

# Auswertung Gammaskopie

Marcel Köpke & Axel Müller (Do-30)

05.07.2012

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Spektren der <math>\gamma</math>-Strahlung von Cs-137, Na-22 und Co-60</b>	<b>3</b>
1.1	Messung . . . . .	3
1.1.1	Cobalt $Co^{60}$ . . . . .	3
1.1.2	Cäsium $Cs^{137}$ . . . . .	4
1.1.3	Natrium $Na^{22}$ . . . . .	5
1.2	Deutung der Spektren . . . . .	7
<b>2</b>	<b>Aktivität von Cäsium-137</b>	<b>10</b>
<b>3</b>	<b>Röntgenemission</b>	<b>11</b>
<b>4</b>	<b>Statistik</b>	<b>13</b>
4.1	Erfassung der Daten . . . . .	13
4.2	Berechnungen . . . . .	13
4.3	Grafische Darstellung . . . . .	13
4.4	$\chi^2$ -Test . . . . .	15
<b>5</b>	<b>Anhang</b>	<b>17</b>

# 1 Spektren der $\gamma$ -Strahlung von Cs-137, Na-22 und Co-60

## 1.1 Messung

Zunächst sollte im Mehrkanalbetrieb des Cassy-Lab-Systems das Impulsspektrum von Cäsium  $Cs^{137}$ , Cobalt  $Co^{60}$  und Natrium  $Na^{22}$  aufgenommen werden. Wir begannen die Messung damit, mit Hilfe des Oszilloskops den maximalen Wert des Sekundärelektronenvervielfachers zu bestimmen. Diesen bestimmten wir zu  $U_{max} = 989V$ . Diesen Wert durften wir bei den folgenden Messungen nicht überschreiten, um alle Messwerte aufnehmen zu können. Die jeweilige Messzeit bei den Versuchen betrug  $t = 300s$ , der Verstärkungsfaktor lag bei 1,01 und die Impulshöhe bei  $U = 4,95V$ .

### 1.1.1 Cobalt $Co^{60}$

Für die Cobalt-Messung wählten wir einen Abstand von  $0,1cm$  und erhielten damit eine mittlere Zählrate von  $909,11\frac{1}{s}$ . Die Totzeit bei dieser Messung betrug  $t_A = 6,5\%$ . Dafür ergab sich folgendes Spektrum:

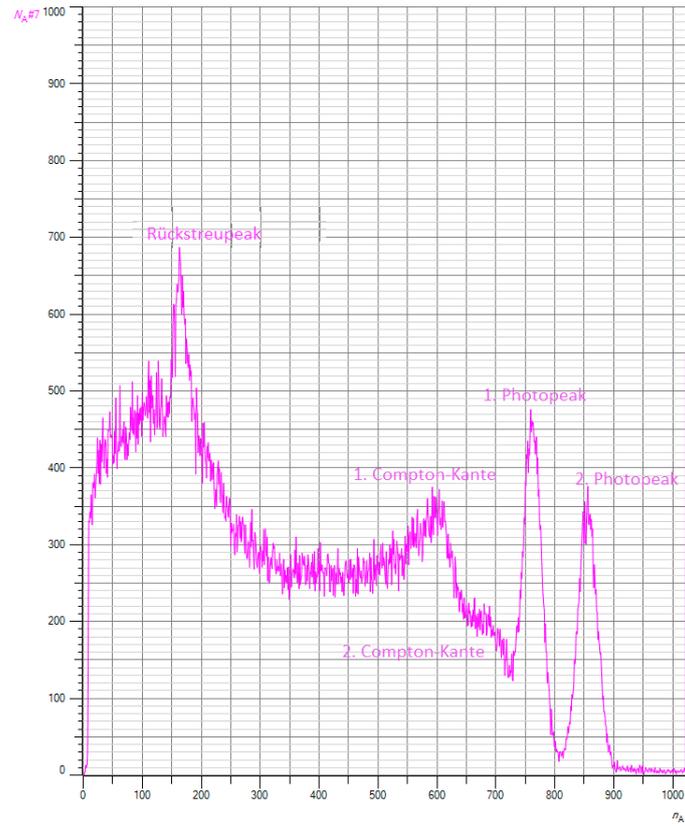


Abbildung 1.1:  $Co^{60}$

### 1.1.2 Cäsium $Cs^{137}$

Für Cäsium  $Cs^{137}$  wählten wir einen Abstand von 3,1cm und erhielten dafür eine mittlere Zählrate von  $879,45 \frac{1}{s}$ . Die Totzeit ergab sich zu 6%.

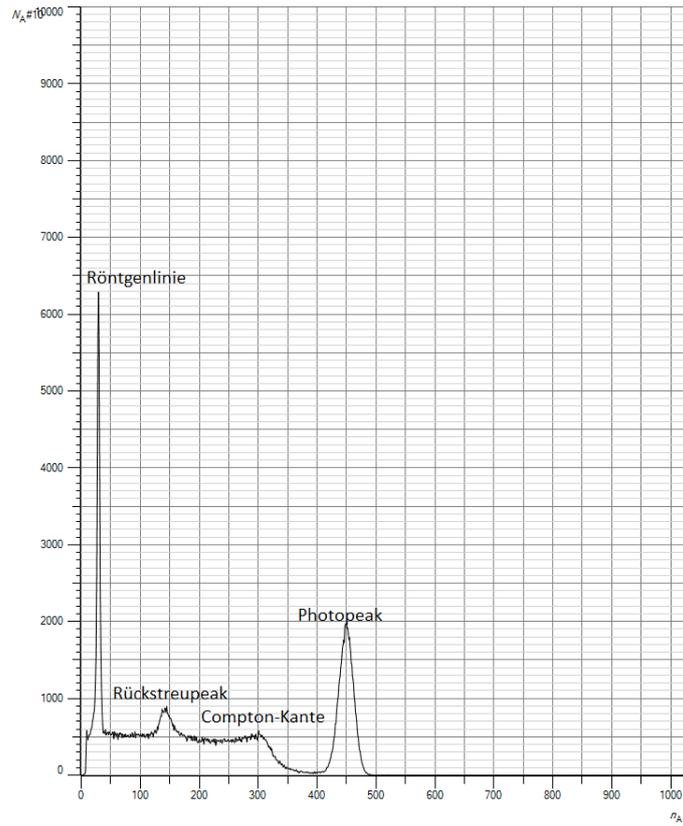


Abbildung 1.2:  $^{137}\text{Cs}$

### 1.1.3 Natrium $^{22}\text{Na}$

Bei der dritten Messung wählten wir einen Abstand von  $2,5\text{cm}$  und die damit verbundene Zählrate von  $867,18\frac{1}{\text{s}}$ . Die Totzeit ergab sich zu  $t_A = 6\%$ .

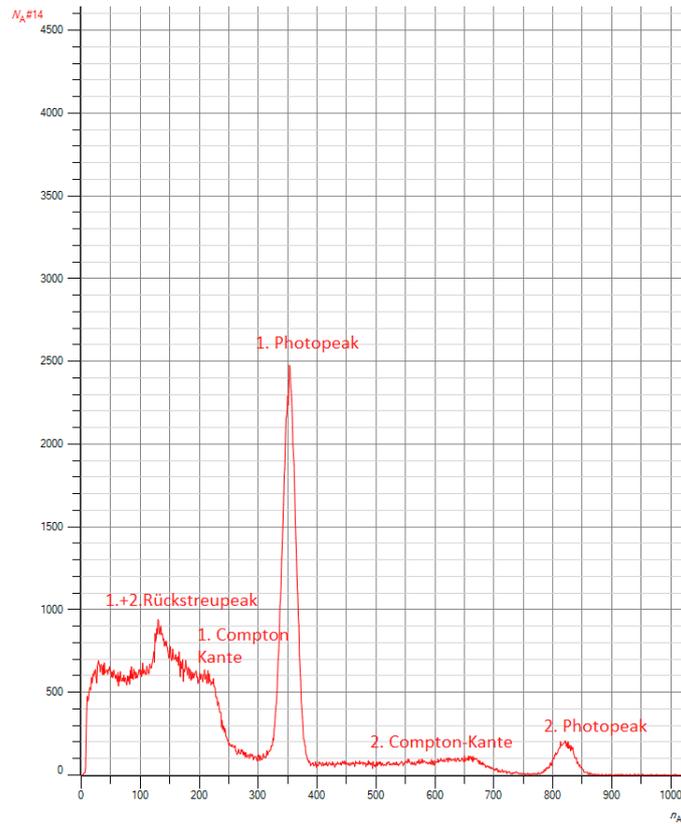


Abbildung 1.3:  $Na^{22}$

Abschließend nahmen wir noch das Spektrum der Untergrundstrahlung auf. Die Zählrate dabei betrug dabei lediglich  $27,47 \frac{1}{s}$  und die Totzeit war  $t_A = 0\%$ . Wie man in der Abbildung sehen kann liegt der größte Peak im Bereich der unteren Kanäle. Eine Korrektur der vorherigen Messwerte für die Elemente würde damit hauptsächlich den Bereich vor dem Röntgenpeak und diesen auch nur minimal beeinflussen. Dieser Bereich ist für uns jedoch irrelevant. Deshalb führen wir hier keine weitere Korrektur mit der Untergrundstrahlung aus.

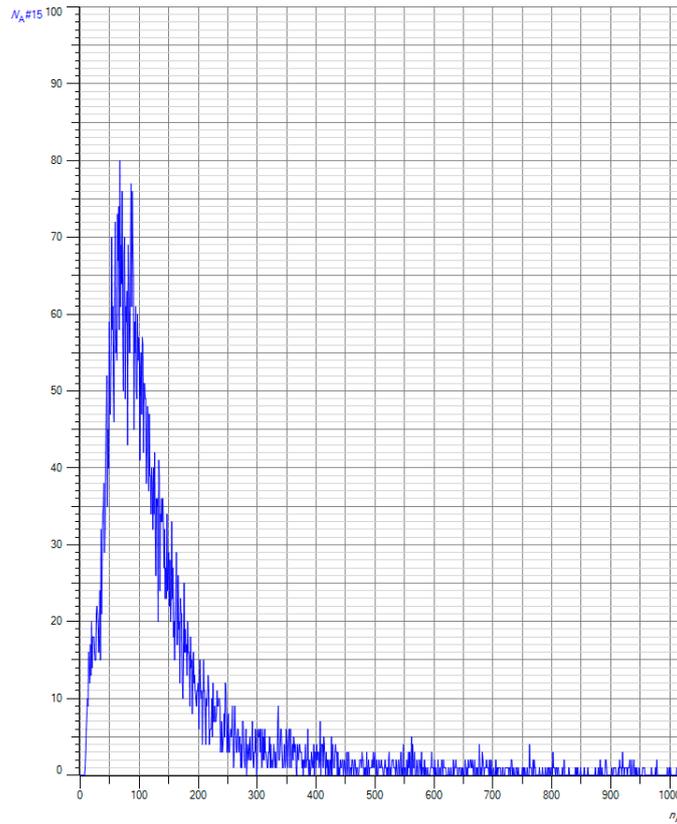


Abbildung 1.4: Untergrundstrahlung

## 1.2 Deutung der Spektren

Mit Hilfe des Photopeaks von Cäsium-137 eichten wir die Energieskala entsprechend den Kanälen. Der Photopeak von Cäsium befindet sich am Kanal 450. Der theoretisch Energiewert ist  $662\text{keV}$ . Damit erhalten wir für die Skaleneinteilung:

$$s = \frac{662\text{keV}}{450\text{Kanäle}} = 1,47 \frac{\text{keV}}{\text{Kanal}}$$

Nun können wir die experimentell bestimmten Energien der anderen Peaks/Kanten ablesen und mit den theoretischen Werten vergleichen:

	experimentell [keV]	theoretisch [keV]	Abweichung [%]
Photopeak	(Eichung)	662	—
Comptonkante	475,17	477	0,38
Rückstreupeak	208,90	186	12,31
Röntgenlinie	42,66	32,1	32,90

Tabelle 1.1: Cäsium-137

	experimentell [keV]	theoretisch [keV]	Abweichung [%]
1. Photopeak	1120,14	1173	4,51
2. Photopeak	1258,32	1333	5,60
1. Comptonkante	906,99	963	5,82
2. Comptonkante	1021,65	1119	8,70
1. Rückstreupeak	239,61	210	14,10
2. Rückstreupeak	239,61	214	12,00

Tabelle 1.2: Cobalt-60

	experimentell [keV]	theoretisch [keV]	Abweichung [%]
1. Photopeak	518,91	511	1,55
2. Photopeak	1208,34	1275	5,23
1. Comptonkante	345,45	340	1,60a
2. Comptonkante	1011,36	1062	4,77
1. Rückstreupeak	191,1	171	11,75
2. Rückstreupeak	191,1	213	10,28

Tabelle 1.3: Natrium-22

Theoretisch sollte die Comptonkante ein scharfer Abfall sein. Im Experiment erhielten wir aber durchgängig nur gleichmäßige Übergänge. Da ein genaues Feststellen der Comptonkante so nicht möglich war, nahmen wir einen mittleren Messpunkt im erkennbaren Abfall.

Die Rückstreupeaks bei Cobalt und Natrium lagen zu nah beieinander um sie unterscheiden zu können. Wir wählten damit für beide den einen erkennbaren Peak.

Die "Versmierung" der Photopeaks hängt zum Beispiel mit der statistisch verteilten Austrittsrichtung der Photoelektronen an der Photokathode zusammen. Wird das Elektron direkt in Richtung der ersten Dynode herausgeschlagen, so hat es beim Auftreffen auf dieser eine höhere kinetische Energie, als wenn es senkrecht zum angelegten Feld herausgeschlagen wird. Das höher energetische Elektron kann mehr Elektronen aus der Dynode herausschlagen, was sich kaskadenartig fortpflanzt. Damit ist der an den Kanälen gemessene Strom ebenfalls statistisch verteilt und es kommt zur Versmierung des Messbildes.

Ein weiterer Effekt könnte darauf beruhen, dass die Photokathode nicht direkt von den Gammaquanten "gespeist" wird, sondern erst durch den vorgeschalteten Kristall, in welchem die Gammaquanten wechselwirken, mit Lichtquanten beschossen wird. Die Lichtquanten die aus dem Photoeffekt resultieren können in alle Richtungen emittiert werden und auf indirekten Wegen zur Photokathode gelangen. Dies ist ein weiterer statistischer Einfluss.

Außerdem sollen wir noch die Anzahl der Elektronen abschätzen, die bei einem Photopeak von Cäsium von der Photokathode emittiert wurden. Dazu lesen wir aus dem

obigen Schaubild die Halbwertsbreite ab:

$$\Delta E = 49,98keV$$

Damit folgt für die Anzahl der Elektronen:

$$n_e = \left( \frac{E}{\Delta E} \right)^2 = \left( \frac{662keV}{49,98keV} \right)^2 \approx 175$$

Zudem soll noch die Linearität der Apparatur überprüft werden. Dazu überlagern wir die Spektren, und zeichnen die jeweiligen Peaks/Kanten ein:

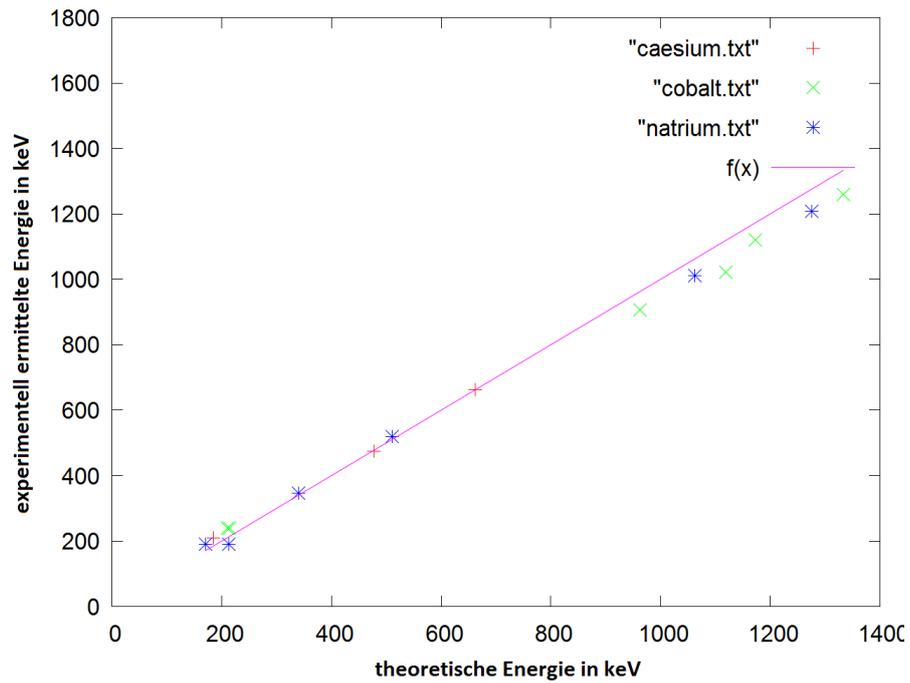


Abbildung 1.5: Linearität

Wie man sieht ist die Linearität Apparatur annähernd gegeben.

## 2 Aktivität von Cäsium-137

Wie in der Aufgabenstellung beschreiben stellten wir die Aktivität in Abhängigkeit des Abstandes zwischen Probe und Detektor fest.

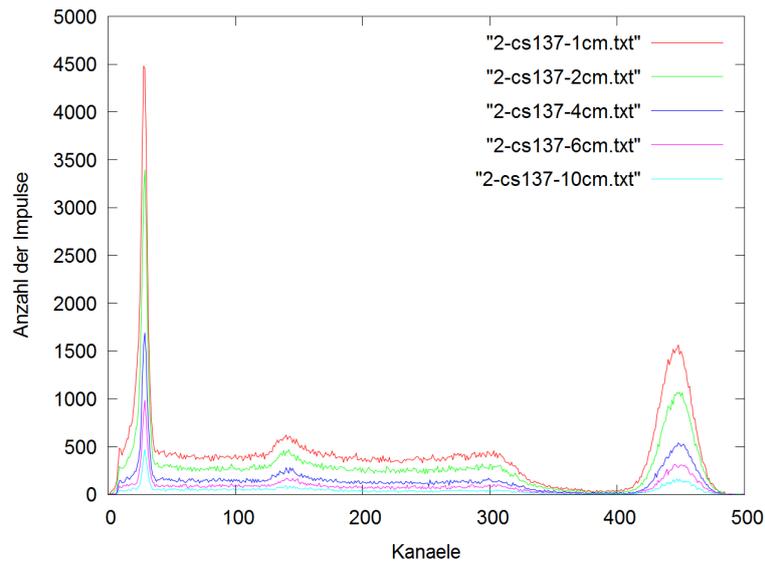


Abbildung 2.1: Schaubild

Wie man sieht, nimmt die Anzahl der Impulse mit zunehmendem Abstand ab. Die zeigte sich auch in der direkt gemessenen Zählrate. Wir erhielten dabei folgende Messwerte, die bereits durch die Untergrundzählrate 27,48 korrigiert wurden:

Abstand [cm]	Zählrate [ $\frac{1}{s}$ ]	Totzeit [%]	Nachweiswahrscheinlichkeit	Aktivität [ $\frac{1}{s}$ ]
1	3522,74	26	0,055	80702,77
2	2392,15	17,5	0,025	112431,05
4	1181,24	9	0,0085	151476,66
6	681,50	6	0,0044	164179,55
10	329,42	2,5	0,0018	187586,39

Tabelle 2.1: Messwerte

Im Mittel ergibt sich:

$$A = 139275,28 \frac{1}{s}$$

### 3 Röntgenemission

Bei einem Abstand von 0,9 cm zwischen Probe und Detektor stellten wir die verstärkte (verschobene) Röntgenlinie des Cäsium-137-Präparats fest. Daraufhin schoben wir eine Bleiplatte ein, sodass sich die Röntgenlinie charakteristisch verschob. Durch den Vergleich der zwei Röntgenlinien können wir den neuen Energiebereich der Röntgenlinie bestimmen.

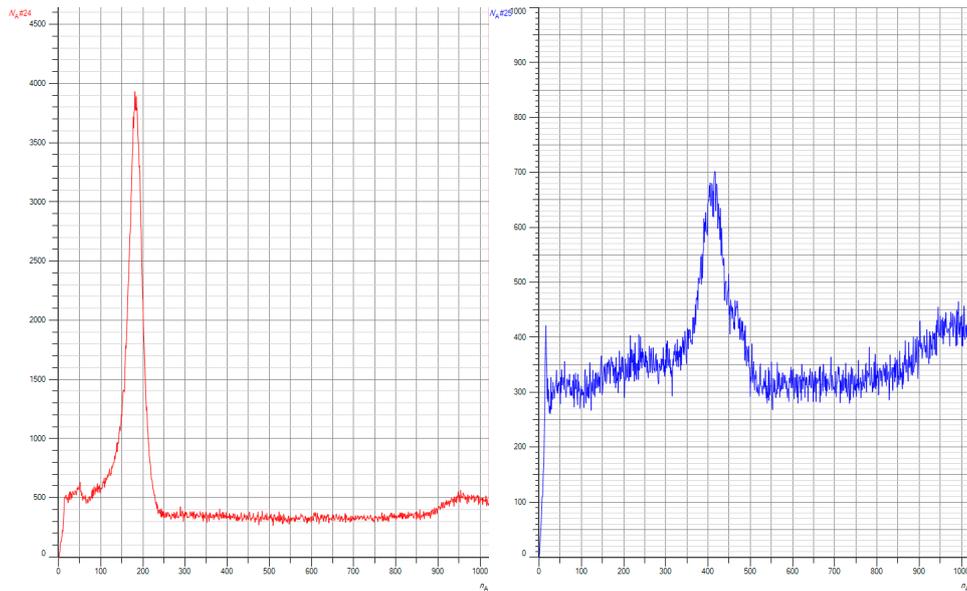


Abbildung 3.1: ohne Blei/mit Blei

Der Röntgenpeak der Cäsiumprobe liegt aufgrund des vorhandenen Bariums bei 32,1 keV. Der Röntgenpeak von Blei liegt bei 74,2. Mit Hilfe dieser beiden Punkte können wir nun die Energieskalierung der Kanäle bestimmen!

Der Kanalabstand von Barium und Blei beträgt:

$$\Delta K = 232 \text{ Kanäle}$$

Der Energieabstand der beiden Elemente ist:

$$\Delta E = 42,1 \text{ keV}$$

Damit ergibt sich eine Energieskalierung von:

$$s = \frac{\Delta E}{\Delta K} = 0,18 \frac{\text{keV}}{\text{Kanal}}$$

Nun schoben wir zwei unbekannte Elemente zwischen Strahler und Detektor und beobachteten die Lage der Röntgenpeaks. Legt man alle Messkurven übereinander erhält man folgendes Schaubild:

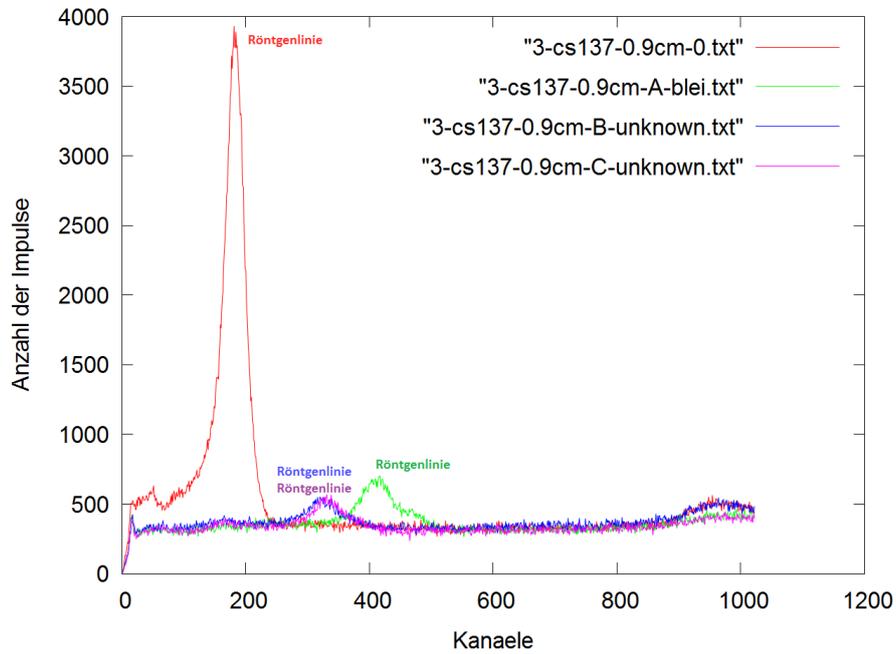


Abbildung 3.2: Schaubild

Die genaue Lage der Röntgenpeaks der unbekannt Elemente lässt sich am besten mit einem Gaußfit finden. Wir erhalten damit:

Element	Peak bei [Kanal]	Peak bei [keV]	Elementzuordnung
B	322	57,51	Tantal
C	332	59,32	Wolfram

Tabelle 3.1: Messwerte

Die Elementzuordnung erfolgte mittels der Tabelle auf dem Aufgabenblatt.

## 4 Statistik

### 4.1 Erfassung der Daten

Wir erfassten die Untergrundstrahlung in 150 Einsekunden-Intervallen über 256 Kanäle. Dabei stellten wir die Beschleunigungsspannung so ein, dass wir keine Messwerte über 5 Impulse pro Sekunde und Kanal erhielten.

Wir müssen zwei Stichproben erstellen. Stichprobe A beinhaltet nur ein schmales Band der Kanäle (156-202), sodass der Mittelwert ungefähr 3 beträgt. Stichprobe B beinhaltet alle Kanäle.

### 4.2 Berechnungen

Wir erhalten mit diesen Stichproben:

	Stichprobe A	Stichprobe B
Mittelwert $x_M$	3,0133	29,3
Standardabweichung $s$	1,62885099	4,8259714
Standardabweichung $s_{xm}$	0,13299513	0,39403892
$\sqrt{x_m}$	1,73589554	5,41294744

Abbildung 4.1: Statistik

Wie man sieht erhalten wir unterschiedliche Werte für  $s$  und  $\sqrt{x_m}$ . Man kann also nicht von einer optimalen Poissonverteilung ausgehen.

### 4.3 Grafische Darstellung

Mit den oben berechneten Werten für  $x_m$  und  $s$  legten wir nun eine Gauß- ( $G(x)$ ) und eine Poissonverteilung ( $P(x)$ ) über die Klassen der Messwerte. Es ergaben sich folgende Darstellungen:

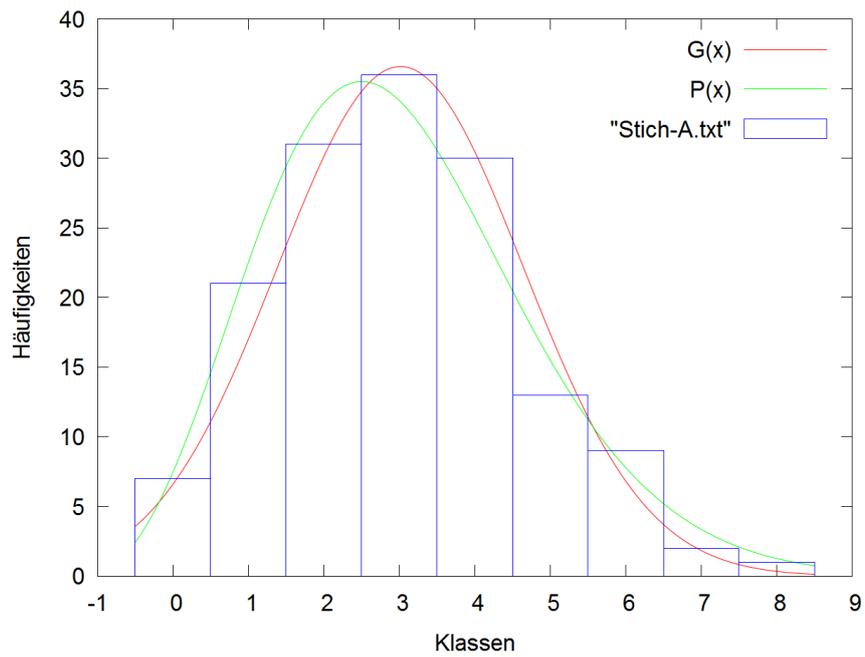


Abbildung 4.2: Stichprobe A

Wie man sieht, scheinen beide Verteilungen ähnlich gut zur Beschreibung der Messwerte geeignet zu sein.

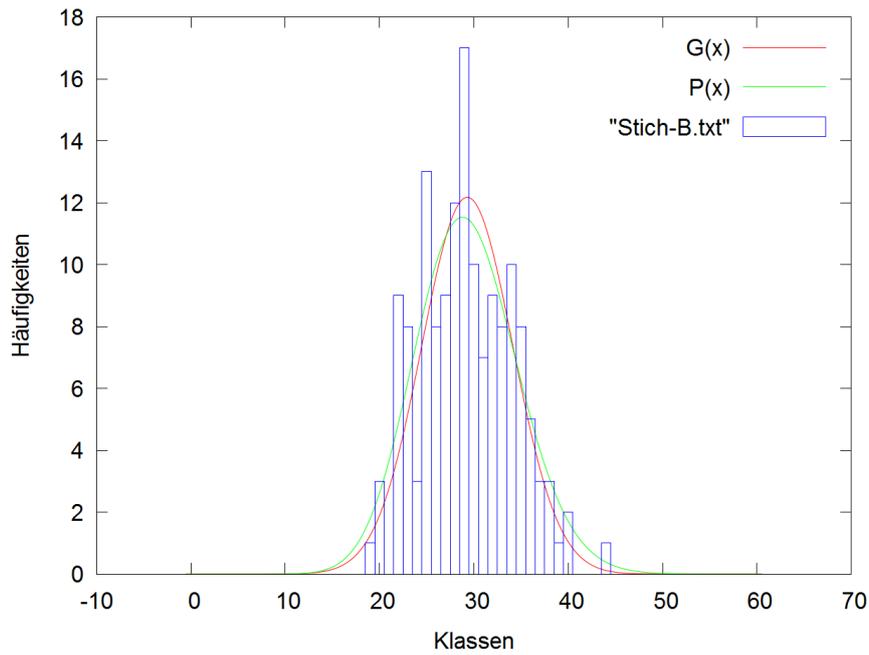


Abbildung 4.3: Stichprobe B

Auch hier sind keine deutlichen Unterschiede zu erkennen.

#### 4.4 $\chi^2$ -Test

Für die Stichprobe A soll nun ein  $\chi^2$ -Test ausgeführt werden. Dazu geben wir zuvor die Klassen mit ihren entsprechenden Häufigkeiten und den theoretisch berechneten Häufigkeiten an:

Klasse	Häufigkeit B	Gauß G	Poisson P	$\frac{(B-G)^2}{B}$	$\frac{(B-P)^2}{B}$
0	7	6,61	7,48	0,021728571	0,032914286
1	21	17,04	22,55	0,746742857	0,114404762
2	31	30,15	33,98	0,023306452	0,286464516
3	36	36,58	34,13	0,009344444	0,097136111
4	30	30,45	25,71	0,00675	0,61347
5	13	17,39	15,50	1,482469231	0,480769231
6	9	6,81	7,78	0,5329	0,165377778
7	2	1,83	3,35	0,01445	0,91125
8	1	0,34	1,26	0,4356	0,0676
			$\chi^2 = \sum_k \left( \frac{(B-E)^2}{B} \right)$	3,27329156	2,76938668

Tabelle 4.1: Messwerte

Die errechneten Werte für  $\chi^2$  sind nicht in der Tabelle zu finden. Daher fassen wir die letzten 3 Klassen zu einer zusammen um, theoretische und beobachtete Häufigkeit wie in der Vorbereitungshilfe beschreiben auf mindestens 4 anzuheben:

Klasse	Häufigkeit B	Gauß G	Poisson P	$\frac{(B-G)^2}{B}$	$\frac{(B-P)^2}{B}$
0	7	6,61	7,48	0,021728571	0,032914286
1	21	17,04	22,55	0,746742857	0,114404762
2	31	30,15	33,98	0,023306452	0,286464516
3	36	36,58	34,13	0,009344444	0,097136111
4	30	30,45	25,71	0,00675	0,61347
5	13	17,39	15,50	1,482469231	0,480769231
6-8	12	8,98	12,39	0,5329	0,165377778
			$\chi^2 = \sum_k \left( \frac{(B-E)^2}{B} \right)$	3,05037489	1,63783391

Tabelle 4.2: zusammengefasst

Auch hier sind die Werte wieder sehr klein und tauchen nicht in der zur Verfügung gestellten Tabelle auf. Wir schließen daher, dass die theoretischen Verteilungen sehr gut mit der gemessenen übereinstimmen müssen.

Im Internet<sup>1</sup> findet man eine ausführlichere Tabelle. Mit dieser können wir die Zutreffwahrscheinlichkeit dennoch bestimmen:

zusammengefasste Klassen	ja	nein	$\chi^2$	Freiheitsgrade	Zutreffwahrscheinlichkeit
Poisson-Verteilung		X	2,76938668	7	~90%
Poisson-Verteilung	X		1,63783391	5	~90%
Gauß-Verteilung		X	3,27329156	6	~90-50%
Gauß-Verteilung	X		3,05037489	4	~50%

Tabelle 4.3: Zutreffwahrscheinlichkeit

Man sieht, dass für unsere Messwerte die Poissonverteilung im Schnitt zutreffender als die Gaußverteilung ist.

<sup>1</sup>[http://de.wikibooks.org/wiki/Mathematik:\\_Statistik:\\_Tabelle\\_der\\_Chi-Quadrat-Verteilung;](http://de.wikibooks.org/wiki/Mathematik:_Statistik:_Tabelle_der_Chi-Quadrat-Verteilung;)  
09.07.2012

## 5 Anhang



Abbildung 5.1: hellyeah