

Versuche P2-72,73,83

Gammaspektrometrie Versuchsvorbereitung

Marco A. Harrendorf und Thomas Keck, Gruppe: Mo-3
Karlsruhe Institut für Technologie, Bachelor Physik

Versuchstag: 09.05.2011

1 Theoretische Hintergründe

1.1 Was sind Gammastrahlen?

Bei Gammastrahlen handelt es sich um elektromagnetische Wellen bzw. Photonen, die unter anderem beim Zerfall von radioaktiven Nukliden entstehen. Ein weiterer Prozess, bei dem Gammastrahlung – oder auch in diesem speziellen Fall als Annihilationstrahlung bezeichnet – entsteht, ist die Annihilation eines Elementarteilches mit seinem Antiteilchen, z.B. eines Elektrons mit einem Positron.

Auf Grund seiner Eigenschaften zählt Gammastrahlung zur Klasse der indirekt-ionisierenden und schwach-ionisierenden, allerdings langreichweitigen Strahlungsarten.

1.2 Wechselwirkungsarten von Gammastrahlung mit Materie

Die für die nachfolgende Versuche wesentlichen Arten der Wechselwirkung von Gammastrahlung mit Materie sind

- der Photoeffekt,
- der Comptoneffekt,
- die Paarbildung.

Die Art der Wechselwirkung hängt im wesentlichen von der Energie der Photonen E_γ und der Kernladungszahl Z des Materials ab, in dem die Wechselwirkung stattfindet.

1.2.1 Der Photoeffekt

Beim Photoeffekt wechselwirkt das einfallende Gammaquant so mit einem Hüllelektron eines Absorberatoms, dass das Photon seine Energie vollständig an das zuvor gebundene Elektron und das Atom überträgt und damit nach dem Wechselwirkungsprozess nicht mehr existiert.

Da die Wechselwirkung auf Grund der Impulserhaltung mit dem Atom als Ganzes stattfinden muss, tritt diese Wechselwirkung bei freien Elektronen nicht auf.

Verfügt das Gammaquant über genügend Energie, so wird es am ehesten mit den am stärksten gebundenen Elektronen der K-Schale wechselwirken, kann seine Energie allerdings auch mit geringerer Wahrscheinlichkeit an die Elektronen der anderen Schalen übertragen.

Bei der Wechselwirkung wird das zuvor gebundene Elektron freigesetzt und erhält folgende kinetische Energie E_e , die sich aus der Energie des Gammaquants E_γ und der Bindungsenergie des Elektrons an das Atom E_B ergibt:

$$E_e = E_\gamma - E_B$$

Bei dieser Betrachtung wurde vernachlässigt, dass das Atom bzw. der Kern selbst einen Teil der Energie als Rückstoßenergie erhält. Diese kann aber auf Grund der großen Massenunterschiede zwischen Elektron und Kern in der Regel vernachlässigt werden.

Nach der Freisetzung des Photoelektrons ist das Atom nicht mehr neutral und weist eine unbesetzte Stelle in einer seiner niedrigeren Schalen auf. Diese unbesetzte Stelle wird dann in

kürzester Zeit durch ein Elektron aus einer höheren Atomschale oder durch ein freies Elektron besetzt, wobei eine oder mehrere sogenannte charakteristische Röntgenstrahlenquanten emittiert werden.

Der Photoeffekt ist die dominierende Wechselwirkungsart von Gammaquanten geringer Energie. Sein Wirkungsquerschnitt σ ist durch folgende ungefähre Proportionalität gegeben:

$$\sigma \sim E_\gamma^{3.5} \cdot Z^n \quad \text{mit } n \sim 4 \dots 5$$

1.2.2 Der Comptoneffekt

Beim Comptoneffekt wechselwirkt das einfallende Gammaquant so mit einem Elektron, dass es nur einen Teil seiner kinetischen Energie E_γ an das Elektron überträgt, es allerdings um den Winkel θ gestreut wird und nun eine geringere kinetische Energie E'_γ besitzt.

Abhängig vom Streuwinkel θ ergeben sich dann aus der Energie- und Impulserhaltung folgende Zusammenhänge für die kinetische Energie des gestreuten Photons E'_γ sowie des Elektrons E_e .

$$E'_\gamma = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{E_0} \cdot (1 - \cos \theta)}$$
$$E_e = E_\gamma - E'_\gamma$$
$$= E_\gamma \cdot \frac{\frac{E_\gamma}{E_0} \cdot (1 - \cos \theta)}{1 + \frac{E_\gamma}{E_0} \cdot (1 - \cos \theta)}$$

Die Ruheenergie des Elektrons $E_0 = 511 \text{ keV}$ wurde hierbei verwendet.

Betrachtet man die oben genannten Zusammenhänge, so kann man zwei Extremfälle daraus ableiten:

1. Wenn der Streuwinkel θ sehr klein ist, entspricht die Energie des gestreuten Quanten nahezu der Energie des einfallenden Quanten $E'_\gamma \sim E_\gamma$ und das Elektron erhält nahezu keine kinetische Energie $E_e \sim 0$.
2. Wenn das Photon nahezu zurückgestreut wird, d.h. $\theta \sim \pi$, bewegt sich das Elektron in die gleiche Richtung, wie das zuvor einfallende Photon. In diesem Fall hat das Elektron dann auch den größtmöglichen Anteil an kinetischer Energie erhalten und man erhält folgende Zusammenhänge:

$$E'_\gamma \parallel \theta \sim \pi = \frac{E_\gamma}{1 + 2 \cdot \frac{E_\gamma}{E_0}}$$
$$E_e \parallel \theta \sim \pi = E_\gamma \cdot \frac{2 \cdot \frac{E_\gamma}{E_0}}{1 + 2 \cdot \frac{E_\gamma}{E_0}}$$

Im Normalfall können bei Messung von Gammastrahlung mit Hilfe eines Detektors alle Streuwinkel θ auftreten, weswegen sich eine kontinuierliche Energieverteilung für die Elektronen ergibt, die dann in der Regel im Detektor wieder ihre Energie abgeben. Man bezeichnet die dabei entstehende typische Kurvenform im Impulshöhenspektrum eines Detektors als Comptonkontinuum.

Begrenzt wird das Comptonkontinuum durch die sogenannte Comptonkante mit der Energie E_C . Diese ist durch die kinetische Energie des einfallenden Photons E_γ und die Energie der gestreuten Elektronen mit der größtmöglichen Energie, also den unter einem Streuwinkel $\theta = \pi$ freigesetzten Elektronen, gegeben:

$$\begin{aligned} E_C &= E_\gamma - E_e \parallel_{\theta \sim \pi} \\ &= E_\gamma \cdot \left(1 - \frac{1}{1 + 2 \cdot \frac{E_\gamma}{E_0}} \right) \end{aligned}$$

Wenn die Energie des einfallenden Gammaquants E_γ deutlich größer als die Hälfte der Ruheenergie des Elektrons ($E_\gamma \gg \frac{E_0}{2}$) ist, kann die Energie der Compton-Kante auch durch folgende Näherung erhalten werden

$$\begin{aligned} E_C &\simeq \frac{E_0}{2} \\ &\simeq 255.5 \text{ keV} \end{aligned}$$

Der Wirkungsquerschnitt von Comptonstreuung σ ist abhängig von der Anzahl von Elektronen, an denen Streuung stattfinden kann, und nimmt deswegen linear mit der Kernladungszahl zu:

$$\sigma \sim Z$$

1.2.3 Die Paarbildung

Paarbildung kann auftreten, wenn die Energie des Gammaquants mindestens genauso groß ist wie die zweifache Ruheenergie eines Elektrons (1022 keV).

Hierbei erzeugt das Photon im Coulombfeld eines Kerns ein Positron-Elektronenpaar, wobei es selber verschwindet. Die nicht für die Paarerzeugung aufgewandte Energie des zuvor vorhandenen Photons wird als kinetische Energie auf das Positron und Elektron aufgeteilt, die sich auf Grund der Impulserhaltung in entgegengesetzte Richtungen vom Ort der Wechselwirkung entfernen.

Da das Positron in der Regel nach kurzer Zeit in Materie zusammen mit einem Elektron Anihilationsstrahlung erzeugt, entstehen als Sekundärteilchen zwei Gammaquanten mit einer Energie von jeweils 511 keV.

Der Wirkungsquerschnitt für die Paarbildung σ ist näherungsweise proportional zur Quadratwurzel aus der Kernladungszahl.

$$\sigma \sim \sqrt{Z}$$

1.2.4 Aufbau und Wirkweise des Detektors

In diesem Praktikum wird ein NaI(Tl)-Szintillationsdetektor verwendet. Dieser besteht aus folgenden Bauteilen:

- NaI(Tl)-Szintillationskristall,
- Photomultiplerröhre,
- Impulshöhendiskriminator,
- nachgeschaltete Auswerteelektronik

Der mit Thallium dotierte Natriumiodid-Einkristall dient als Konversionsmedium, in welchem die einfallende Gammastrahlung durch die oben genannten Wechselwirkungsprozesse Sekundär- oder Tertiärelektronen erzeugt. Die so erzeugten Elektronen wechselwirken dann durch Ionisierungs- oder Anregungsprozesse mit den Kristallatomen, wodurch Fluoreszenzphotonen emittiert werden.

Diese Fluoreszenzphotonen können dann durch den Photomultiplier in ein stark verstärktes elektrisches Signal umgewandelt werden.

Ein Photomultiplier besteht nämlich zunächst aus einer Photokathode, in der die Fluoreszenzphotonen durch den Photoeffekt Elektronen freisetzen. Der Photokathode nachgeschaltet sind dann eine Reihe von Elektroden, die sogenannten Dynoden, deren elektrisches Potential zunimmt. Die in der Photokathode freigesetzten Elektronen werden zunächst zur ersten Dynode hinbeschleunigt und setzen dort auf Grund ihrer kinetischen Energie weitere Elektronen frei. Da die nächste Dynode positiver geladener ist als die vorangegangene Dynode werden die Elektronen wiederum beschleunigt und setzen dort erneut weitere Elektronen frei. Es handelt sich also um eine Verstärkungskaskade, an deren Ende um ein Vielfaches mehr an Elektronen den Photomultiplier verlassen als durch die Fluoreszenzstrahlung zunächst erzeugt wurden.

Der verstärkte Elektronenstrom wird dann in einen Impulshöhendiskriminator geleitet. In diesem wird je nach Größe des Elektronenstroms das Signal in einem von mehreren Kanälen gezählt. Dies ist möglich, weil die Größe des Elektronenstroms, der den Photomultiplier verlässt, abhängig von der Intensität der einfallenden Fluoreszenzstrahlung und damit letztendlich von der Energie der einfallenden Gammastrahlung ist.

1.2.5 Was ist ein Spektrum?

In einem Spektrum werden die Häufigkeiten einer Klasse von auftretenden Messzuständen über einer Messgröße aufgetragen.

Im Rahmen dieses Praktikums werden Impulshöhenspektren benutzt. Hierbei wird die Impulshöhe des durch den Photomultiplier erzeugten Elektronenstroms im Impulshöhendiskriminator untersucht und je nach Impulshöhe in einen bestimmten Kanal einsortiert. Der Impulshöhendiskriminator definiert hierfür eine bestimmte Anzahl von Kanälen, die immer einem Intervall von Impulshöhen entsprechen, und speichert die Häufigkeit von Signalen pro Kanal, die im jeweiligen Impulshöhen-Intervall lagen.

Da die Impulshöhe bei nichtorganischen Szintillationsdetektoren über weite Bereiche linear mit

der Energie der erzeugenden Gammastrahlung ansteigt, kann man dann über eine Energiekalibrierung den einzelnen Kanälen ein Energieintervall zuordnen.

1.2.6 Auffälligkeiten im Impulshöhenspektrum

Im Impulshöhenspektrum eines gebräuchlichen Szintillationsdetektors können folgende Auffälligkeiten auftreten:

- **Photopeak oder Fullenergypeak:** Wenn die Energie des einfallenden Gammaquants vollständig im Detektor absorbiert wird, ergibt sich der Fullenergypeak im Impulshöhenspektrum. Dieser Peak entspricht der ursprünglichen Energie des Photons. Eine mögliche Erzeugungsart wäre z.B. die vorangegangene Erzeugung eines Sekundärelektrons aus dem Photon durch den Photoeffekt und die Absorption des Sekundärelektrons in einem Kristallatom unter Fluoreszenzlichtemission.
- **Comptonkontinuum und Comptonkante:** Auf Grund von Comptonstreuung kann das Photon einen Teil seiner Energie auf ein Elektron übertragen, wodurch seine eigene (kinetische) Energie abnimmt. Das gestreute Photon kann allerdings den Detektor verlassen, ohne weitere Energie abzugeben, weshalb der Detektor nur die auf das Elektron übertragene Energie detektiert. Es ergibt sich das sogenannte Comptonkontinuum. Da das Elektron auf Grund der Impulserhaltung nur einen gewissen, maximalen Anteil der Energie des Photons erhalten kann, tritt im Impulshöhenspektrum zusätzlich die Comptonkante auf. Die ausführliche Erläuterung und Herleitung der Berechnungsformel erfolgte bereits im Kapitel 1.2.2.
- **Rückstreupeak:** Wenn die einfallenden Gammaquanten nicht im Detektor selbst sondern in der Hülle oder im Kollimator des Detektors gestreut werden, haben sie bereits einen Teil ihrer kinetischen Energie eingebüßt, bevor sie in den Detektor gelangen. Betrachtet man die Berechnungsformel für die Energie des beim Comptoneffekt erzeugten, gestreuten Photons E'_γ

$$E'_\gamma = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{E_0} \cdot (1 - \cos \theta)} \quad ,$$

so lässt sich ablesen, dass für Streuwinkel θ zwischen 120° und 180° die Energien der gestreuten Photonen in einem kleinen Energieintervall liegen. Durch die vollständige Energieabgabe dieser Photonen mit nahezu gleicher Energie im Detektor entsteht der sogenannte Rückstreupeak.

- **Single-Escape-Peak und Double-Escape-Peak:** Durch die Paarbildung kann aus dem einfallenden Gammaquant mit der Energie E_γ ein Elektron und ein Positron im Detektor entstehen, wobei das Elektron seine Energie vollständig im Detektor abgibt und das Positron zusammen mit einem anderen Elektronen Annihilationsstrahlung, d.h. zwei Gammaquanten mit einer Energie von jeweils 511 keV, erzeugt. Wenn jetzt eines dieser beiden Gammaquanten den Detektor verlassen kann, ohne Teile seiner Energie dort abzugeben,

so ergibt sich der charakteristische Single-Escape-Peak bei einer Energie E_{SEP} :

$$E_{SEP} = E_{\gamma} - E_0$$

Wenn beide Gammaquanten den Detektor ohne Energieabgabe verlassen können, erhält man den charakteristischen Double-Escape-Peak mit einer Energie E_{DEP} von

$$E_{DEP} = E_{\gamma} - 2 \cdot E_0$$

1.2.7 Wie kommt die Röntgenlinie beim Cs-137 zustande?

Die Gammastrahlung entsteht beim radioaktiven Zerfall des Cäsium-137 nicht durch das Cäsium-137 selbst, dieses zerfällt nur unter Aussendung von Betastrahlung in metastabiles Barium-137, sondern durch die Abregung des metastabilen Bariums hin zu seinem stabilen Grundzustand. Neben der Aussendung eines Gammaquanten mit der Energie $E_{\gamma} = 662keV$ aus dem Nuklid, kann die Energie auch direkt auf ein kernnahes Elektron der K-Schale übertragen, dem sogenannten Konversionselektron. Dieses Elektron verlässt dann den Kern, sodass in der K-Schale eine unbesetzte Stelle frei wird. Diese Stelle wird dann durch ein äußeres oder freies Elektron besetzt, wodurch in Form eines Gammaquants die für Ba-137m charakteristische Bindungsenergie der K-Schale emittiert wird.

1.2.8 Wieso erwartet man verschmierte Spektren?

Die wesentlichen Gründe für das Auftreten von verschmierten Spektren sind in der nur begrenzten Spannungs-Stabilität des Photomultipliers zu suchen.

Der im Photomultiplier erzeugte Photonenstrom entsteht durch eine Verstärkungskaskade. Durch geringe, statistische Schwankungen der Beschleunigungsspannungen zwischen den einzelnen Dynoden ergeben sich relativ große Änderungen des am Ausgang des Photomultipliers messbaren Elektronenstroms für gleiche Intensitäten der einfallenden Fluoreszenzstrahlung.

1.2.9 Gaußverteilung und Poissonverteilung

Die Gaußverteilung ist eine kontinuierliche Verteilung(sfunktion), die für die Messgröße x , deren Erwartungswert \bar{x} und deren Standardabweichung σ durch folgende Formel gegeben ist:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot e^{-\frac{1}{2} \frac{(x - \bar{x})^2}{\sigma^2}}$$

Die Poissonverteilung ist hingegen eine diskrete Verteilung(sfunktion), die wie folgt über den Erwartungswert \bar{x} und die Anzahl zufälliger, statisch unabhängiger Ereignisse k definiert ist:

$$f(k) = \frac{\bar{x}^k}{k!} \cdot e^{-\bar{x}}$$

Zu beachten ist, dass für die Standardabweichung des Erwartungswerts σ bei der Poissonverteilung

$$\sigma = \sqrt{\bar{x}}$$

gilt.

Für große \bar{x} geht die Poissonverteilung in die Gaußverteilung über.

1.2.10 Der χ^2 -Test

Der χ^2 -Test dient dazu, eine empirisch bestimmte Häufigkeitsverteilung mit einer theoretisch erwarteten Verteilung zu überprüfen. Dies heißt nachzuprüfen, ob die beiden Verteilungen einander im Rahmen der Unsicherheiten entsprechen.

Aus diesem Grund berechnet man den Wert χ^2 :

$$\chi^2 = \sum_{i=0}^N \frac{(b_i - e_i)^2}{e_i}$$

Hierbei entspricht b_i dem einzelnen beobachteten Wert einer Klasse der empirisch bestimmten Häufigkeitsverteilung und e_i dem erwarteten Wert einer Klasse der theoretisch erwarteten Verteilung, wobei die beiden Verteilungen in N Klassen unterteilt sind.

Aus der Kenntnis der Anzahl der Freiheitsgrade $FG = N - 1$ und der Annahme einer Irrtumswahrscheinlichkeit $\alpha = 5\%$, 1% , 0.1% lässt sich aus der in [Vorbereitungshilfe] gegebenen Tabelle ein χ^2 -Wert ermitteln.

Liegt der berechnete χ^2 -Wert über dem aus der Tabelle abgelesenen χ^2 -Wert, so kann davon ausgegangen werden, dass die empirisch bestimmte Verteilung nicht der theoretisch erwarteten Verteilung zugrunde liegt.

2 Versuch 1

2.1 Versuch 1.1: Messung des Impulshöhenspektrums von Cs-137 im Einkanalbetrieb

Das Impulshöhenspektrum von Cäsium-137 wird im Einkanalbetrieb des Impulshöhenanalysators gemessen.

Die Betriebsspannung am Photomultiplier wird mit ca. 900 Volt und die Software-Verstärkung so gewählt, dass der dynamische Bereich des Detektors nahezu vollständig ausgenutzt wird und dass die Signale des Fullenergypeaks noch nicht in Sättigung gehen.

Weiterhin wird das Spektrum in eine zweckmäßige Anzahl von Impulsintervallen – vorgeschlagen werden 50 – zerlegt und eine Messdauer von ca. 10 Sekunden pro Intervall eingehalten.

Zu beachten ist außerdem, dass der Abstand zwischen radioaktiver Quelle und Detektor so gewählt wird, dass die Zählrate im Vielkanalmodus mindestens 1000 ips beträgt.

2.2 Versuch 1.2: Messen des Impulshöhenspektrums von Cs-137, Na-22 und Co-60 sowie des Untergrunds im 1024-Kanalbetrieb

Das Impulshöhenspektrum wird nun im 1024-Kanalbetrieb für die Nuklide Cs-137, Na-22 und Co-60 sowie für den Untergrund gemessen.

Die Betriebsspannung am Photomultiplier und die Software-Verstärkungen sollen hierbei so gewählt werden, dass der dynamische Detektorbereich bei dem Nuklid Co-60 voll ausgenutzt wird und unverändert auch bei den anderen beiden Nukliden benutzt werden kann.

Weiterhin soll der Abstand zwischen radioaktiver Quelle und Detektor so sein, dass die effektive Zählrate für alle drei Nuklide etwa gleich ist und zwischen 1000 und 1500 ips liegt.

2.3 Versuch 1.3: Deutung der Impulshöhenspektren

Zunächst soll unter Zuhilfenahme des Fullenergypeaks eine Energieskalierung vorgenommen werden, wobei ein lineares Energieansprechvermögen angenommen wird.

Anschließend soll die in den Impulshöhenspektren bzw. Energiespektren auftretenden Auffälligkeiten mit den zuvor berechneten Auffälligkeiten verglichen werden. Die entsprechenden Zahlenwerte sind in Tabelle 1 aufgeführt.

Weiterhin soll die Auflösung des Detektors R bestimmt werden. Diese berechnet sich aus der

Auffälligkeit	Cs-137	Co-60	Na-22	Am-241	Co-57
Fullenergypeak [keV]	662	511, 1275	1173, 1333	59.5	122
Comptonkante [keV]	478	341, 1062	963, 1119	11.2	39
Rückstreupeak [keV]	184	170, 213	210, 214	48.3	83
Single-Escape-Peak [keV]		764	662, 822		
Double-Escape-Peak [keV]		253	151, 311		
charakt. X-Ray [keV]	32				

Tabelle 1: Berechnete Zahlenwerte für die erwarteten Auffälligkeiten

Halbwertsbreite des Fullenergypeaks $FWHM$ und der Energie des Fullenergypeaks E_P wie folgt:

$$R = \frac{FWHM}{E_P}$$

Auf Grund der Anwendbarkeit der Poissonstatistik ergibt sich für die Anzahl der Elektronen n_e folgender Zusammenhang zusammen mit der Energieauflösung R :

$$R = \frac{1}{\sqrt{n_e}}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow n_e &= \frac{1}{R^2} \\ &= \left(\frac{E_P}{FWHM} \right)^2\end{aligned}$$

Letztendlich soll dann noch die Linearität des Detektorsystems überprüft werden, indem auch für die anderen Nuklide eine Energieskalierung vorgenommen wird.

3 Versuch 2: Bestimmung der Aktivität des Cs-137 Präparats

In diesem Versuch soll die Aktivität A des Cäsium-137 Präparats bestimmt werden.

Hierzu wird die Nettozählrate R_N für mehrere Abstände zwischen Quelle und Detektor bestimmt und eine eventuell erforderliche Totzeitkorrektur vorgenommen.

Der in der Vorbereitungsmappe enthaltenen Abbildung 4 kann dann der Kalibrierfaktor f_K entnommen werden und die Aktivität berechnet werden.

$$A = R_N \cdot f_K$$

4 Versuch 3: Röntgenemission

4.1 Versuch 3.1: Durchführung einer Energiekalibration an Hand der Ba- und Pb-K_α Röntgenlinie

In diesem Versuch soll für den niedrigen Energiebereich eine Energiekalibrierung des Detektors vorgenommen werden, indem die charakteristischen K_α-Linien von Barium und Blei im Impulshöhenspektrum ermittelt werden.

Hierzu werden die entsprechenden Probenmaterialien direkt auf den Detektor gelegt und die Cs-137 Quelle für die Bremsstrahlungserzeugung genutzt.

Weiterhin soll gezeigt werden, dass das Moseleysche Gesetz folgende Abhängigkeit der Energie E_K der K_α-Linie im Röntgenspektrum von der Kernladungszahl Z richtig beschreibt

$$E_K \sim Z^2 \quad ,$$

indem für alle Materialien die gemessenen Energien E_K der K_α-Linien über dem Quadrat der Kernladungszahl Z in einem Diagramm aufgetragen werden.

4.2 Versuch 3.2: Bestimmung des “unbekannten” Elements

An Hand des im vorangegangenen Versuchs erstellten Diagramms soll ein “unbekanntes” Material bestimmt werden.

Hierfür wird das zu bestimmende Element direkt auf den Detektor gelegt und die Cs-137 Quelle unverändert für die Bremsstrahlungserzeugung genutzt.

5 Versuch 4: Statistische Verteilungen

5.1 Versuch 4.1: Untersuchung der statistischen Verteilung von Ereigniszahlen für Untergrundstrahlung

Im Vielkanalmodus unter Auswahl von 256 Kanälen soll die Untergrundstrahlung mindestens 150 mal bei einer Messzeit von einer Sekunde bestimmt werden.

Anschließend sind zwei Stichproben mit je 150 Zahlen zu bilden, indem

- die Zählrate aus nur einem Teil eines Spektrums aufintegriert wird, so dass der Mittelwert der 150 Summen ungefähr 3 beträgt.
- die Gesamtzählrate der einzelnen Spektren verwendet wird.

Nachfolgend soll dann die Häufigkeitsverteilung dieser beiden Stichproben bestimmt werden.

5.2 Versuch 4.2: Berechnung statistischer Größen

Für die im vorangegangenen Teilversuch bestimmten Stichproben sind nun folgende statistische Größen zu berechnen:

- Mittelwert x_m : Der Mittelwert entspricht der Summe der einzelnen Messwerte x_i geteilt durch deren Anzahl N .

$$x_m = \sum_{i=1}^N \frac{x_i}{N}$$

- Standardabweichung der Einzelmesswerte s : Die Standardabweichung der Einzelmesswerte s ist folgendermaßen gegeben.

$$s = \sqrt{\sum_{i=1}^N \frac{(x_i - x_m)^2}{N - 1}}$$

- Standardabweichung des Mittelwerts s_{xm} : Die Standardabweichung des Mittelwerts s_{xm} erhält man aus der Standardabweichung der Einzelmesswerte s und der Anzahl an Messwerten N .

$$s_{xm} = \frac{s}{\sqrt{N}}$$

Anschließend soll überprüft werden, ob die Standardabweichung der Einzelmesswerte s gleich dem Wurzel aus dem Mittelwert ($\sqrt{x_m}$) ist, also den Forderungen der Poisson-Verteilung gehorcht.

5.3 Versuch 4.3: Darstellung der Stichproben als Häufigkeitsverteilung

In diesem Teilversuch sind die Stichproben graphisch als Häufigkeitsverteilungen darzustellen, wobei in die Diagramme auch die Poisson- und Gaußverteilung eingetragen werden soll.

Weiterhin ist eine Aussage in Abhängigkeit vom Mittelwert x_m darüber zu treffen, ob die Poissonverteilung durch die Gaußverteilung ersetzt werden kann.

5.4 Versuch 4.4: Anwendung des χ^2 -Tests

Unter Verwendung des χ^2 -Tests soll bei einer sinnvoll gewählten Anzahl an Signifikanzen die Hypothese verifiziert werden, dass die Stichproben aus einer

1. normalverteilten
2. poissonverteilten

Grundgesamtheit stammen.

Literatur

[Aufgabenstellung] Aufgabenstellung zu den Versuchen P2-72,73,83

[Vorbereitungshilfe] Vorbereitungshilfe zu den Versuchen P2-72,73,83

[Knoll] G.F. Knoll, Radiation Detection and Measurement

[Vogt] H.-G. Vogt, Grundzüge des praktischen Strahlenschutzes