

		SS/
Praktikum: (X/P2) (M (Di/ M / M)	Gruppe-Nr:11
Name: Fleig	Vorname:	Georg
Name:Krause	Vorname:	Marcel
Versuch: Gamma-Spektro	oskopie (pt/ol	nne) Fehlerrechnung
Betreuer: Nina Dallm	ann Durch	geführt am: 26.06.12
Abgabe am:		
Rückgabe am:	Begrü	ndung:
2 Abaaba aray		
Z. Abgabe am:		
Ergebnis: $(+/0/-)$	Fehlerrechr	iung: ja / nein
Datum:	Handzeiche	n:
Bemerkungen:		

Zutreffendes einkreisen oder nicht Zutreffendes streichen

vom Betreuer auszufüllen



FAKULTÄT FÜR PHYSIK, Universität Karlsruhe (TH) Physikalisches Praktikum P2 für Physiker und Lehramtskandidaten



Versuch P2-72,73,83: Gamma-Spektroskopie und Statistik Raum F2-19

Bei Experimenten der Kern- und Elementarteilchenphysik ist neben den Fragen nach Art, Ort, Richtung und Zeitpunkt die Frage nach der Energie der auftretenden Strahlung besonders wichtig. Für die γ -Spektroskopie gibt es, wie auch für die anderen Teilchenarten, eine ganze Reihe von Nachweismethoden, von denen die mit Szintillator, Photokathode und Sekundärelektronenvervielfacher (SEV) besonders verbreitet ist. So werden z.B. auch in den Großexperimenten des LHCs am CERN Photonen mit Szintillationszählern vermessen.

In diesem Versuch lernen Sie diese wichtige experimentelle Technik und die zugehörigen elektronischen Geräte kennen. Für das Verständnis der Methode bedarf es der Beschäftigung mit den drei Wechselwirkungsprozessen von γ -Strahlung mit Materie. Schließlich liefern die bei der Szintillationsspektroskopie auftretenden statistischen Vorgänge noch Anlass zu einer etwas eingehenderen Beschäftigung mit statistischen Gesetzmäßigkeiten.

Hinweis: Die Kernphysik-Räume stellen einen innerbetrieblichen Überwachungsbereich dar. Hier gelten nach der Strahlenschutzverordnung besondere Regeln, die unbedingt zu beachten sind. Kernphysikalische Versuche dürfen erst nach Teilnahme an der Strahlenschutzbelehrung (die im Regelfall während der Vorbesprechung zum Praktikum stattfindet) durchgeführt werden. Der Zugang zum Bunker für radioaktive Präparate ist nur den Betreuern gestattet.

Hinweis: Bitte USB-Stick mitbringen, um die Daten zur Auswertung mit nach Hause nehmen zu können.

Aufgaben:

Die Datenerfassung erfolgt über das Vielkanal-Interface des CASSY–LAB Systems. Starten Sie das CASSY Programm und machen Sie sich damit vertraut. Stellen Sie die geeigneten Parameter in dem *Messparameter-fenster* ein. Es empfiehlt sich, dieses Fenster für schnelleres Arbeiten weiterhin offen zu halten. Das Bedienungshandbuch des CASSY Systems ist vor Ort vorhanden und liegt auf der Praktikumsseite im Internet in elektronischer Form vor. Zur Durchführung des Versuches ist die Kenntnis der ersten dreißig Seiten von Nutzen und sollten schon zur Versuchsvorbereitung gelesen werden.

Der dynamische Bereich des Detektors soll durch geeignete Einstellung der Betriebsspannung am SEV (*Sehen Sie sich die Ausgangsimpulse des SEV am Oszilloskop an.*) und der Software-Verstärkung möglichst voll ausgenutzt werden. Die Spannung ist gut eingestellt, wenn die Signale der höchsten Gamma-Linie gerade noch nicht in Sättigung gehen (~900V).

1.1 Messen Sie das Impulshöhenspektrum der γ-Strahlung von Cs-137, Na-22 und von Co-60 sowie das Untergrundspektrum mit Hilfe des 1024-Kanalbetriebs des Impulshöhenanalysators.

Stellen Sie die Programmparameter in dem *Parameterfenster* entsprechend ein. Der dynamische Detektorbereich soll vom Impulshöhenspektrum der höherenergetischen Strahlung (Co-60, 1173 und 1333 keV), ausgenutzt und unverändert auch bei der Messung an Cs-137 (662 keV) und Na-22 (511 und 1275 keV) benutzt werden.

Das Entstehen eines Impulshöhenspektrums mit der Zeit kann am Bildschirm verfolgt werden. Der Abstand Präparat - Szintillator soll jeweils so gewählt werden, daß die effektive Zählraten für Co-60, Na-22 und Cs-137 etwa gleich sind und 1000/s bis 1500/s betragen. Diese effektive Zählrate (Mittel über alle Kanäle) wird im Fenster *Eigenschaften* angezeigt. Überprüfen Sie, welchen Einfluss das Untergrundspektrum auf die Messung hat, und korrigieren Sie ggf. die Spektren.

Hinweis: Bitte vergessen Sie nicht, auch Zwischenergebnisse abzuspeichern, um etwaigen Datenverlust vorzubeugen.

1.2 Deuten Sie die erhaltenen Impulshöhenspektren aufgrund der verschiedenen Wechselwirkungsprozesse von γ-Strahlung mit Materie.

Dazu ist es zweckmäßig, anhand des Photopeaks von Cs-137 eine Energieskalierung vorzunehmen und dann die gemessenen und die berechneten Energien an Stellen, bei denen Besonderheiten im Impulshöhen-

spektrum zu erwarten sind, zu vergleichen. Berechnen Sie dafür bereits in der Vorbereitung die Energien der Comptonkanten.

Das Programm unterstützt den Benutzer bei der Analyse eines Spektrums: Zeigt der Cursor in das zu analysierende Spektrum und drückt man die rechte Maustaste, so werden verschiedene Analysewerkzeuge angeboten. Zusätzlich können Sie erklärenden Text in die Diagramme einfügen und diese dann ausdrucken.

Diskutieren Sie auch die statistischen Effekte, welche die 'Verschmierung' des erhaltenen Impulshöhenspektrums, besonders deutlich bei den Photopeaks, bewirkt haben. Schätzen Sie die Anzahl der Elektronen n_e ab, die bei einem Impuls, der zum Photopeak bei Cs-137 beiträgt, von der Photokathode emittiert wurden. n_e charakterisiert die Auflösung eines Detektors.

Überprüfen Sie die Linearität der Apparatur, indem Sie die Information aus den drei Spektren verwenden. Mit unveränderten Einstellungen können noch Spektren (oder ein Überlagerungsspektrum) mit weiteren radioaktiven Quellen aufgenommen werden. Geeignet sind Am-241 (59,5 keV) und Co-57 (122 keV). Der Betreuer kann Ihnen diese Quellen aushändigen.

2 Bestimmen Sie die Aktivität des Cs-137-Präparats.

Verwenden Sie die Zählraten, die vom Programm berechnet und angezeigt werden, und die Nachweiswahrscheinlichkeit (Diagramm 'Quotient Anzahl der ... Quanten') des benutzten Szintillatorkristalls im gewählten Abstand und bei der betreffenden Strahlungsenergie. Welche Effekte berücksichtigt das Diagramm, wenn bei seiner Verwendung kein weiterer Effekt mehr in die Rechnung einfließen muß? Bei wenigstens drei verschiedenen Abständen Quelle-Szintillatorstirnfläche sollte gemessen und ein Ausgleichswert berechnet werden. Prüfen Sie, ob eine Totzeitkorrektur der Zählraten notwendig ist.

3 Röntgenemission

Verwenden Sie die Cs-Quelle um an Materialien mit schwerem Z Röntgenemission zu erzeugen. Legen Sie dazu die entsprechenden Materialien direkt auf den Szintillator. Erhöhen Sie die Messgenauigkeit für niedrige Energien durch Erhöhen der Detektorspannung. Zur genauen Peakbestimmung sollte der Gaussfit verwendet werden.

3.1 Führen Sie eine Energiekalibration anhand der Ba und Pb – K_{alpha} Röntgenlinie durch und stellen Sie die gemessene Energie gegen Z^2 für alle vorhandenen Elemente auf (Moseleysches Gesetz, siehe Abbildung).

3.2 Bestimmen Sie anhand Ihres Diagramms das "unbekannte Element".

4.1 Untersuchen Sie die statistische Verteilung von gemessenen Ereignisanzahlen bei häufig wiederholter Messung von Untergrundstrahlung unter stets gleichen Bedingungen.

Wählen Sie dazu im *Parameterfenster: Vielkanalmessung*, 256 Kanäle und wiederholende Messung bei einer Messzeit von 1 Sekunde. Nehmen Sie einen statistischen Daten-Pool von mindestens 150 Spektren auf.

Sie erhalten eine Tabelle mit 150 Spalten (Spektren) und 256 Zeilen (Kanäle, Energieintervalle). Keiner der Einträge ist vorhersagbar sondern hängt nur von der Statistik des radioaktiven Zerfalls ab, der einen natürlichen Zufallsgenerator darstellt.

Bilden Sie zwei Stichproben mit je 150 Zahlen, indem Sie:

a) die Zählrate aus nur einem Teil eines Spektrums aufintegrieren, so dass der Mittelwert der 150 Summen ungefähr 3 beträgt.

b) die Gesamtzählrate der einzelnen Spektren verwenden.

<u>Hilfe zur Bearbeitung mit EXCEL:</u> Importieren Sie die von CASSY-Lab gespeicherten LAB Dateien in EXCEL (Einstellungen: "getrennt", Trennzeichen: "Tabulator"). Im Mittelteil enthält diese Datei einen großen Tabellenblock mit allen Spektren als Spaltenvektoren. Die relevanten Zahlen stehen in Zeilen, die mit NAN (*not a number*) beginnen. Zur Auswertung generiert man in einer EXCEL-Tabelle eine Spalte mit den Einträgen zum Beispiel "=Summe(C10:C26)", "=Summe(D10:D26)", "=Summe(E10:E26)", ... bzw. "=Summe(C1:C256)", "=Summe(D1:D256)", ...

Mit der Häufigkeitsfunktion kann man dann zur weiteren Analyse die Häufigkeitsverteilung dieser Stichproben erhalten. Erstellen Sie dazu eine Spalte mit den Klassen (z.B. Zahlen 1 bis 40), markieren Sie die Zellen der Spalte, die die Häufigkeiten aufnehmen sollen. Unter *Einfügen/Funktion* finden Sie die Funktion *Häufigkeit*. Wählen Sie für *Daten* die Werte einer Stichprobe und für *Klassen* die Zellen der Klassenspalte. Beim Verlassen der Funktion bestätigen Sie mit *Strg-Umschalt-Eingabe*, damit die Formel als Matrixfunktion eingegeben wird.

4.2 Berechnen Sie von beiden Stichproben den Mittelwert x_m , die Standardabweichung s der Einzelmesswerte und die Standardabweichung $s_{xm} ds$ M ttel w rt es.

Prüfen Sie, ob die Standardabweichung der Einzelmesswerte gleich der Wurzel aus dem Mittelwert ist, wie die theoretisch zu erwartende Poisson-Verteilung es verlangt.

4.3 Stellen Sie die Stichproben als Häufigkeitsverteilungen graphisch dar, und tragen Sie in das jeweilige Diagramm auch die mit Hilfe von x_m berechnete Roisson-Verteilung und dem tH lfe von x_m und s berechnete Gaußverteilung (=Normalverteilung) ein. Machen Sie eine Aussage über die Ersetzbarkeit der Poissonverteilung durch die Gaußverteilung in Abhängigkeit vom Mittelwert.

4.4 Prüfen Sie mit Hilfe des Chi-Quadrat-Tests bei einer vernünftig gewählten Signifikanzzahl die Hypothesen, daß die Stichprobe a) aus einer 1) normalverteilten, 2) poissonverteilten Grund-gesamtheit stammt.

Zubehör:

NaJ(Tl)-Szintillationskristall (1"×1" Ø ×Höhe, Dicke der Alu-Hülle: 0,5mm) Photomultiplier mit 14-stufigem Sekundärelektronenvervielfacher (SEV), mit Photokathode Ø =1,5", (im Gehäuse gemeinsam mit NaJ); Vorverstärker aufgesteckt. Spannungsversorgung 1kV/0.6mA CASSYLAB System mit Vielkanal Interface und PC. Zweikanal-Oszillograph Hameg HM400; Maßstab

Radioaktive Präparate:

Cs-137 {140, 170, 270 kBq} in γ -Fassung (Plexiglasstift), Abstand Quelle-Stirnfläche (2,0 \pm 0,5) mm 3x Co-60 {20 kBq} in Aluminiumstift $\emptyset \times L=12mmx85mm$; Abstand Quelle-Stirnfl. (4,0 \pm 0,2) mm 3x Na-22 {74 kBq} in Aluminiumstift $\emptyset \times L=12mmx85mm$; Abstand Quelle-Stirnfl. (4,0 \pm 0,2) mm (neu) weitere Präparate (Am-241; Co-57) sind ausleihbar.

Literatur:

Riezler, Kopitzki: Kernphysikalisches Praktikum G. F. Knoll: Radiation Detection and Measurement, VCH 2000 Eichler Kronfeld Sahm: Das Neue Physikalische Grundpraktikum, Springer Musiol, Ranft, Reif, Seeliger: Kern- und Elementarteilchenphysik, VCH 1988 J.R. Taylor: Fehleranalyse, VCH 1988 Jüngst: Vorbereitungshilfe zu diesem Versuch



Version: April-12

Physikalisches Anfängerpraktikum P2

Versuch: P2-72,73,83 Gamma-Spektroskopie und Statistik

Schriftliche Vorbereitung

von

Georg Fleig (georg@leech.it) Marcel Krause (mrrrc@leech.it)

Gruppe: Di-11

Datum der Versuchsdurchführung: 26.06.2012

Theoretische Grundlagen

In diesem Versuch werden wir uns mit der Gammastrahlung beschäftigen. Dazu gehören insbesondere die Wechselwirkungen mit Materie und der Nachweis solcher Strahlung.

$\alpha\text{-},\beta\text{-}$ und $\gamma\text{-}\mathsf{Strahlung}$

Zunächst sollen kurz die drei verschiedenen radioaktiven Strahlungsarten charakterisiert werden. Unterscheiden lassen sie sich im Allgemeinen durch ihre Reichweite, die Durchdringbarkeit und die magnetische Ablenkbarkeit.

$\alpha\text{-Strahlung}$

Als α -Strahlung bezeichnet man das Aussenden eines zweifach ionisierten Heliumkern aus einem Atomkern. Dieses Teilchen, welches auch Alphateilchen genannt wird, erreicht eine Geschwindigkeit von 10.000 - 20.000 km/s. Da die Halbwertszeit solcher Teilchen jedoch sehr gering ist, beträgt ihre Reichweite nur wenige Zentimeter. Wegen ihrer großen Masse lassen sich die α -Teilchen nur schwach durch ein äußeres magnetisches Feld ablenken. Die Durchdringbarkeit ist so gering, dass sich die Strahlung bereits durch ein einfaches Blatt Papier eindämmen lässt.

β -Strahlung

Ähnlich wie bei der α -Strahlung handelt es sich bei der β -Strahlung um geladene Teilchen. Es handelt sich dabei um Elektronen oder Positronen, welche durch β -Zerfall von einem Nukleon ausgesandt werden. Man unterscheidet zwischen dem β^+ -Zerfall und dem β^- -Zerfall. Bei ersterem wird ein Proton im Atomkern in ein Neutron umgewandelt. Dabei entsteht ein Positron und ein Elektron-Neutrino, die beide emittiert werden. Beim β^- -Zerfall hingegen wird ein Neutron in ein Proton umgewandelt, wobei ein Elektron und ein Elektron-Antineutrino freigesetzt werden. Die Reichweite der β -Strahlung ist etwas größer als die der α -Strahlung, sie beträgt etwa 10 cm. Abschirmen lässt sich die Strahlung wegen ihrer hohen Durchdringbarkeit nur mit Materialien hoher Dichte (z.B. Blei). Wegen der geringen Masse der Elektronen bzw. der Positronen, lässt sich die Strahlung durch Magnetfelder gut ablenken.

$\gamma\text{-}\mathbf{Strahlung}$

Im Gegensatz zur α - und β -Strahlung, bei welchen die Strahlung aus geladenen Teilchen besteht, setzt sich die γ -Strahlung aus Photonen zusammen. Die Wechselwirkung mit Materie ist sehr viel geringer, da Photonen nicht geladen sind und sich daher auch nicht durch Magnetfelder beeinflussen lassen. Wegen der geringen Wechselwirkung mit Materie besitzt diese Strahlung eine hohe Durchdringbarkeit. Da Photonen keine Masse besitzen, verliert das Atom unter Aussendung von Photonen nicht an Masse, sondern lediglich an Energie, die der des emittierten Photons entspricht. Dabei handelt es sich um diskrete Energieübergänge. Im Versuch werden wir uns mit dieser Strahlungsart beschäftigen.

Wechselwirkung von γ -Strahlung mit Materie

Um γ -Strahlung nachweisen zu können, macht man sich die Beobachtung der drei Wechselwirkungsprozesse von γ -Strahlung mit Materie zunutze. Die Wechselwirkung lässt sich an Atomkern sowie der Atomhülle beobachten.

Comptoneffekt

Trifft ein Photon auf ein schwach gebundenes Elektron eines Atoms, so wird durch einen elastischen Stoß ein Teil seines Impulses und seiner Energie auf dieses Elektron übertragen. Das ursprüngliche Photon wird dabei gestreut. Da bei diesem Prozess das Elektron die Atomhülle verlässt, wird das Atom ionisiert.



Der Energieverlust des gestreuten Photons führt zu einer Frequenzänderung. Je nach Streuwinkel verändert sich dieser Energieübertrag an das Photon. Durch eine Streuung um 180° wird der Übertrag maximal. Dieser Zusammenhang wird später noch mathematisch dargestellt. Die Wahrscheinlichkeit für den Comptoneffekt steigt mit steigender Kernladungszahl und sinkender Photonenenergie.

Photoeffekt

Auch beim Photoeffekt erfolgt die Wechselwirkung einfallender Photonen mit der Atomhülle. Das Photon wird quasi von einem Elektron verschluckt. Es kommt zum vollständigen Energieübertrag an das Elektron, wodurch es aus seiner Bindung mit dem Atomkern gelöst wird und das Atom verlässt.



Damit dieser Vorgang stattfinden kann, muss die Energie E_{γ} des einfallenden Photons größer sein als die Bindungsenergie E_b des Elektrons. Je nachdem in welcher Elektronenschale sich das Elektron befindet, ist diese Bindungsenergie unterschiedlich. Bevorzugt werden Elektronen aus den beiden innersten Schalen herausgelöst. Die kinetische Energie des emittieren Elektrons lässt sich einfach mit folgender Beziehung berechnen:

$$E_{\rm kin} = E_{\gamma} - E_b$$

Da nun in einer der energetisch niedrigeren Schalen ein Elektron fehlt, tritt an dessen Stelle ein Elektron aus einem höheren energetischen Niveau. Die dabei freiwerdende diskrete Energie wird in Form eines Photons abgestrahlt. Man bezeichnet das herausgelöste Elektron als Sekundärstrahlung, das dadurch emittierte Photon als Tertiärstrahlung. Begünstigt wird der Photoeffekt durch hohe Ordnungszahlen des Targetatoms und niedrige Photonenenergien.

Paarbildung

Als dritte Wechselwirkung von γ -Strahlung mit Materie sei die Paarbildung erwähnt. Beträgt die Energie eines Photons über 1,02 MeV, so kann dieses in ein Elektron-Positron-Paar umgewandelt werden. Möglich ist dies im starken Coulombfeld zwischen Atomkern und Elektronen.



Die dazu nötige Energie entspricht dabei genau der zweifachen Ruheenergie eines Elektrons bzw. Positrons. Besitzt das Photon eine höhere Energie als die, die für die Ruheenergie des Teilchenpaares aufgebracht werden muss, so wird diese in kinetische Energie von Elektron und Positron umgewandelt. Das Photon wird in diesem Prozess vollständig absorbiert. Die Impulserhaltung gibt dabei die Richtung der erzeugten Teilchen vor. Besitzt das erzeugte Positron nur eine geringe kinetische Energie, so ist eine Rekombination mit einem Elektron aus der umliegenden Atomhülle möglich (Paarvernichtung). Dabei werden wiederum zwei Photonen mit einer Energie von 511 keV emittiert.

Aufbau und Funktionsweise eines Szintillationszählers

Zum Nachweis von γ -Strahlen werden wir im Versuch einen Szintillationszählers benutzen. Dieser besteht prinzipiell aus einem Szintillator, eine Photomultiplier (SEV) und einem Verstärker. Nachstehend ist sein Aufbau skizziert.



Treffen energiereiche Photonen auf den Szintillatorkristall, so wandelt dieser durch Wechselwirkungsprozesse wie den Photoeffekt und den Comptoneffekt diese Energie in Licht um, welches sich meistens im sichtbaren oder im UV-Bereich befindet. Als Szintillatorkristall kann beispielsweise ein mit Thallium dotierter Natriumiodid-Einkristall verwendet werden. Die Größe des Kristalls wird dabei so gewählt, dass die Wahrscheinlichkeit für die genannten Wechselwirkungsprozesse genügend groß ist. Die vom Szintillator emittierten Photonen werden schließlich in einem Photomultiplier verstärkt, welcher folgendermaßen aufgebaut ist:



Die eintreffenden Photonen sorgen in der Photokathode für einen äußeren Photoeffekt, wodurch Elektronen ausgelöst werden. Diese wiederum werden zur ersten Dynode hin beschleunigt, wo weitere elektronen herausgelöst werden. So wird nach und nach das ursprünglich schwache Signal in einen starken Elektronenfluss umgewandelt. Die Anode am Ende registriert letztlich die Masse an Elektronen. Der dort erzeugte elektrische Strom wird durch einen Verstärker geleitet und kann schließlich abgegriffen werden. Zur Messung könnte man auch gasgefüllte Zählrohre einsetzen, allerdings liegt deren **Totzeit**, die minimale Zeit, die zur getrennten Registrierung zweier Teilchen benötigt wird, im Bereich von 10^{-4} s und 10^{-6} s. Ein Szintillationszähler erreicht eine zeitliche Auflösung von bis zu 10^{-10} s. Wird diese Totzeit unterschritten, kommt es zu Pile-Ups. Dabei werden zwei eigentlich getrennte Photonen als ein energiereicher Impuls detektiert, wodurch das Spektrum verfälscht wird.

Bei der Aufnahme einer Messreihe übe rein bestimmte Zeit, werden verschiedene Spannungspeaks am Ausgang des Szintillationszähler erkennbar sein. Diese korrelieren mit den verschiedenen γ -Quantenenergien. Trägt man die Spannung U(t) über die Zeit t auf und unterteilt die Impulshöhe der Spannung in äquidistante Intervalle ΔU , so erhält man die Anzahl der verschiedenen Impulsstärken (Kanäle). Bei der **Einkanalmessung** wird ein konstanten Spannungsfenster ΔU über den gesamten Messbereich geschoben und während einer konstanten Messzeit Δt festgehalten. Ist diese Messzeit erreicht, wird der nächste Spannungsbereich gemessen. Der Nachteil dieser Methode liegt darin, dass sie nur dann brauchbare Ergebnisse erzielt, wenn die Halbwertszeit der Nuklide lang im Vergleich zur Messzeit ist.

Um auch bei geringen Halbwertszeiten und damit verbundener hoher zeitlicher Dichte der γ -Strahlen ein unverfälschtes Spektrum zu messen, kann auf die sogenannte **Vielkanalmessung** zurückgegriffen werden. Dort werden durch Parallelverarbeitung alle Pulshöhen gleichzeitig registriert und den Kanälen zugeordnet. Die gesamte Messzeit ist für jeden Kanal verfügbar, dadurch verbessert sich die Zählstatistik. Die **Zählrate** lässt sich durch Veränderung des Abstandes zwischen Strahlungsquelle und Szintillator variieren. Ein größerer Abstand resultiert in einer geringeren Zählrate.

Spektrum eines γ -Strahlers

Da die γ -Quanten einer Quelle diskrete Energieniveaus aufweisen, kann durch die Aufnahme eines Spektrums Rückschlüsse auf den jeweiligen Stoff ziehen. Wie bereits im vorigen Abschnitt beschrieben wurde, trägt man bei der Messung eines Spektrums die Häufigkeit der verschiedenen Impulse gegen ihre Energieproportionale k (Kanalnummer) auf. Der Verlauf der Spektren lässt sich theoretisch anhand der folgenden Überlegungen vorhersagen. Dabei treten jedoch Abweichungen zur Realität auf, weshalb man zwischen einem idealen und einem realen Spektrum unterscheiden muss.

Photospektrum

Beim Photoeffekt beträgt die Energie eines herausgelösten Elektrons:

$$E_{\rm kin} = E_{\gamma} - E_b$$

Daher ist ein Peak bei dieser Energie zu erwarten. Zusätzlich gibt es noch einen kleineren Peak bei E_{γ} , welcher durch Sekundärstrahlung verursacht wird. Das reale Spektrum weicht aufgrund der begrenzten Auflösung des Detektors von den reinen Deltapeaks ab. Zu erwarten ist eine Verteilung, die etwa der folgenden gleicht.



Comptonspektrum

Beim Comptoneffekt hängt die Energie E'_{γ} des gestreuten Photons und damit auch die des Elektrons stark vom Streuwinkel Θ ab. Für die Restenergie des Photons und dem Streunwinkel Θ gilt nach relativistischer Impuls und Energieerhaltung folgender Zusammenhang:

$$E_{\gamma}' = \frac{E_{\gamma}}{1 + \frac{E_{\gamma}}{m_0 c^2} \cdot (1 - \cos \Theta)}$$

Wird das Photon um 180° gestreut, ist der Energieübertrag auf das Elektron maximal. Er stellt dann den Wert der **Comptonkante** dar, welche bei

$$E_c = E_{\max} = E_{\gamma} \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{2E_{\gamma}}{m_0 c^2}} \right) \tag{1}$$

liegt. Als Energieverteilung erwarten wir daher einen ähnlichen Verlauf wie diesen hier:



Die gestrichelte Linie stellt wieder den realen Verlauf dar, welcher sie auch der begrenzten Auflösung ergibt.

Da die zu untersuchende Strahlungsquelle in alle Richtungen abstrahlt, kann es zu den sogenannten **Rückstreupeaks** kommen. Der Comptoneffekt tritt nicht nur im Szintillatormaterial auf, sondern auch in den übrigen Teilen des Aufbaus. Treten die dort gestreuten Photonen in den Szintillatorzähler ein, so können sie dort als Rückstreupeaks detektiert werden. Ihre Energie E_R entspricht etwa der ursprünglichen Photonenenergie abzüglich der Energie der Comptonkante:

$$E_R = E_\gamma - E_C \tag{2}$$

Paarerzeugungsspektrum

Bei der Aufnahme des Paarerzeugungsspektrums kann es zu sogenannten **Escape-Peaks** kommen. Diese entstehen, wenn bei der Paarvernichtung eines oder beide erzeugten Photonen registriert werden. Dazu kann es kommen, da die Photonen mit 180° zueinander abgestrahlt werden. Der erste Peak ist bei einer Energie vorzufinden, welche um $\Delta E = 511 \text{ keV}$ kleiner ist, als die ursprüngliche Energie des eintreffenden Photons. Werden beide Paarvernichtungsphotonen detektiert, erhält man den Doppel-Escape-Peak mit einer Verschiebung um $\Delta E = 2 \cdot 511 \text{ keV}$.

Zusätzlich zu diesen Effekten spielt beim Cs-137 noch die **Röntgenlinie** eine Rolle bei der Zusammensetzung des Spektrums. Diese ist bei niedriger Energie feststellbar und liegt bei $E_{rönt,1} = 32 \text{ keV}$. Erzeugt wird sie durch das durch den Zerfall von Cs-137 zu Ba-137 erzeugte Element, welches von einem angeregten Zustand in den unangeregten Zustand übergeht. Dabei wird die freiwerdende Energie an ein kernnahes Elektron abgegeben. Rückt ein äußeres Elektron an seine Stelle, wird ein Photon emittiert. Bei einer Energie von $E_{rönt,2} = 76,6 \text{ keV}$ kann die zweite Röntgenlinie detektiert werden, sobald der Detektor durch Blei abgeschirmt wird. Es wird ein Elektron mit dieser Energie $E_{rönt,2}$ durch den Photoeffekt herausgelöst.

Kombiniert man diese einzelnen Effekte zu einem gemeinsamen Spektrum, nimmt es folgende Form an.



Die gestrichelte Linie stellt wieder den realen Verlauf dar, den wir am Detektor erwarten.

Theoretische Werte der Spektren

Im Versuch werden wir die Spektren von Cs-137, Na-22 und Co-60 aufnehmen und untersuchen. Für diese drei γ -Strahler sollen daher die theoretischen Werte der erwarteten Peaks berechnet werden. Hierfür

nutzten wir die angegebenen Energien E_{γ} der γ -Quanten aus der Vorbereitungsmappe und die Gleichungen (1) und (2) für die Comptonkante E_C und den Rückstreupeak E_R . In nachstehender Tabelle sind die Werte aufgelistet.

lsotop	Peak	E _γ in keV	E _c in keV	E _R in keV
Cs-137	1	662	478	184
Co 60	1	1178	968	210
CO-00	2	1333	1119	214
No 22	1	511	341	170
ING-22	2	1275	1062	213

Statistik

Unschärfe

Nach der bereits diskutierten Theorie des γ -Spektrums wären eigentlich scharfe Peaks in der Aufnahme zu erwarten. Allerdings handelt es sich in der Realität nur um eine statistische Verteilung um den erwarteten Peak. Grund dafür ist die begrenzte Energieauflösung des Detektors, welche der Halbwertsbreite eines Peaks entspricht.

Statistische Auswertung

Da der radioaktive Zerfall kein kontinuierlicher Zerfall ist, sondern sich lediglich wie ein stochastischer Prozess verhält, müssen wir ihn entsprechend mit stochastischen Methoden beschreiben. Es werden von mehreren Proben viele Spektren aufgenommen um eine ausreichend statistische Verteilung zu erreichen. Für die weitere Auswertung verwenden wir folgende Formeln, um die Fülle der Messergebnisse zusammenzufassen.

Mittelwert:

$$x_m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

Standardabweichung:

$$s = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} (x_i - x_m)^2}$$

Mittelwert der Standardabweichung:

$$s_m = \frac{s}{\sqrt{N}}$$

Gauß- und Poissonverteilung

Die Gauß- und Poissonverteilung sind Wahrscheinlichkeitsverteilungen, die zur überprüfung unserer Messergebnisse herangezogen werden. Die Gaußverteilung, auch Normalverteilung genannt, ist eine kontinuierliche Verteilung, die durch folgende Funktion beschrieben wird:

$$f_{\text{Gauß}}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi s}} e^{-\frac{1}{2}(\frac{x-x_m}{s})^2}$$

Die Kurve ähnelt dabei einer Glocke.

Die Poissonverteilung hingegen ist eine diskrete Verteilung, beschrieben durch die Vorschrift:

$$P_{\text{Poisson}}(n) = \frac{(x_m)^n}{n!} e^{-x_m}$$

In der Auswertung werden wir überprüfen, welche dieser beiden Verteilungen am ehesten mit unseren Messwerten übereinstimmt.

χ^2 -Test

Nach der Aufnahme der Messreihen werden wir jeden Kanal in mehrere Klassen einteilen. Jede Klasse sollte, je nach verwendeter Quelle, eine Häufigkeit von 1-5 besitzen, damit wir den χ^2 -Test durchführen können. Mit diesem können wir überprüfen, ob sich unsere Klassenverteilung der Messwerte mit der Gauß- oder der Normalverteilung deckt. Man betrachtet dabei die Größe χ^2

$$\chi^{2} = \sum \frac{(a_{i} - e_{i})^{2}}{e_{i}}$$
(3)

 a_i bezeichnet dabei den gemessenen Wert, e_i den Wert in der theoretischen Kurve. Die Größe χ^2 wird schließlich mit dem Freiheitsgrad f verglichen. Für diesen gilt:

$$f = k - 1 - n \tag{4}$$

Hier bezeichnet k die Anzahl der Klassen, n die Zahl der geschätzten Parameter, welche in unserem Falle 1 beträgt. Liegt der Wert von χ^2 unter dem Wert von k, so kann die Verteilung der Theorie entsprechen, ansonsten wird sie verworfen. Mit Hilfe verfügbarer Tabellen kann die Wahrscheinlichkeit bestimmt werden, ob eine der beiden theoretischen Verteilungen für unsere Messung verwendbar ist.

Moseleysches Gesetz

Mit dem Moseleyschen Gesetz kann die Lage der K_{α} -Röntgenlinie in einem Spektrum beschrieben werden. Wenn ein Elektron von der L-Schale zur K-Schale übergeht, wird ein Photon erzeugt, welches genau dieser Frequenz $\nu_{K_{\alpha}}$ entspricht. Das Gesetz lautet:

$$\nu_{K_{\alpha}} = \nu_R (Z - 1)^2 \cdot \frac{3}{4}$$
(5)

Hier bezeichnet ν_r die Rydberg-Frequenz, sie ist mit $\nu_r = 3,29 \cdot 10^{15}$ Hz angegeben.

Aufgabe 1: Aufnahme diverser Spektren

Aufgabe 1.1: Spektrum von Cs-137 im Einkanalbetrieb

In dieser Teilaufgabe soll das Impulshöhenspektrum der γ -Strahlung von Cs-137 aufgenommen werden. Dazu verwenden wir einen Impulshöhenanalysator im Einkanalbetrieb. Die Datenerfassung erfolgt mit dem Programm CASSY. Um den dynamischen Bereich des Detektors, in welchem er Signaländerungen liefert, voll auszunutzen, soll die Spannung am SEV und die Software-Verstärkung geeignet eingestellt werden. Dazu variieren wir die Einstellungen des SEV und betrachten das Ausgangssignal am Oszilloskop. Eine brauchbare Einstellung wurde dann erreicht, wenn die Signale der höchsten γ -Linie noch nicht in Sättigung bei etwa 900 V gehen. Außerdem sollte eine Messdauer von 10 s pro Kanal gewählt werden und der Abstand zwischen Strahlungsquelle und Szintillator so gewählt werden, dass die Zählrate im Vielkanalmodus mindestens 1000 $\frac{1}{s}$ beträgt.

Aufgabe 1.2: Spektrum von Cs-137, Na-22 und Co-60 im Vielkanalbetrieb

Nachdem wir eine Messung im Einkanalbetrieb durchgeführt haben, wollen wir nun auch den Vielkanalbetrieb, den 1024-Kanalbetrieb, wechseln. Mit diesem werden wir das γ -Spektrum von Cs-137, Na-22 und Co-60 aufnehmen. Zusätzlich soll noch das Untergrundspektrum aufgenommen werden, was durch eine Messung ohne Quelle durchgeführt werden kann. Dies ist nötig, um eventuell mögliche Reststrahlung im Raum aus den anderen Spektren herauszufiltern.

Während allen Messungen soll hier der dynamische Detektorbereich von Co-60 verwendet werden, welcher bei 1333 keV liegt. Durch Variation des Abstandes zwischen Quelle und Detektor soll wieder die Zählrate auf einen Wert von $1000 \frac{1}{s}$ bis $1500 \frac{1}{s}$ gebracht werden. Diese soll bei allen drei verwendeten Proben möglichst gleich sein.

Aufgabe 1.3: Deutung der aufgenommenen Spektren

In der letzten Teilaufgabe sollen die aufgenommenen Impulshöhenspektren mit den verschiedenen Wechselwirkungsprozessen aus den theoretischen Grundlagen verglichen werden. Dazu soll zunächst eine Energieskalierung anhand des Photopeaks von Cs-137 durchgeführt werden. Anschließend sollen die Peaks den bereits theoretischen berechneten Peaks zugeordnet werden und entsprechen beschriftet werden. Die zu erwartende Verschmierung der Peaks wurde bereits in den theoretischen Grundlagen erläutert.

Wir wollen außerdem die Anzahl der Elektronen n_e abschätzen, die bei einem Impuls, welcher zu diesem Peak beiträgt, von der Photokathode emittiert werden. Dazu nutzen wir den Photopeak von Cs-137 aus. Die Anzahl der Elektronen hängt mit der Auflösung des Detektors zusammen und es gilt:

$$n_e = \left(\frac{E}{\Delta E}\right)^2 \tag{6}$$

E bezeichnet hier die Energie des Photopeaks, ΔE die Halbwertsbreite des Peaks von Cs-137.

Schließlich soll die Linearität der Apparatur überprüft werden. Dazu vergleichen wir die Abweichungen zwischen den berechneten und den gemessenen Peaks aller drei Spektren und versuchen eine Gesetzmäßigkeit der Abweichungen zu erkennen.

Aufgabe 2: Aktivität von Cs-137

Um die Aktivität von Cs-137 zu bestimmen, messen wir bei verschiedenen Abständen d die Anzahl der Impulse N, die von der Quelle im Zeitintervall Δt abgegeben werden. Die Messung erfolgt wieder mit dem Programm CASSY. Ebenfalls soll jeweils die Totzeit t_A gemessen werden. Mit Hilfe dieser Werte und der Nachweiswahrscheinlichkeit p aus Abbildung 4 der Vorbereitungshilfe können wir auf die Aktivität A schließen. Je nach Stärke der bereits bestimmten Hintergrundstrahlung sollte diese in der Auswertung berücksichtigt werden.

Es werden drei Korrekturen der Messwerte nötig sein, um auf genaue Ergebnisse zu kommen. Zunächst die Korrektur der Totzeit t_A . Die Totzeit ist jene Zeit, in welcher der Detektor zwischen zwei Impulsen keinen weiten Impuls registrieren kann. Da neben der Strahlung der Cs-137 Quelle auch die Hintergrundstrahlung von Relevanz ist, muss ein zweiter Korrekturfaktor eingeführt werden. In Aufgabe 1 haben wir

die Zählrate λ der Hintergrundstrahlung bestimmt, diese wird nun hier verwendet. Der dritte Korrekturfaktor ergibt sich daher, dass nicht die gesamte Strahlung der Quelle im Detektor aufgefangen werden kann. Man führt daher die Nachweiswahrscheinlichkeit q ein. Je nach Abstand d und Energie E kann der Wert für q am Detektor abgelesen werden.

Schließlich ergibt sich der Wert der Aktivität zu

$$A = \frac{N - t\lambda}{t q \left(1 - \frac{t_A}{100}\right)} \tag{7}$$

Die Messung soll mindestens für drei verschiedene Abstände der Quelle erfolgen und schließlich der Mittelwert der Aktivität berechnet werden.

Aufgabe 3: Röntgenemission

Mittels der Cs-137-Quelle kann man an schweren Materialien mit hoher Ordnungszahl Z Röntgenemission erzeugen. Das zu untersuchende Material wird dabei direkt auf den Szintillator gelegt. Die Messgenauigkeit bei niedrigen Energien kann durch Erhöhen der Detektorspannung erhöht werden. Der Peak selbst soll durch einen Gaußfit bestimmt werden.

Aufgabe 3.1: Energiekalibrierung anhand der Ba- und Pb- K_{α} -Röntgenlinie

Damit wir von der Kanalnummer auf die zugehörige Energie schließen können, muss zunächst eine Energiekalibrierung durchgeführt werden. Dazu nutzen wir die Ba- und Pb- K_{α} -Röntgenlinien aus. Die Energien hierfür sind bekannt (Ba: 32, 1 keV, Pb: 74, 2 keV). Mit dem Programm CASSY fitten wir eine Gaußkurve durch die beiden aufgenommenen Röntgenpeaks und bestimmen deren Maxima. Nun können wir ein Energie-Kanal-Schaubild erstellen und eine Ausgleichsgerade durch die beiden Punkte legen. Die Gleichung der linearen Regression bietet uns nun die Möglichkeit, einer beliebigen Kanalnummer eine Energie zuzuordnen.

Wir werden die Röntgenpeaks weiterer Elemente bestimmen und über die Geradengleichung auf deren Energie schließen. Weiterhin sollen die Energien über das Quadrat der Ordnungszahl Z aufgetragen werden. Nachdem wir eine Ausgleichsgerade durch die Punkte gelegt haben, können wir durch den linearen Zusammenhang zwischen Z^2 und E nach dem Moseleyschen Gesetz (5) auf die Kernladungszahl unbekannter Elemente schließen.

Aufgabe 3.2: Bestimmen eines unbekannten Elements

Wir werden den Röntgenpeak eines unbekannten Elementes aufnehmen und über die eben aufgestellte Geradengleichung auf seine Kernladungszahl schließen. In der Versuchsmappe liegt eine Tabelle bei, welche die Proben und ihre Kernladungszahlen auflistet. Anhand dieser können wir dann auf das untersuchte Element schließen.

Aufgabe 4: Statistik

Aufgabe 4.1: Statistische Verteilung gemessener Ereigniszahlen

In dieser Teilaufgabe soll die statistische Verteilung bei einer häufig wiederholten Messung der Hintergrundstrahlung unter gleichen Bedingungen untersucht werden. Wir führen eine Vielkanalmessung mit 256 Kanälen durch. Die Messzeit der 150 Messungen soll dabei jeweils 1 Sekunde betragen. Es ist zu erwarten, dass die Peaks alleine von der Statistik des radioaktiven Zerfalls abhängen. Es sollen zwei Stichproben mit je 150 Zahlen gebildet werden, indem

- die Zählrate aus einem Teil eines Spektrums aufintegriert wird, damit der Mittelwert der 150 Summen etwa 3 beträgt
- die Gesamtzählrate der einzelnen Spektren verwendet wird

Aufgabe 4.2: Mittelwert und Standardabweichung

Es sollen der Mittelwert, die Standardabweichung und deren Mittelwert unserer Messwerte bestimmt werden. Dabei soll überprüft werden, ob die Standardabweichung der Messwerte gleich der Wurzel aus dem Mittelwert entspricht. Ist das der Fall, so entspricht unsere Messwertverteilung der Poissonverteilung.

Aufgabe 4.3: Häufigkeitsverteilung der Stichproben

Die Häufigkeitsverteilungen der beiden Stichproben sollen graphisch aufgetragen werden. Es soll anschließend eine passende Gauß- sowie Poissonverteilung über die Messwerte gelegt werden. Durch den Vergleich der beiden Kurven mit den Messwerten kann man nun darauf schließen, welche der beiden Verteilungskurven zutreffender ist. Bei großen Mittelwerten x_m kann die Poissonverteilung durch die Gaußverteilung ersetzt werden.

Aufgabe 4.4: Überprüfung mit dem χ^2 -Test

Abschließend soll mit Gleichung (3) das χ^2 der einzelnen Stichproben bestimmt werden und so auf die Verwendbarkeit von Gaus- bzw. Poissonverteilung geschlossen werden.

Quellenverzeichnis

Abbildung Compton-Effekt, Photoeffekt, Paarbildung, Szintillationszähler, Photomultiplier Eichler, Kronfeldt, Sahm: Das neue physikalische Grundpraktikum

Spektrum des Photoeffekts, des Comptoneffekts und deren Kombination

http://www.physik.rwth-aachen.de/fileadmin/user_upload/www_physik/Institute/Inst_3B/Lehre/ Praktikum/Versuchsanleitungen/versuch_02.pdf, abgerufen am 23.06.2012

Eichler, Kronfeldt, Sahm: Das neue physikalische Grundpraktikum

Vorbereitungsmappe

Physikalisches Anfängerpraktikum P2

Versuch: P2-72,73,83 Gamma-Spektroskopie und Statistik

Auswertung

von

Georg Fleig (georg@leech.it) Marcel Krause (mrrrc@leech.it)

Gruppe: Di-11

Datum der Versuchsdurchführung: 26.06.12

Aufgabe 1: Aufnahme diverser Spektren

Aufgabe 1.1: Spektrum von Cs-137 im Einkanalbetrieb

Zunächst wollten dir das Spektrum der Cs-137-Probe im Einkanalbetrieb untersuchen. Allerdings unterstützte die neueste Version von CASSY Lab, der von uns genutzten Software zur Datenauswertung, den Einkanalbetrieb nicht mehr. Daher wurde auf die Durchführung dieser Messung verzichtet. Eine weitere Auswertung ist daher hinfällig.

Aufgabe 1.2: Spektrum von Cs-137, Na-22 und Co-60 im Vielkanalbetrieb

Ziel der Aufgabe war es zunächst, das Impulshöhenspektrum der γ -Strahlung von Cs-137, Na-22 sowie von Co-60 aufzunehmen. Weiter sollten wir auch das Untergrundspektrum aufnehmen, welches sich ergab, wenn wir die Messung blind, also ohne eingespannte Probe, durchführten. Da unsere Apparatur während der Bearbeitung der ersten Aufgabe noch defekt war, haben wir diesen Versuch gemeinsam mit der Gruppe Di-01 durchgeführt.

Wir haben CASSY Lab auf den 1024 Kanalbetrieb eingestellt und zunächst die Probe mit der höchstenergetischen Strahlung, Co-60, eingespannt. Mit Hilfe eines Reglers konnten wir die Beschleunigungsspannung U_A am Photomultiplier verändern, sodass sich unterschiedliche Signalverstärkungen ergaben. Wir haben für die gesamte Messung in Aufgabe 1 die Spannung $U_A = 602$ V eingestellt.

In CASSY Lab selbst haben wir noch eine zusätzliche Software-Verstärkung auf den Faktor 10, 24 eingestellt. Auf diese Weise ergab sich ein Spektrum des Co-60, bei dem der Photopeak noch innerhalb des untersuchten Messbereichs lag. Für alle weiteren Messungen an den anderen Proben konnten wir diese Einstellungen beibehalten, da diese nur energetisch niedrigere Strahlung lieferten, sodass uns keine Informationen verloren gingen.

Die effektive Zählrate bei Co-60 betrug im Mittel $891, 47 \,\mathrm{s}^{-1}$, welche uns als Referenz für die beiden anderen Proben diente. Wir variierten bei diesen den Abstand zwischen dem Szintillator und der Probe (und damit auch direkt die Zählrate) so, dass sich auch bei Na-22 und Cs-137 Zählraten zwischen $850 \,\mathrm{s}^{-1}$ und $900 \,\mathrm{s}^{-1}$ ergaben. Die Totzeit der einzelnen Messungen konnte ebenfalls direkt in CASSY Lab abgelesen werden. Wir haben alle Werte der Messungen in nachfolgender Tabelle zusammengetragen.

	Co-60	Na-22	Cs-137	Hintergrund
Zählrate in s ⁻¹	891,47	864,08	884,06	30,85
Relative Totzeit	7%	6,50%	6,50%	0%

Der nachfolgende Graph zeigt alle aufgenommenen Spektren in einem gemeinsamen Diagramm. CASSY Lab hat dabei die Zählrate N_A über dem Kanal n_A aufgetragen.



Man sieht in dem Graphen sehr schön, dass die sich einstellende Zählrate der Untergrundstrahlung sehr gering im Vergleich zu den Zählraten der Proben ausfällt. Wir beschließen daher, auch nach Absprache mit unserer Betreuerin, den Einfluss der Untergrundstrahlung auf die Messungen zu vernachlässigen.

Aufgabe 1.3: Deutung der aufgenommenen Spektren

In der nachfolgenden Diskussion wollen wir die oben dargestellten Spektren weiter analysieren und auch im Einzelnen betrachten. Dazu mussten wir zunächst eine Energiekalibrierung durchführen, denn die x-Achse war oben noch in Kanaleinteilung. Es wurden bereits in der Vorbereitung die theoretischen Kennwerte der einzelnen Spektren dargestellt. Zur Kalibrierung nutzten wir den theoretischen Energiewert E_{γ} des Photopeaks, der für Cs-137 bei $E_{\gamma} = 662 \text{ keV}$ liegt.

Wir haben mit Hilfe von CASSY Lab die Kanalnummer des Photopeaks bestimmt und obige Energie diesem Kanal zugeordnet. Als zweiten Fixpunkt haben wir den Energiewert E = 0 für den nullten Kanal übergeben. Damit konnten wir nun eine auf Cs-137 basierende Energieskala in jedes Schaubild ziehen und die x-Achse entsprechend auf Energien umwälzen. Dies erleichterte uns die weitere Analyse der einzelnen Spektren.

Aufgabe 1.3.1: Spektrum von Co-60

Zunächst untersuchen wir das Spektrum der Co-60-Strahlungsquelle, welches nachfolgend abgebildet ist.



Im Schaubild lassen sich sehr schön einige charakteristische Punkte, wie die beiden zu erwartenden Photopeaks und Comptonkanten, erkennen. Eigentlich hätten wir auch zwei Rückstreupeaks erwartet. Diese liegen jedoch, wie man den theoretischen Werten entnehmen kann, so nah beieinander, dass sie verschmieren und nicht mehr getrennt zu erkennen sind.

Nachfolgend sind die von uns direkt mit CASSY Lab aufgenommenen Werte zusammen mit den theoretisch erwarteten abgedruckt. Dabei ist insbesondere zu den Comptonkanten zu sagen, dass die von uns gemessenen Werte nur als grobe Schätzung verstanden werden dürfen, da der genaue Verlauf der Kante ebenfalls verschmiert war.

Art des Peaks	E _{mess} in keV	E _{theor} in keV	Abweichung
Rückstreupeak 1	233,2	184,0	26,74%
Rückstreupeak 2	233,2	210,0	11,05%
Comptonkante 1	923,0	968,0	-4,65%
Comptonkante 2	1056,3	1119,0	-5,60%
Photopeak 1	1146,5	1178,0	-2,67%
Photopeak 2	1299,2	1333,0	-2,54%

Die Abweichungen der Comptonkanten und Photopeaks sind im Rahmen der Messgenauigkeit akzeptabel. Die große Abweichung bei den Rückstreupeaks kommt, wie bereits oben erwähnt, daher, dass wir nur einen einzelnen Peak anstatt den zwei erwarteten auflösen konnten. Dadurch weicht der von uns bestimmte Wert deutlich von beiden theoretischen Energien der Rückstreupeaks ab.

Aufgabe 1.3.2: Spektrum von Na-22

Anschließend haben wir das Spektrum von Na-22 untersucht, welches im nachfolgenden Graphen abgedruckt ist.



Auch bei Na-22 waren also alle relevanten Punkte, mit Ausnahme der Rückstreupeaks, die wieder zu einem einzelnen Peak verschmierten, zu erkennen. Wir haben die im Graphen dargestellten, charakteristischen Punkte noch in einer Tabelle abgedruckt.

Art des Peaks	E _{mess} in keV	E _{theor} in keV	Abweichung
Rückstreupeak 1	194,3	170,0	14,29%
Rückstreupeak 2	194,3	213,0	-8,78%
Comptonkante 1	340,1	341,0	-0,26%
Comptonkante 2	1024,4	1062,0	-3,54%
Photopeak 1	517,7	511,0	1,31%
Photopeak 2	1234,0	1275,0	-3,22%

Die Messgenauigkeit war noch höher als bei Co-60. Die relativ große Abweichung bei den Rückstreupeaks erklären wir uns wieder dadurch, dass die zwei vorhandenen Peaks zu einem verschmieren und von uns daher nur äußerst ungenau aufgenommen werden konnten.

Aufgabe 1.3.3: Spektrum von Cs-137

Auch das Spektrum von Cs-137 wurde von uns genauer analysiert. Es zeigte sich in CASSY Lab der nachfolgende Graph.



Die relevanten Stellen waren erneut sehr schön zu sehen. Im Spektrum von Cs-137 existieren jeweils nur eine Comptonkante, ein Rückstreu- sowie ein Photopeak, dafür gibt es noch einen Röntgenpeak, wie wir es in der Vorbereitung bereits diskutierten. Wir haben wieder die einzelnen Werte in einer Tabelle dargestellt und den theoretischen Werten gegenüber gestellt.

Art des Peaks	E _{mess} in keV	E _{theor} in keV	Abweichung
Röntgenpeak	41,6	32,0	30,00%
Rückstreupeak	205,4	184,0	11,63%
Comptonkante	474,7	478,0	-0,69%
Photopeak	661,7	662,0	-0,05%

Insbesondere der Röntgenpeak und der Rückstreupeak konnten nur sehr ungenau gemessen werden. Wir vermuten daher, dass diese auch stark verschmierten, wodurch sich die große Abweichung erklären ließe.

Aufgabe 1.3.4: Anzahl der Elektronen

Wir wollen nun die Anzahl n_e der von der Photokathode emittierten Elektronen bestimmen. Dazu nutzen wir die in der Vorbereitung dargestellte Gleichung

$$n_e = \left(\frac{E}{\Delta E}\right)^2$$

wobei E die Energie des Photopeaks und ΔE die Halbwertsbreite des Peaks bezeichnen. Die Halbwertsbreite ergibt sich aus dem oben abgedruckten Graphen durch Ablesen. Wir erhalten so:

$$\Delta E\approx 50\,{\rm keV}$$

Setzen wir dies sowie E = 661, 69 keV aus Aufgabe 1.3.3 in obige Formel, so kommen wir auf:

$$n_e \approx 175$$

Dies stellt gleichzeitig ein Maß für die Auflösung des Detektors dar.

Aufgabe 1.3.5: Linearität der Apparatur

Wir wollen abschließend die Linearität der Apparatur überprüfen. Wir haben dazu alle theoretischen Energiewerte E_{theor} über allen experimentell bestimmten Werte E_{exp} aus den Aufgaben 1.3.1 bis 1.3.3 in einem Diagramm aufgetragen. Dabei ergab sich der nachfolgend dargestellte Verlauf.



Man sieht schön, dass der Zusammenhang zwischen den experimentellen und theoretischen Werten einer linearen Gesetzmäßigkeit folgt. Die Apparatur scheint also keinen ausgezeichneten Betriebsbereich zu haben, sondern arbeitet in allen Bereichen homogen. Sie ist also linear.

Aufgabe 2: Aktivität von Cs-137

Ziel der nächsten Aufgabe war es nun, die Aktivität von Cs-137 zu bestimmen. Dazu haben wir in sieben verschiedenen Abständen d mit Hilfe von CASSY Lab die Anzahl der Impulse N innerhalb des Zeitintervalls $\Delta t = 100$ s gemessen. Weiter haben wir uns vom Programm auch stets die Totzeit t_A anzeigen lassen.

Zusätzlich zu den von uns so aufgenommenen Messwerten benötigen wir auch die Nachweiswahrscheinlichkeit *p*, die sich über Abbildung 4 in der Vorbereitungshilfe ergibt. Dazu sucht man in diesem Graphen den Schnittpunkt der bekannten Strahlungsenergie von Cs-137 mit dem jeweils eingestellten Abstand und liest horizontal davon links die Nachweiswahrscheinlichkeit ab.

Mit allen so bekannten Werten können wir, wie in der Vorbereitung diskutiert, über

$$A = \frac{N - \Delta t \cdot \lambda}{\Delta t \cdot q \left(1 - \frac{t_A}{100}\right)}$$

die Aktivität bestimmen. Dabei bezeichnet λ den Korrekturfaktor für die Hintergrundstrahlung, die wir hier allerdings vernachlässigen. Außerdem ist die Totzeit von CASSY Lab nicht als Absolutwert sondern als relativer Wert angegeben und in der Berechnung nutzen wir statt der Gesamtzahl N der Impulse die effektive Zählrate R_A mit $N = R_A \cdot \Delta t$. Daher ergibt sich unsere Bestimmungsgleichung zu:

$$A = \frac{R_{\rm A}}{q\left(1 - t_A\right)}$$

Alle von uns aufgenommenen Werte sowie die daraus berechneten Aktivitäten finden sich in nachfolgender Tabelle wieder.

d in cm	р	R _A in s ⁻¹	t _A in %	A in s ⁻¹
0	0,18	6049	45	6,1E+04
1	0,05	3629	27	9,9E+04
2	0,022	1867	13	9,8E+04
3	0,015	1190	9	8,7E+04
6	0,004	496	3	1,3E+05
10	0,0017	240	2	1,4E+05
15	0,0008	133	1	1,7E+05

Da die Aktivität in unserer Messung offensichtlich stark vom Abstand der Probe abhängt, macht die Bildung eines Mittelwerts hier keinerlei Sinn, da sich dies der physikalischen Logik entzieht. Es sei daher darauf verzichtet, Ausgleichswerte zu berechnen.

Aufgabe 3: Röntgenemission

Wir regten mit der Cs-137-Quelle verschiedene Elemente zur Röntgenemission an. Dazu legten wir die Probe direkt auf den Szintillator und positionierten darüber die Strahlungsquelle.

Aufgabe 3.1: Energiekalibrierung anhand der Ba und Pb- K_{α} Röntgenlinie

Zunächst mussten wir eine Energiekalibrierung durchführen, damit wir aus der Kanalzahl auf eine Energie schließen können. Dazu untersuchten wir die K_{α} -Linien von Ba und Pb. Als manuelle Verstärkung wählten wir $U_A = 647$ V und als Softwareverstärkung den Faktor 19,93. Mittes Vielkanalmessung bestimmten wir die Position der Röntgenpeaks der beiden Stoffe. Da uns die Energien dieser Peaks bereits gegeben sind, können wir die Energiekalibrierung durch Auftragen von Energie über Kanal durchführen. CASSY lieferte uns für die Peaks die Werte

$$k_{Ba} = 76,54$$
 und $k_{Pb} = 170,62$

Die zugehörigen Energien liegen bei

$$E_{\text{rönt,Ba}} = 32, 1 \,\text{keV}$$
 und $E_{\text{rönt,Pb}} = 74, 2 \,\text{keV}$

Im nachstehenden Schaubild wurde die Energie über den Kanal geplottet und eine Ausgleichsgerade durch die Punkte gelegt.



Mit der so gewonnenen Geradengleichung

$$y(k) = 0,4475 \ k - 2,151 \tag{(*)}$$

können wir nun jedem Kanal eine Energie zuordnen.

Weiterhin wird noch eine Energiekalibrierung für das Quadrat der Kernladungszahl Z durchgeführt. Die Kernladungszahlen von Ba und Pb sind

$$Z_{\text{Ba}} = 56$$
 und $Z_{\text{Pb}} = 82$

Die Energie des Röntgenpeaks über Z^2 aufgetragen liefert folgendes Schaubild:



Hier erhalten wir als Geradengleichung

$$y(Z) = 0,0117 \ Z^2 - 4,6964 \tag{(**)}$$

Damit ist die Energiekalibrierung abgeschlossen.

Aufgabe 3.2: Bestimmen eines unbekannten Elements

Wir wählten verschiedene Proben und bestrahlten diese ebenfalls mit der Cs-137-Quelle um sie zur Röntgenstrahlung anzuregen. Die Proben waren lediglich mit den Buchstaben B, C, und D beschriftet.

Es galt, das sich dahinter verbergende Element herauszufinden. Wir bestimmten wieder mit CASSY den Kanal des Röntgenpeaks der jeweiligen Proben. Durch Einsetzen des Wertes in die Geradengleichung (*) erhielten wir direkt die zugehörige Energie. Diese wiederum haben wir mit den Energien in der entsprechenden Tabelle aus dem Versuchsblatt verglichen. So konnten wir auf den tatsächlichen Stoff schließen, welcher in der Apparatur untersucht wurde. In der Tabelle sind die Messwerte sowie die Energien und das tatsächliche Element aufgelistet.

Probe	Kanal	E _{rönt,exp} in keV	Element	E _{rönt,theo} in keV	ΔE in keV
В	132,5	57,14	Та	57,10	0,04
C	139,6	60,32	W	58 <i>,</i> 80	1,52
D	158,0	68,55	Au	68,10	0,45

Die Abweichungen zwischen den gemessenen Energien und den theoretischen Energien sind relativ gering. Wir konnten daher problemlos auf das Element der Probe schließen.

Wären die Energien der Röntgenpeaks nicht gegeben gewesen, könnte man außerdem über den einigermaßen linearen $E - Z^2$ -Zusammenhang auf die Kernladungszahl der Probe schließen und so auch auf das Element. Die dafür nötige Kalibrierung wurde bereits durchgeführt. Setzen wir die gefundenen Energien $E_{rönt,exp}$ als y-Wert in die Geradengleichung (**) ein, können wir so auf die Kernladungszahl Z schließen. Nachstehend sind die Werte tabellarisch aufgelistet.

Probe	E _{rönt,exp} in keV	Z _{exp}	Element	Z _{theo}	ΔZ
В	57,1	72,70	Та	73	0,30
C	60,3	74,55	W	74	0,55
D	68,6	79,12	Au	79	0,12

Bei dieser Methode waren die Abweichungen zwischen den Kernladungszahlen sogar noch geringer. Wieder konnten wir auf die tatsächlichen Elemente schließen. Die Methode weißt aber eine gewisse Ungenauigkeit auf, welche sich anhand der ungeraden experimentellen Kernladungszahlen zeigt.

Aufgabe 4: Statistik

Aufgabe 4.1: Statistische Verteilung gemessener Ereigniszahlen

In dieser letzten Aufgabe sollten wir das Spektrum der Hintergrundstrahlung aufnehmen. Dies geschah im Modus der Vielkanalmessung mit 256 Kanälen. Die Messzeit betrug eine Sekunde, wobei die Messung 150 mal wiederholt wurde. Die manuelle Verstärkung am SEV wurde auf $U_A = 602$ V gestellt, die Softwareverstärkung hatte den Faktor 17,92. Mit diesen Einstellungen wurde eine breite Verteilung der Peaks im Spektrum erreicht, die gleichzeitig nicht zu hoch waren. Die Einträge waren nicht vorhersehbar, sondern hingen lediglich von der Statistik des radioaktiven Zerfalls ab. Man könnte dieses System beispielsweise als Zufallsgenerator verwenden.

Als Ergebnis der Messung erhielten wir eine Ausgabedatei mit 150 Spalten und 256 Zeilen, welche der Anzahl der Messungen bzw. der Kanäle entsprach.

Aus den Messreihen erstellten wir zwei Stichproben. Stichprobe *A* setzt sich aus den Summen der Spalten von Kanal 45-59 zusammen. So beträgt die Summe über die einzelnen Spalten im Schnitt etwa 3. Stichprobe *B* besteht aus den Summen der Spalten aller Kanäle.

Aufgabe 4.2: Mittelwert und Standardabweichung

Es sollen der Mittelwert x_m , die Standardabweichung s und der Standardabweichung des Mittelwerts s_m für die beiden Stichproben bestimmt werden. Dazu griffen wir auf die Formeln aus der Vorbereitung zurück. In nachstehender Tabelle befinden sich die berechneten Werte.

	Stichprobe A	Stichprobe B
Mittelwert	3,047	22,887
Standardabweichung	1,758	6,010
Wurzel des Mittelwerts	1,745	4,784
Std.abw. des Mittelwerts	0,110	0,376
Min	0	10
Max	8	40

Stimmen die Wurzel des Mittelwertes und die Standardabweichung in etwa überein, so ist dies ein Hinweis dafür, dass die Stichprobe der Poissonverteilung folgt. Für Stichprobe A trifft das sehr gut zu, bei Stichprobe B gibt es hingegen eine größere Abweichung.

Aufgabe 4.3: Häufigkeitsverteilung der Stichproben

Um die Häufigkeitsverteilung der Stichproben graphisch darzustellen, werden diese in sogenannte Klassen eingeteilt. Dabei entsprechen die verschiedenen Impulsgrößen den Werten der Klassen. Ihnen wird nun eine Häufigkeit aus der Messung zugeordnet. Beträgt die Häufigkeit einer Klasse weniger als drei, so werden zwei Klassen zusammengefasst. Anschließend wird in einem Schaubild die Häufigkeit über den Klassen aufgetragen und so ein Histogramm erzeugt. Zusätzlich werden wir noch mit Hilfe der Gleichung aus der Vorbereitung die zugehörige Poisson- und die Gaußverteilung im selben Schaubild darstellen. In der folgenden Tabelle befinden sich die Klassen mit ihren zugehörigen Häufigkeiten aufgelistet. Die Klassen wurden bei Stichprobe B teilweise schon zusammengefasst, bei Stichprobe A war das nicht nötig.

Stichprobe A	
Klasse	Häufigkeit
0	6
1	24
2	38
3	24
4	26
5	17
6	10
7	5

Stichprobe B	
Klasse	Häufigkeit
12	3
13	6
14	4
15	3
16	5
17	8
18	11
19	10
20	5
21	13
22	7
23	7
24	4
25	16
26	6
27	7
28	6
29	9
30	3
31	5
32	5
33	4
34	3

Das Histogramm der Stichprobe A:



Wie bereits im vorigen Aufgabenteil vermutet wurde, entspricht die Verteilung der Klassen in etwa der Poissonverteilung. Das Histogramm der Stichprobe B:



Hier treffen beide Verteilungskurven eher weniger zu. Die fehlenden Höhen in der Mitte des Schaubildes sind unerwartet und hätten vielleicht zu einem klareren Bild beigetragen. Aber abgesehen von den beiden Ausreißern rechts des Peaks der Poissonverteilung, lässt sich die Verteilung noch am ehesten ihr zuordnen.

Aufgabe 4.4: Überprüfung mit dem χ^2 -Test

Nachdem wir graphisch die Stichproben mit den Verteilungen verglichen haben, soll dies nun noch mathematisch überprüft werden. Dazu wenden wir den χ^2 -Test an, welcher bereits in der Vorbereitung beschrieben wurde. Wir berechneten χ^2 für die beiden Stichproben und erhielten so die Werte:

$$\begin{split} \chi^2_{\text{A,Gauß}} &= 11,8 \qquad \chi^2_{\text{B,Gauß}} &= 28,1 \\ \chi^2_{\text{A,Poisson}} &= 5,3 \qquad \chi^2_{\text{B,Poisson}} &= 61,2 \end{split}$$

Generell sollten diese Werte möglichst klein sein. Um nun noch einen genaueren Aufschluss über die Güte dieser Zahlen zu bekommen, wird Gleichung (4) für die Freiheitsgrade aus der Vorbereitung verwendet. So ergibt sich:

$$f_A = 8 - 1 - 1 = 6$$
$$f_B = 23 - 1 - 1 = 21$$

Mit Hilfe der Tabelle aus der Vorbereitungsmappe oder dem Online-Rechner unter ¹ kann die Wahrscheinlichkeit berechnet werden, mit der eine theoretische Verteilung für die gemessene Verteilung zutrifft. Wir haben die Wahrscheinlichkeiten P mit dem Online-Rechner berechnet:

$$\begin{aligned} P_{\text{A,Gau}\beta} &= 6.7\% \qquad P_{\text{B,Gau}\beta} &= 13,7\% \\ P_{\text{A,Poisson}} &= 50,6\% \qquad P_{\text{B,Poisson}} &= 0\% \end{aligned}$$

¹http://eswf.uni-koeln.de/glossar/surfstat/chi.htm

Der Test zeigt, dass unsere graphische Einschätzung von Stichprobe A korrekt war, die Poissonverteilung trifft hier zu etwa 50% zu. Bei Stichprobe B scheidet sie nach dem Test allerdings komplett aus. Auch die Gaußverteilung versagt, wie sich bereits im Schaubild erkennen ließ.

Der χ^2 -Test scheint ein sehr strenger Test zu sein, welcher nur bei einer sehr guten Übereinstimmung von Theorie und Praxis gute Werte liefert.