

# Praktikumsprotokoll Gammaskpektroskopie

Silas Kraus, André Schendel  
Gruppe Do-20

11. Juli 2012

## 1 Impulshöhenspektrum

### 1.1 Einkanalmessung

Vor der Entwicklung moderner Computermesstechniken war es nicht möglich, die verschiedenen Energien eines Spektrums gleichzeitig zu vermessen. Deshalb wurde mit der Einkanalmessung jeweils nur ein kleines Intervall des Energiespektrums betrachtet und die Anzahl der registrierten Teilchen mit dieser Energie registriert. Zum Schluss wurden alle Intervalle zusammengefügt.

Diese Messtechnik ist inzwischen veraltet. Dank moderner Vielkanalmessung ist es möglich, das gesamte Spektrum gleichzeitig zu betrachten.

Nach Anweisung der Tutorin wurde deshalb die Einkanalmessung nicht durchgeführt.

### 1.2 Vielkanalmessung

Das CASSY-Lab- Programm verfügt standardmäßig über 1024 Kanäle. Es wurden jeweils über einen Zeitraum von 300 Sekunden die Spektren von Cäsium-137, Natrium-22 und Cobalt-60 sowie das Untergrundspektrum ohne Probe gemessen. Da der Photopeak von Cobalt-60 im Vergleich mit den anderen Proben am höchsten liegt, wurde die Cobalt-Probe zuerst gemessen und dabei die Beschleunigungsspannung des Photomultipliers so eingestellt, dass der Photopeak noch gut am rechten Rand zu sehen war.

Sie wurde bei allen Messungen (*Ausnahme: Aufgabe 4*) auf 671V eingestellt. Die manuelle Verstärkung der CASSY- Software betrug 1.01, damit ergab sich eine Impulshöhe von 4950mV. Jede Probe wurde dann in entsprechendem Abstand eingespannt, sodass die Zählrate immer in der selben Größenordnung blieb.

### 1.3 Impulshöhenspektren

Um Aussagen über die Quantenenergien der Spektren treffen zu können, wurde zunächst eine Eichung am Photopeak des Cs-137 vorgenommen, der mit 662keV auf dem Aufgabenblatt gegeben war.

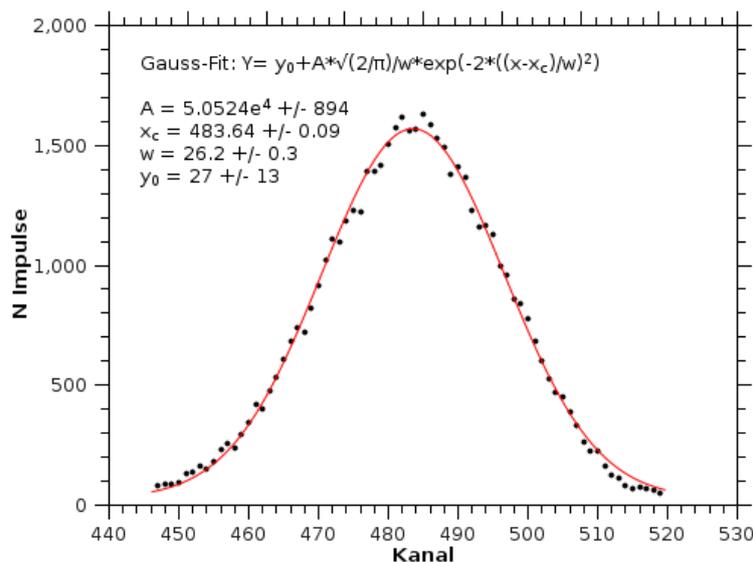


Abbildung 1: Gauss-Fit über den Photopeak von Cs-137

In der Formel für den Gauss- Fit ist  $xc = 483.64$  schon der richtige x-Wert für den Peak. Mit einfachem Zweisatz ergibt sich dann:

$$\begin{aligned} 662keV &\Rightarrow 483.64 \\ 1.369keV &\Rightarrow 1 \end{aligned}$$

Um aus dem dimensionslosen Kanal-Wert eines Peaks die entsprechende Energie zu erhalten, muss der Wert also nur mit  $1.369keV$  multipliziert werden.

Damit können die Peaks aus den einzelnen Spektren abgelesen werden.

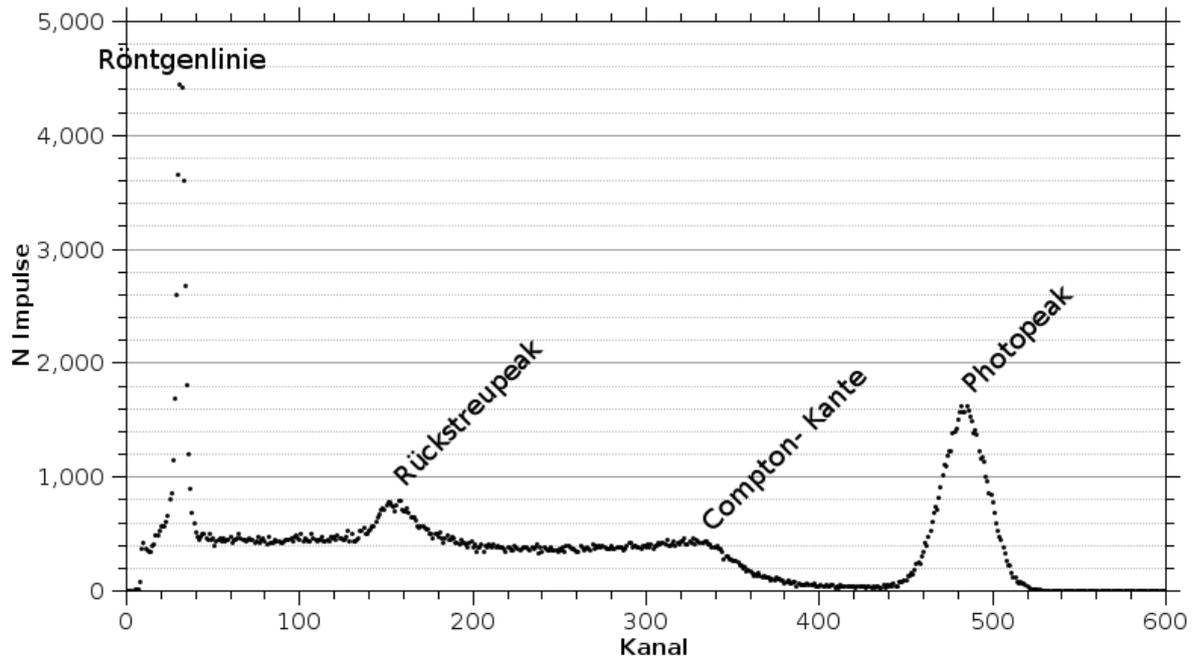


Abbildung 2: Spektrum von Cs-137 . Abstand:  $57mm$ , Totzeit: 6%, Zählrate:  $790 \frac{1}{s}$  (Skala nur bis Kanal 600 zur besseren Übersicht)

Tabelle 1: Messwerte für Cs-137

	Messwert	berechnet	Abweichung
Röntgenlinie	43.8	32	36.88%
Rückstreupeak	212.2	184	15.33%
Compton-Kante	465	478	2.72%
Photopeak	662	662	Eichung

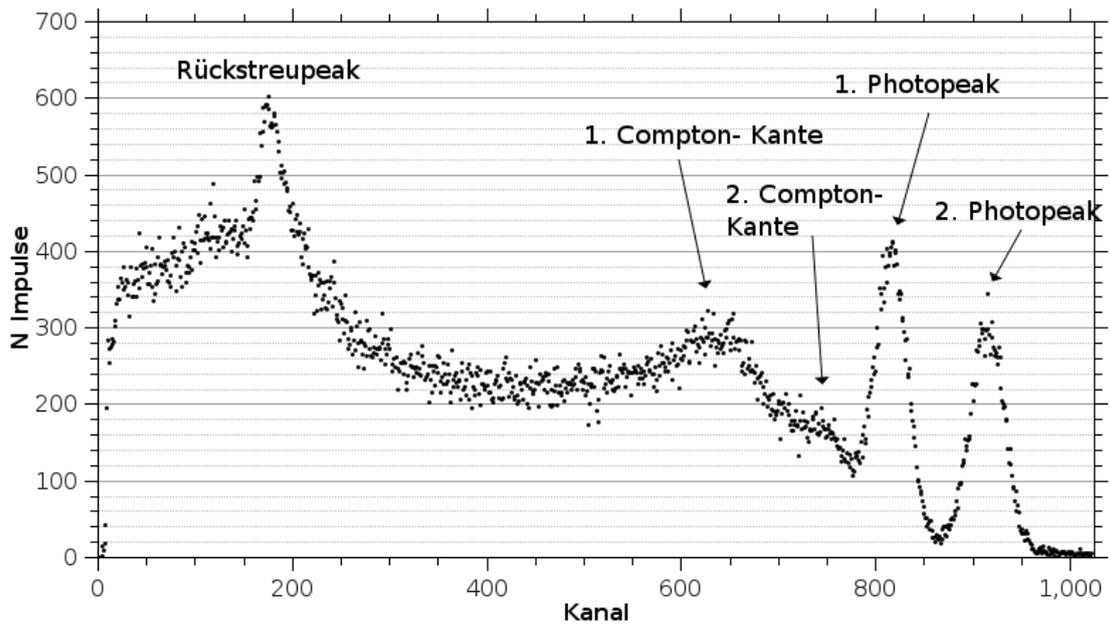


Abbildung 3: Spektrum von Co-60. Abstand: 1mm, Totzeit: 6%, Zählrate:  $853 \frac{1}{s}$

Tabelle 2: Messwerte für Co-60

	Messwert	berechnet	Abweichung
Rückstreupeak 1	-	210	-
Rückstreupeak 2	240	214	12.15%
Compton-Kante 1	880	963	8.62%
Compton-Kante 2	1035	1119	7.51%
1.Photopeak	1117	1173	4.77%
2.Photopeak	1251	1333	6.15%

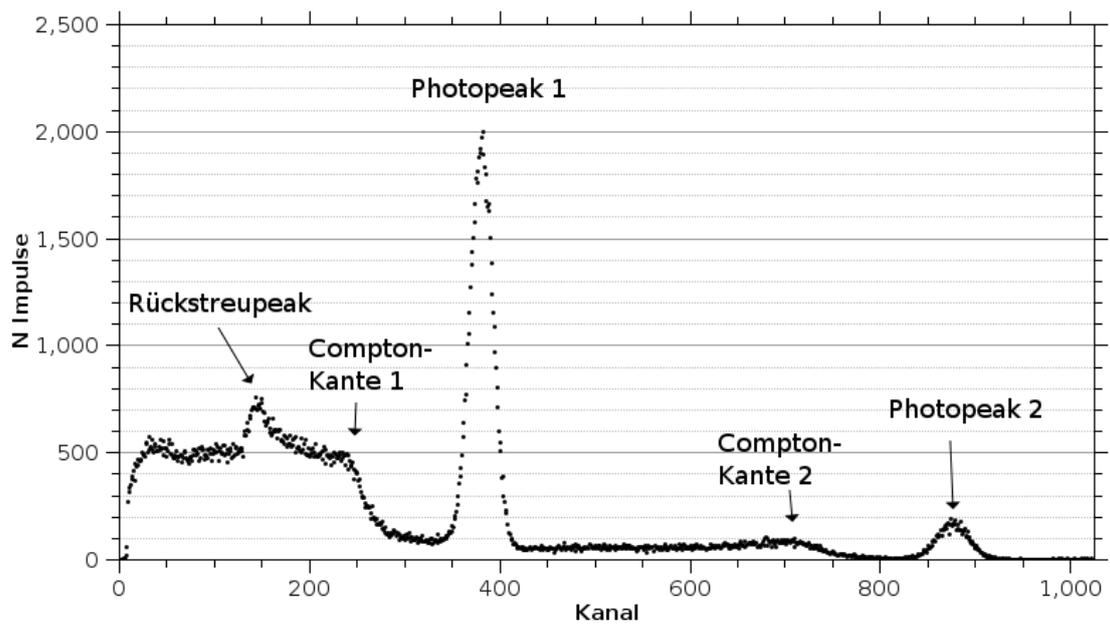


Abbildung 4: Spektrum von Na-22. Abstand: 31mm, Totzeit: 5.5%, Zählrate:  $762 \frac{1}{s}$

Tabelle 3: Messwerte für Na-22

	Messwert	berechnet	Abweichung
Rückstreupeak 1	-	170	-
Rückstreupeak 2	198	213	7.04%
Compton-Kante 1	339	341	0.59%
Compton-Kante 2	973	1062	8.38%
1.Photopeak	522	511	2.15%
2.Photopeak	1201	1275	5.80%

Für die Elemente mit 2 Rückstreupeaks war der 1. Rückstreupeak nicht genau zu identifizieren. Ebenso war es schwierig, einen exakten Wert für die 2. Compton-Kante zu finden. Da die Abweichung von den theoretisch berechneten Werten jedoch meistens unter 10% bleibt, ist davon auszugehen, dass die Messwerte relativ genau sind. Um die Linearität der Apparatur zu prüfen, wurde verwendet, dass die Summe der Energien von Rückstreupeak und Compton-Kante die Energie des Photopeaks ergeben muss. Somit ergibt sich:

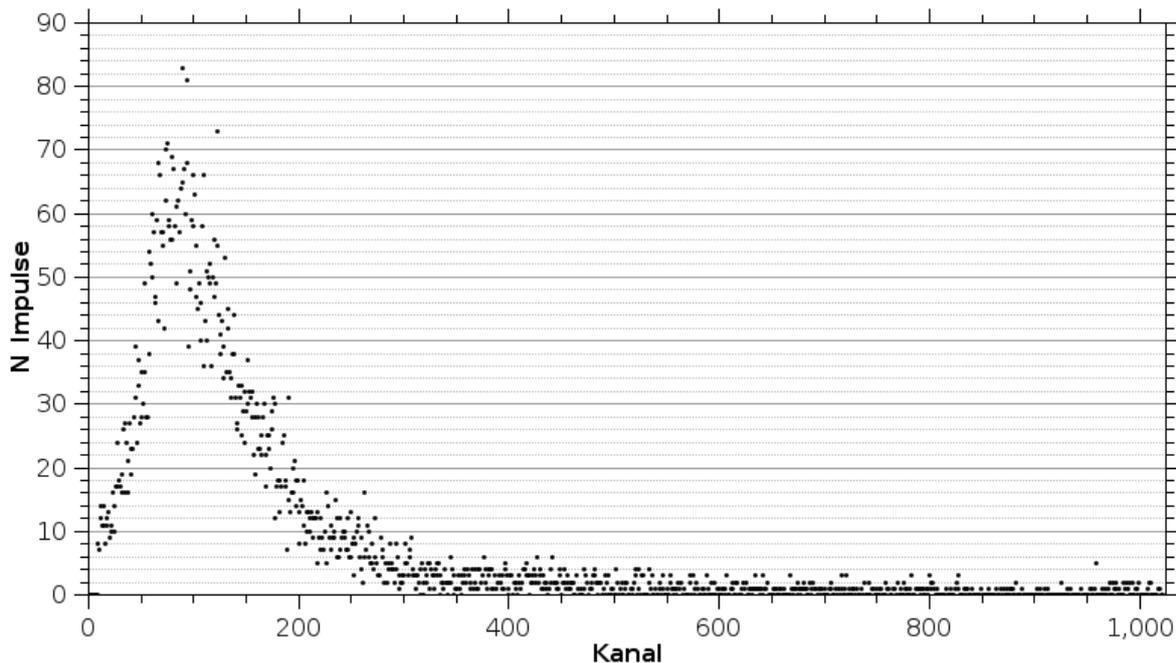
Cs-137: Summe=  $677.2keV$   $\Rightarrow$  Abweichung 2.3%

Co-60: Summe=  $1275keV$   $\Rightarrow$  Abweichung 1.92%

Na-22: Summe=  $1171keV$   $\Rightarrow$  Abweichung 2.5%

Die Apparatur kann also in guter Näherung als linear angenommen werden.

Zuletzt wurde das Untergrundspektrum gemessen, um zu überprüfen, ob die oben erhaltenen Spektren noch korrigiert werden müssen. Wie man jedoch sieht, überstieg selbiges nie eine Impulszahl von 90, sodass das Untergrundspektrum vernachlässigt werden kann.

Abbildung 5: Untergrundspektrum. Totzeit: 0%, Zählrate:  $282\frac{1}{s}$ 

Zuletzt sollte noch die Auflösung des Detektors bestimmt werden, indem die Anzahl  $n_e$  der Elektronen bestimmt wird, die im Photomultiplier von einem auftreffenden Photon ausgelöst werden.  $n_e$  wird über die Energie und die Halbwertsbreite des Photopeaks (hier exemplarisch für Cs-137) berechnet:

$$n_e = \left( \frac{E}{\Delta E} \right)^2 = \left( \frac{622}{32} \right)^2 = 378$$

## 2 Aktivität von Cs-137

Um die Aktivität  $A$  zu bestimmen, wurde mittels der von CASSY ermittelten Zählrate  $n$ , der Totzeit  $T$  und der in der Vorbereitungshilfe gegebenen Tabelle die tatsächliche Anzahl der Zerfälle pro Sekunde in der Probe berechnet:

$$A = \frac{n}{w * (1 - T)}$$

Dabei ist  $w$  der Quotient aus der Anzahl der von der Probe emittierten Quanten und der vom Zähler registrierten Quanten für einen definierten Probenabstand. Er wurde aus der Tabelle abgelesen, wobei als Wert für die Quantenenergie mit  $0.6MeV$  der ungefähre Wert des Photopeaks gewählt wurde.

Im Abstand Probe-Zähler wurde bereits berücksichtigt, dass durch die Dicke der Hüllen von Zähler und Probe noch etwa  $2.5mm$  hinzukommen.

Tabelle 4: Zur Aktivität von Cs-137

Abstand	1cm	2cm	3cm	4cm	6cm
Zählrate (1/s)	7075	4631	3187	2238	1292
Totzeit (%)	52.5	34.5	23.5	16.0	9.5
w	0.05	0.023	0.013	0.008	0.0042
Aktivität (Bq)	2.98E+003	3.07E+003	3.21E+003	3.33E+003	3.40E+003

Daraus ergibt sich dann ein Mittelwert von

$$3198 \frac{1}{s} = 3.198kBq$$

Laut Inventarlisten waren nur Proben mit  $140, 170$  und  $270kBq$  vorhanden. Selbst wenn es sich also um die Probe mit der geringsten Aktivität handelte, müsste die Probe bei einer Halbwertszeit von etwa 30 Jahren also mindestens 60 Jahre alt sein, damit der gemessene Wert realistisch ist.

Man sieht außerdem, dass die Werte mit zunehmendem Abstand ansteigen, was eigentlich nicht sein dürfte, da die Aktivität eine probenspezifische Größe ist, die nicht vom Abstand eventueller Messgeräte abhängt. Immerhin bleiben die Werte in der selben Größenordnung, was schon erfreulich ist, da der systematische Fehler durch die Abstandsmessung mit dem Lineal und dem Ablesen aus der Tabelle recht groß sein dürfte.

## 3 Röntgenemission

Durch Bestrahlung von unbekanntem Materialien mit  $\gamma$ -Strahlung und Messung der dabei entstehenden charakteristischen Energiespektren kann herausgefunden werden, um welches Element es sich dabei handelt. Dies wurde im Rahmen dieses Versuches an drei Probenblättchen A, B und C durchgeführt, die mit der Cs-137-Quelle bestrahlt wurden.

### 3.1 Energiekalibrierung

Zunächst wurde die Cs-137-Probe ohne Probenblättchen gemessen. Dabei wurde die Messverstärkung so eingestellt, dass der Ba-137- Röntgenpeak deutlich zu sehen war. Mittels eines Gauss-Fits wurde der Peak bestimmt. Das selbe wurde mit einem Pb-Probenblättchen gemacht. Die Beschleunigungsspannung des Photomultipliers betrug noch immer  $671V$ , die manuelle Verstärkung von CASSY wurde auf 7.17 eingestellt.

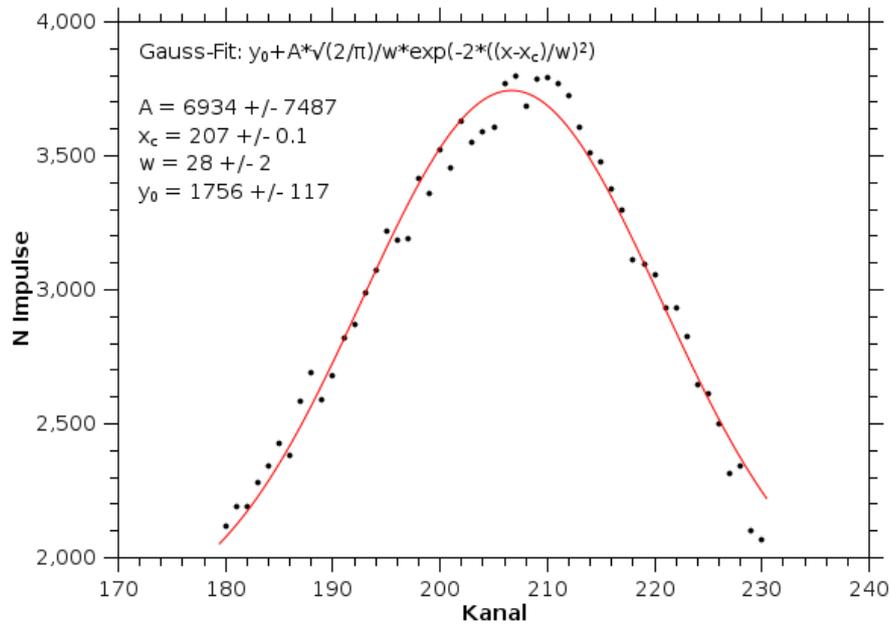


Abbildung 6: Röntgenpeak von Ba-137. Zählrate:  $610 \frac{1}{s}$ , Totzeit: 45%

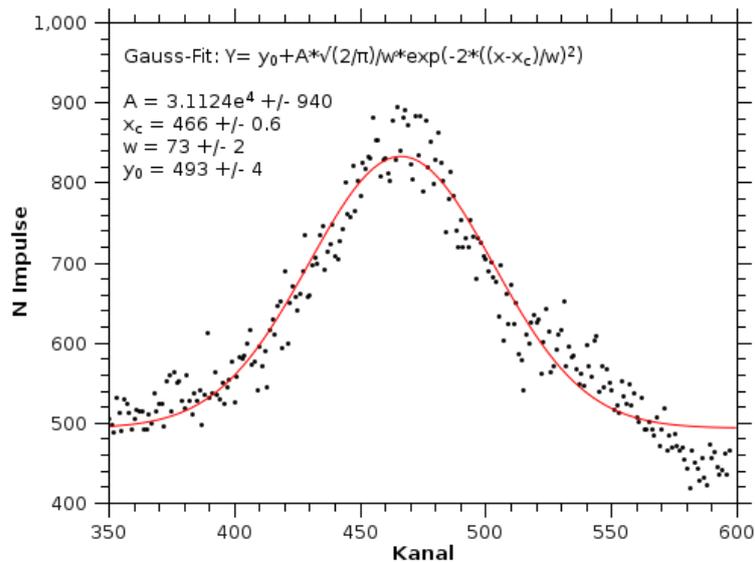


Abbildung 7: Röntgenpeak von Pb (Probenblättchen A). Zählrate:  $5382 \frac{1}{s}$ , Totzeit: 39.5%

Da die beiden Röntgenpeaks von Ba-137 und Pb bekannt sind ( $32keV$  und  $76.6keV$ ), kann aus der Differenz ihrer Peaks in "Kanälen" und  $keV$  wieder die Skalierung berechnet werden.

$$(466 - 207) \quad \Rightarrow \quad (76.6keV - 32keV)$$

$$1 \quad \Rightarrow \quad 0.172keV$$

### 3.2 Bestimmung der unbekannt Elemente

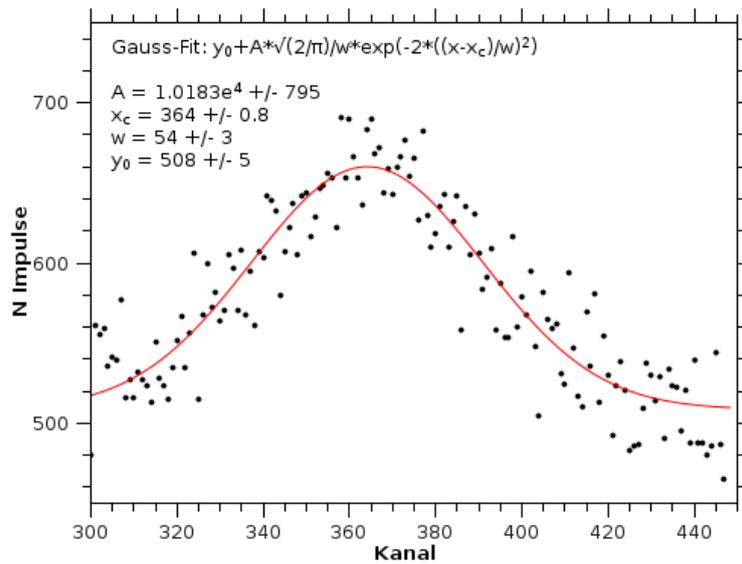


Abbildung 8: Röntgenpeak von Probe B. Zählrate:  $5572 \frac{1}{s}$ , Totzeit: 40.5%

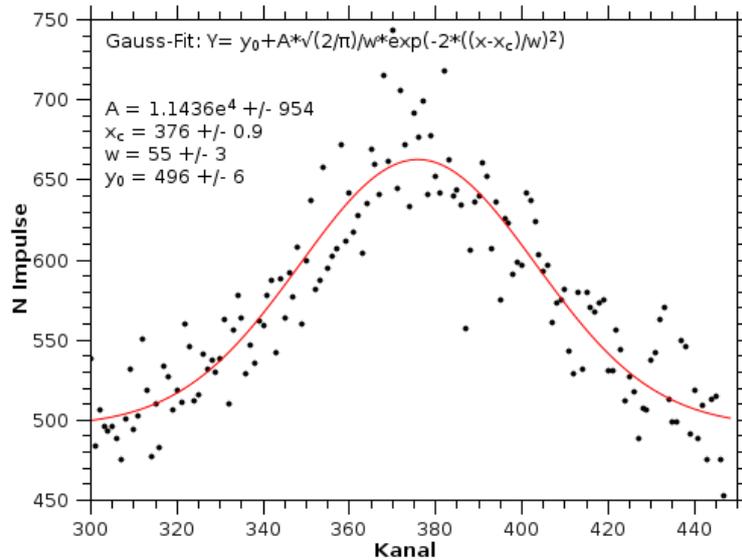


Abbildung 9: Röntgenpeak von Probe C. Zählrate:  $5211 \frac{1}{s}$ , Totzeit: 38%

Anhand der Eichskalierung ergibt sich für den Röntgenpeak Probe B eine Energie von  $57.2keV$  und für Probe C  $59.1keV$ . Durch Vergleich mit der Tabelle auf dem Aufgabenblatt lässt sich vermuten, dass Probe B höchstwahrscheinlich Tantal (Ta) war, Probe C Wolfram (W).

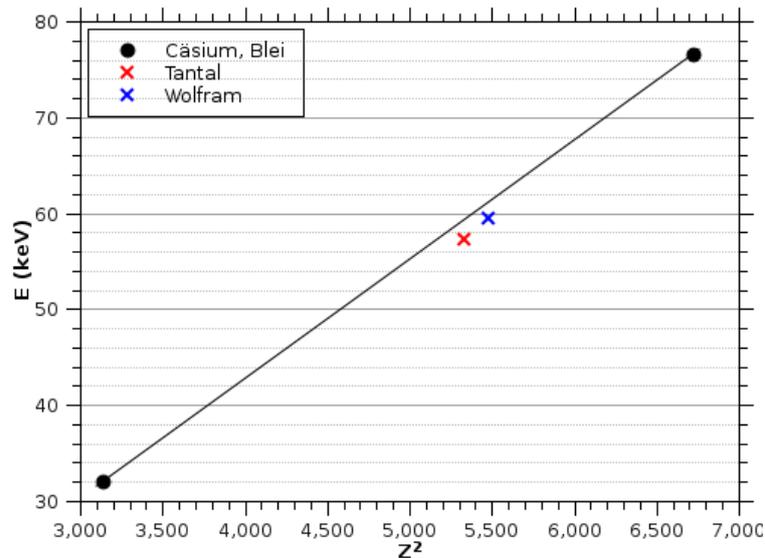


Abbildung 10: Zum Moseley- Gesetz: Auftragung der Energie über der quadrierten Ordnungszahl. (Eichpunkte: links unten Cäsium, rechts oben Blei.)

#### 4 Aufgabe 4.1. Untersuchung der statistischen Verteilung von gemessenen Ereignissen bei häufig wiederholter Messung von Untergrundstrahlung unter stets gleichen Bedingungen

Zum Abschluss wurde die statistische Verteilung der gemessenen Ereignisse untersucht. Hierzu wurden bei einer Messzeit von je 1 Sekunde 151 Spektren unter immer gleichen Bedingungen aufgenommen. Aus den Messdaten wurde dann

- die Stichprobe A erzeugt, die die Zählrate aus einem Teil des Spektrums (Kanäle 87-101) ermittelt und so aufintegriert, dass der Mittelwert von 151 Summen ungefähr 3 ergibt.
- die Stichprobe B aus allen Kanälen generiert, um eine Stichprobe mit 151 Zahlen zu erzeugen.

#### 5 Aufgabe 4.2 Berechnung der Mittelwerte $x_m$ der Stichproben, der Standardabweichung $s$ der Messwerte und der Standardabweichung des Mittelwerts $s_{x_m}$

Im Anschluss daran sollten die Mittelwerte der Stichproben A und B, die jeweilige Standardabweichung der Einzelmesswerte und die Standardabweichung des Mittelwerts der jeweiligen Probe berechnet werden. Außerdem sollte überprüft werden, ob die Standardabweichung des Messwerte gleich der Wurzel des Mittelwerts ist, wie es für die Poisson-Verteilung gefordert ist.

Tabelle 5: Berechnete Werte der statistischen Verteilung der einzelnen Proben

	Stichprobe A	Stichprobe B
Kanäle	87-101	alle
Mittelwert $x_m$	3.09	27.58
Wurzel des Mittelwerts $\sqrt{x_m}$	1.76	5.25
Standardabweichung der einzelnen Messwerte $s$	1.67	5.34
Standardabweichung des Mittelwerts $s_{x_m}$	0.14	0.44
Verhältnis $\frac{\sqrt{x_m}}{s_x}$	1.0551	0.9835
prozentuale Differenz von $\frac{\sqrt{x_m}}{s_x}$	5.51%	1.65%

Der prozentualen Abweichung zufolge sollte es sich bei Stichprobe B ziemlich sicher um eine Poisson-Verteilung handeln, bei Stichprobe A ist die Abweichung zwar schon relativ hoch, aber noch grenzwertig und es kann deshalb auch von einer Poisson-Verteilung ausgegangen werden.

## 6 Aufgabe 4.3 Erstellung einer Häufigkeitsverteilung anhand der Stichproben und der dazu gehörigen Poisson- und Gauß-Verteilung

Aus den ermittelten Daten sollten Häufigkeitsdiagramme erstellt werden, sowie die dazugehörige Poisson- und Gauß-Verteilung. Für große Mittelwerte sollte die Poisson- in die Gauß-Verteilung übergehen.

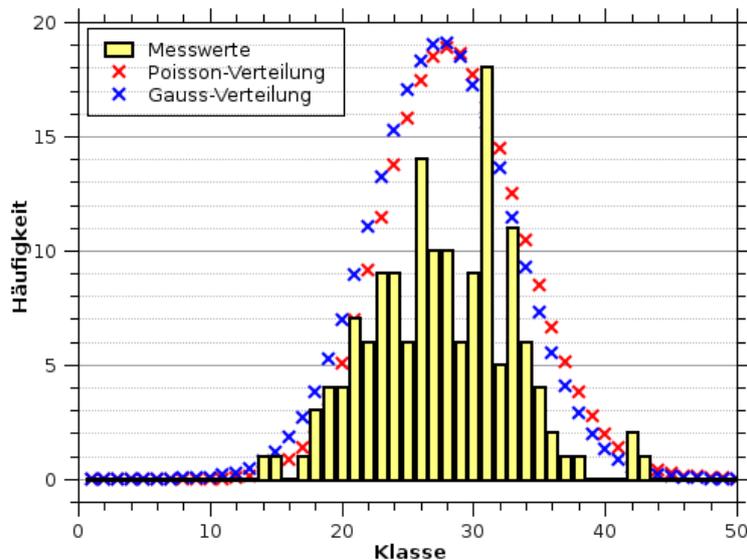


Abbildung 11: Häufigkeitsverteilung (kompletter Bereich)

Man kann sehen, dass für viele Ereignisse die Poisson-Verteilung in die Gauß-Verteilung übergeht.

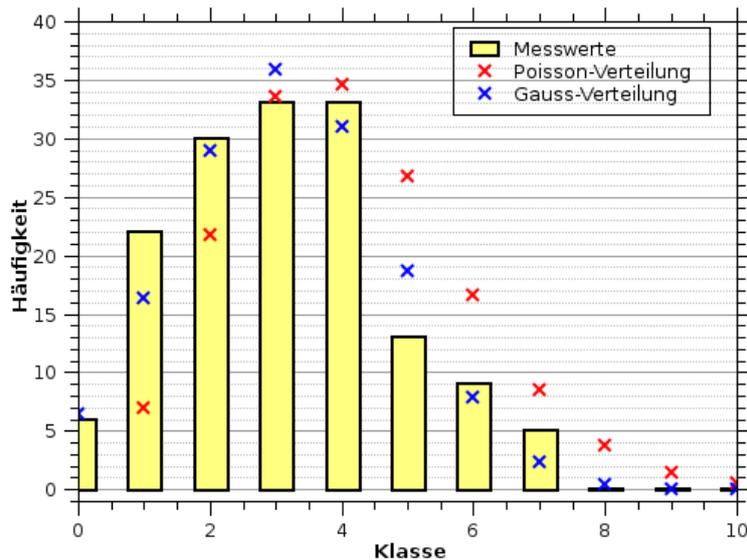


Abbildung 12: Häufigkeitsverteilung (ausgewählter Bereich)

Für weniger ist der Zusammenhang weniger gut zu erkennen. In diesem Fall passt entgegen den Erwartungen die Poisson-Verteilung schlechter als die Gauss-Verteilung.

## 7 Aufgabe 4.4 Überprüfung der Hypothese, dass die Stichprobe einer Gauß- oder einer Poissonverteilung entstammt, bei vernünftig gewählten Signifikanzzahlen

Als letzte Aufgabe sollte man noch mit Hilfe des  $\chi^2$ -Test überprüfen, ob die Stichprobe aus einer Poisson-Verteilung oder einer Gauß-Verteilung stammt. Dafür wurden einige Klassen noch zusammengefasst, damit die auftretende Mindesthäufigkeit von 4 in jeder Klasse gegeben ist. Danach konnte dann  $\chi^2$  für die jeweiligen Stichproben und Verteilungen berechnet werden.

Stichprobe B			
Klassen	Häufigkeiten	Poisson	Gauß
0 bis 18	6	5.32	11.33
19	4	3.48	5.26
20	4	5.04	6.98
21	7	6.96	8.95
22	6	9.14	11.07
23	9	11.46	13.23
24	9	13.74	15.27
25	6	15.79	17.01
26	14	17.42	18.30
27	10	18.48	19.01
28	10	18.88	19.07
29	6	18.60	18.46
30	9	17.69	17.26
31	18	16.27	15.58
32	5	14.47	13.58
33	11	12.48	11.43
34	6	10.43	9.29
35	4	8.46	7.29
36 bis 50	7	24.11	17.61
	$\chi^2$	140.37	125.56

Tabelle 6: berechnet und gemessene Häufigkeiten für Stichprobe A im  $\chi^2$ -Test

Stichprobe A			
Klassen	Häufigkeiten	Poisson	Gauß
0	6	7.02	6.42
1	22	21.70	16.32
2	30	33.56	28.96
3	33	34.60	35.85
4	33	26.75	30.96
5	13	16.55	18.65
6	9	8.53	7.84
7 bis 10	5	5.73	9.26
	$\chi^2$	2.96	8.15

Damit man nun noch eine Aussage über das Zutreffen der jeweiligen Verteilung tätigen konnte, mussten noch zusätzlich mit den Klassen  $k$  und den geschätzten Parameter  $p$  die Freiheitsgrade  $f = k - 1 - p$  bestimmt werden, mit deren Hilfe dann in der Tabelle aus der Vorbereitungshilfe die Zutreffwahrscheinlichkeit für die berechneten  $\chi^2$ -Werte nachgeschlagen werden konnte.

Tabelle 7: Berechnete Freiheitsgrade

Freiheitsgrade		
	Poisson $p=1$	Gauß $p=2$
Stichprobe A	6	5
Stichprobe B	17	16

Nach der Tabelle kann also mit einer 5%-tigen Wahrscheinlichkeit davon ausgegangen werden, dass Stichprobe A einer Poisson- oder einer Gaußverteilung entstammt, was auch gut mit dem optischen Eindruck aus Aufgabenteil 4.2 übereinstimmt.

Für Stichprobe B lässt sich mit einer 99,9%-tigen Wahrscheinlichkeit sagen, dass diese Probe weder einer Poisson- noch einer Gaußverteilung entstammt. Dies lässt sich wohl auf die vielen Zwischenpunkte im Zentrum der Kurve zurückführen, die einem den Eindruck vermitteln, es wären drei Kurven übereinander gelegt worden. Da die Verteilung aber nur höchstens einer dieser „drei“ Kurven entsprechen kann, kann nach dem  $\chi^2$ -Test die Stichprobe eben keiner der Verteilungen zugeordnet werden.