Versuch P1 - 53, 54, 55
Vierpole und Leitungen
Vorbereitung

Gruppe Mo-19
Yannick Augenstein

Inhaltsverzeichnis

Einführung

Ein Vierpol ist ein elektrisches Bauteil mit zwei Eingängen und zwei Ausgängen. In diesen Versuchen sollen wir mehrere Messungen an einem bzw. mehreren Vierpolen (Drosselkette) und einem Koaxialkabel (um die Übertragnungseigenschaften des Kabels zu untersuchen) durchführen.

1 Lineare Vierpole bei sinusförmiger Wechselspannung

1.1 Hochpassfilter

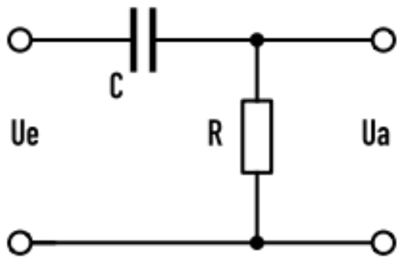


Abbildung 1: Hochpassfilter

Ein Hochpassfilter ist ein R-C-Spannungsteiler, der gemäß Abbildung 1 geschaltet ist. Er wird benutzt, um niedrige Frequenzen der angelegten Wechselspannung herauszufiltern, hohe Frequenzen werden dagegen nahezu ungehindert durchgelassen. Für die Ausgangsspannung gilt:

$$U_a = \frac{R}{R + \frac{1}{i\omega C}} \cdot U_e$$

Erweitert man diesen Ausdruck mit der komplex Konjugierten erhält man

$$|U_a| = \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}} \cdot |U_e|$$

Somit folgt für das Übertragungsverhalten

$$\frac{|U_a|}{|U_e|} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{\omega RC}\right)^2}}$$

Dies lässt sich unter der Verwendung von $f = \frac{\omega}{2\pi}$ und der Grenzfrequenz $f_0 = (2\pi RC)^{-1}$ umformen zu

$$\frac{|U_a|}{|U_e|} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_g}{f}\right)^2}}$$

Für die Phasenverschiebung gilt

$$\tan\varphi = \frac{1}{\omega RC}$$

Dies kann, um es in Abhängigkeit von f_0/f auszudrücken, wieder mit Hilfe der Grenzfrequenz $f_0 = (2\pi RC)^{-1}$ umgeformt werden:

$$\varphi = \arctan\frac{f_0}{f}$$

Die Phasenverschiebung wird als zeitliche Different Δt der aufeinanderfolgenden Wellenberge gemessen, daher muss sie noch ins Gradmaß umgerechnet werden. Es sollen $\frac{U_a}{U_e}$ sowie $\Delta\varphi$ über $\ln \frac{f}{f_0}$ aufgetragen werden.

1.2 Tiefpassfilter

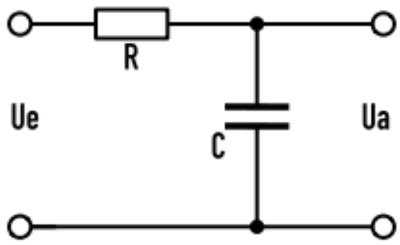


Abbildung 2: Tiefpassfilter

Vertauscht man die Positionen des Widerstands und des Kondensators erhält man aus der Hochpassfilter-Schaltung einen Tiefpassfilter gemäß Abbildung 2. Alle Messungen aus 1.1 sollen hier wiederholt werden. Für die Phasenverschiebung gilt hier auf Grund von $\tan\varphi = -\omega RC$:

$$\varphi = -\arctan \frac{f}{f_0}$$

2 Lineare Vierpole bei Rechteck- und Dreieckspannung

2.1 Hochpass als Differenzierglied

An den Hochpassfilter wird eine dreiecksförmige Wechselspannung angelegt. Von einem Differenzierglied spricht man nun, falls $\frac{f}{f_0} \ll 1$ gilt auf Grund von

$$U_a = R \cdot \frac{dQ}{dt} \approx RC \cdot \frac{dU_e}{dt}$$

Es sollte also an U_a ein rechteckiger Stromverlauf zu sehen sein, da die Differenzierung der auf- und der absteigenden Flank der Dreickspannung jeweils konstante Werte für die Ausgangsspannung ergibt.

2.2 Tiefpass als Integrationsglied

Am Tiefpass wird nun eine Rechteckspannung angelegt. Sonst wird analog zum Hochpass-Differenzierglied verfahren. Hier wird das umgekehrte Verhalten erwartet, nämlich dass die Rechteck- in eine Dreieckspannung umgewandelt wird.

2.3 Verschiedene Spannungsarten

Das Verhalten von Hoch- und Tiefpass wird nun über einen weiten Frequenzbereich untersucht. Außerdem werden noch der Hochpassfilter mit Rechteckspannung und der Tiefpassfilter mit Dreieckspannung gemessen.

3 Drosselkette

Nun wird eine Reihe aus mehreren Vierpolen, die sogenannte Drosselkette, untersucht. Es handelt sich hierbei um eine Reihenschaltung aus Blindwiderständen (aus Spulen und Kondensatoren). In den Messungen benutzen wir eine sechsgliedrige Drosselkette.

3.1 Bestimmung des charakteristischen Widerstands

Es soll der charakteristische Widerstand Z_0 einer sechsgliedrigen Drosselkette bestimmt werden. Zur Messung wird eine rechteckige Wechselspannung der Frequenz 20 kHz und der Amplitude $U_e \approx 6\,\mathrm{V}$ an die Kette angelegt. Der regelbare Abschlusswiderstand Z_a am Ende der Kette wird so eingestellt, dass möglichst wenige Reflexionen des Signals auftreten. Dieser Wert entspricht dann Z_0.

3.2 Bestimmung der Grenzfrequenz

Die Grenzfrequenz f_0 hat den theoretischen Wert

$$f_0 = \frac{1}{\pi \cdot \sqrt{LC}}$$

Damit gilt für die Frequenzabhängigkeit des charakteristischen Widerstands

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{f}{f_0}}}$$

Für Frequenzen $f \ll f_0$ gilt also

$$Z_0 \approx \sqrt{\frac{L}{C}}$$

An die Drosselkette wird eine Sinusspannung angelegt und der Abschlusswiederstand auf Z_0 eingestellt. Nun muss man die Eingangsspannung beobachten, um sicherzugehen, dass die Spannungsquelle eine frequenzunabhängige Spannung liefert. Wenn das der Fall ist, beobachten wir die Ausgangsspannung und erhöhen die Frequenz. Dabei muss der Abschlusswiderstand nachgeregelt werden. Die Grenzfrequent ist der Punkt, an dem sich die Ausgangsspannung erheblich ändert, wenn die Frequent variiert wird.

3.3 Bestimmung der Kapazität und Induktivität

Die Kapazität und Induktivität der Drosselkette soll mit den angegebenen Werten verglichen werden. Hierbei gilt:

$$Z_0 = \sqrt{LC} \qquad \text{und} \qquad f_0 = \frac{1}{\pi}$$

Daraus folgt

$$C = \frac{1}{\pi Z_0 f_0} \qquad \text{und} \qquad L = \frac{Z_0}{\pi f_0}$$

3.4 Bestimmung der Phasenverschiebung

Zur Bestimmung der Phasenverschiebung werden an ein Glied und die sechsgliedrige Kette sinusförmige Wechselspannungen verschiedener Frequenzen (gemäß Aufgabenblatt) angelegt. Der Lastwiderstand muss hier natürlich entsprechend geregelt werden und es wird erwartet, dass für ein einzelnes Glied eine Phasenverschiebung von π entsteht. Für n-Glieder sollte eine Phasenverschiebung von $n \cdot \pi$ erreicht werden. f_0 für eine einzelne Verschiebung kann dann aus den eingestellten Frequenzen errechnet werden:

$$f_0 = \frac{f}{\sin\left(\frac{k\pi}{2n}\right)}$$

3.5 Reflexionen am Kettenende

Die Drosselkette wird hierzu am Ende kurzgeschlossen. Die Reflexionen am Anfang werden durch einen hohen Widerstand $R = 200\,\Omega$ zwischen der Spannungsquelle und der Kette unterdrückt. Es wird eine rechteckige Eingangsspannung von 20 kHz angelegt und die Signalform am Anfang der Kette beobachtet. Wir erwarten eine Überlagerung der Eingangs- und Ausgangsspannung.

4 Koaxialkabel

Nun setzen wir für unsere Messungen ein Koaxialkabel (einen homogenen Leiter) anstatt der Drosselkette ein.

4.1 Bestimmung des charakteristischen Widerstands

Die Messung wird analog zur Aufgabe 3.1 ausgeführt. Zur Messung benutzen wir eine Rechteckspannung von 1.1 MHz

4.2 Bestimmung der Verzögerungszeit

Die Verzögerungszeit τ' ist die Zeitdifferenz gleicher Phasen von U_e und U_a. Die Phasenverschiebung φ lässt sich also folgendermaßen bestimmen:

$$\varphi = 2\pi f \tau' \qquad \text{mit} \qquad \tau' = \frac{\Delta t}{l}$$

4.3 Überlagerung von Generatorsignal und reflektiertem Signal

Analog zur Aufgabe 3.5 soll nun die Verzögerungszeit τ' aus dem Überlagerungssignal bestimmt werden.

4.4 Bestimmung der Dielektrizitätskonstanten des Koaxialkabels

Aus den gemessenen Werten können wir die Dielektrizitätskonstante ϵ_r des Kabels ausrechnen:

$$\epsilon_r(C_I, r_i, r_a) = \frac{C_I}{2\pi\epsilon_0 l} \cdot \ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)$$

$$\epsilon_r(\tau') = \frac{(c\tau')^2}{\mu_r}$$

$$\epsilon_r(Z_0, r_i, r_a) = \frac{c^2\mu_0^2\mu_r}{4\pi Z_0^2} \cdot \ln^2\left(\frac{r_a}{r_i}\right)$$

Versuch P1 - 53, 54, 55
Vierpole und Leitungen
Auswertung

Gruppe Mo-19
Yannick Augenstein
Patrick Kuntze

Versuchsdurchführung: 5. Dezember 2011

Inhaltsverzeichnis

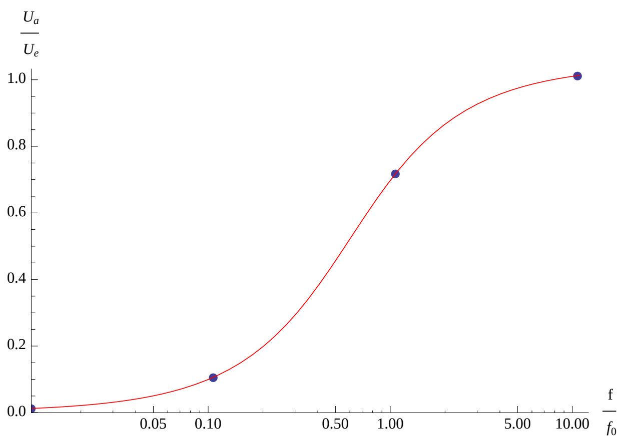
1 R-C-Spannungsteiler

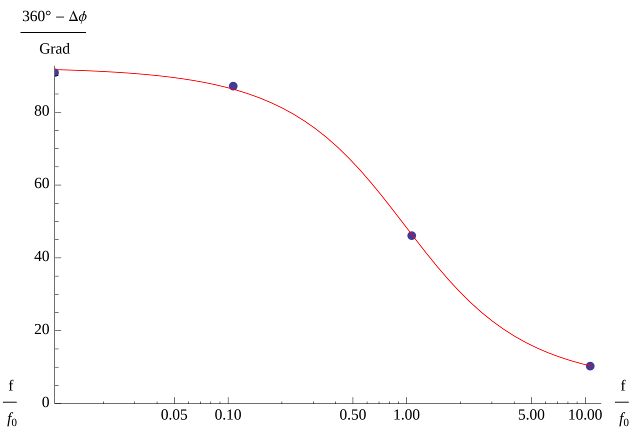
1.1 Hochpass

An einen Hochpass (s. Vorbereitung) wurde eine sinusförmige Wechselspannung mit Spitzen von $U_e = 8\,\mathrm{V}$ und der Frequenz $f = 1.7\,\mathrm{kHz}$ angelegt. Bei der Messung verwendeten wir den Tastkopf mit einem Spannungsteilerverhältnis von $\frac{1}{10}$, wir haben also nur $\frac{1}{10}$ der tatsächlich angelegten Spannung gemessen. Wir beobachteten die Ausgangsspannung U_a am Widerstand und die zeitliche Verschiebung Δt zwischen Eingangs- und Ausgangsspannung bei verschiedenen Widerständen R. Der Kondensator hatte eine Kapazität von $C = 1\,\mathrm{nF}$. Die Phasenverschiebung zwischen U_a und U_e berechneten wir mit $\Delta\varphi = 2\pi f \Delta t$ und die Grenzfrequenz bestimmten wir mit $f_0 = (2\pi RC)^{-1}$. So ergab sich folgende Messtabelle:

R in kΩ	1	10	100	1000
U_a in mV	10	85	574	810
Δt in µs	439.7	445.7	512.7	571.2
U_a/U_e	0.01	0.11	0.72	1.01
$\Delta\varphi$ in Grad	269	273	314	350
f_0 in kHz	159.16	15.92	1.59	0.16
f/f_0	0.01068	0.1068	1.068	10.68

Nun trugen wir die Werte für U_a/U_e und $\Delta\varphi$ über f/f_0 auf einer logarithmischen Skala auf.





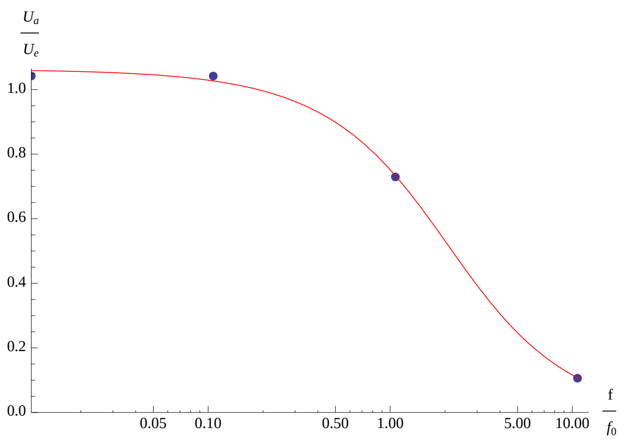
Es ist deutlich erkennbar, dass das eingehende Signal bei niedrigen Frequenzen sehr stark abgeschwächt wird, bei hohen so gut wie nicht. Die Phasenverschiebung beträgt bei kleinen Frequenzen etwa 90° und geht für höhere Frequenzen gegen Null.

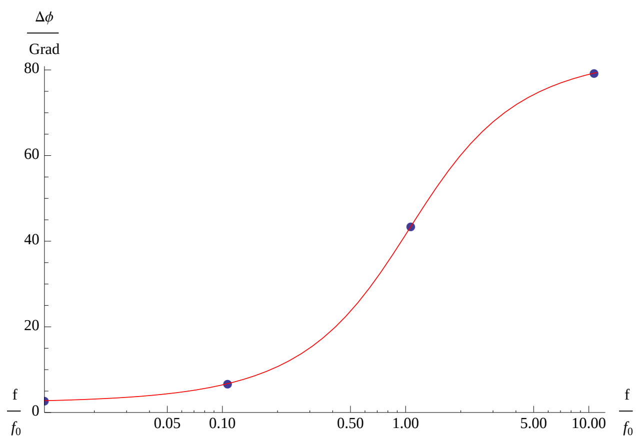
1.2 Tiefpass

Dieselbe Messung führten wir jetzt nochmal an einem Tiefpass durch (wir maßen am Kondensator).

R in kΩ	1	10	100	1000
U_a in mV	835	835	585	86
Δt in µs	4.5	11	71	129.5
U_a/U_e	1.044	1.044	0.731	0.108
$\Delta\varphi$ in Grad	2.75	6.73	43.45	79.25
f_0 in kHz	159.16	15.92	1.59	0.16
f/f_0	0.01068	0.1068	1.068	10.68

Für diese Werte ergaben sich folgende Schaubilder:





Hier ergibt sich ein Bild, das der Theorie standhält. Tiefe Frequenzen passieren nahezu ungehindert, wohingegen hohe Frequenzen sehr stark gedämpft und phasenverschoben. Unsere Messwerte passen gut zu den berechneten theoretischen Verläufen.

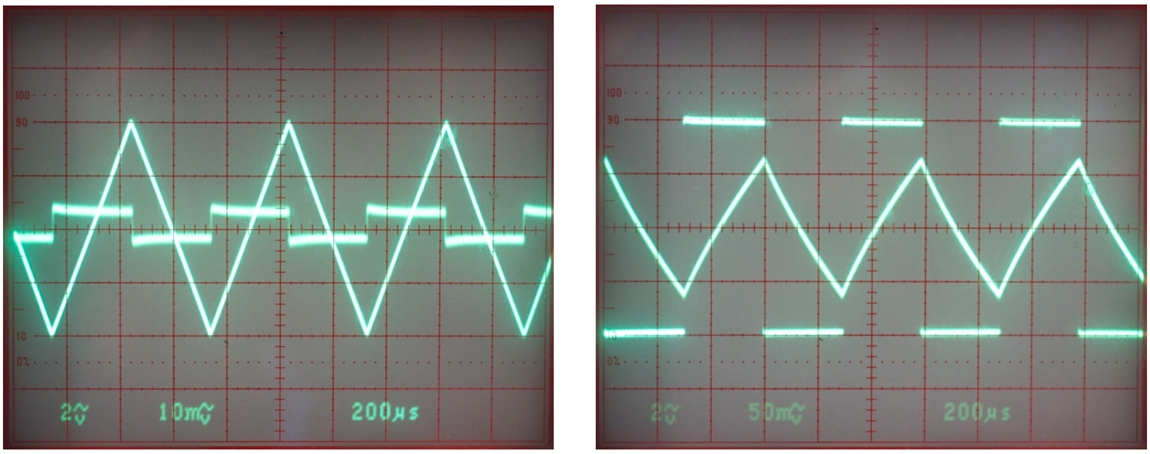
2 Differenzier- und Integrierglied

2.1 Hochpass als Differenzierglied

An einen Hochpass legten wir eine dreieickförmige Wechselspannung mit einer Spitzenspannung von 8 V und der Frequenz 1.7 kHz an. Wir stellten die Ausgangsspannung dann oszilloskopisch dar und maßen die Ausgangsspannung.

R in kΩ	1	10	100	1000
U_a in mV	7.8	59	475	810
f/f_0	0.01068	0.1068	1.068	10.680
Form von U_a	Rechteck	Rechteck	Sägezahn	Dreieck

Die beiden schönsten Ergebnisse fotografierten wir:



(a) 1 kΩ　　(b) 10 kΩ

Abbildung 1: Der Hochpass transformiert die Dreieckspannung in eine Rechteckspannung.

Wie man sieht, verhält sich ein Hochpass also wie ein Differenzierglied, solange die Bedinung $f/f_0 \ll 1$ gegeben ist (siehe Vorbereitung). Je größer f/f_0 wird, desto mehr ähnelt die Ausgangsspannung der Eingangsspannung.

2.2 Tiefpass als Integrierglied

Den Tiefpass aus Aufgabe 1.2 verwendeten wir nun als Integrierglied. Dazu legten wir eine Rechteckspannung als Eingangsspannung an. Es ergab sich folgende Messtabelle:

R in kΩ	1	10	100	1000
U_a in mV	1050	940	760	130
f/f_0	0.01068	0.1068	1.068	10.680
Form von U_a	Rechteck	Rechteck	Sägezahn	Dreieck

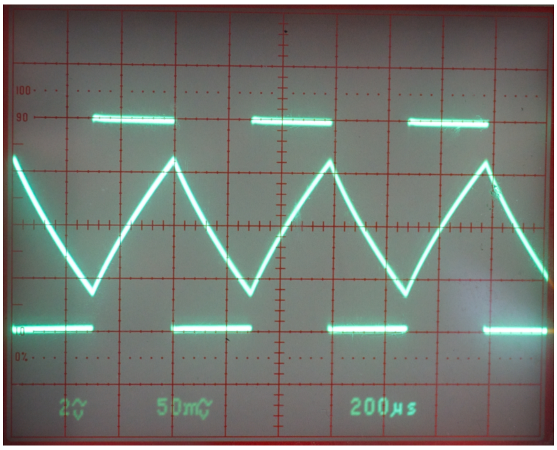


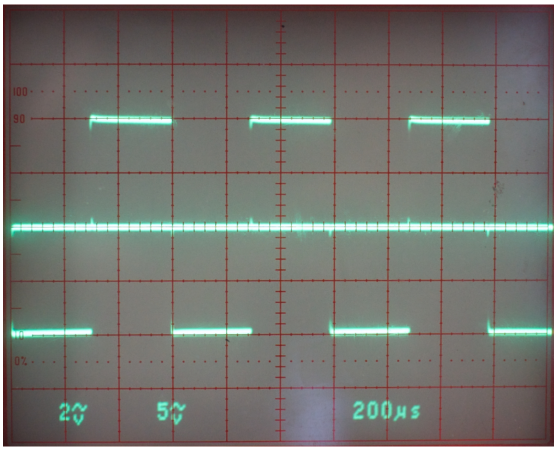
Abbildung 2: Integrierglied bei $1\,\mathrm{M\Omega}$

Wie man sieht, transformierte das Integrierglied die Rechteckspannung zu einer Dreieckspannung bei $R = 1\,\mathrm{M\Omega}$. Dies stimmt mit der Theorie überein, welche als Integrierbedingung fordert, dass $f/f_0 \gg 1$ ist. Ist f kleiner als die Grenzfrequenz f_0, so wird die Eingangsspannung fast nicht verändert.

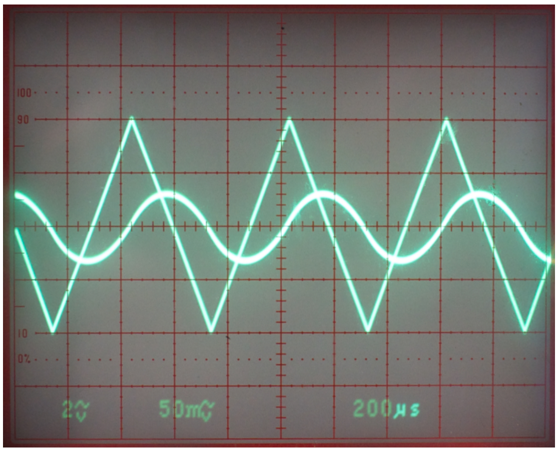
2.3 Weitere Messungen am Differenzier- und Integrierglied

Nun testeten wir das Differenzier- und das Integrierglied jeweils an verschiedenen Eingangsspannungen. Wir verwendeten eine sinusförmige Eingangsspannung am Integrier- und Differenzierglied. Außerdem legten wir eine Rechteckspannung an das Differenzierglied und eine Dreieckspannung an das Integrierglied an. So ergaben sich die Oszilloskop-Bilder in Abbildung 3.

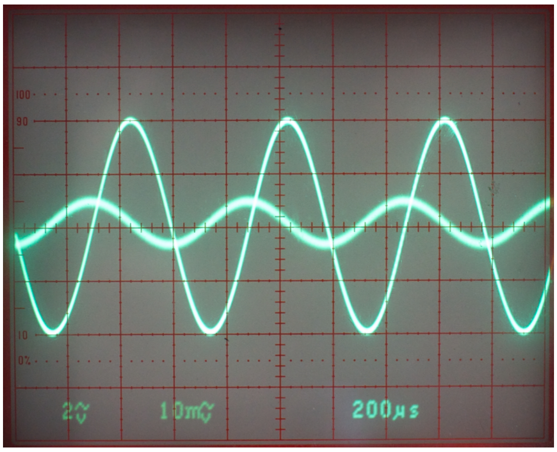
- Die Rechteckspannung wurde vom Differenzierglied völlig wegdifferenziert, was zu erwarten war, da die Ableitung einer Geraden ohne Steigung eben Null ist.
- Das Integral einer Dreieckspannung ergab eine parabelförmige Spannung mit Extrema genau zwischen zwei Peak der Eingangsspannung. Da an diesen Stellen die Fläche unter der Dreieckspannung maximal wird, passt auch diese Beobachtung zur Theorie.
- Auch bei der Sinusspannung passten die Beobachtungen zur Theorie. Das Differenzierglied zeigt eine maximale Steigung der Eingangsspannung an deren Wendepunkt. An diesem ist auch die Fläche unter der Sinusfunktion maximal, welches am Oszilloskop-Bild des Integrierglieds gut zu sehen ist.



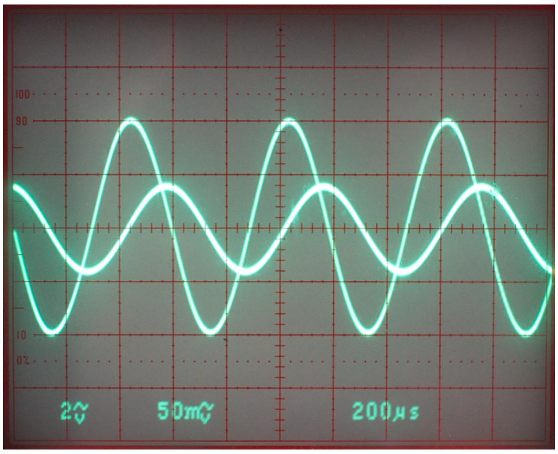
(a) Rechteckspannung am Differenzierglied



(b) Dreieckspannung am Integrierglied



(c) Sinusspannung am Differenzierglied



(d) Sinusspannung am Integrierglied

Abbildung 3: Spannungsverläufe an den Differenzier- und Integriergliedern bei verschiedenen Eingangsspannungen.

3 Drosselkette

In den folgenden Versuchen wird das Verhalten vonen mehreren, aneinandergereihten Vierpolen untersucht. Verwendet wurde hierfür eine sechsgliedrige Drosselkette mit folgenden Eigenschaften: $C = 2\,\mathrm{nF}$, $J = 96\,\mathrm{\mu Hz}$

3.1 Charakteristischer Widerstand

Zunächst ermittelten wir bei Rechteckspannung kleiner Frequenz ($f \ll f_0$) den Widerstand der Apparatur. Dabei entsprach dieser dem eingestellten Wert des Lastwiderstands Z_A am Kettenende.

$$Z_0 = Z_A \approx 230\,\Omega$$

Der aus Literaturdaten berechnete Wert beträgt:

$$Z_0 \approx \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{96\,\mathrm{\mu H}}{2\,\mathrm{nF}}} \approx 219.09\,\Omega$$

Man sieht, dass die Größenordnung der Messung stimmt, allerdings gibt es dennoch einen Unterschied zum Literaturwert. Als Ursache kann die ungenaue Einstellung des Lastwiderstands als Folge des undeutlichen Oszilloskopbildes in Frage kommen. Denn auch bei möglichst genauer Einstellung blieb die Anzeige des Messgerätes etwas verzerrt und ein genaues Ablesen war schwierig.

3.2 Grenzfrequenz

Nun bestimmten wir die Grenzfrequenz der Drosselkette. Dabei sollten wir die angelegte Frequenz erhöhen und diejenige ermitteln, bei der sich die Ausgangsspannung am stärksten veränderte. Da diese bei unseren Messdaten zu sehr schwankte, fanden wir die Grenzfrequenz über das Verhältnis von Ausgangsspannung und Eingangsspannung heraus ($\frac{U_a}{U_e} \approx 0.1$).

f in kHz	U_e in V	U_a in V	$\frac{U_a}{U_e}$
620	6.5	3.7	0.5692
640	5.95	4.5	0.7563
660	6.3	3.75	0.5952
680	6.7	2.55	0.3806
700	6.75	2.15	0.3185
720	6.75	1.9	0.2815
740	7	0.63	0.09
760	7	0.23	0.0329
800	6.95	0.0475	0.0068

$$\Rightarrow f_0 \approx 740\,\mathrm{kHz}$$

Als theoretischen Wert errechnetet wir:

$$f_0 = \frac{1}{\pi\sqrt{L \cdot C}} \approx 726.44\,\mathrm{kHz}$$

Trotz Schwierigkeiten bei der exakten Bestimmung der Grenzfrequenz sind wir dennoch auf einen dem Literaturwert sehr nahen Wert gekommen.

3.3 Kapazität und Induktivität

Jetzt berechneten wir die Kapazität C und Induktivität L der Kettenglieder aus den Messwerten für Z_0 und f_0.

$$C = \frac{1}{\pi \cdot Z_0 \cdot f_0} = \frac{1}{\pi \cdot 219.09\,\Omega \cdot 740\,\mathrm{kHz}} \approx 19.633\,\mathrm{nF}$$

$$\Rightarrow \frac{C}{2} = 0.981\,65\,\mathrm{nF}$$

$$L = \frac{Z_0}{\pi \cdot f_0} = \frac{219.09}{\pi \cdot 740\,\mathrm{kHz}} \approx 94.2412\,\mathrm{mH}$$

Die Literaturwerte hierfür sind $\frac{C}{2} = 1\,\mathrm{nF}$ und $L = 96\,\mathrm{\mu F}$. Die Ergebnisse stimmen also sehr gut mit den Vorgaben überein.

3.4 Phasenverschiebung

Für dieses Experiment errechneten wir die Phasenverschiebung zum Vergleich sowohl mit der Formel $\Delta\phi_1 = 2n \cdot \arcsin\left(\frac{f}{f_0}\right)$ als auch über die zeitliche Verschiebung zwischen Eingangs- und Ausgangssignal: $\Delta\phi_2 = 2\pi f \Delta t$.

Ein Kettenglied:

f in kHz	Δt in µs	$\Delta\phi_2$ in µs	$\Delta\phi_1$ in µs
10	0	0	0.03
100	0.48	0.3	0.28
300	0.498	0.94	0.85
500	0.51	1.6	1.52
600	0.5	1.88	1.94
650	0.48	1.96	2.22
690	0.48	2.08	2.51

Sechs Kettenglieder:

f in kHz	Δt in µs	$\Delta\phi_2$ in µs	$\Delta\phi_1$ in µs
10	2.5	0.16	0.17
100	2.67	1.68	1.66
300	2.69	5.07	5.11
500	2.84	8.92	9.11
600	2.99	11.27	11.66
650	3.18	12.99	13.3
690	3.32	14.39	15.03

Nun ermittelten wir noch die zugehörigen Frequenzen bei eingestellten Phasenverschiebungen von $\Delta\phi_2 = 0$, π, 2π, 3π, 4π und 5π, um eventuell benötigte Berichtigungen bei Verschiebungen von mehr als 2π vorzunehmen. An folgender Tabelle erkennt man allerdings, dass dies bei uns nicht notwendig war: Ein Kettenglied:

f in kHz	$\Delta\phi_2$ in µs	$\Delta\phi_1$ in µs
0	0	0
190	$\pi \approx 3.14$	3.18
370	$2\pi \approx 6.28$	6.41
518	$3\pi \approx 9.42$	9.53
642	$4\pi \approx 12.57$	13.01
716	$5\pi \approx 15.71$	16.81

Alle berechneten Werte stimmen gut mit der Theorie überein. Nur bei einem Kettenglied gibt es bei höheren Frequenzen auffallend größer werdende Abweichungen. Prinzipiell ist eine Tendenz zu erkennen, nach der mit zunehmender Frequenz $\Delta\phi_2$ langsamer zunimmt als $\Delta\phi_1$. Wenn mann nun die Werte für ein Kettenglied mit denen von sechs Gliedern vergleicht erhält man ungefähr den gewünschten Proportionalitätsfaktor von $n = 6$:

f in kHz	10	100	300	500	600	650	690
$\frac{\Delta\phi_{2;6}}{\Delta\phi_{2;1}}$	-	5.6	5.39	5.58	5.99	6.63	6.92

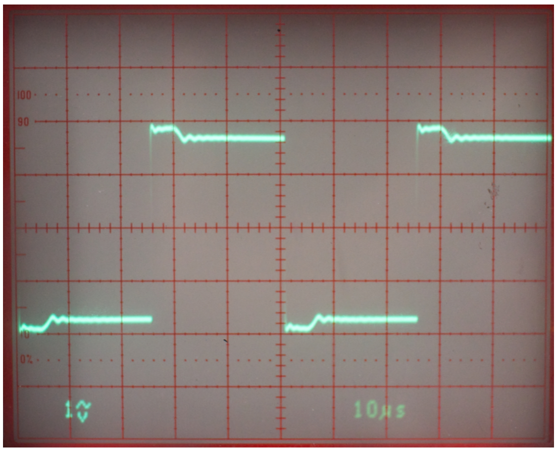
Nun sollten wir mit den gewonnenen Daten erneut f_0 bestimmen. Hierzu nutzten wir die Phasenverschiebungen von 642 kHz bei sechs Gliedern und 650 kHz bei einem Glied.

$$f_0 = \frac{f}{\sin\frac{k\pi}{2n}} = \frac{642\,\text{kHz}}{\sin\frac{4\pi}{2\cdot 6}} \approx 741.32\,\text{kHz}$$

Dieser Wert stimmt recht gut mit dem aus 3.2 überein.

3.5 Signalform

Schließlich stellten wir den Lastwiderstand auf $0\,\Omega$ und verglichen die Spannungen am Oszilloskop mit dem zu erwartenden Signal. Dabei sollten Ein- und Ausgangsspannung auf Grund des Phasensprungs am Ende der Kette destruktiv interferieren.



Zu sehen ist eine stufenweise Abschwächung des Signals, was auf Reflexion sowohl am Ende wie auch am Anfang der Drosselkette, trotz Vorwiderstand, und eventuell an den Übergängen der einzelnen Kettenglieder zurückzuführen ist.

4 Koaxialkabel

Ein Koaxialkabel hat ähnliche Eigenschaften wie die Drosselkette. Wir führten deshalb einige Versuche an einem solchen Kabel erneut durch.

4.1 Charakteristischer Widerstand

Bei diesem Teil des Versuchs gingen wir wie in 3.1 vor und maßen den Kabelwiderstand Z_0 über den Lastwiderstand. Hierzu legten wir allerdings eine Rechteckspannung von ungefähr 1.1 MHz an das Kabel an. Als Ergebniss erhielten wir:

$$Z_0 = 46\Omega$$

4.2 Verzögerungszeit

Um die zeitliche Verzögerung des Kabels zu ermitteln verglichen wir die Ein- und Ausgangsspannung am Oszilloskop. Eingangsspannung war hier wieder Rechteckspannung von 1.1 MHz. Wir erhielten:

$$\Delta t = 53.5\,\mathrm{ns}$$

Daraus folgt für die Verzögerungszeit pro Längeneinheit des Koaxialkabels:

$$\tau_1' = \frac{\Delta t}{l} = \frac{53.5\,\mathrm{ns}}{10\,\mathrm{m}} = \frac{5.35\times 10^{-9}\,\mathrm{s}}{\mathrm{m}}$$

4.3 Verzögerungszeit bei Überlagerung von Generatorsignal und reflektiertem Signal

Wie in 3.5 erzwangen wir diesmal Reflexion am Kabelende. Hierfür stellten wir $Z_0 = 0\Omega$ ein. Durch Vergleich der Ein- und Ausgangsspannung bei angelegter Rechteckspannung von 1 MHz erhielten wir:

$$\Delta t = 113\,\mathrm{ns}$$

Daraus berechneten wir:

$$\tau_2' = \frac{\Delta t}{2l} = \frac{113\,\mathrm{ns}}{20\,\mathrm{m}} = \frac{5.65\times 10^{-9}\,\mathrm{s}}{\mathrm{m}}$$

4.4 Dielektrizitätskonstante

In der letzten Aufgabe des Versuchs sollten wir die Dielektrizitätskonstante auf drei verschiedene Art und Weisen ermitteln.

4.4.1 Über geometrische Daten:

$$\epsilon_{r,geo} = \frac{C_l \cdot \ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)}{2\pi\epsilon_0 l} = \frac{925\,\mathrm{pF}\ln\left(\frac{1.75\,\mathrm{mm}}{0.5\,\mathrm{mm}}\right)}{2\pi\epsilon_0 10\,\mathrm{m}} \approx 2.084$$

4.4.2 Über Verzögerungszeit

$$\epsilon_{r,Verz} = \frac{c^2\tau'^2}{\mu_r}$$

$$\Rightarrow \frac{c^2\tau_1'^2}{\mu_r} = \frac{c^2\left(\frac{5.35\times10^{-9}\,\mathrm{s}}{\mathrm{m}}\right)^2}{\mu_r} \approx 2.576$$

$$\Rightarrow \frac{c^2\tau'^2}{\mu_r} = \frac{c^2\left(\frac{5.65\times10^{-9}\,\mathrm{s}}{\mathrm{m}}\right)^2}{\mu_r} \approx 2.873$$

4.4.3 Über Widerstand und geometrische Daten

$$\epsilon_{r,Wid} = \frac{c^2\mu_r\mu_0^2}{4\pi^2 Z_0^2}\cdot\ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right) = \frac{c^2\mu_r\mu_0^2}{4\pi^2\cdot 46\,\Omega}\cdot\ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right) \approx 2.128$$

4.4.4 Vergleich der Werte

Der mit dem Widerstand aus 4.1 ermittelte Wert für $\epsilon_{r,Wid}$ stimmt mit $\epsilon_{r,geo}$ (außschließlich auf Literaturdaten basierende) sehr gut überein. Die schlechten Ergebnisse für $\epsilon_{r,Verz}$ sind auf Messungenauigkeiten beim Ablesen von τ_1' und τ_2' zurückzuführen.