 und der Grenzfrequenz f_0 sollen die Induktivität und Kapazität für jedes Kettenglied berechnet werden.

$$C = \frac{1}{\pi f_0 Z_0} = 2,1 \text{ nF}$$

$$L = \frac{Z_0}{\pi f_0} = 94 \mu\text{H}$$

Die in der Versuchsmappe angegebenen Werte sind 2nF und 96μH. Sie stimmen recht gut mit unseren gemessenen Werten überein.

3.4 Phasenverschiebung

Nun sollte die Phasenverschiebung zwischen Aus- und Eingangssignal näher untersucht werden. Dazu wurden beide Signale auf dem Oszilloskop dargestellt und bei verschiedenen Frequenzen des Eingangssignals die zeitliche Verschiebung der Sinuskurven abgelesen. Dies wurde jeweils am einzelnen π -Glied, sowie an der ganzen 6π -Kette gemacht. Die Werte wurden nun in die Phasenverschiebung $\Delta\varphi$ umgerechnet. Die Formel dazu findet sich in den Vorbereitungen.

Da ab einer gewissen Verschiebung die Phasenverschiebung über vielfachen von 2π liegt müssen wir diesen Faktor per Hand ergänzen um einen Sinnvollen Vergleich zwischen den Phasenverschiebungen am einzelnen π -Glied, sowie an der ganzen Kette ausrechnen zu können.

f/kHz	$\Delta t_\pi/\text{ns}$	$\Delta\varphi_\pi/\text{rad}$	$\Delta t_K/\text{ns}$	$\Delta\varphi_K/\text{rad}$		$\Delta\varphi_{K_{\text{corr}}}/\text{rad}$	$\Delta\varphi_\pi/\Delta\varphi_{K_{\text{corr}}}/1$
10	440	0,03	2650	0,17		0,17	6,02
100	448	0,28	2700	1,70		1,70	6,03
300	482	0,91	2680	5,05		5,05	5,56
500	488	1,53	844	2,65	$+2\cdot\pi$	8,93	5,83
600	480	1,81	1380	5,20	$+2\cdot\pi$	11,49	6,35
650	468	1,91	242	0,99	$+3\cdot\pi$	10,41	5,45
690	460	1,99	560	2,43	$+3\cdot\pi$	11,85	5,94

Tabelle 3: Phasenverschiebung

Betrachtet man die Tabelle, so fallen die letzten beiden Additionen von 3π auf. Hier haben wir jedoch die falsche Differenz abgelesen. Die Addition von 3π erscheint uns daher sinnvoll.

Es ergibt sich ein Mittelwert von 5,88 für den Quotienten der Phasenverschiebungen. Das bedeutet anschaulich, dass sich die Phasenverschiebung im Vergleich zum einzelnen π -Glied für die 6π -Kette etwa ver-6-facht. Die leichte Abweichung ist durch verschiedensten Messungenauigkeiten sowie durch unbekannten Reflexionen oder Verlusten der Bauteilen, zu erklären.

Anschließend wurde die Frequenz genau so eingestellt, dass wir am Oszilloskop eine Phasenverschiebung von $n \cdot \pi$ mit $n \in [1,5]$ ablesen konnten.

$\Delta\varphi_K / \pi \cdot \text{rad}$	$\Delta\varphi_K / \text{rad}$	f / kHz	f_0 / kHz
1	3,14	188	726,38
2	6,28	367	734,00
3	9,42	524	741,05
4	12,57	630,4	727,92
5	15,71	698,5	723,14

Tabelle 4: Erneute Bestimmung der Grenzfrequenz

Aus diesen 5 Frequenzen kann jeweils die Grenzfrequenz f_0 ermittelt werden. Diese sind in der Tabelle eingetragen. Der Mittelwert der so bestimmten Grenzfrequenz ist $f_0 = 730,50 \text{ kHz}$.

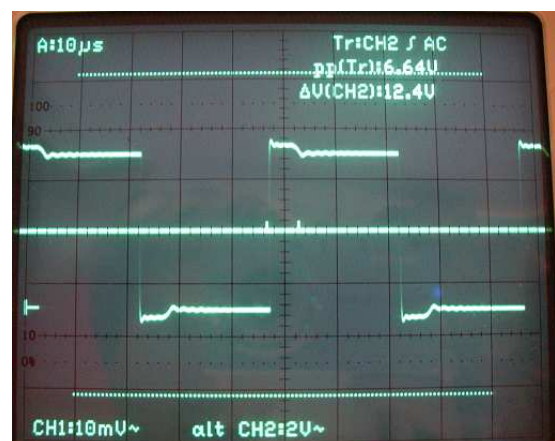
$$f_0 = \frac{f}{\sin\left(\frac{\Delta\varphi_K}{12}\right)}$$

3.5 Reflexion am Kettenende

Nun wird das Potentiometer am Ende der Drosselkette auf $Z_A = 0\Omega$ eingestellt. Damit wird unser Signal am Ende reflektiert. Da uns nur diese Reflexion interessiert wollen wir unerwünschte Reflexion am Kettenanfang vermeiden. Dies wird durch einen 200Ω Steckwiderstand an diesem erreicht. Wir verwendeten eine Rechteckwechselfspannung mit der Frequenz von $f = 20 \text{ kHz}$.



Abbildung 19: links: Eingangssignal



rechts: bei Reflexion am Kettenende

Unsere Erwartung war eine, durch die Phasenverschiebung des reflektierten Signals, teilweise Auslöschung des Signals am Eingang. Das heißt eine Destruktive Interferenz. Man erkennt, dass das Eingangssignal teilweise abgeschwächt wird.

4 Koaxialkabel

Im letzten Teil des Versuches wurden noch einige Messungen am Koaxialkabel durchgeführt, um die Verwandtschaft der Drosselkette mit dem Koaxialkabel zu erkennen.

4.1 charakteristischer Widerstand

Wir haben die charakteristische Impedanz des Koaxialkabels analog zu Aufgabe 3.1 gemessen. Dazu haben wir eine Rechteckspannung mit $f = 1.1\text{MHz}$ an das Koaxialkabel angelegt und am Ende des Kabels ein regelbarer Lastwiderstand eingefügt. Die Eingangsspannung wurde dann am Oszilloskop dargestellt und der Lastwiderstand Z_A so eingestellt, dass eine möglichst reflexionsfreie Rechteckspannung am Oszilloskop dargestellt wurde. Tritt keine Reflexion auf, entspricht der Lastwiderstand Z_A gerade der charakteristischen Impedanz Z_0 . Mit dieser Methode haben wir für die charakteristische Impedanz folgenden Wert bestimmt:

$$Z_0 \approx 53\Omega$$

Wir haben eine charakteristische Impedanz von 50Ω erwartet, dies ist ein typischer Wert für Koaxialkabel. Unser Wert liegt in unserem Erwartungsbereich.

4.2 Verzögerungszeit τ 1.Möglichkeit

Wir haben nun die Verzögerungszeit τ des Koaxialkabels bestimmt, indem wir an das Koaxialkabel eine Rechteckspannung angelegt haben und am Oszilloskop gleichzeitig die Eingangs- und die Ausgangsspannung dargestellt haben. Mit Hilfe des Oszilloskops haben wir dann die zeitliche Verschiebung der beiden Signale bestimmt.

$$\Delta t = 56\text{ns}$$

Die Verzögerungszeit τ ergibt sich bei einer Kabellänge von $l = 10,0\text{m}$ zu:

$$\tau = \frac{\Delta t}{l} = \frac{56\text{ns}}{10\text{m}} = 5,6 \frac{\text{ns}}{\text{m}}$$

4.3 Verzögerungszeit τ 2.Möglichkeit

Wir haben noch einmal die Verzögerungszeit gemessen, dieses mal aber über Reflexion am Kabelende. Wir haben den Widerstand auf $Z_A = 0\Omega$ (Kurzschluss) eingestellt. Die Wechselspannung wird dadurch am Kabelende mit umgekehrter Amplitude reflektiert und man kann destruktive Interferenz am Eingangssignal beobachten. Durch die Zeit Δt , die die reflektierte Welle zum Eingangssignal verschoben ist, kommt es teilweise zur Auslöschung. Am überlagerten Eingangssignal kann man die Zeit Δt mit Hilfe des Oszilloskops ausmessen, die die reflektierte Welle um das Eingangssignal verschoben ist.

Wir haben folgende Zeitdifferenz gemessen:

$$\Delta t = 111\text{ns}$$

Da der Weg, den die reflektierte Welle zurück gelegt hat, gerade die doppelte Kabellänge ist, ergibt sich für die Verzögerungszeit τ folgender Wert:

$$\tau = \frac{111\text{ns}}{20,0\text{m}} = 5,55 \frac{\text{ns}}{\text{m}}$$

Man sieht, dass die Werte für die Verzögerungszeiten aus beiden Messungen gut übereinstimmen.

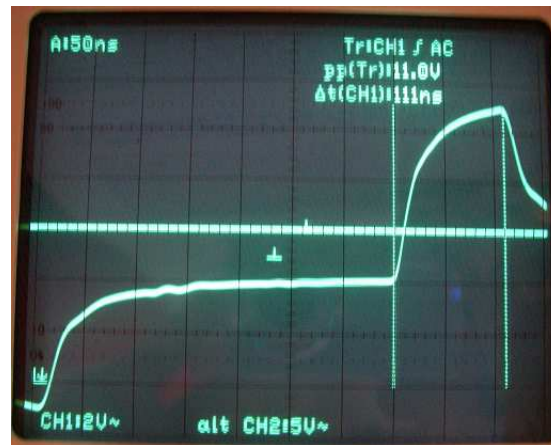


Abbildung 20: Verzögerungszeit, Reflexion

4.4 Dielektrizitätskonstante

Die relative Dielektrizitätskonstante ϵ des Kabels wird nun über drei verschiedene Möglichkeiten bestimmt.

4.4.1 aus der Kabelgeometrie

Aus der Kabelgeometrie und folgenden Werten aus der Versuchsvorbereitungsmappe kann ϵ berechnet werden:

$$\epsilon = \frac{C}{2\pi\epsilon_0 l} \cdot \ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)$$

Mit $l = 10,0\text{m}$; $C = 925\text{pF}$; $r_i = 0,5\text{mm}$; $r_a = 1,75\text{mm}$ und $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$ ergibt sich:

$$\epsilon = 2,08$$

4.4.2 mit der Verzögerungszeit τ

Mit unserem gemessenen Wert für $\tau = 5,575\text{ns}$ (Mittelwert), $\mu_r \approx 1$ und $c = 2,9979 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ergibt sich für ϵ :

$$\epsilon = \frac{(c\tau)^2}{\mu_r} = 2,79$$

4.4.3 mit der charakteristischen Impedanz Z_0

Benutzen wir unseren Wert für $Z_0 = 53\Omega$ und $\mu_0 = 12,566 \cdot 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}}$ ergibt sich für die Dielektrizitätskonstante:

$$\epsilon = \frac{\mu_0 \mu_r}{4\pi^2 Z_0^2 \epsilon_0} \cdot \left(\ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)\right)^2 = 2,01$$

Vergleicht man die drei Werte für ϵ sieht man, dass der Wert aus der Berechnung von τ von den anderen beiden Werten abweicht.