

Physikalisches Anfängerpraktikum - P2

Gamma-Spektroskopie und Statistik
P2-72,73,83

Auswertung von
Tobias Renz und **Raphael Schmager**

Gruppe: **Do-28**

Durchgeführt am 26. April 2012



Versuch P2-72,73,83: Gamma-Spektroskopie und Statistik

Raum F2-19

Bei Experimenten der Kern- und Elementarteilchenphysik ist neben den Fragen nach Art, Ort, Richtung und Zeitpunkt die Frage nach der Energie der auftretenden Strahlung besonders wichtig. Für die γ -Spektroskopie gibt es, wie auch für die anderen Teilchenarten, eine ganze Reihe von Nachweismethoden, von denen die mit Szintillator, Photokathode und Sekundärelektronenvervielfacher (SEV) besonders verbreitet ist. So werden z.B. auch in den Großexperimenten des LHCs am CERN Photonen mit Szintillationszählern vermessen.

In diesem Versuch lernen Sie diese wichtige experimentelle Technik und die zugehörigen elektronischen Geräte kennen. Für das Verständnis der Methode bedarf es der Beschäftigung mit den drei Wechselwirkungsprozessen von γ -Strahlung mit Materie. Schließlich liefern die bei der Szintillationsspektroskopie auftretenden statistischen Vorgänge noch Anlass zu einer etwas eingehenderen Beschäftigung mit statistischen Gesetzmäßigkeiten.

Hinweis: Die Kernphysik-Räume stellen einen innerbetrieblichen Überwachungsbereich dar. Hier gelten nach der Strahlenschutzverordnung besondere Regeln, die unbedingt zu beachten sind. Kernphysikalische Versuche dürfen erst nach Teilnahme an der Strahlenschutzbelehrung (die im Regelfall während der Vorbesprechung zum Praktikum stattfindet) durchgeführt werden. Der Zugang zum Bunker für radioaktive Präparate ist nur den Betreuern gestattet.

Hinweis: Bitte USB-Stick mitbringen, um die Daten zur Auswertung mit nach Hause nehmen zu können.

Aufgaben:

1.1 Messen Sie das Impulshöhenspektrum der γ -Strahlung von Cs-137 im Einkanalbetrieb des Impulshöhenanalysators.

Die Datenerfassung erfolgt über das Vielkanal-Interface des CASSY-LAB Systems. Starten Sie das CASSY Programm und machen Sie sich damit vertraut. Stellen Sie die geeigneten Parameter in dem *Messparameterfenster* ein. Es empfiehlt sich, dieses Fenster für schnelleres Arbeiten weiterhin offen zu halten. Das Bedienungshandbuch des CASSY Systems ist vor Ort vorhanden und liegt auf der Praktikumsseite im Internet in elektronischer Form vor. Zur Durchführung des Versuches ist die Kenntnis der ersten dreißig Seiten von Nutzen und sollten schon zur Versuchsvorbereitung gelesen werden.

Der dynamische Bereich des Detektors soll durch geeignete Einstellung der Betriebsspannung am SEV (*Sehen Sie sich die Ausgangsimpulse des SEV am Oszilloskop an.*) und der Software-Verstärkung möglichst voll ausgenutzt werden. Die Spannung ist gut eingestellt, wenn die Signale der höchsten Gamma-Linie gerade noch nicht in Sättigung gehen ($\sim 900\text{V}$). Das Spektrum ist in eine zweckmäßige Anzahl von Impulshöhenintervallen (z.B. 50 Intervalle) zu zerlegen.

Eine Messdauer von 10 Sekunden pro Intervall (=Kanal, Fenster) ergibt vernünftige Gesamtmesszeiten. Der Abstand zwischen radioaktiver Quelle (γ -Präparat) und Szintillatorvorderfläche wird so gewählt, daß die Zählrate im Vielkanalmodus wenigstens 1000 s^{-1} beträgt. Diese Rate können Sie im Fenster *Eigenschaften* (rechte Maustaste auf den Spektrumsbutton) erkennen. In diesem Fenster können Sie auch gezielt einzelne Spektren löschen.

1.2 Messen Sie das Impulshöhenspektrum der γ -Strahlung von Cs-137, Na-22 und von Co-60 sowie das Untergrundspektrum mit Hilfe des 1024-Kanalbetriebs des Impulshöhenanalysators.

Stellen Sie die Programmparameter in dem *Parameterfenster* entsprechend ein. Der dynamische Detektorbereich soll vom Impulshöhenspektrum der höherenergetischen Strahlung (Co-60, 1173 und 1333 keV), ausgenutzt und unverändert auch bei der Messung an Cs-137 (662 keV) und Na-22 (511 und 1275 keV) benutzt werden.

Das Entstehen eines Impulshöhenspektrums mit der Zeit kann am Bildschirm verfolgt werden. Der Abstand Präparat - Szintillator soll jeweils so gewählt werden, daß die effektive Zählraten für Co-60, Na-22 und Cs-137 etwa gleich sind und 1000/s bis 1500/s betragen. Diese effektive Zählrate (Mittel über alle Kanäle) wird im Fenster *Eigenschaften* angezeigt. Überprüfen Sie, welchen Einfluss das Untergrundspektrum auf die Messung hat, und korrigieren Sie ggf. die Spektren.

Hinweis: Bitte vergessen Sie nicht, auch Zwischenergebnisse abzuspeichern, um etwaigen Datenverlust vorzubeugen.

1.3 Deuten Sie die erhaltenen Impulshöhenspektren aufgrund der verschiedenen Wechselwirkungsprozesse von γ -Strahlung mit Materie.

Dazu ist es zweckmäßig, anhand des Photopeaks von Cs-137 eine Energieskalierung vorzunehmen und dann die gemessenen und die berechneten Energien an Stellen, bei denen Besonderheiten im Impulshöhenspektrum zu erwarten sind, zu vergleichen. **Berechnen Sie dafür bereits in der Vorbereitung die Energien der Comptonkanten.**

Das Programm unterstützt den Benutzer bei der Analyse eines Spektrums: Zeigt der Cursor in das zu analysierende Spektrum und drückt man die rechte Maustaste, so werden verschiedene Analysewerkzeuge angeboten. Zusätzlich können Sie erklärenden Text in die Diagramme einfügen und diese dann ausdrucken.

Diskutieren Sie auch die statistischen Effekte, welche die 'Verschmierung' des erhaltenen Impulshöhenspektrums, besonders deutlich bei den Photopeaks, bewirkt haben. **Schätzen Sie die Anzahl der Elektronen n_e ab**, die bei einem Impuls, der zum Photopeak bei Cs-137 beiträgt, von der Photokathode emittiert wurden. n_e charakterisiert die Auflösung eines Detektors.

Überprüfen Sie die Linearität der Apparatur, indem Sie die Information aus den drei Spektren verwenden. Mit unveränderten Einstellungen können noch Spektren (oder ein Überlagerungsspektrum) mit weiteren radioaktiven Quellen aufgenommen werden. Geeignet sind Am-241 (59,5 keV) und Co-57 (122 keV). Der Betreuer kann Ihnen diese Quellen aushändigen.

2 Bestimmen Sie die Aktivität des Cs-137-Präparats.

Verwenden Sie die Zählraten, die vom Programm berechnet und angezeigt werden, und die Nachweiswahrscheinlichkeit (Diagramm 'Quotient Anzahl der ... Quanten') des benutzten Szintillatorkristalls im gewählten Abstand und bei der betreffenden Strahlungsenergie. Welche Effekte berücksichtigt das Diagramm, wenn bei seiner Verwendung kein weiterer Effekt mehr in die Rechnung einfließen muß? Bei wenigstens drei verschiedenen Abständen Quelle-Szintillatorstirnfläche sollte gemessen und ein Ausgleichswert berechnet werden. Prüfen Sie, ob eine Totzeitkorrektur der Zählraten notwendig ist.

3 Röntgenemission

Verwenden Sie die Cs-Quelle um an Materialien mit schwerem Z Röntgenemission zu erzeugen. Legen Sie dazu die entsprechenden Materialien direkt auf den Szintillator. Erhöhen Sie die Messgenauigkeit für niedrige Energien durch Erhöhen der Detektorspannung. Zur genauen Peakbestimmung sollte der Gaussfit verwendet werden.

3.1 Führen Sie eine Energiekalibration anhand der Ba und Pb – K_{α} Röntgenlinie durch und stellen Sie die gemessene Energie gegen Z^2 für alle vorhandenen Elemente auf (Moseleysches Gesetz, siehe Abbildung).

3.2 Bestimmen Sie anhand Ihres Diagramms das „unbekannte Element“.

4.1 Untersuchen Sie die statistische Verteilung von gemessenen Ereignisanzahlen bei häufig wiederholter Messung von Untergrundstrahlung unter stets gleichen Bedingungen.

Wählen Sie dazu im *Parameterfenster*: *Vielkanalmessung*, 256 Kanäle und *wiederholende Messung* bei einer Messzeit von 1 Sekunde. Nehmen Sie einen statistischen Daten-Pool von mindestens 150 Spektren auf.

Sie erhalten eine Tabelle mit 150 Spalten (Spektren) und 256 Zeilen (Kanäle, Energieintervalle). Keiner der Einträge ist vorhersagbar sondern hängt nur von der Statistik des radioaktiven Zerfalls ab, der einen natürlichen Zufallsgenerator darstellt.

Bilden Sie zwei Stichproben mit je 150 Zahlen, indem Sie:

- die Zählrate aus nur einem Teil eines Spektrums aufintegrieren, so dass der Mittelwert der 150 Summen ungefähr 3 beträgt.
- die Gesamtzählrate der einzelnen Spektren verwenden.

Hilfe zur Bearbeitung mit EXCEL: Importieren Sie die von CASSY-Lab gespeicherten LAB Dateien in EXCEL (Einstellungen: "getrennt", Trennzeichen: "Tabulator"). Im Mittelteil enthält diese Datei einen großen Tabellenblock mit allen Spektren als Spaltenvektoren. Die relevanten Zahlen stehen in Zeilen, die mit NAN (*not a number*) beginnen. Zur Auswertung generiert man in einer EXCEL-Tabelle eine Spalte mit den Einträgen zum Beispiel "=Summe(C10:C26)", "=Summe(D10:D26)", "=Summe(E10:E26)", ... bzw. "=Summe(C1:C256)", "=Summe(D1:D256)", "=Summe(E1:E256)", ...

Mit der Häufigkeitsfunktion kann man dann zur weiteren Analyse die Häufigkeitsverteilung dieser Stichproben erhalten. Erstellen Sie dazu eine Spalte mit den Klassen (z.B. Zahlen 1 bis 40), markieren Sie die Zellen der Spalte, die die Häufigkeiten aufnehmen sollen. Unter *Einfügen/Funktion* finden Sie die Funktion *Häufigkeit*. Wählen Sie für *Daten* die Werte einer Stichprobe und für *Klassen* die Zellen der Klassenspalte. Beim Verlassen der Funktion bestätigen Sie mit *Strg-Umschalt-Eingabe*, damit die Formel als Matrixfunktion eingegeben wird.

4.2 Berechnen Sie von beiden Stichproben den Mittelwert $\bar{x}_m$, die Standardabweichung s der Einzelmesswerte und die Standardabweichung $s_{\bar{x}_m}$ des Mittelwertes.

Prüfen Sie, ob die Standardabweichung der Einzelmesswerte gleich der Wurzel aus dem Mittelwert ist, wie die theoretisch zu erwartende Poisson-Verteilung es verlangt.

4.3 Stellen Sie die Stichproben als Häufigkeitsverteilungen graphisch dar, und tragen Sie in das jeweilige Diagramm auch die mit Hilfe von $\bar{x}_m$ berechnete Poisson-Verteilung und die mit Hilfe von $\bar{x}_m$ und s berechnete Gaußverteilung (=Normalverteilung) ein. Machen Sie eine Aussage über die Ersetzbarkeit der Poissonverteilung durch die Gaußverteilung in Abhängigkeit vom Mittelwert.

4.4 Prüfen Sie mit Hilfe des Chi-Quadrat-Tests bei einer vernünftig gewählten Signifikanzzahl die Hypothesen, daß die Stichprobe a) aus einer 1) normalverteilten, 2) poissonverteilten Grundgesamtheit stammt.

Zubehör:

NaJ(Tl)-Szintillationskristall (1"×1" Ø×Höhe, Dicke der Alu-Hülle: 0,5mm)

Photomultiplier mit 14-stufigem Sekundärelektronenvervielfacher (SEV), mit Photokathode Ø=1,5", (im Gehäuse gemeinsam mit NaJ); Vorverstärker aufgesteckt.

Spannungsversorgung 1kV/0.6mA

CASSYLAB System mit Vielkanal Interface und PC.

Mess- und Auswerteprogramm CASSYLAB

Zweikanal-Oszillograph, 50MHz; Maßstab

Radioaktive Präparate:

Cs-137 {140, 170, 270 kBq} in γ -Fassung (Plexiglasstift), Abstand Quelle-Stirnfläche ($2,0 \pm 0,5$) mm

3x Co-60 {20 kBq} in Aluminiumstift Ø×L=12mm×85mm; Abstand Quelle-Stirnfl. ($4,0 \pm 0,2$) mm

3x Na-22 {74 kBq} in Aluminiumstift Ø×L=12mm×85mm; Abstand Quelle-Stirnfl. ($4,0 \pm 0,2$) mm (neu)

weitere Präparate (Am-241; Co-57) sind ausleihbar.

Literatur:

Riezler, Kopitzki: *Kernphysikalisches Praktikum*

G. F. Knoll: *Radiation Detection and Measurement*, VCH 2000

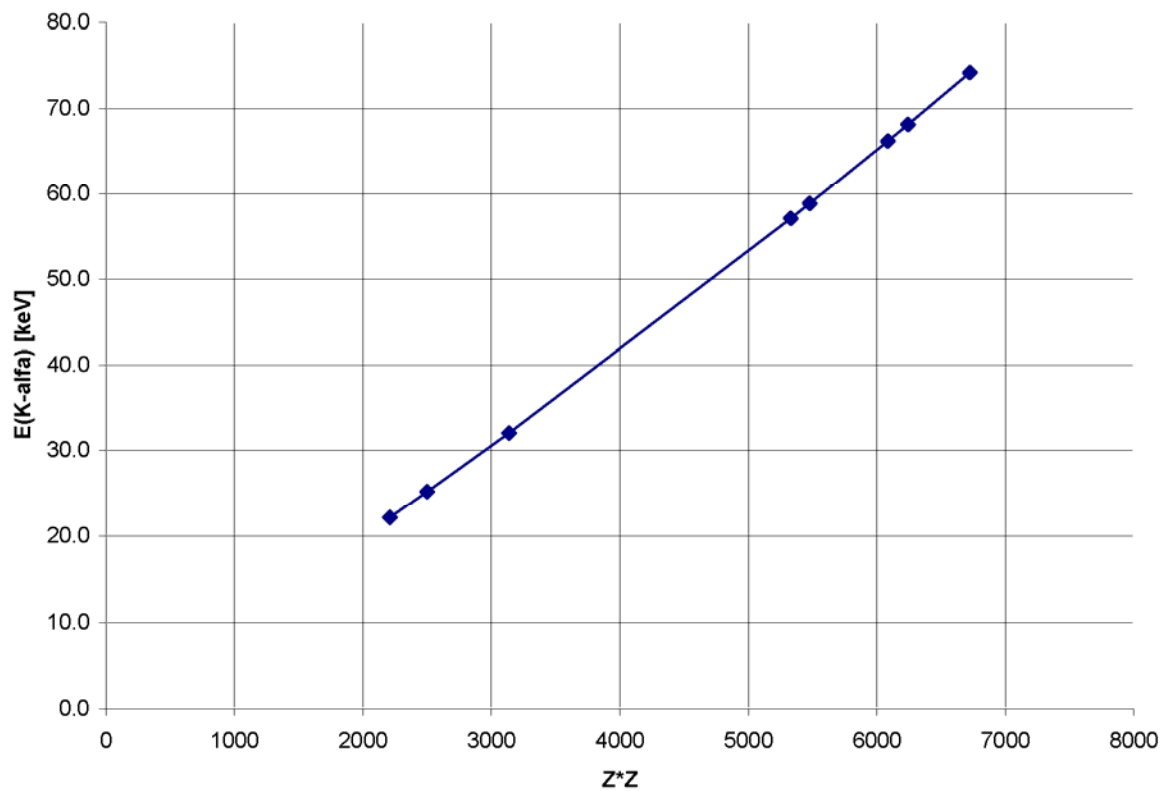
Musiol, Ranft, Reif, Seeliger: *Kern- und Elementarteilchenphysik*, VCH 1988

J.R. Taylor: *Fehleranalyse*, VCH 1988

Jüngst: *Vorbereitungshilfe zu diesem Versuch*

zum Moseley Gesetz ($E \sim Z^2$)

Element	Z	K-alpha-1	K-alpha-2	Branching 1/2	K-gemittelt	Z*Z	Mos-Fakt
Ag	47	22.2	22.0	53.1	22.1	2209	0.010
Sn	50	25.3	25.0	53.4	25.2	2500	0.010
Ba	56	32.2	31.8	54.3	32.1	3136	0.010
Ta	73	57.5	56.3	57.4	57.1	5329	0.011
W	74	59.3	58.0	57.6	58.8	5476	0.011
Pt	78	66.8	65.1	58.5	66.2	6084	0.011
Au	79	68.8	67.0	58.7	68.1	6241	0.011
Pb	82	75.0	72.8	59.5	74.2	6724	0.011
		[keV]	[keV]	[%]	[keV]		



Physikalisches Anfängerpraktikum - P2

Gamma-Spektroskopie und Statistik
P2-72,73,83

Versuchsvorbereitung von
Tobias Renz und **Raphael Schmager**

Gruppe: **Do-28**

Durchgeführt am 26. April 2012

Einführung

In diesem Versuch sollen die wichtigsten experimentelle Techniken zum Umgang mit Strahlung kennen gelernt werden. Dazu gehören vor allem die drei Wechselwirkungsprozesse der γ -Strahlung.

0 Theoretische Grundlagen

0.1 Charakterisierung der Strahlungsarten

Man unterscheidet drei radioaktive Strahlungen. Dazu gehören die α -, β - und γ -Strahlung. Dabei lassen diese sich anhand Aufbau, Reichweite, magnetische Ablenkbarkeit und Durchdringbarkeit unterscheiden. Dabei besteht die α - und β -Strahlung aus geladenen Teilchen, wobei die γ -Strahlung aus ungeladenen Quanten (Photonen) besteht.

0.1.1 α -Strahlung

Die α -Strahlung tritt beim radioaktiven Zerfall auf, hierbei sendet ein Nuklid (Alphastrahler) ein zweifach ionisiertes (doppelt positiv geladenes) Heliumkern (Alphateilchen) aus. Dabei beträgt die Austrittsgeschwindigkeit aus dem Kern 10000 km/s bis 20000 km/s. Jedoch haben die Heliumkerne nur diskrete kinetische Energien beim Austritt. Die Reichweite beträgt jedoch nur wenige Zentimeter. Die Durchdringbarkeit der α -Teilchen ist auch gering. Die α -Teilchen sind unter anderem auch durch ihre große Masse nur bedingt durch ein magnetisches Feld ablenkbar.

0.1.2 β -Strahlung

Die β -Strahlung besteht aus Elektronen (-) oder Positronen (+), welche durch den β -Zerfall frei werden. Die β -Strahlung hat eine höhere Reichweite als die α -Strahlung. Sie beträgt etwa 10cm. Außerdem hat sie eine höhere Durchdringbarkeit und ist somit auch schwerer einzudämmen. Schutz vor der Strahlung bieten Elemente mit hoher Dichte, wie beispielsweise Blei. Die β -Teilchen sind besser durch magnetische Felder ablenkbar als die α -Teilchen.

Beim β^- -Zerfall wandelt sich ein Neutron im Kern zu einem Proton um. Dabei sendet es ein Elektron und Elektron-Antineutrino aus. Beim β^+ -Zerfall wird hingegen ein Proton in ein Neutron umgewandelt. Hierbei entsteht nun ein Positron sowie ein Elektron-Neutrino. Diese werden ausgesendet.

0.1.3 γ -Strahlung

Mit dieser Strahlung werden wir im Experiment zu tun haben. Es handelt sich hierbei nicht wie bei α - und β -Strahlung um geladene Teilchen die den Kern verlassen, sondern um γ -Quanten, den sogenannten Photonen. Die Photonen sind ungeladen (somit auch nicht magnetisch ablenkbar) und wechselwirken daher deutlich weniger mit Materie. Die γ -Strahlung ist eine besonders durchdringende elektromagnetische Strahlung.

Durch das Emittieren der Gammaquanten verändert sich die Massenzahl des zerfallenden Kerns

nicht. Jedoch vermindert sich die Energie des Kerns um das Masse-Energie-Äquivalent des Photons.

0.2 Wechselwirkung von γ -Strahlung mit Materie

Die γ -Strahlung lässt sich durch ihre Wechselwirkung mit der Materie und den dadurch entstehenden Sekundärteilchen beobachten und Messen. Dabei können die Photonen sowohl mit dem Kern, als auch mit der Atomhülle wechselwirken. Zu den Wechselwirkung mit der Atomhülle zählt die klassische Streuung darunter der Photo- und Comptoneffekt. Die Wechselwirkung der Photonen mit den elektromagnetischen Feldern der Atomkerne bezeichnet man als Paarbildung.

0.2.1 Photoeffekt

Beim Photoeffekt wird ein einfallendes Photon von Atom absorbiert. Dabei setzt es durch den Stoß ein Elektron aus einer Elektronenschale der Atomhülle frei. Die Elektronenschalen bezeichnet man von innen nach außen mit: K-, L-, M-Schale. Bevorzugt findet der Photoeffekt an den K- oder L-Schalenelektronen statt. Damit der Photoeffekt stattfinden kann, muss die

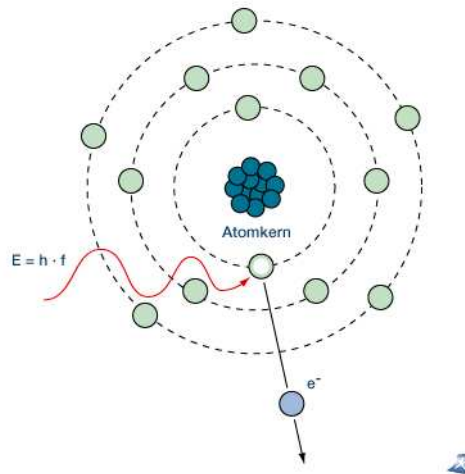


Abbildung 1: Photoeffekt

Energie des eintreffenden Photons E_γ größer sein als die Bindungsenergie $E_b(K, L, M, ..)$ des gestoßenen Elektrons. Die kinetische Energie des emittierten Elektrons beträgt dann

$$E_{kin} = E_\gamma - E_b(K, L, M, ..) \quad (1)$$

Durch das fehlende Elektron bleibt in der entsprechenden Schale ein Elektronenloch zurück. Dieses wird durch ein äußeres Elektron aufgefüllt. Da die äußeren Elektronen eine höhere Energie besitzen, wird durch den Übergang in einen energetisch günstigeren Zustand Energie frei, die durch ein charakteristisches Photon emittiert wird. Dies wird neben dem Photoelektron als eigentliches Sekundärteilchen des Vorgangs, als Tertiärstrahlung bezeichnet. Diese ist isotrop, also gleichmäßig in alle Richtungen. Diese Tertiärstrahlung sind Röntgenstrahlung, sowie Augerelektren und Bremsstrahlung bei schweren Materialien.

Der Photoeffekt findet vor allem bei niedrigen Photonenenergien und hohen Ordnungszahlen (viele Elektronen) des Absorberatoms statt.

0.2.2 Comptoneffekt

Beim Comptoneffekt überträgt ein Photon durch einen unelastischen Stoß ein Teil seiner Energie und seines Impulses auf ein äußeres, schwach gebundenes Elektron. Dabei wird das Photon, nach Energieverlust, von seiner Bewegungsrichtung abgelenkt und gestreut. Das Elektron verlässt die Atomhülle. Je höher die Energie des Photons ist, je stärker ist dabei die Sekundärstreuung der Elektronen in Vorwärtsrichtung gerichtet. Die Atomhülle wird bei diesem Prozess ionisiert. Die Energie des Streuphotons wird durch Formel 2 (Abschnitt 0.4.1b) beschrieben.

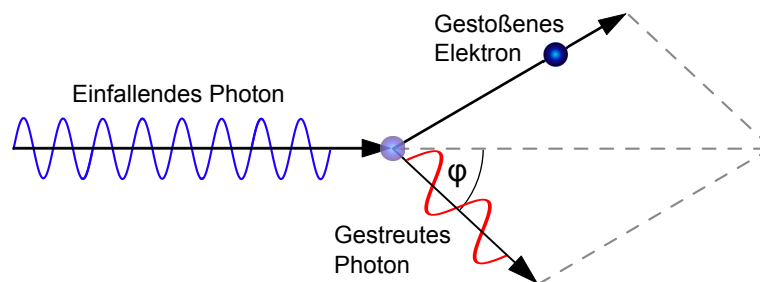


Abbildung 2: Comptoneffekt

Für die gestreuten Photonen gilt, dass sie mit zunehmender Photonenenergie mehr in Strahlrichtung gestreut werden. Eine Streuung in Rückwärtsrichtung ist jedoch bei niedrigen Energien auch möglich. Hier erhält man jedoch den maximalen Energieübertrag. Die Wahrscheinlichkeit für den Comptoneffekt steigt mit sinkender Energie und steigender Kernladungszahl.

0.2.3 Paarbildung

In starken Coulombfeldern, etwa im Feld zwischen Atomkern und Elektron, können sich spontan aus Photonen Elektron-Positron-Paare bilden. Dies ist möglich sobald die Energie des Photons die Ruheenergie von Elektronen ($2 \cdot 511 \text{ keV}$) übersteigt.

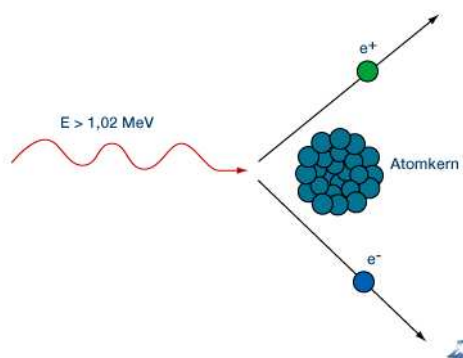


Abbildung 3: Paarbildung

Die Photonenenergie wird dabei teilweise für die Ruhemasse der Teilchen verwendet, der Rest geht in kinetische Energie, die beliebig (Impulserhaltung natürlich vorausgesetzt) auf die beiden Partner verteilt wird, über. Das Photon wird bei der Paarbildung vollständig absorbiert. Aufgrund der Impulserhaltung werden die Teilchen (Elektron und Positron) nach vorne emittiert. Nach der Entstehung bewegen sich die Elektronen und Positronen durch den Absorber und geben durch Vielfachstöße ihre Bewegungsenergie an das umgebende Medium ab. Bei geringer kinetischer Energie des Positron kommt es zur Rekombination dieses mit einem Hüllenelektron. Dabei wird die Ruhemasse der beiden im Allgemeinen in zwei 511keV Photonen umgewandelt (dem sog. Vernichtungsstrahl). Diese werden unter einem Winkel von 180° abgestrahlt. Dies wird Paarvernichtung genannt. Die Wahrscheinlichkeit für die Paarbildung wächst (etwa) logarithmisch mit der Photonenenergie und nimmt etwa mit der Massenzahl Z zu.

0.3 Aufbau und Funktionsweise des Detektors

In unserem Versuch kommt ein Szintillationsdetektor zum Einsatz. Dieser besteht aus zwei Hauptbestandteilen, dem Szintillator und dem Photomultiplier (PMT).

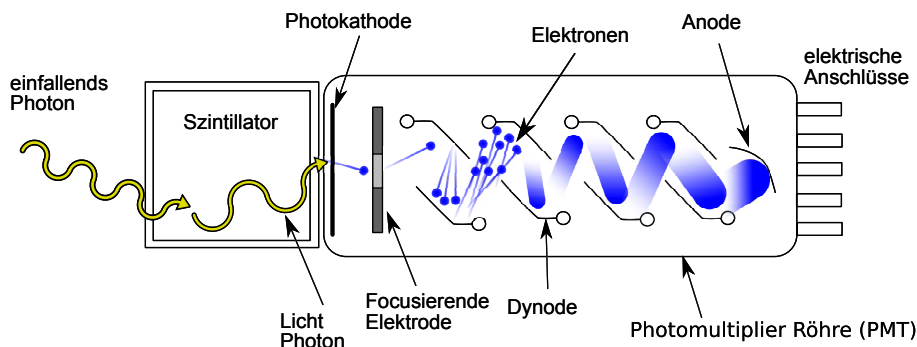


Abbildung 4: Schema eines Szintillationsdetektor

In den Szintillator treffen die γ -Quanten ein und wechselwirken dort wie oben beschrieben mit der Materie. Ein Szintillator ist ein Körper, dessen Moleküle durch das Eintreffen energiereicher Photonen angeregt werden. Beim Übergang in den Grundzustand senden diese nun Photonen im sichtbaren oder UV-Bereich aus.

Dabei ist die richtige Dicke/Tiefe des Szintillator-Kristalls von großer Wichtigkeit. Diese muss so gewählt sein, dass die oben genannten Wechselwirkungsprozesse mit ausreichender Wahrscheinlichkeit stattfinden. In Abbildung 5 erkennt man die Abhängigkeit verschiedener Parameter, welche die Nachweiswahrscheinlichkeit für einen $\varnothing 1$ dicken NaJ Szintillator beeinflussen. Das Gitternetz bezieht sich auf der x-Achse durch die Energie der γ -Strahlung in MeV angegeben, auf der y-Achse ist eine logarithmische Auftragung der Anzahl nachgewiesener durch emittierter Quanten. Die Kurven geben einen konstanten Abstand von der Quelle zur Kristallfront an.

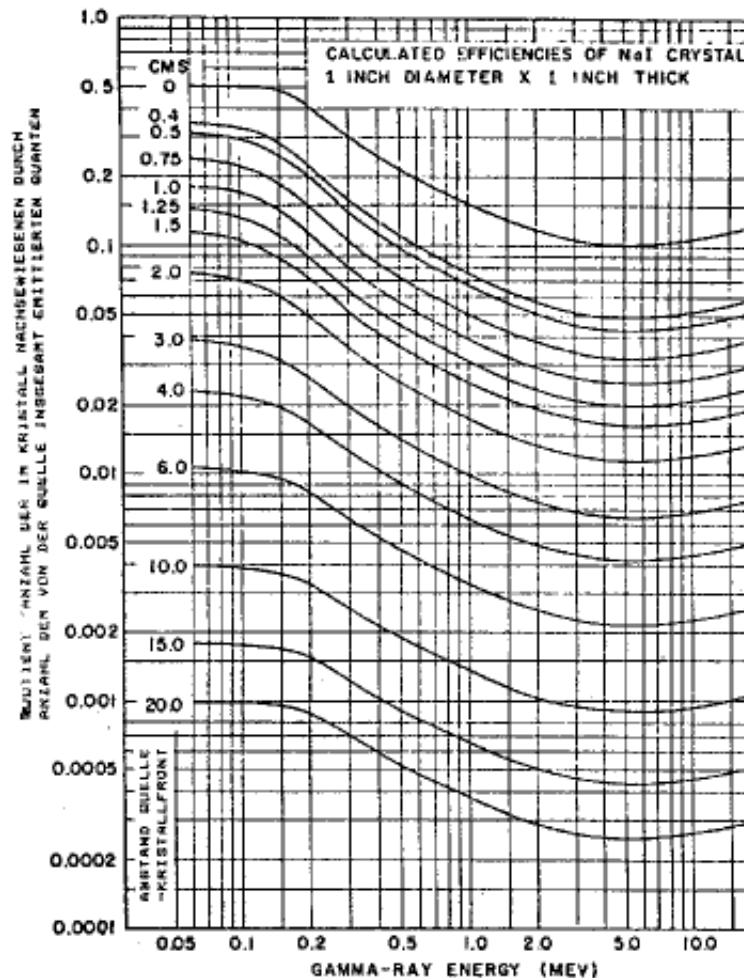


Abbildung 5: Nachweiswahrscheinlichkeit für einen Ø1 dicken NaJ Szintillator

Treffen die Photonen, welche vom Szintillator-Kristall emittiert werden auf die Photokathode schlagen sie dort Elektronen aus, welche dann im PMT durch mehrere Dynoden zu einem registrierbaren elektrischen Impuls verstärkt werden. Dabei treffen die ersten Elektronen auf die erste Dynode und schlagen dort mehrere Sekundärelektronen aus der Elektrode aus, die durch ein elektrisches Feld abgesaugt und auf die nächsten Dynode treffen.

Der 10^5 bis 10^9 fach verstärkte Elektronenstrom wird auf der Anode aufgefangen und kann dort mit einer entsprechenden Elektronik registriert werden.

0.4 Spektrum eines γ -Strahlers

Durch die Messung des Spektrums von γ -Strahlung erhält man Aufschluss über den jeweiligen Stoff. Das liegt daran, das γ -Quanten nur diskrete Energieniveaus besitzen, also für das jeweilige Nuklid charakteristische Energien.

In solch einem Spektrum wird daher die die Anzahl der gemessenen Impuls (siehe Aufbau und

Funktionsweise des Detektors) bzw deren relative Häufigkeit gegen die Energie aufgetragen. Zur Messung dieses Spektrums kann man eine Einkanal -oder Vielkanalmessung machen.

- a) Bei der Einkanalmessung wird ein konstantes Spannungsfenster ΔU über den gesamten Messbereich geschoben. Das bedeutet, es wird zunächst der Bereich U bis $U + \Delta U$ gewählt, in einer definierten Messzeit werden alle Impuls gezählt und das nächste Spannungsfenster wird vermessen. Auf der x-Achse wird dann die Kanalnummer k aufgetragen, die jeweils einem solchen Spannungsfenster der Breite ΔU entspricht.
Ein Problem dabei ist, dass die Einkanalmethode liefert nur dann ein unverzerrtes Spektrum, wenn die Halbwertszeit der Nuklide lang im Vergleich zur Dauer der Messung ist.
- c) Die Vielkanalmessung zählt die unterschiedlichen Pulshöhen gleichzeitig und ordnet sie den verschiedenen Kanälen zu. Da nun die gesamte Messzeit an jedem Kanal verfügbar ist, verbessert sich die Zählstatistik.

0.4.1 Ideales und reales Spektrum

Betrachtet man die einzelnen Wechselwirkungen der γ -Quanten mit den Atomen des Szintillator-Kristall, so lässt sich eine nach Energie der Photonen gewichtete Überlagerung der verschiedenen charakteristischen Peaks vermuten.

- a) **Photospektrum:** Wie schon erwähnt beträgt die Energie eines herausgelösten Elektrons: $E_{kin} = E_\gamma - E_b$. Es entstehen zwei Peaks. Der erste, kleine Peak wird durch die Sekundärstrahlung verursacht und liegt bei E_γ , der zweite größere Peak liegt bei $E_e = E_\gamma - E_b$. Durch die begrenzten Auflösung des Detektors erhält man jedoch anstelle der scharfen Peaks eine mehr oder weniger breite Gaußverteilung.

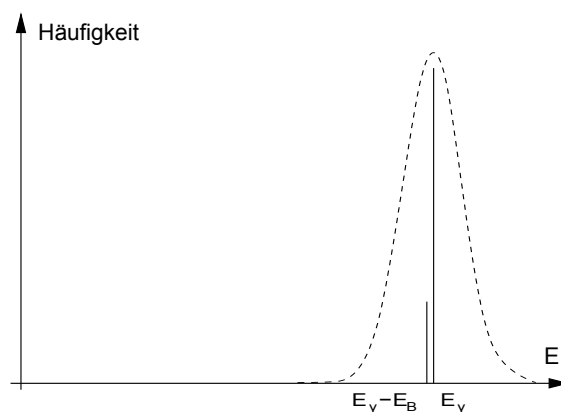


Abbildung 6: Photospektrum, Peaks und wirklicher Verlauf

- b) **Compton-Spektrum:** Ist die Energie der Photonen größer, so wird das Compton-Spektrum sichtbar. Hier hängt die Restenergie des gestreuten Photons stark vom Winkel des einfallenden Photons ab. Die freigesetzten Elektronen übernehmen nicht die ganze Energie. Es zeigt sich eine kontinuierliche Energieverteilung. Erst bei einem Winkel von 180° , also einem Zentralen Stoß ist die Elektronenenergie Maximal.

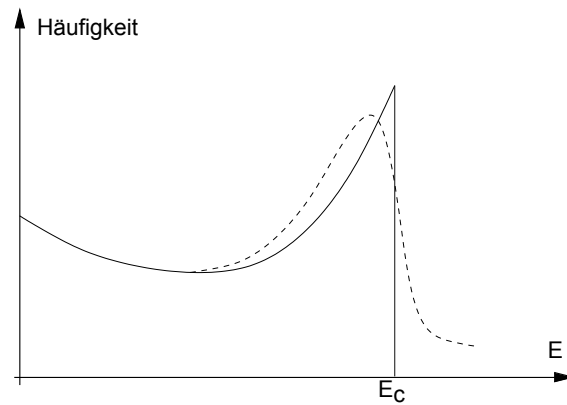


Abbildung 7: Comptonspektrum, Comptonkante

Beschrieben wird dieser Sachverhalt durch die (relativistische) Abhängigkeit des Winkels und der Energie des gestreuten Photons:

$$E'_\gamma = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{m_0 c^2} \cdot (1 - \cos \phi)} \quad (2)$$

E'_γ bezeichnet die Energie des Streuphotons.

- b) **Paarerzeugungsspektrum:** Entweicht bei der Paarvernichtung eines der Photonen, welche unter 180° abgestrahlt werden, unentdeckt vom Detektor, so ergibt sich ein Escape-Peak. Er liegt bei einer Energie die um 511keV niedriger ist, als die ursprüngliche Energie des Photons.

Entweichen beide Quanten, so kommt es zum Doppel-Escape-Peak, bei einer Energie die um $2 \cdot 511\text{keV}$ unterhalb der ursprüngliche Energie liegt.

0.5 “Fehler” im Spektrum

Es wurden in den Spektren schon einige “Fehler” aufgezeigt, die das tatsächliche Gammaspektrum von dem ideale unterscheiden. Noch einmal zusammengefasst und ergänzt ergibt sich dann folgendes.

0.5.1 Rückstreupeaks

Der Rückstreupeak entsteht dadurch, dass der Comptoneffekt nicht ausschließlich im Szintillatormaterial auftritt, sondern auch in anderen Teilen der Versuchsanordnung. Dies liegt daran, dass die Strahlungsquelle in alle Richtungen abstrahlt. Die Photonen die dort gestreut werden, können dann aber in den Szintillator-Kristall eintreten. Sie haben nun aber eine nahe der Compton-Kante verringerte Energie. Die Energie der Photonen entspricht gerade der gespiegelten Energieverteilung der Compton-Elektronen. Dieser Rückstoß-Peak liegt bei E_R (vgl. Abbildung 8), wobei $E_R = E_\gamma - E_C$ ist.

0.5.2 Escapepeaks

Ursache in der Paarerzeugung mit Verlust eines oder beider Vernichtungsquanten. Siehe Paarerzeugungsspektrum (oben). In Abbildung bei E_{esc}^1 und E_{esc}^2 .

0.5.3 Comptonkanten

Die Comptonkante liegt bei:

$$E_{max} = E_c = E_\gamma \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{2E_\gamma}{m_0c^2}} \right) \quad (3)$$

Grund ist die obere Grenze beim Energieübertrag des Photons auf das Elektron. Siehe Comptonspektrum (oben).

0.5.4 Röntgenlinie

Im Spektrum des Cs-137 ist bei niedriger Energie eine sogenannte Röntgenlinie sichtbar. Diese liegt bei 32keV. Beim CS-Zerfall entsteht ein Ba-137. Dieses erzeugt diese Linie, indem es vom angeregten Zustand in den unangeregten Zustand übergeht. Dabei gibt es die freiwerdende Energie an ein kernnahes Elektron ab. Das Elektron verlässt nun die Quelle und beim Nachrücken eines äußeren Elektrons (vgl. Photoeffekt) wird ein Röntgenquant emittiert.

Eine zweite Röntgenlinie bei 76,6keV tritt auf, sobald wir eine Bleiabschirmung des Detektors haben. Dort wird wieder durch den Photoeffekt ein Elektron herausgelöst, welches mit der charakteristischen Energie von 76,6keV auf dem Spektrum erscheint.

0.5.5 Pile-Ups

Da der Szintillator ein begrenztes zeitliches Auflösungsvermögen hat, kann es vorkommen, dass Sekundärelektronen welche durch sehr dicht aufeinanderfolgenden Photonen ausgelöst werden und durch den PMT zur Anode gelangt sind, dort als ein energiereicher(er) Impuls gezählt werden. Die Mindestzeit, damit man zwei Impulse noch auseinander halten kann nennt man Totzeit.

0.6 Theoretische Werte für Peaks und Kanten

Isotop	Peak Nr	E_γ / keV	E_C / keV	E_R / keV
Cs-137	1	662	478	184
Co-60	1	1178	968	210
	2	1333	1119	214
Na-22	1	511	341	170
	2	1275	1062	213

Tabelle 1: Theoretischen Werte der Peaks

Die theoretischen Werte für die Photopeaks, die Comptonkanten und die Rückstreupeaks können wir nun vorab mit Hilfe der Energie der Gammaquanten für die einzelnen Isotope, welche in der Vorbereitungsmappe zu finden waren berechnen.

Der Photopeak gibt dabei die Energie des Quants an: $E_\gamma = hf_\gamma$. Die Comptonkante berechnet sich mit nach Formel 3 $E_C = E_\gamma(1 - \frac{1}{1 + \frac{2E_\gamma}{m_0c^2}})$. Und der Rückstreupeak entspricht gerade der Energie des γ -Quants abzüglich der Energie der Comptonkante: $E_R = E_\gamma - E_C$.

In folgender Abbildung sind die einzelnen theoretischen Peaks die auftreten können eingezeichnet, sowie deren tatsächlicher Verlauf angedeutet.

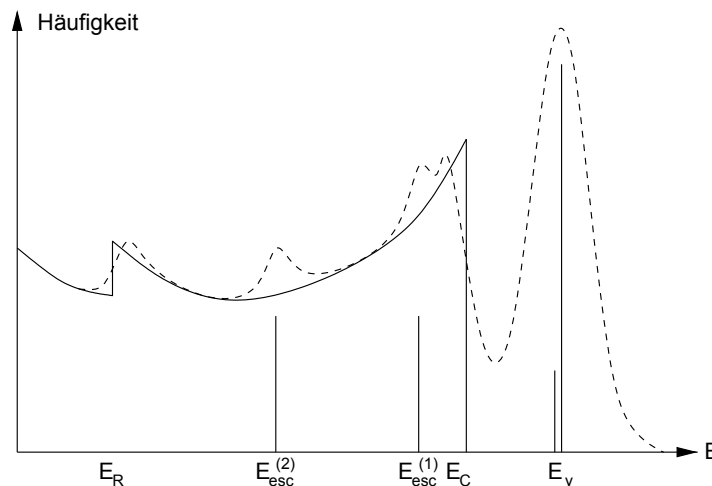


Abbildung 8: Spektrum von γ -Quanten mit den oben genannten "Fehlern"

0.7 Der χ^2 -Text

0.7.1 Statistische Effekte bei der Messung

Wie schon erwähnt erhält man anstatt der theoretisch erwarteten scharfen Peaks, lediglich eine Verteilung um diesen. Sehr schön ist diese stochastische Verteilung in Abbildung 8 zu sehen. Verantwortlich dafür ist die endliche Energieauflösung, welche der Halbwertsbreite eines solchen Peaks entspricht.

0.8 Statistische Auswertung

Durch die Messung mehrere Spektren bei gleichen Einstellungen können wir ein Histogramm anfertigen. Wir teilen nun die einzelnen Kanäle in mehrere Klassen ein. Dabei sollte jede Klasse eine Häufigkeit von mindestens 1-5¹ besitzen.

Es wird die Nullhypothese aufgestellt. Diese sagt bei Validierung aus, dass die Stichprobe zur

¹je nach Quelle unterschiedlich

getesteten Verteilung gehört. Dies kann beispielsweise die Poisson oder Gaußverteilung sein. Die theoretischen "Kurven" werden mit folgenden zwei Formeln berechnet:

$$P_{Gau}(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}s} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{k-x_m}{s}\right)^2} \quad (Gau\beta)$$

$$P_{Poisson}(k) = \frac{x_m^k \cdot e^{-x_m}}{k!} \quad (Poisson)$$

Jeder Klasse kann nun eine aus der Verteilung berechnete Häufigkeit zugeordnet werden. Dabei sollte wieder jeder Wert größer als 1-5 liegen. Ist dies bei einer der mehreren Klasse nicht der Fall, so kann man diese Zusammenfassen. Die Prüfgröße, also χ^2 berechnet sich dann durch:

$$\chi^2 = \sum \frac{(A_i - E_i)^2}{E_i} \quad (4)$$

Dabei sind die A_i die beobachteten Häufigkeiten, die E_i , die erwarteten Häufigkeiten bei der gewählten theoretischen Verteilung.

Um die Mittelwerte, Standardabweichungen und die Standardabweichung des Mittelwerts zu berechnen, werden schließlich noch folgenden drei Formeln benötigt:

$$\begin{aligned} \text{Mittelwert:} \quad x_m &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \\ \text{Standardabweichung:} \quad s &= \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - x_m)^2} \\ \text{Std.Abw. des Mittelwerts:} \quad s_m &= \frac{s}{\sqrt{N}} \end{aligned}$$

Aufgaben

1.1 Impulserhöhung der γ -Strahlung von CS-137

Es wird die Impulserhöhung der γ -Strahlung von CS-137 gemessen. Wir verwenden dazu den Einkanalbetrieb des Impulshöhenanalysators. Zur Datenerfassung wird CASSY verwendet.

Durch geeignete Einstellungen der Betriebsspannung des PMT soll mit der Softwareverstärkung der dynamische Bereich (Bereich in dem der Detektor eine signifikante Änderung liefert) des Detektors möglichst voll ausgenutzt werden. Dazu sollen sich die Ausgangssignale des PMT am Oszilloskop angesehen werden.

Gute Einstellung: Signale der höchsten γ -Linie gerade noch nicht in Sättigung ($\sim 900V$); Messdauer von 10 Sekunden pro Kanal, Abstand von Quelle zum Szintillation so, dass Zählrate im Vielkanalmodus wenigstens $1000s^{-1}$.

1.2 Impulserhöhung der γ -Strahlung von CS-137, Na-22 und Co-60 sowie Untergrundspektrum

Nun wird die Impulserhöhung der γ -Strahlung von CS-137, Na-22 und Co-60 sowie Untergrundspektrum (Spektrum ohne Quelle) mit Hilfe des 1024-Kanalbetriebs. Dabei soll der dynamische Detektor von der höher-energetischen Strahlung Co-137 (1173 und 1333 keV) ausgenutzt werden. Dieser soll bei den anschließenden Messung in dieser Aufgabe nicht verändert werden.

Die effektive Zählrate soll etwa $1000 s^{-1}$ bis $1500s^{-1}$ betragen, was wieder durch einen geeigneten Abstand erreicht werden kann. Es ist zu überprüfen, welchen Einfluss das Untergrundspektrum auf die Messung hat.

1.3 Deutung der Impulshöhenspektren

Nun sollen die aufgenommenen Impulshöhenspektren mit den oben beschriebenen verschiedenen Wechselwirkungsprozessen der γ -Strahlung mit Materie näherer erläutert und gedeutet werden. Es wird zunächst anhand des Photopeaks von Cs-137 eine Energieskalierung vollzogen. Danach werden die gemessenen mit den berechneten Energien, an den Markanten Stellen, verglichen. Die berechneten Werte dafür befinden sich im Abschnitt Theoretische Werte für Peaks und Kanten.

Es soll nun die Anzahl der Elektronen abgeschätzt werden, die bei einem Impuls, der zum Photopeak bei Cs-137 führt, von der Photokathode emittiert wurden. Diese Zahl charakterisiert die Auflösung des Detektors. Zuletzt soll die Linearität der Apparatur überprüft werden.

2.0 Aktivität des Cs-137-Präparats

² Die vom Programm angezeigten Zählraten sollen verwendet werden. Aus dem Diagramm für Nachweiswahrscheinlichkeit wird mit dem Abstand bei der betreffenden Strahlungsenergie jene herausgelesen und mit der Zählrate die Aktivität bestimmt. Es sollen Ausgleichswerte für

²Bitte das Cs-137-Präparat nicht aufessen.

Kommt der Hunger jedoch heftig, nimm Co-60!

mindestens drei Messungen bei verschiedenen Abständen berechnet werden. Achtung: Prüfen, ob eine Totzeitkorrektur vonnöten ist.

3.0 Röntgenemission

Die Cs-Quelle wird verwendet, um an schweren Materialien (hohe Ordnungszahl Z) Röntgenemission zu erzeugen. Durch Erhöhen der Detektorspannung lässt sich die Messgenauigkeit bei niedrigen Energien erhöhen.

3.1 Energiekalibrierung anhand der $Ba, Pb - K_{\alpha}$ Röntgenlinie

Eine Energiekalibrierung anhand der $Ba, Pb - K_{\alpha}$ Röntgenlinie soll durchgeführt werden. Die gemessene Energie wird dann gegen Z^2 aufgetragen.

3.1.1 Moseleysches Gesetz

Das Moseleysche Gesetz beschreibt die Lage der K_{α} -Linie Röntgenlinie im Spektrum. Die K_{α} -Linie kommt zustande, wenn ein Elektron von der L (zweite) zur K-Schale (erste) übergeht. Es gilt:

$$f_{K\alpha} = f_R \cdot (Z - 1)^2 \cdot \frac{3}{4} \quad \text{mit} \quad f_R = 3,28 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1} (\text{Rydberg-Frequenz}) \quad (5)$$

3.2 Unbekanntes Element bestimmen

Nach der Energiekalibrierung, sollten wir in der Lage sein durch die Röntgenlinien das unbekannte schwere Material bestimmen zu können.

4.1 Statistische Verteilung von gemessenen Ereignisanzahlen

Es ist die statistische Verteilung bei häufig wiederholter Messung der Untergrundstrahlung unter stets gleichen Bedingungen zu untersuchen. Es wird nach Versuchsbeschreibung vorgegangen.

4.2 Mittelwert der Stichproben und Standardabweichung

Es ist der Mittelwert der Stichproben und die Standardabweichung der einzelnen Messwerte sowie der Mittelwerte zu berechnen. Dabei soll geprüft werden, ob die Standardabweichung der Einzelmesswerte gleich der Wurzel aus dem Mittelwert ist. Ist dies so, entspricht das der theoretisch zu erwartenden Poisson-Verteilung.

4.3 Häufigkeitsverteilung der Stichproben

Die genommenen Stichproben sollen nun graphisch als Häufigkeitsverteilung dargestellt werden. Des Weiteren soll eine Aussage über die Ersetzbarkeit der Poisson- durch die Gaußverteilung getroffen werden.

4.4 Überprüfungen mit dem χ^2 -Test

Die Hypothesen, dass die Stichprobe a aus einer Normalverteilung oder poissonverteilten Grundgesamtheit kommen soll mit Hilfe des χ^2 -Tests überprüft werden. Dabei wählt man eine vernünftige Signifikanzzahl.

5 Quellen

- Vorbereitungsmappe
- Abbildung 1: <http://i.onmeda.de/photoeffekt.gif> Stand: 22.04.2012, 10Uhr
- Abbildung 2: http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/5/5c/Compton_scattering-de.svg Stand: 22.04.2012, 10:30Uhr
- Abbildung 3: <http://i.onmeda.de/paarbildung.gif> Stand: 22.04.2012, 11:15Uhr
- Abbildung 4: http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/64/Photomultipliertube_in_Operation-de.svg Stand: 23.04.2012, 17:25Uhr
- Abbildung 5: Vorbereitungshilfe, Seite 3
- Ideen zu den Abbildungen 6, 7, 8 aus http://www.physik.rwth-aachen.de/fileadmin/user_upload/www_physik/Institute/Inst_3B/Lehre/Praktikum/Versuchsanleitungen/versuch_02.pdf Stand 23.04.2012, 20:34Uhr
- Moseleysches Gesetz: http://de.wikipedia.org/wiki/Moseleysches_Gesetz
- Energie der Gammaquanten für die einzelnen Isotope aus Eichler, Kronfeld, Sahm, Physikalisches Grundpraktikum (Vorbereitungsmappe) Seite 533

Physikalisches Anfängerpraktikum - P2

Gamma-Spektroskopie und Statistik
P2-72,73,83

Auswertung von
Tobias Renz und **Raphael Schmager**

Gruppe: **Do-28**

Durchgeführt am 26. April 2012

1 Impulshöhenspektren

1.1 Messung im Einkanalbetrieb

Zunächst hätten die Impulshöhenspektren von Cs-137, Na-22 und Co-60 im Einkanalbetrieb aufgenommen werden sollen. Da das von uns verwendete CASSY-LAB System keinen nur noch Vielkanalbetrieb hat, könnte diese Aufgabe nicht durchgeführt werden.

1.2 Messung im Vielkanalbetrieb

Wir haben die Spektren von Cs-137, Na-22, Co-60 und das Hintergrundspektrum mit Hilfe von CASSY aufgenommen. Dazu haben wir 1024 Kanäle verwendet und jeweils über eine Zeit von 300s gemessen.

Wir haben mit der Messung der höherenergetischen Strahlung, also Co-60 begonnen. Zunächst haben wir dann die Beschleunigungsspannung unseres Photomultiplier so eingestellt, dass der Photopeak mit der höchsten Energie gerade noch so im Messbereich liegt. Würden wir die Spannung zu hoch einstellen, würde dieser Photopeak (bzw. auch noch andere Signifikante Bereiche) außerhalb des Messbereichs liegen und zum sogenannten Pile Up dazu gezählt werden. Wir haben eine Beschleunigungsspannung $U = 668\text{V}$ eingestellt.

Für die weiteren Spektren (Cs-137, Na-22 und Hintergrund) haben wir die Beschleunigungsspannung nicht verändert, da diese Strahlung energetisch geringer ist und wir somit keine Informationen verlieren.

Bei den Messungen von Cs-137, Co-60 und Na-22 sollte die effektive Zählrate (R_A) zwischen 1000 und 1500 1/s liegen. Die Zählrate kann man über den Abstand zum Szintillator verändern, je kleiner der Abstand ist, desto größer wird R_A . Es ist dabei aber zu beachten, dass die Totzeit (t_A in %) nicht zu groß wird, da sonst die Messung an Aussagekraft verlieren würde.

Bei Co-60 lag die maximale Zählrate, die wir erreichen konnten bei $R_A \approx 800 \frac{1}{s}$ bei einer Totzeit von $t_A = 6\%$. Bei Cs-137 ($R_A \approx 1200 \frac{1}{s}$, $t_A = 9\%$) und Na-22 ($R_A \approx 1350 \frac{1}{s}$, $t_A = 9\%$) haben wir die Zählrate so eingestellt, dass sie innerhalb des gewünschten Bereichs liegt und die Totzeit relativ klein ist.

Bei den Spektren wurde die Anzahl der Impulse in Abhängigkeit von den Kanälen gemessen:

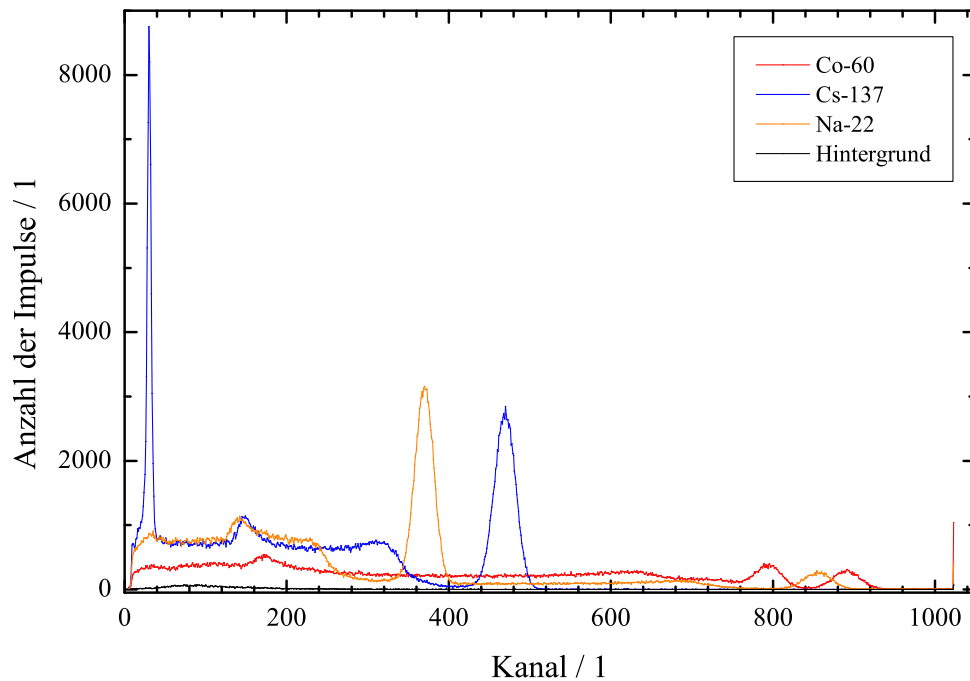


Abbildung 1: Impulshöhenspektren

Nun sollte noch überprüft werden, welchen Einfluss das Hintergrundspektrum auf die Spektren hat. Dazu haben vom Co-60 Spektrum das Hintergrundspektrum abgezogen und die drei Spektren (Co-60, Hintergrund und Co-60 korrigiert) in einem Schaubild dargestellt.

Man sieht sehr schön, dass das Hintergrundspektrum bei niedrigen Energien einen geringen Einfluss auf die Messung hat. Bei höheren Energien ist das Spektrum von Co-60 und dem korrigiertem Spektrum aber nahezu identisch.

Bei den Energien, bei welchem das Hintergrundspektrum einen geringen Einfluss hat befinden sich aber keine interessanten Informationen.

Aus diesem Grund können wir das Hintergrundspektrum vernachlässigen.

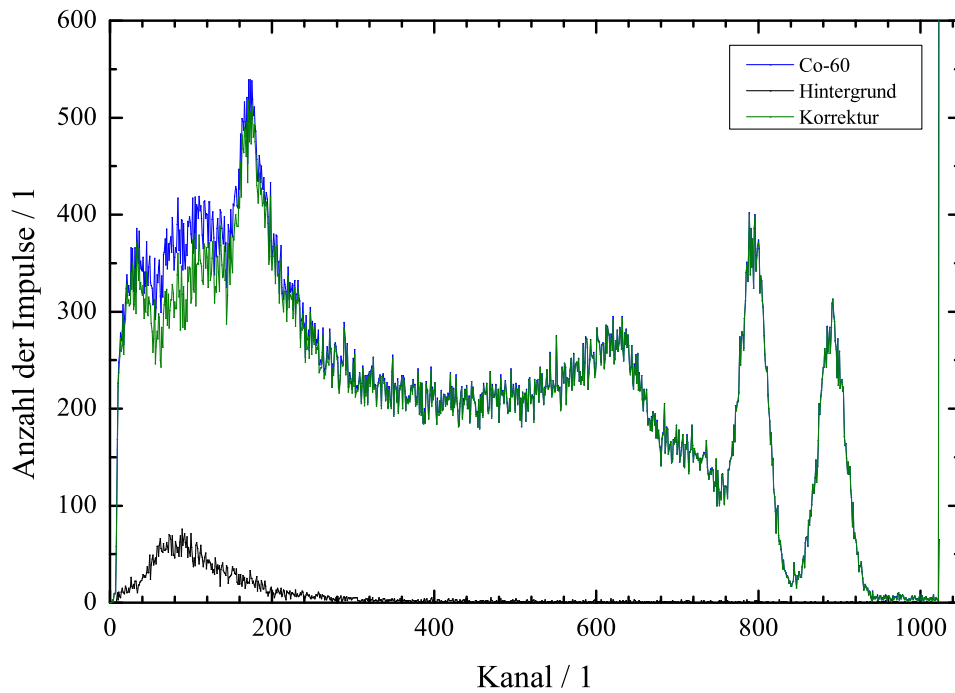


Abbildung 2: Leitwert eines Metallrohres Druck bei T1

1.3 Deutung der Spektren

Bis jetzt ist x-Achse der Spektren noch in Kanäle eingeteilt. Um die Impulshöhenspektren richtig deuten zu können benötigen wir aber eine Energieskala. Die Kalibrierung der Energieskala erfolgt mit Hilfe des Photopeaks von Cs-137. Wir wissen, dass der Peak von Cs-137 bei einer Energie von 661,66 keV liegt. Mit CASSY haben wir dem Photopeak mittels einer Gaußkurve gefittet und damit den Peak bestimmt.

Der Peak lag bei Kanal 469. Diesem Kanal wurde nun die Energie von 661,66 keV zugeordnet und dem Kanal 0 die Energie von 0 keV. Durch diese zwei Punkte wurde dann die Energieskala gelegt.

1.3.1 Spektrum von Co-60

Zuerst wird nun das Spektrum von Co-60 untersucht.

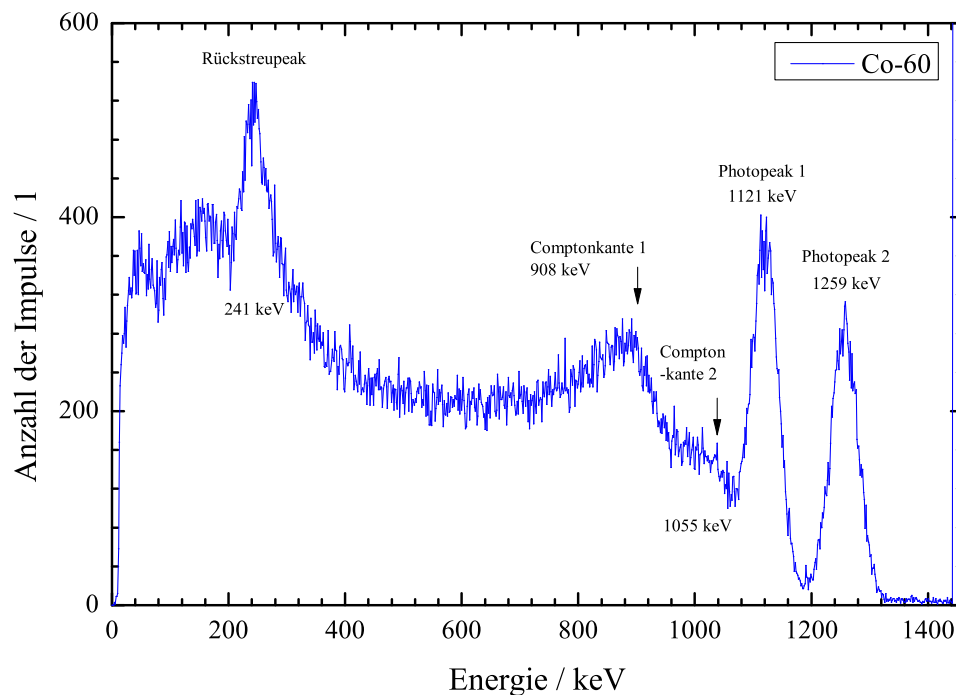


Abbildung 3: Spektrum von Co-60

Im Schaubild kann man sehr schön die beiden Photopeaks und die beiden Comptonkanten erkennen. Wir hätten auch zwei Rückstreupeaks erwartet, aber diese beide liegen sehr nahe zusammen und können deshalb bei uns nicht unterschieden werden.

Aus unserem Schaubild haben wir noch die Werte für Photopeak, Comptonkante und Rückstreupeak abgelesen.

Die Comptonkante ist schwieriger abzulesen, da die Kante durch Mehrfachcomptonstreuung verschmiert ist.

Co-60	gemessene Werte /keV	theoretische Werte /keV	Abweichungen /keV
Photopeak 1	1121	1178	-57
Photopeak 2	1259	1333	-74
Comptonkante 1	908	968	-60
Comptonkante 2	1055	1119	-64
Rückstreupeak 1	241	210	31
Rückstreupeak 2	241	214	27

Tabelle 1: Werte für Co-60

An den Werten sieht man, dass die von uns gemessenen Werte eigentlich ganz gut mit den

theoretischen Werten übereinstimmen. Die Abweichungen liegen im Bereich von 30 bis 70 keV. Diese Abweichungen kommen zum einen dadurch zustande, dass die Werte aus dem Schaubild nicht genau abgelesen werden können und zum anderen liegt es an der Genauigkeit unserer Aufnahme. Der Detektor kann die Energie auch nur bis zu einem bestimmten Wert auflösen. Diese Auflösung liegt in der Größenordnung von einigen keV. Viel genauer können die Werte also gar nicht bestimmt werden.

1.3.2 Spektrum von Cs-137

Nun wird das Spektrum von Cs-137 analysiert, wobei hier zu beachten ist, dass der Photopeak von Cs-137 zur Kalibrierung der Energieskala genutzt wurde und somit genau dem theoretischen Wert entspricht.

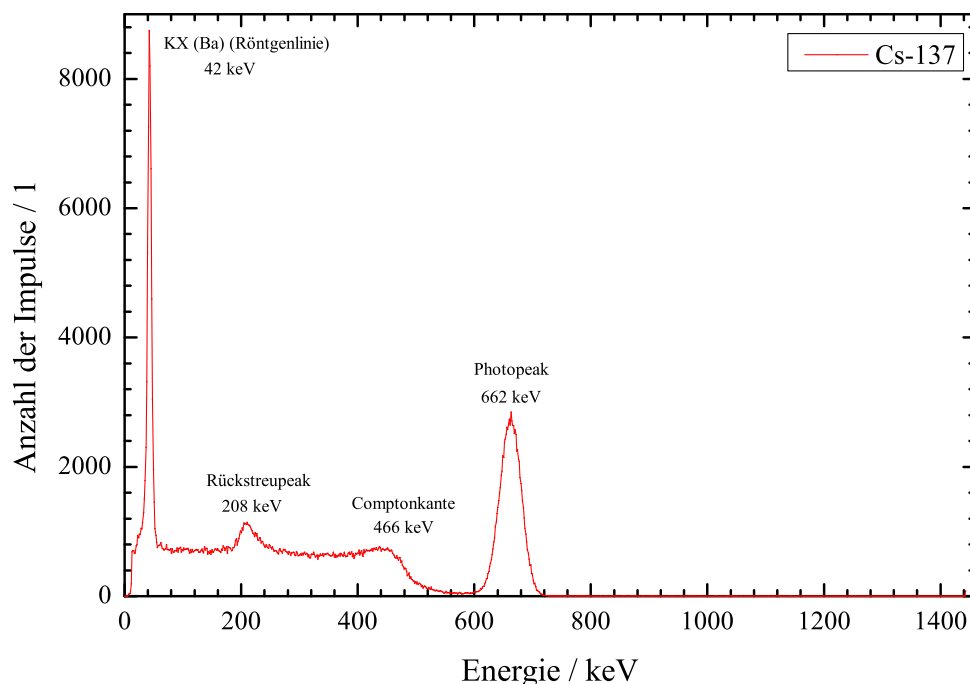


Abbildung 4: Spektrum von Cs-137

In diesem Spektrum sieht man den erwarteten Verlauf. Den Photopeak sowie die Comptonkante und den Rückstreupeak. Die Comptonkante ist in diesem Spektrum deutlicher zu sehen als vorher beim Co-60. Dies liegt daran, dass beim Co-60 die zwei Comptonkanten nahe beieinander liegen. Man sieht auch wie erwartet, dass bei niedriger Energie ein hoher Peak, die sogenannte Ba-137 Röntgenlinie, auftritt.

Auch hier passen die gemessenen Werte sehr gut mit den theoretischen Werten überein.

1.3.3 Spektrum von Na-22

Nun wird noch beim Spektrum von Na-22 geschaut ob es mit den erwarteten Werten übereinstimmt.

Cs-137	gemessene Werte /keV	theoretische Werte /keV	Abweichungen / keV
Photopeak	661,66	661,66	0
Comptonkante	466	478	-12
Rückstreupeak	208	184	24
Ba-137 Röntgenlinie	42	32,1	9,9

Tabelle 2: Werte für Cs-137

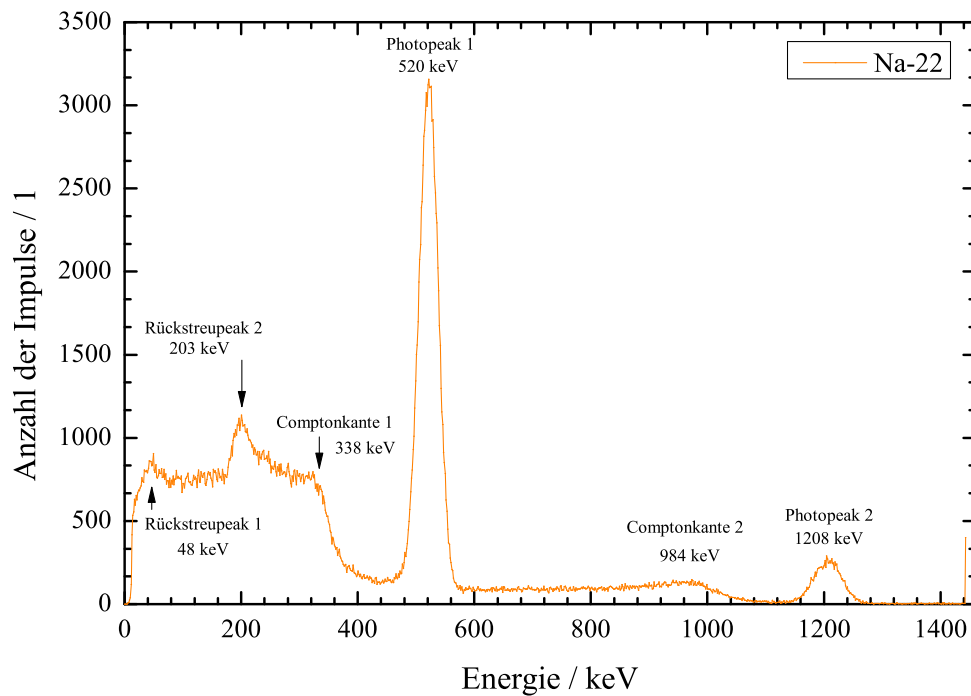


Abbildung 5: Spektrum von Na-22

Auch hier sind die markanten Stellen des Spektrums gut zu erkennen. Da die Rückstreupeaks weit auseinander liegen kann man sie in diesem Spektrum gut erkennen und unterscheiden. Interessant an diesem Spektrum ist, dass der Photopeak bei 520 keV eine viel größere Anzahl an Impulsen hat als der Peak bei 1208 keV. Das heißt, dass beim Zerfall von Na-22 die Gammastrahlung mit $E = 338$ keV mit einer viel größeren Wahrscheinlichkeit emittiert wird.

Bis auf den Rückstreupeak 1 stimmen eigentlich alle Werte recht gut mit den theoretischen Werten überein.

1.3.4 Anzahl der Elektronen

Es soll aus dem Photopeak von Cs-137 abgeschätzt werden, wie viele Elektronen (n_e) von der Photokathode emittiert werden, bei einem Impuls der zu diesem Peak beiträgt.

Na-22	gemessene Werte /keV	theoretische Werte /keV	Abweichungen / keV
Photopeak 1	520	511	9
Photopeak 2	1208	1275	-67
Comptonkante 1	338	341	-3
Comptonkante 2	984	1062	-78
Rückstreupeak 1	48	170	-122
Rückstreupeak 2	203	213	-10

Tabelle 3: Werte für Na-22

Die Anzahl n_e ergibt sich folgendermaßen:

$$n_e = \left(\frac{E}{\Delta E}\right)^2 \quad (1)$$

Für die Energie haben wir einen Wert von $E = 662,2 \text{ keV}$ und für die Halbwertsbreite haben wir einen Wert von $\Delta E = 18,2 \text{ keV}$ gemessen.

Daraus ergibt sich eine Anzahl der Elektronen von:

$$n_e = 1324 \quad (2)$$

Wir hätten eher einen Wert im Bereich von 200 bis 400 Elektronen erwartet.

1.4 Linearität der Apparatur

Wir sollen nun Anhand der Ergebnisse der drei Spektren die Linearität der Apparatur überprüfen. Schaut man sich die Abweichungen in den verschiedenen Energiebereichen an, so ist keine Gesetzmäßigkeit zu erkennen. Man kann also nicht sagen, dass in einem Bereich die Abweichung immer besonders groß ist. Wir vermuten daher, dass die Apparatur einigermaßen linear ist.

2 Aktivität des Cs-Präparats

Wir haben bei vier verschiedenen Abständen (d) vom Präparat die Anzahl der Impulse (N) innerhalb eines bestimmten Zeitintervalls (Δt) mit Hilfe von CASSY gemessen. Zusätzlich haben wir noch die Totzeit (t_A) für jede Messung gemessen. Aus diesen Werten und der Nachweiswahrscheinlichkeit p (erhält man aus Abbildung 4 der Vorbereitungshilfe) soll die Aktivität (A) berechnet werden. Zusätzlich beachten wir noch die Hintergrundstrahlung.

Die Totzeit in % gibt die Zeit an, in der der Detektor keine Impulse registrieren konnte. Das heißt es wurde nur ein Teil der Impulse registriert und man erhält die erste Korrektur für N :

$$N_{\text{kor1}} = \frac{N}{\frac{(100-t_A)}{100}} = \frac{N}{(1 - \frac{t_A}{100})} \quad (3)$$

Nun sind die Impulse N aber nicht nur von der Cs-137 Quelle, sondern einige wenige kommen auch durch die Hintergrundstrahlung. Die Zählrate der Hintergrundstrahlung haben wir in Aufgabe 1 zu 25 1/s bestimmt. Die zweite Korrektur ist dann:

$$N_{korrt_2} = (N - 25 \frac{1}{s} \cdot \Delta t) \quad (4)$$

Die dritte Korrektur kommt dadurch zustande, dass nur ein Teil der von der Quelle ausgesandten Quanten auch wirklich nachgewiesen werden können. Dies ist die sogenannte Nachweiswahrscheinlichkeit q . Dieser Wert kann für unseren Detektor in Abhängigkeit vom Abstand d und der Energie $E = 662$ keV abgelesen werden. Die Aktivität A (in 1/s) ergibt sich dann folgendermaßen:

$$A = \frac{(N - 25 \frac{1}{s} \cdot \Delta t)}{q \cdot \Delta t \cdot (1 - \frac{t_A}{100})} \quad (5)$$

Für unsere Messwerte ergeben sich dann folgende Aktivitäten:

d /cm	q /1	N /1	Δt /s	t_A / %	A /(1/s)
2	0,02	113969	60	13	107729,0
4	0,0075	52044	60	9	123428,6
6	0,004	29661	60	4	122226,6
10	0,0016	14053	60	2	133429,0

Tabelle 4: Aktivität

An den Werten für die Aktivitäten sieht man, dass die Werte für 4,6 und 10cm sehr gut übereinstimmen. Nur der erste Wert bei $d = 2$ cm ist zu klein. Vermutlich ist dort die Nachweiswahrscheinlichkeit nicht so groß wie in dem Diagramm angegeben.

Also Mittelwert für die Aktivität erhält man:

$$\overline{A} = 121703 \approx 121,7 \cdot 10^3 \quad (6)$$

3 Röntgenemission

Wir haben die Cs-137 Quelle verwendet um an Materialien mit hoher Ordnungszahl Z Röntgenemission zu erzeugen. Dabei haben wir die Materialien direkt auf den Detektor gelegt und mit der Quelle bestrahlt.

Wir haben dann beim jeweiligen Material den Kanal bestimmt, in dem das Maximum des Peaks der Röntgenlinie liegt. Dies haben wir mit Hilfe des Gausfittes von CASSY bestimmt.

Zwei Materialien (Ba und Blei) waren uns bekannt die anderen Materialien (B,C,D,E) sollen noch bestimmt werden. Es ergaben sich folgende Messwerte:

Materialien	Kanalnummer
Barium (Ba)	105
Blei	236
B	186
C	192
D	219
E	90

Tabelle 5: Messwerte

3.1 Energiekalibrierung

Um nun von der Kanalnummer auf die Energie schließen zu können, führen wir anhand der Ba und der Pb - K_{α} Röntgenlinie eine Energiekalibrierung durch.

Dies haben wir wie folgt gemacht. Von der Ba und der Pb Röntgenlinie sind die Energien bekannt (Ba: 32,1 keV ; Pb: 74,2 keV) und somit können wir diese in ein Energie/Kanal Diagramm aufzeichnen. Da wir eine lineare Skala annehmen legen wir nun eine Ausgleichsgerade durch diese beiden Punkte.

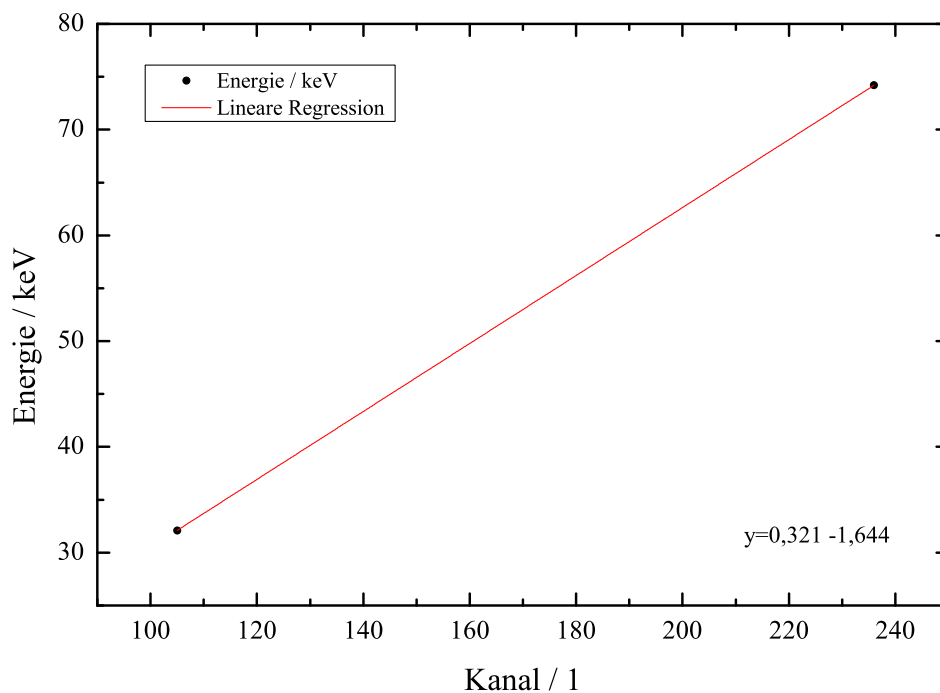


Abbildung 6: Regressionsgerade für Energiekalibrierung

Man erhält folgende Ausgleichsgerade:

$$y = 0,3214x - 1,6443 \quad (7)$$

Wobei y der Energie in keV und x der Kanalnummer entspricht. Diese Ausgleichsgerade geht

nicht durch (0,0) wie man es erwartet. Legt man die Ausgleichsgerade zusätzlich noch durch null erhält man für unsere Materialien fast identische Wert. Aus diesem Grund nehmen wir die oben bestimmte Gerade.

Mit Hilfe der Ausgleichsgeraden können nun die Energien der Materialien berechnet werden.

Materialien	Energie /keV
Barium (Ba)	32,1
Blei	74,2
B	58,1
C	60,1
D	68,7
E	27,3

Tabelle 6: Energie der Röntgenemission

Nun kann man noch die Energie über der Kanalnummer der einzelnen Materialien darstellen.

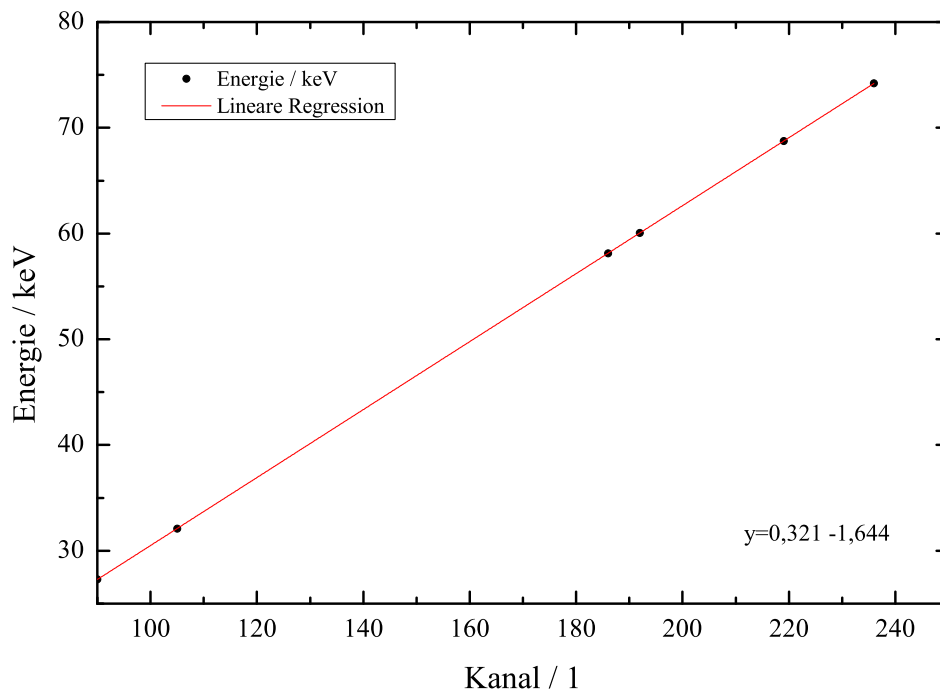


Abbildung 7: Energie über Kanalnummer, alle Materialien

Nun soll noch die Energie E über dem Quadrat der Kernladungszahl Z^2 dargestellt werden. Dazu muss auch zuerst eine Kalibrierung durchgeführt werden. Wir verwenden dafür die bekannten Materialien Ba und Pb. Barium hat eine Kernladungszahl von $Z = 56$ und Blei von $Z = 82$. Nun tragen wir die Energie über Z^2 auf und erstellen wieder eine lineare Regression. Man erhält folgende Gerade:

$$y = 0,013x - 2,718 \quad (8)$$

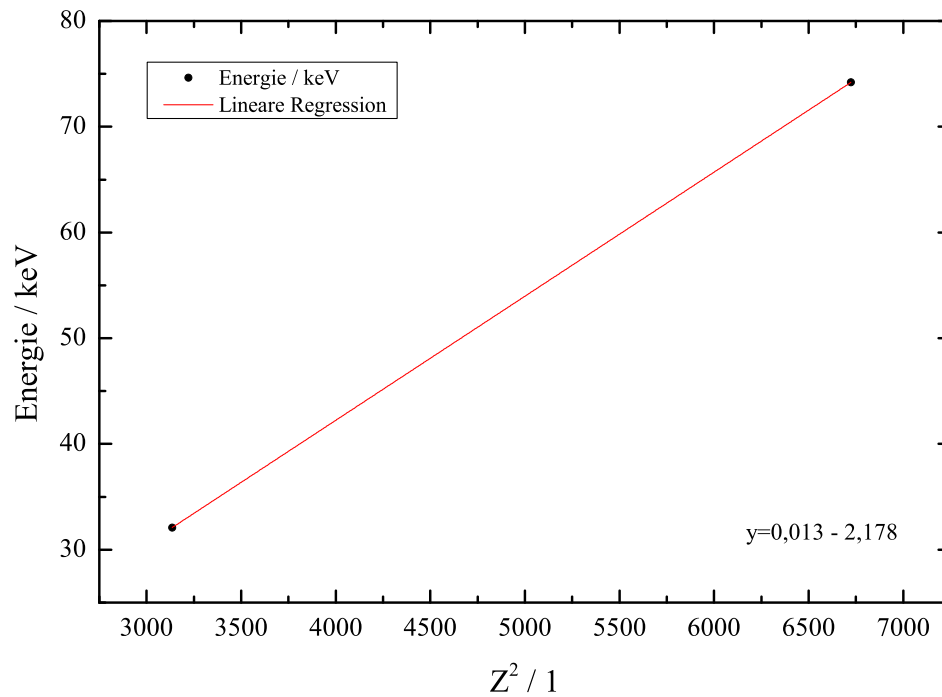


Abbildung 8: Lineare Regression durch zwei Punkte

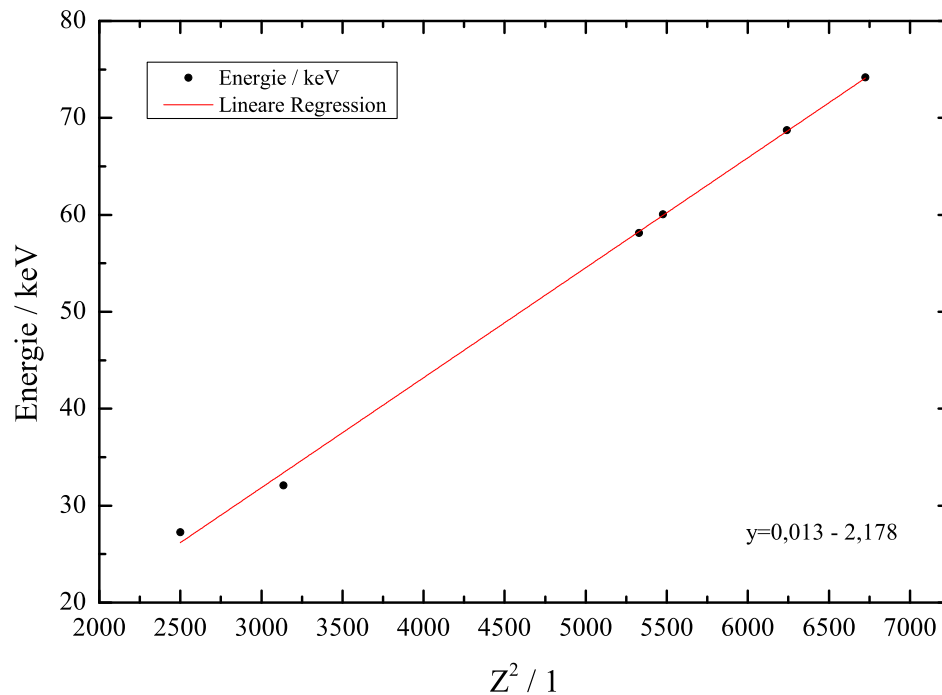
wobei y der Energie in keV und x dem Z^2 entspricht.

setzt man nun die Energie für y ein, so kann man die entsprechende Z der Materialien bestimmen und E über Z^2 darstellen.

Aus der Ausgleichsgeraden erhält man folgende Werte für Z :

Materialien	Kernladungszahl
Barium (Ba)	51
Blei	76
B	68
C	69
D	74
E	48

Tabelle 7: Kernladungszahl Z

Abbildung 9: Energie über Z^2

3.2 Bestimmung der unbekannten Materialien

Aus den berechneten Energien können nun die unbekannten Elemente bestimmt werden. Dazu vergleichen wir die von uns bestimmten Energien mit den Energien, die auf dem Aufgabenblatt gegeben sind.

Materialien	Energie /keV	wahrscheinliches Element	zugehörige Energie /keV
Ba	32,1	Ba	32,2
Pb	74,2	Pb	74,2
B	58,1	Ta	57,1
C	60,1	W	58,8
D	68,7	Au	68,1
E	27,3	Ag oder Sn	22,1 oder 25,2

Tabelle 8: Bestimmung der unbekannten Materialien

Bis auf das Material E kann man alle Materialien gut zu ordnen.

Von der bestimmten Energie passt das Material E mit Zinn (Sn) besser überein als mit Silber (Ag). Vom Aussehen hätten wir aber eher auf Silber getippt.

4 Statistik

4.1 Erfassung der Hintergrundstrahlung

Es wurde eine Vielkanalmessung der Hintergrundstrahlung durchgeführt. Die Messzeit betrug jeweils eine Sekunde. Mit den 256 Kanälen wurde ein Datenpool von 151 Spektren aufgenommen.

Die aufgezeichneten Peaks hängen rein von der Statistik des radioaktiven Zerfalls ab.

4.2 Unterteilung in drei Stichproben

Der Aufgenommene Datensatz wurde mit Excel soweit aufbereitet, dass dieser nur noch eine Spalte mit Kanal enthielt und dahinter 151 Spalten mit den jeweiligen Ereignisanzahlen je Kanal.

Kanal	N_{A1}	N_{A2}	$N_{A..}$	N_{A150}	N_{A151}
0	0	0	..	0	0
1	0	0	..	0	0
2	0	0	..	0	0
3	1	0	..	0	0
..	..	..	..	..	..
..	..	..	..	..	..
253	0	0	..	0	0
254	0	0	..	0	1
255	0	0	..	0	1

Tabelle 9: Form des Daten-Pools

Es wurden im folgenden drei "Stichproben" zusammengestellt. Für Stichprobe A wurden alle Ereignisse Spaltenweise addiert. Bei Stichprobe B1 und B2 wurde nur ein Bereich ausgewählt. Dazu unten mehr.

Aus den addierten Werten, wurde anschließend der Mittelwert x_m errechnet, sowie die Standardabweichung s der Einzelmesswerte und die Standardabweichung s_m des Mittelwerts. Dies wurde in Tabelle 13 eingetragen. Diese befindet sich weiter unten. Die benötigten Formeln dafür sind:

$$\begin{aligned}
 \text{Mittelwert:} \quad x_m &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \\
 \text{Standardabweichung:} \quad s &= \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - x_m)^2} \\
 \text{Std.Abw. des Mittelwerts:} \quad s_m &= \frac{s}{\sqrt{N}}
 \end{aligned}$$

Nun wurden die theoretischen Kurven für eine Gauß und Poisson Verteilung aus Standardabweichung und Mittelwert mit folgenden beiden Formeln berechnet und in die Tabelle eingetragen.

$$P_{Gau}(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}s} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{k-x_m}{s}\right)^2} \quad (Gau\beta)$$

$$P_{Poisson}(k) = \frac{x_m^k \cdot e^{-x_m}}{k!} \quad (Poisson)$$

Die Klassen entsprechen nun der Summe der einzelnen Spalten (siehe oben). Die niedrigsten Summe war 10, die höchste 36. Dahinter sind die Stichproben eingetragen; diese geben die Anzahl an, wie oft eine Klasse vorkommt.

Klasse	Messwerte Stichprobe	Theorie		χ^2 Berechnung	
		Gauß	Poisson	$(S - G)^2/G$	$(S - P)^2/P$
10	1	0,3	0,0	2,0	20,2
11	0	0,4	0,1	0,4	0,1
12	2	0,7	0,2	2,8	14,4
13	0	1,0	0,4	1,0	0,4
14	1	1,4	0,8	0,1	0,1
15	4	2,0	1,3	2,0	5,6
16	4	2,7	2,1	0,6	1,8
17	1	3,6	3,1	1,9	1,4
18	7	4,6	4,3	1,3	1,6
19	3	5,7	5,8	1,3	1,3
20	5	6,8	7,3	0,5	0,7
21	8	8,0	8,8	0,0	0,1
22	5	9,0	10,2	1,8	2,6
23	11	9,8	11,2	0,1	0,0
24	15	10,4	11,8	2,1	0,9
25	9	10,7	12,0	0,3	0,7
26	14	10,6	11,7	1,1	0,5
27	10	10,2	11,0	0,0	0,1
28	10	9,5	9,9	0,0	0,0
29	7	8,6	8,7	0,3	0,3
30	2	7,6	7,3	4,1	3,9
31	5	6,4	6,0	0,3	0,2
32	10	5,3	4,7	4,1	5,9
33	7	4,2	3,6	1,8	3,1
34	2	3,3	2,7	0,5	0,2
35	2	2,5	2,0	0,1	0,0
36	6	1,8	1,4	9,9	15,5

Tabelle 10: Stichprobe A, eingeteilt in Klassen

Es sei zu beachten, dass die Formeln für die theoretische Gauß- beziehungsweise Poisson-Verteilung noch mit der Gesamtzahl an Stichproben von 151 multipliziert wurden, damit wir von dem Wahrscheinlichkeitswert, den diese zurückgeben auf eine relative Häufigkeit in Bezug auf die Stichproben gelangen.

Nun wurden zwei Bereiche in Tabelle 8 gewählt. Stichprobe B1 wurde aus Kanal 18 bis 28 gebildet; Stichprobe B2 aus 73 bis 98, also aus einem Bereich weiter hinten. Es wurden wieder die Mittelwerte und Standardabweichungen berechnet. Diese befinden sich in einer Übersichtstabelle mit denen aus Stichprobe A weiter unten. Man erhält für Stichprobe B1:

Klasse	Messwerte Stichprobe	Theorie		χ^2 Berechnung	
		Gauß	Poisson	$(S - G)^2/G$	$(S - P)^2/P$
0	10	8,5	7,2	0,3	1,1
1	20	17,7	21,9	0,3	0,2
2	32	27,6	33,3	0,7	0,1
3	37	32,3	33,8	0,7	0,3
4	22	28,4	25,8	1,4	0,5
5	16	18,7	15,7	0,4	0,0
6	7	9,2	8,0	0,5	0,1
7	3	3,4	3,5	0,0	0,1
8	2	0,9	1,3	1,2	0,3
9	2	0,2	0,4	16,6	5,4

Tabelle 11: Stichprobe B1, eingeteilt in Klassen

Und für Stichprobe B2:

Klasse	Messwerte Stichprobe	Theorie		χ^2 Berechnung	
		Gauß	Poisson	$(S - G)^2/G$	$(S - P)^2/P$
0	12	9,5	9,8	0,7	0,5
1	25	21,0	26,8	0,8	0,1
2	33	32,7	36,6	0,0	0,4
3	38	35,6	33,4	0,2	0,6
4	20	27,1	22,8	1,8	0,4
5	15	14,4	12,5	0,0	0,5
6	4	5,4	5,7	0,3	0,5
7	3	1,4	2,2	1,9	0,3
8	1	0,3	0,8	2,2	0,1

Tabelle 12: Stichprobe B2, eingeteilt in Klassen

Ziel dieser ganzen Berechnungen ist es nun zu entscheiden, ob unsere gemessene Zufallsverteilung eher eine poissonverteilte Grundcharakteristik besitzt oder einer Normalverteilung gehorcht.

Nun noch die ersohnte Tabelle mit den berechneten Mittelwerten, Standardabweichungen und der Wurzel des Mittelwerts.

	Stichproben		
	A1	B1	B2
Min	10	0	0
Max	36	9	8
Mittelwert	25,3	3,0	2,7
Standardabweichung	5,6	1,9	1,7
Wurzel aus Mittelwert	5,0	1,7	1,7
Stdabw. des Mittelwerts	0,5	0,2	0,1

Tabelle 13: Berechnungen zu den einzelnen Stichproben

Zu Prüfen war nun zunächst, ob die Standardabweichung der Einzelmesswerte gleich der Wurzel aus dem Mittelwert ist. Man erkennt, dass dies bei Stichprobe A1 nur grob zutrifft. In B1 stimmt dies schon eher überein; bei B2 erkennen wir sogar den gleichen Wert von 1,7.

Daraus können wir jetzt schon ablesen, dass B1 die Bedingung für eine Poissonverteilung recht gut erfüllt, B2 dürfte auch einer Poissonverteilung folgen, A1 jedoch eher weniger.

4.3 Graphische Darstellung der Häufigkeitsverteilungen

Nun werden die in Häufigkeitsverteilungen graphisch dargestellt. In den einzelnen Abbildungen ist jeweils die Stichprobe als Balkenverteilung eingetragen und die beiden berechneten theoretischen Verteilungen.

Zunächst die Stichprobe A. Hier sehen beide theoretischen Kurven sehr ähnlich aus. Es ist schwer graphisch zu entscheiden, welche hier besser passt. In Abschnitt 4.4. wird der Grund dafür klar.

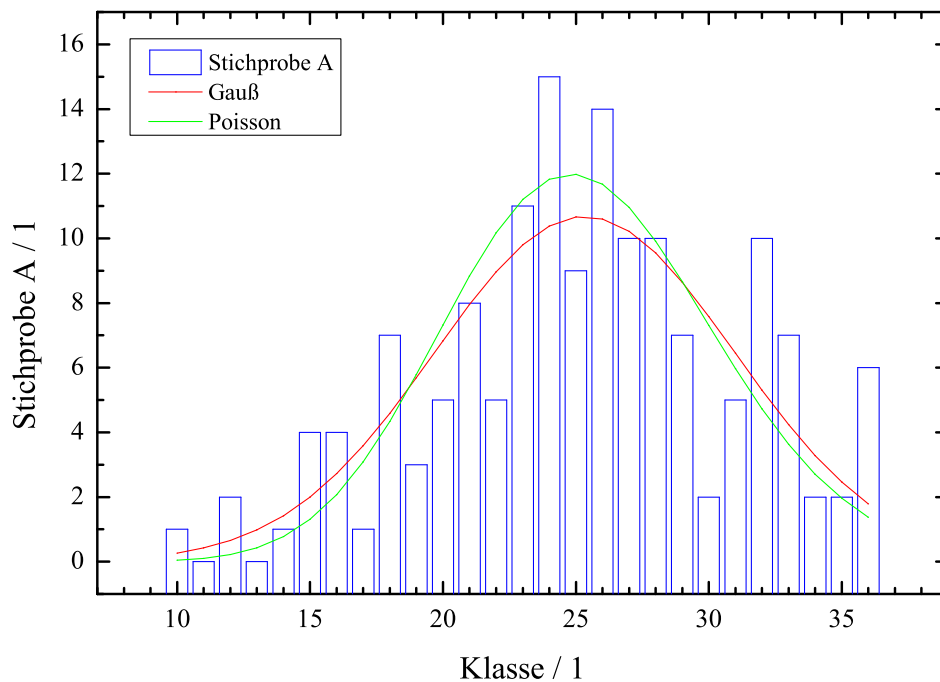


Abbildung 10: Häufigkeitsverteilung Stichprobe A

Es sei zu bemerken, dass wir nicht wie in der Vorbereitung erwähnt, einzelne Klassen zusammengefasst haben. Der Grund hierfür ist, dass es so gut wie keinen Unterschied im Ergebnis erbrachte. Da sowieso nur sehr wenige meist benachbarte Klassen dafür in Frage gekommen sind.

Im Allgemeinen erkennt man, dass bei vielen Messwerten, eher eine Normalverteilung der Stichproben vorliegt. Ganz anders sieht dies aus, wählt man nur einen kleinen Bereich der Kanäle im Daten-Pool aus. So erhält man weniger Klasse, in denen die Häufigkeit steigt. Die Grundcharakteristik ähnelt nun eher einer Poisson-Verteilung.

Dies sieht man sehr schön bei Stichprobe B1.

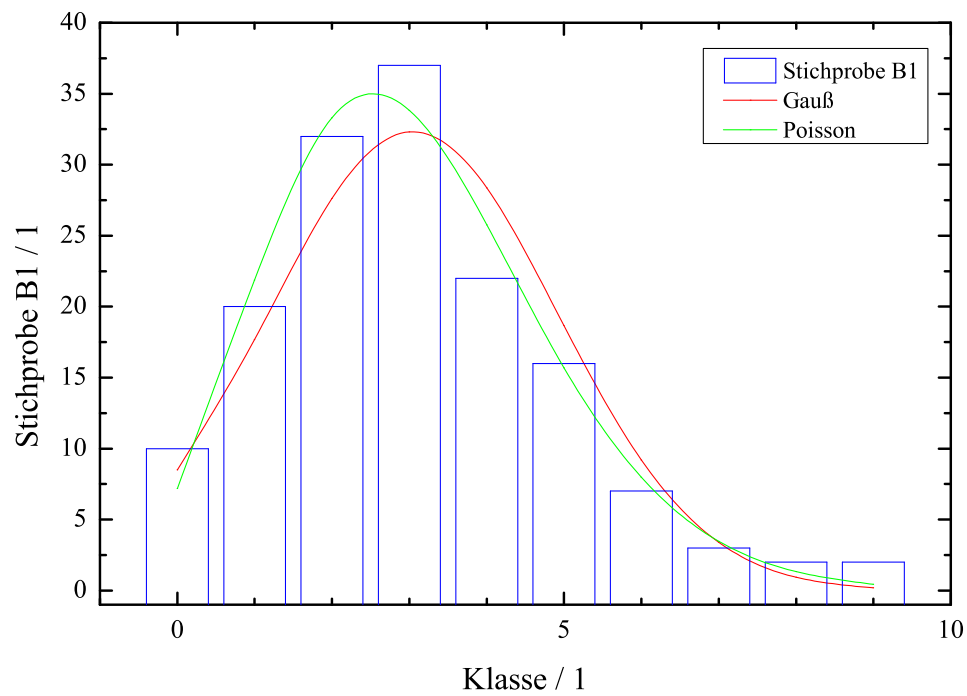


Abbildung 11: Häufigkeitsverteilung Stichprobe B1

Bei Stichprobe B2, ist dies sogar noch deutlicher zu erkennen.

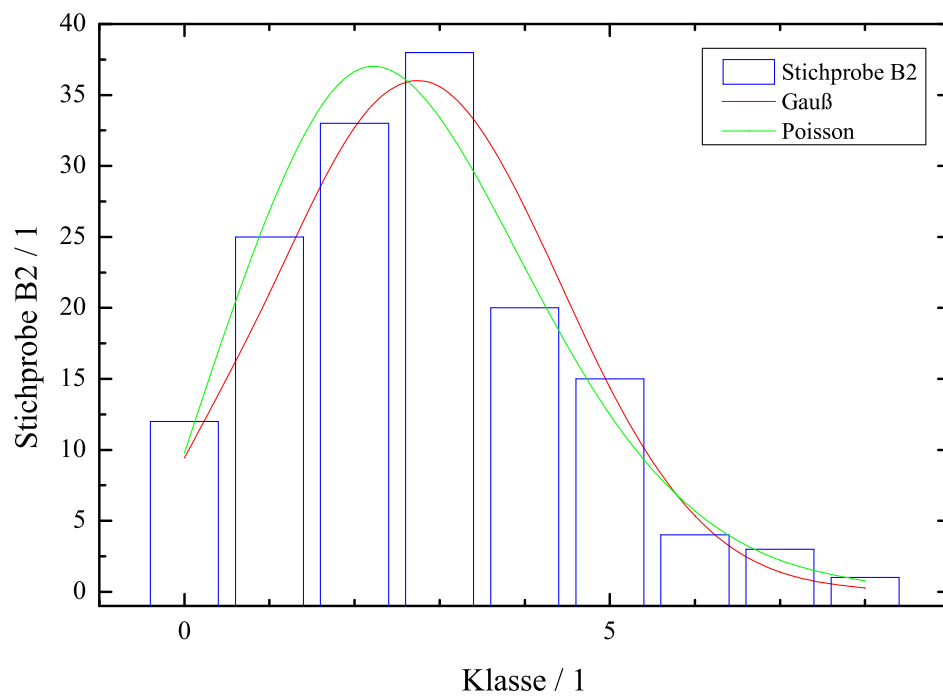


Abbildung 12: Häufigkeitsverteilung Stichprobe B2

Ein Grund für diesen Sachverhalt, welcher sich bei uns zwar nur bedingt Beobachten lässt, ist, dass die Poisson-Verteilung für große Mittelwerte x_m gegen die Normalverteilung konvergiert.

4.4 Der χ^2 -Test

Nun wurden für die einzelnen Stichproben das χ^2 bestimmt. Die Formel hierfür ist:

$$\chi^2 = \sum_k \frac{(A_i - E_i)^2}{E_i} \quad (9)$$

Dabei sind die A_i die beobachteten Häufigkeiten, die E_i die erwarteten Häufigkeiten bei der gewählten theoretischen Verteilung.

Außerdem wurden die Freiheitsgrade $f = k - 1 - n$ ausgerechnet. Bei der Poisson-Verteilung beträgt $n=1$, bei Gauß $n=2$. k bezeichnet die Anzahl an Klassen.

	Stichproben		
	A	B1	B2
χ^2 Gauß	40,4	22,1	7,9
$f=k-1-n$	24	7	6
χ^2 Poisson	81,6	8,1	3,3
$f=k-1-n$	25	8	7

Tabelle 14: χ^2 -Werte und Freiheitsgrade der einzelnen Stichproben

Nun kann aus diversen Tabellen die Wahrscheinlichkeit dafür abgelesen werden, mit welcher wir bei gegebenen Freiheitsgraden f , eine theoretische Kurve mit dem berechneten χ^2 ablehnen können. Am einfachsten geht dies nun mit dem statistischen Internet Rechner der Uni Köln. Wir geben dort die Freiheitsgrade ein und das zugehörige χ^2 , das wir berechnet haben. Ausgegeben bekommen wir nun einen Wert zwischen 0 und 1, der die Wahrscheinlichkeit beschreibt, mit der wir unsere theoretischen Kurve ausschließen können.

	Ausschlusswahrscheinlichkeit		
	A	B1	B2
Gauß	98,06%	99,76%	75,45%
Poisson	100%	57,62%	14,41%

Tabelle 15: Ausschlusswahrscheinlichkeit der einzelnen theoretischen Verteilungen

Man erkennt, dass der χ^2 -Test sehr streng Urteilt. Bei Stichprobe A können wir nur mit 1,94% sagen, dass es sich um eine Normalverteilung handelt. Eine Poissonverteilung kann man jedoch ganz ausschließen.

Betrachtet man sich die Abbildungen zu B1 und B2, so verleiteten dies sehr schnell dazu eine Poisson-Verteilung als gegeben anzusehen. Dies ist jedoch nur zu 42,38% sicher bei B1. Bei B2 liegt die Sicherheit schön deutlich Höher, jedoch steigt jene für eine Gaußverteilung auch an.

Der χ^2 -Test liefert also bei uns nur grobe Richtungen. Bei sehr kleinen χ^2 kann man jedoch sehr gute und starke Aussagen über das übereinstimmen der theoretischen Kurve mit den gemessenen Werten machen.

5 Quellen

- χ^2 -Tabelle - <http://eswf.uni-koeln.de/glossar/surfstat/chi.htm>
- statistischen Internet-Rechner - <http://eswf.uni-koeln.de/glossar/surfstat/chi.htm>