

Vorbereitung Gamma-Spektroskopie und Statistik

Marcel Köpke & Axel Müller (Do-30)

30.06.2012

Inhaltsverzeichnis

1 Grundlagen	3
1.1 Gammastrahlung	3
1.2 Wechselwirkungen der γ -Strahlung mit Materie	3
1.2.1 Photoeffekt	3
1.2.2 Comptoneffekt	3
1.2.3 Paarbildung	4
1.3 Versuchsaufbau	4
1.4 Spektrum	5
1.4.1 Photopeak	6
1.4.2 Comptonkante	6
1.4.3 Rückstreupeak	6
1.4.4 Röntgenlinie	6
2 Aufgaben	7
2.1 Messung des Impulshöhenspektrums von γ -Strahlung	7
2.1.1 Impulshöhenanalysator im 1024-Kanalbetrieb	7
2.1.2 Deutung der Ergebnisse	7
2.2 Aktivitätsbestimmung eines Cs-137-Präparats	8
2.3 Röntgenemission	8
2.3.1 Energiekalibration anhand der <i>Ba</i> - und <i>Pb</i> - K_α -Röntgenlinie durch Aufstellen der gemessenen Energie gegen Z^2 für alle vorhandenen Elemente	8
2.3.2 Bestimmung des "unbekannten Elements" anhand des Diagramms	8
2.4 Statistik	9
2.4.1 Statistische Verteilung der Ereigniszahlen der Untergrundstrahlung	9
2.4.2 Standardabweichung, Mittelwert und Standardabweichung des Mittelwerts	9
2.4.3 Grafische Darstellung	9
2.4.4 Der Chi-Quadrat-Test	9

1 Grundlagen

In diesem Versuch wird die Energie von Gammastrahlen gemessen und mit Hilfe eines Szintillationszählers deren Spektren aufgenommen.

1.1 Gammastrahlung

Gammastrahlung ist elektromagnetische Strahlung, die bei radioaktivem Zerfall von Atomkernen entsteht. Im Gegensatz zu α - und β -Strahlung, die aus geladenen Teilchen bestehen handelt es sich bei der γ -Strahlung um Photonen, weshalb sie auch eine deutlich höhere Eindringtiefe in entsprechenden Medien besitzt. Um die γ -Strahlung nachzuweisen untersucht man die Wechselwirkung der Strahlung mit Materie. Hierbei gibt es drei verschiedene Arten der Wechselwirkung.

1.2 Wechselwirkungen der γ -Strahlung mit Materie

1.2.1 Photoeffekt

Bei geringer Energie der γ -Quanten findet der Photoeffekt statt. Dabei wird ein Elektron von einem Photon aus einer inneren Schale eines Atoms geschlagen und nimmt dessen Energie komplett auf. Die überschüssige Energie, die nicht zum Überwinden der Bindungsenergie benötigt wurde bildet die kinetische Energie des Elektrons. Es gilt:

$$E_{kin} = h \cdot f - W_A$$

mit der Frequenz f des Photons und der Austrittsarbeit W_A . Die entstandene Lücke wird von einem Elektron der äußeren Schalen aufgefüllt, wodurch wiederum ein Photon emittiert wird. Die Wahrscheinlichkeit für den Photoeffekt steigt mit der Kernladungszahl des wechselwirkenden Atoms.

1.2.2 Comptoneffekt

Bei mittlerer Energie des γ -Quants tritt der Comptoneffekt auf. Hierbei stößt das Photon mit einem Elektron und ändert dabei seine Energie und Richtung. Der Stoß geschieht mit einem Elektron der äußeren Schale, das dabei entfernt wird und das Atom wird ionisiert. Anhand des Streuwinkels lässt sich die abgegebene Energie berechnen, die bei Rückstreuung maximal wird.

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos\phi)$$

1.2.3 Paarbildung

Die dritte Wechselwirkung, die Paarbildung, findet bei hoher Energie der γ -Quanten statt. Das einfallende Photon wechselwirkt mit dem elektrischen Feld des Atomkerns und erzeugt dabei ein Teilchen-Antiteilchen-Paar. Hierfür muss die Energie des einfallenden Photons mindestens die doppelte Ruheenergie des Elektrons bzw. Positrons besitzen. Diese Energie liegt bei $2 \cdot 511 \text{keV} = 1,022 \text{MeV}$, wird bei diesem Versuch aber nicht erreicht. Das Positron zerstrahlt dabei in zwei entgegengesetzt gerichtete γ -Quanten, sobald es wieder auf ein Elektron trifft. Dieser Effekt würde als Escape-peak im Spektrum dargestellt werden.

1.3 Versuchsaufbau

Zur Aufnahme der Spektren wird ein Szintillationszähler verwendet. Dieser besteht aus einem mit Thallium dotierten NaJ-Kristall, in dem durch die oben beschriebene Wechselwirkung Elektronen herausgelöst werden. Diese regen die Thalliumatome an, die beim Zurückfallen in den Grundzustand Photonen aussenden, die auf eine Photokathode treffen, wo dann wieder Elektronen ausgelöst werden. Diese gelangen anschließend in einen Sekundärelektronenvervielfacher (SEV). Mit Hilfe von Dynoden werden diese Elektronen entsprechend der angelegten Spannung beschleunigt, die wiederum weitere Elektronen ausschlagen, bis ein messbarer Elektronenstrom entsteht. Die Zählrate des Szintillationszähler kann beeinflusst werden, indem man die Distanz zwischen Detektor und Strahlungsquelle variiert. Abschließend soll noch der Begriff Totzeit erklärt werden. Die Totzeit beschreibt den nötigen zeitlichen Abstand zwischen zwei Impulsen, damit diese vom Detektor getrennt wahrgenommen werden können. Treffen zwei Impulse auf die nicht den notwendigen Abstand besitzen, werden sie als einzelner Impuls mit doppelter Stärke aufgefasst.

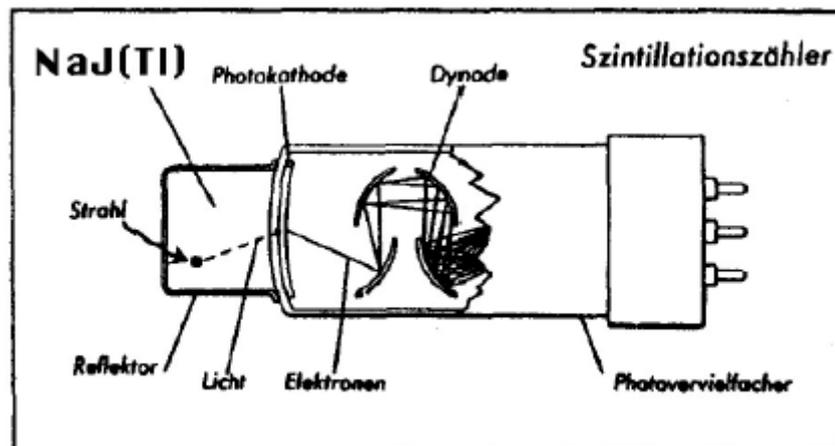


Abbildung 1.1: Szintillationszähler

1.4 Spektrum

Bei einem Spektrum wird gemessen, wie häufig γ -Quanten mit einer gewissen Frequenz vorkommen. Dafür wird die Spannung gemessen, die jeweils einem Kanal bzw. Energieniveau entspricht. Entweder wird auf einem Kanal oder bei der Vielkanalmessung jeder Kanal parallel gemessen. Im Spektrum wird dann die Häufigkeit des Spannungswertes über die Kanäle aufgetragen.

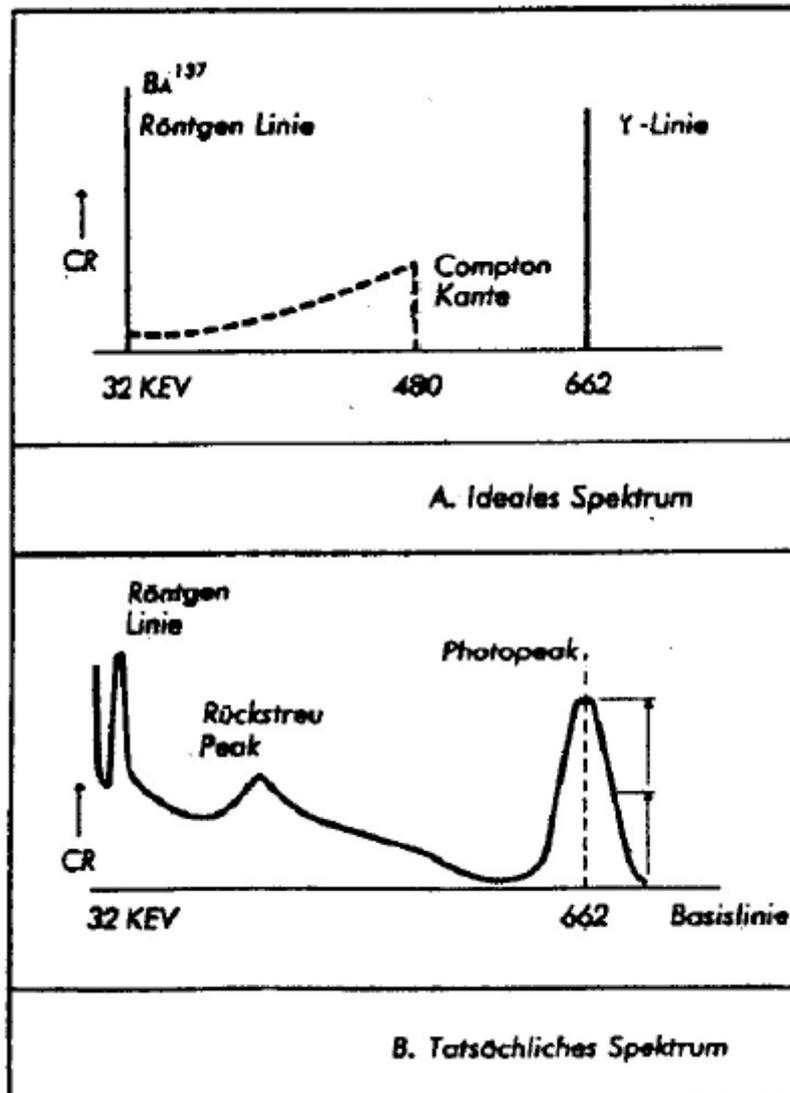


Abbildung 1.2: Energiespektren

1.4.1 Photopeak

Im Spektrum ist ein deutlicher Photopeak erwartet, der der Quantenenergie entspricht.

1.4.2 Comptonkante

Die Comptonkante entsteht durch den Einfluss des Comptoneffekts. Die vom Photon an das Elektron weitergegebene Energie nimmt bis zum Maximalwert bei der Rückstreuung zu und bricht dann abrupt ab, wodurch eine deutlich erkennbare Kante im Spektrum auftritt.

1.4.3 Rückstreupeak

Ein Rückstreupeak entsteht, da auch außerhalb des Kristalls Wechselwirkungen von Quanten stattfinden. Wenn diese dann zurück in den Kristall gestreut werden ergibt sich somit eine Verfälschung des Spektrums. Es entsteht ein Peak, der zusätzlich die Comptonkante verfälscht.

1.4.4 Röntgenlinie

Bei Cs-137 tritt eine sogenannte Röntgenlinie auf. Diese entsteht, wenn ein angeregter Bariumkern in den Grundzustand übergeht, wobei seine Energie auf ein Hüllenelektron übertragen wird und dieses somit das Atom verlässt. Die Lücke wird durch ein nachrückendes Elektron gefüllt und ein Photon mit einer Energie von 32 keV ausgesendet, was die Röntgenlinie hervorruft.

2 Aufgaben

2.1 Messung des Impulshöhenspektrums von γ -Strahlung

2.1.1 Impulshöhenanalysator im 1024-Kanalbetrieb

Nun wird der Analysator im Mehrkanalbetrieb verwendet, es werden also mehrere Kanäle simultan gemessen. Bei gleichem dynamischem Detektorbereich sollen die Spektren von Co-60, Cs-137 und Na-22 gemessen werden und zusätzlich auch das vorherrschende Untergrundspektrum. Man beginnt mit dem Co-60 Spektrum, da dessen Photopeak beim höchsten Energieniveau liegt und somit die obere Grenze für die Messung bildet. Der Abstand der Probe zum Detektor wird so eingestellt, dass die effektive Zählrate zwischen 1000Hz und 1500Hz liegt. Sollte sich der Einfluss der Hintergrundstrahlung als nicht vernachlässigbar herausstellen muss er mit Hilfe des aufgenommenen Untergrundspektrums herausgerechnet werden.

2.1.2 Deutung der Ergebnisse

Bei den auftretenden Spektren erwartet man verschiedene Phänomene. So ist bei der Energie von $E = h \cdot \nu - W_A \approx h \cdot \nu$ jeweils ein Photopeak zu erwarten. ($W_{A,Cs} = 1,94eV \ll h \cdot \nu$) Für Cäsium sind diese Peak bei 662keV und 1,17MeV zu erwarten, jedoch ist Messung der letzten Energie sehr unwahrscheinlich, da der damit verbundene Übergang am Cs-Isotop nur mit einer Häufigkeit von 5,4% auftritt. Mit diesem markanten Merkmal des Spektrums können die Kanäle bestimmten Energiemengen zugeordnet werden und somit die Rechtswertachse des Spektrographen geeicht werden. Ein weiteres Phänomen, das beobachtet werden kann ist die sogenannte Comptonkante bei $E_C = \frac{2E_0^2}{(m_e c^2 + 2E_0)}$ mit $E_0 = h \cdot \nu$. Die folgende Tabelle zeigt, wo die zu erwartenden Kanten liegen. Zusätzlich wird auch noch die Lage des Rückstreupeaks angegeben. Diese berechnet sich mit

$$E_R = E_\gamma - E_C$$

Isotop	Frequenz des γ -Quants	Energie[keV]	Comptonkante[keV]	Rückstreupeak[keV]
Cs-137	$1,6 \cdot 10^{20} \frac{1}{s}$	662	477	185
Co-60	$2,8 \cdot 10^{20} \frac{1}{s}$	1173	963	210
	$3,2 \cdot 10^{20} \frac{1}{s}$	1333	1119	214
Na-22	$1,2 \cdot 10^{20} \frac{1}{s}$	511	340	171
	$3,1 \cdot 10^{20} \frac{1}{s}$	1275	1062	213

Tabelle 2.1: Comptonkante/Rückstreupeak

Zusätzlich soll noch die Anzahl der tatsächlich auftretenden Elektronen n_e , die zum Photopeak beitragen abgeschätzt werden. Dies geschieht am einfachsten durch die Halbwertsbreite ΔE des jeweiligen Peaks:

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{\Delta n_e}{n_e} = \frac{1}{\sqrt{n_e}}$$

$$\Rightarrow n_e = \left(\frac{E}{\Delta E}\right)^2$$

Je schmaler der Peak, umso besser die Auflösung, weshalb n_e als Maß für die Auflösung verwendet werden kann. Um die Linearität der Apparatur zu zeigen, kann man die gemessenen Energiewerte der γ -Strahlung über die theoretischen Werte auftragen. Bei perfekter Linearität liegen alle Punkte auf der Ursprungsgeraden.

2.2 Aktivitätsbestimmung eines Cs-137-Präparats

Die Aktivität des Cs-137-Präparats berechnet sich aus der Zahl der Zerfälle geteilt durch das Zeitintervall der Messung:

$$A = \frac{dN}{dt}$$

Das Programm Cassy gibt die Zählrate $n = \frac{N}{t}$ aus. Wegen der unterschiedlichen Abstände muss die Nachweiswahrscheinlichkeit q miteinberechnet werden:

$$A = \frac{N}{t \cdot q} \cdot (1 + t_{T,\%})$$

2.3 Röntgenemission

Durch das Cs-137-Präparat sollen Elemente mit schweren Kernen untersucht werden. Dazu wird die Probe direkt auf den Szintillator gelegt.

2.3.1 Energiekalibration anhand der Ba- und Pb- K_α -Röntgenlinie durch Aufstellen der gemessenen Energie gegen Z^2 für alle vorhandenen Elemente

Die gemessenen Spektren sollen nun anhand der typischen Ba- und Pb- K_α -Röntgenlinien skaliert skaliert es soll mit dem Moseleyschen Gesetz die gemessenen Energie der untersuchten Elemente gegen Z^2 aufgetragen werden. Das Moseleysche Gesetz lautet:

$$f_{K_\alpha} = f_R \cdot (Z - 1)^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)$$

2.3.2 Bestimmung des "unbekannten Elements" anhand des Diagramms

Abschließend soll anhand des Diagramms auf das zu untersuchende Element rückgeschlossen werden. Dazu trägt man die Energie von Pb und Ba über die Kanäle auf und kann anschließend die Kanäle der unbekannt Elemente und damit diese selbst bestimmen.

2.4 Statistik

2.4.1 Statistische Verteilung der Ereigniszahlen der Untergrundstrahlung

Hier sollen nacheinander 150 Spektren der Untergrundstrahlung mit 256 Kanälen und einer Sekunde Messdauer aufgenommen werden. Diese Daten werden dann einer statistischen Analyse unterzogen. Es sollen zwei Stichproben gebildet werden:

- a) Die Zählraten aus nur einem Teil des Spektrums werden aufintegriert, dass der Mittelwert der 150 Summen etwa 3 beträgt.
- b) Die Gesamtzählrate der einzelnen Spektren wird verwendet.

2.4.2 Standardabweichung, Mittelwert und Standardabweichung des Mittelwerts

Für die erhaltenen Stichproben kann nun der Mittelwert x_m , die Standardabweichung s der Messwerte, sowie die Standardabweichung s_{xm} des Mittelwerts berechnet werden:

$$\begin{aligned}x_m &= \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i \\s &= \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - x_m)^2} \\s_{xm} &= \frac{s}{\sqrt{n}}\end{aligned}$$

Zusätzlich soll geprüft werden, ob $s = \sqrt{x_m}$ gilt, so wie es bei der Poissonverteilung zu erwarten wäre.

2.4.3 Grafische Darstellung

Die Häufigkeitsverteilung soll nun grafisch in einem Diagramm wiedergegeben werden. Zudem soll noch die berechnete Poissonverteilung

$$P(x) = \frac{x_m^x}{x!} \cdot e^{-x_m}$$

und die Gaußverteilung

$$G(x) = \frac{1}{s \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x - x_m}{s}\right)^2\right)$$

ingezeichnet werden.

2.4.4 Der Chi-Quadrat-Test

Mittels des Chi-Quadrat-Tests soll nun bestimmt werden, ob die Stichproben aus 2.4.1.a) entweder normal-/gaußverteilt oder poissonverteilt sind. Man vergleicht bei diesem Test

die tatsächliche Häufigkeit E mit den theoretisch berechneten Werten in jedem Intervall k und erhält daraus die Kenngröße χ^2 :

$$\chi^2 = \sum_k \frac{(B - E)^2}{B}$$

Aus einer speziellen Tabelle kann man mit dem Signifikanzniveau α (für gewöhnlich 5%) und der Anzahl der Freiheitsgrade (Umfang der Stichprobe) den Grenzwert a finden. Für $\chi^2 > a$ muss die Nullhypothese abgelehnt werden (Annahme: Die Stichprobe liegt der getesteten Verteilung zugrunde).