

Auswertung

Gamma-Spektroskopie und Statistik

Carsten Röttele Stefan Schierle

Versuchsdatum: 05.06.2012

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Impulshöhenspektrum | 2 |
| 1.1 | Impulshöhenspektrum von Cs-137 - Einkanalmessung | 2 |
| 1.2 | Impulshöhenspektrum Cs-137, Co-60, Na-22 und Untergrundspektrum - Vielkanalbetrieb | 2 |
| 1.3 | Deutung der Spektren | 2 |
| 2 | Aktivität des Cs-137-Präparates | 6 |
| 3 | Röntgenemission | 7 |
| 3.1 | Energiekalibration | 8 |
| 3.2 | Unbekannte Elemente bestimmen | 9 |
| 4 | Statistik | 10 |
| 4.1 | Statistische Verteilung | 10 |
| 4.2 | Statistische Größen | 10 |
| 4.3 | Häufigkeitsverteilung | 10 |
| 4.4 | χ^2 -Test | 11 |

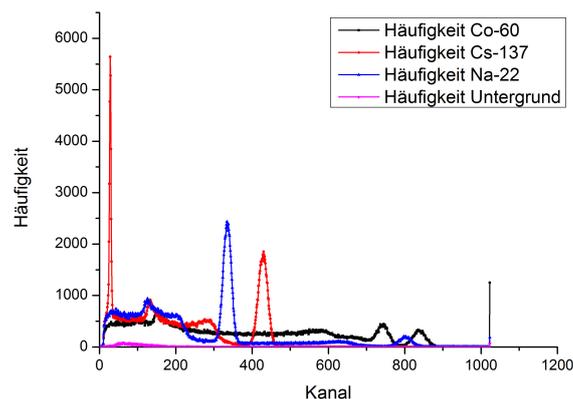
1 Impulshöhenspektrum

1.1 Impulshöhenspektrum von Cs-137 - Einkanalmessung

Da die neuere Version der Versuchssoftware "CASSY 2" die Einkanalmessung nicht mehr durchführen kann, fällt dieser Versuchsteil leider weg.

1.2 Impulshöhenspektrum Cs-137, Co-60, Na-22 und Untergrundspektrum - Vielkanalbetrieb

Nun zu den durchführbaren Versuchen. Hier mussten wir zuerst die Beschleunigungsspannung am SEV für Co-60 so einstellen, dass das Spektrum schön zu sehen, also beide Photopeaks und einer der beiden Rückstreupeaks zu erkennen war, wobei man mit dem Oszilloskop darauf achten musste, dass die Spannung die Sättigung erreicht. In unserem Fall setzten wir die Beschleunigungsspannung auf 630V. Außerdem hielten wir die Zählraten der jeweiligen Elemente durch die Variation des Abstandes zum Detektor auf annähernd dem gleichen Niveau. Die Messzeit stellten wir in CASSY2 auf 300 Sekunden ein. Nun führten wir die einzelnen Messungen durch und erhielten folgende Spektren:



Mann kann im Graphen auch die gemessene Untergrundstrahlung erkennen, da diese jedoch sehr gering gegenüber den anderen Strahlungen ist, vernachlässigen wir diese in den weiteren Betrachtungen.

1.3 Deutung der Spektren

In diesem Aufgabenteil sollen nun die Spektren genauer untersucht werden.

Als erstes soll eine Skalierung der x- Achse erfolgen, sodass hier nicht mehr die einzelnen Kanäle aufgetragen werden, sondern die entsprechende Energie.

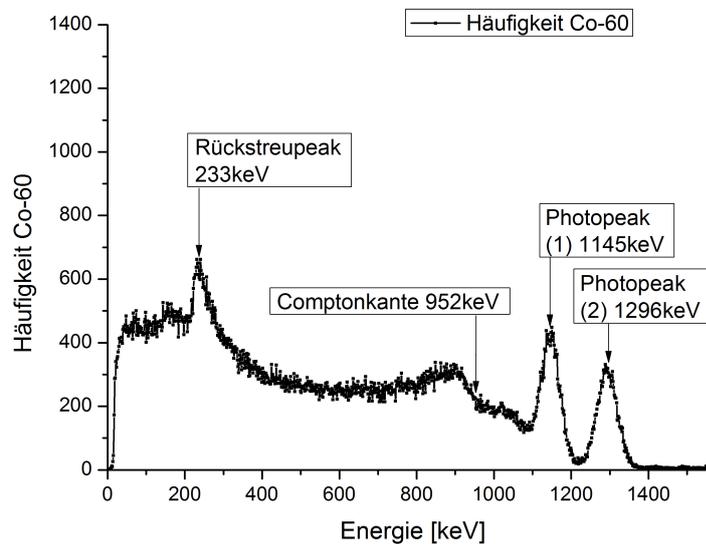
Hierzu verwenden wir die bereits bekannte Energie des Photopeaks von Cs-137 (Photopeak bei 662keV). Außerdem sollen die Besonderheiten im jeweiligen Impulshöhenspektrum

bezeichnet und deren experimentell ermittelte Werte angegeben und mit den bereits errechneten theoretischen Erwartungswerten verglichen werden.

Der Photopeak von Cs-137 liegt bei Kanal 430 (n_{430}) somit gilt als Umrechnung für die anderen Kanäle:

$$E_x = \frac{n_x}{x_{430}} \cdot E_{\text{Photopeak}}$$

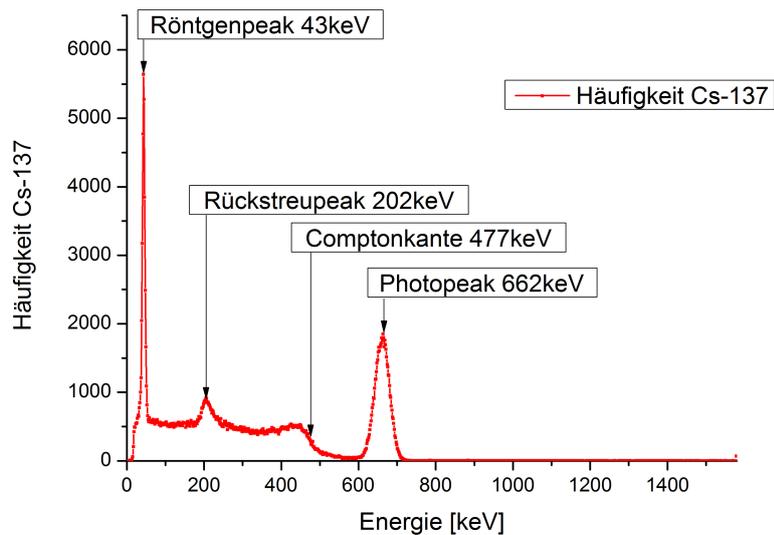
Nun ließ sich allen Kanälen ein Energiewert zuordnen, womit wir die Spektren als Häufigkeit der Impulse über Energie auftragen und bereits mit Origin im Graphen die Energien für die markanten Punkte des jeweiligen Spektrums ermitteln konnten. Hierbei stießen wir jedoch an die Grenzen der statistischen Auflösung, da hier nicht wie im idealen Spektrum ein Photopeak zum Beispiel als diskrete Linie aufgelöst werden kann, sondern immer eine gaußsche Häufigkeitsverteilung um diese entsteht, gehen manche markanten Punkte in der Überlagerung dieses Effektes verloren.



Impulshöhenspektrum von Co-60

Beim Spektrum von Cobalt 60 kann man schön die beiden erwarteten Photopeaks, sowie eine von zwei Comptonkanten und einen von zwei Rückstreupeaks erkennen. Die beiden Rückstreupeaks liegen auch schon in der Theorie sehr eng bei einander, so dass eine Überlagerung dieser beiden Punkte nicht weiter verwunderlich ist. Ebenfalls sucht man die zweite Comptonkante im aufgenommenen Spektrum vergeblich, zwar bricht die Anzahl der gemessenen Impulse vor dem ersten Photopeak leicht ein, jedoch sehen wir es wegen des recht kleinen und verschwommenen Intervalls nicht als sinnvoll an hier einen Wert anzunehmen, der erwartete Wert liegt zum Vergleich nämlich in der Steigung der Gauß-Verteilung des ersten Photopeaks.

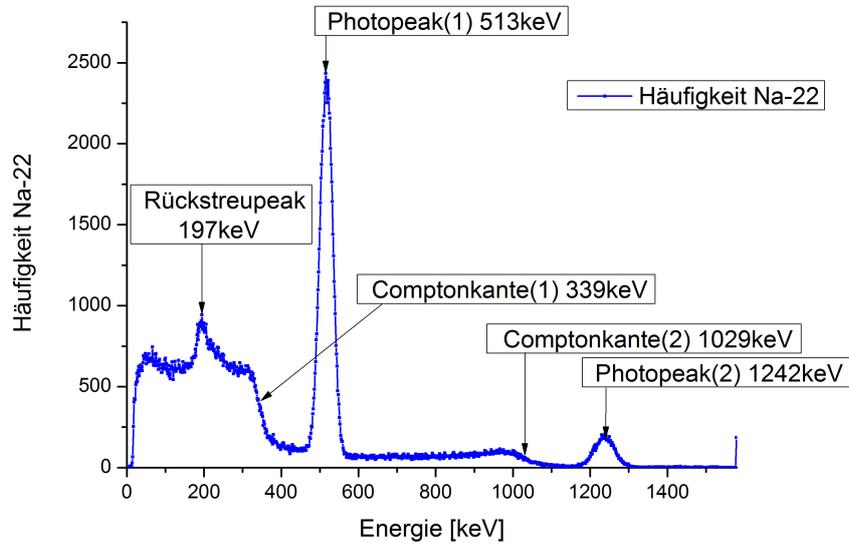
| | Experiment [keV] | Theorie [keV] | Abweichung [%] |
|-----------------|------------------|---------------|----------------|
| Photopeak(1) | 1145 | 1173 | 2,4 |
| Photopeak(2) | 1296 | 1333 | 2,8 |
| Comptonkante(1) | 952 | 963,2 | 1,2 |
| Comptonkante(2) | - | 1118,6 | - |
| Rückstreupeak | 233 | 209,8 / 214,4 | 11,1 / 8,7 |



Impulshöhenspektrum von Cs-137

Das Spektrum von Cäsium 137 ist im Vergleich zu dem von Cobalt 60 etwas einfacher zu deuten, da dieses keine überlagerten markanten Punkte enthält. Außerdem ist zu erwarten, dass bei diesem Spektrum die experimentell ermittelten Werte der Theorie am ehesten entsprechen, da wir mit dem Photopeak von Cs-137 die Energieskalierung durchführten. Hier lässt sich neben Photo-, Rückstreupeak und Comptonkante auch noch der Röntgenpeak von Barium 137 erkennen.

| | Experiment [keV] | Theorie [keV] | Abweichung [%] |
|---------------|------------------|---------------|---------------------|
| Photopeak | 662 | 662 | - (Skalierungswert) |
| Comptonkante | 477 | 477,7 | 0,1 |
| Rückstreupeak | 202 | 184,3 | 8,8 |
| Röntgenpeak | 43 | 32 | 74,4 |



Impulshöhenspektrum von Na-22

Auch beim Spektrum von Natrium 22 sind die einzelnen markanten Punkte schön zu sehen, beide erwarteten Photopeaks, sowie die beiden Comptonkanten. Leider ist wieder nur einer den eigentlichen zwei Röntgenpeaks auszumachen, dies liegt wieder an der statistischen Verschmierung des Spektrums.

| | Experiment [keV] | Theorie [keV] | Abweichung [%] |
|-----------------|------------------|---------------|----------------|
| Photopeak(1) | 513 | 511 | 0,4 |
| Photopeak(2) | 1242 | 1275 | 2,7 |
| Comptonkante(1) | 339 | 340,7 | 0,5 |
| Comptonkante(2) | 1029 | 1026,2 | 0,3 |
| Rückstreupeak | 197 | 170,3 / 212,8 | 13,6 / 8,0 |

Wie man schon an den einzelnen Abweichungen erkennen kann, sieht man, dass die Ungenauigkeit der Messung bei niedrigen Energien größer wird, was zum einen an der in diesem Bereich am stärksten auftretenden Untergrundstrahlung liegen könnte, oder an dem nicht ganz linearen Aufbau der Versuchsapparatur.

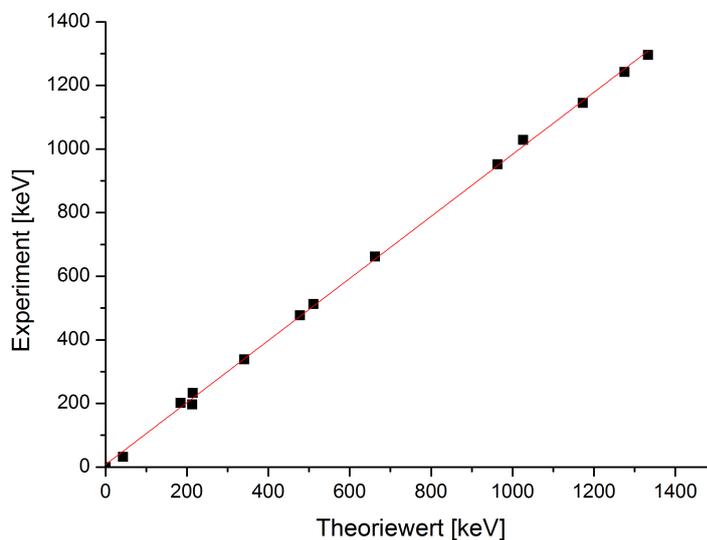
Um, wie in der Aufgabenstellung verlangt, die Auflösung des Detektors zu charakterisieren, sollen wir die Anzahl an Elektronen abschätzen, die zum Photopeak von Cs-137 beitragen. Hierfür bestimmten wir in Origin das Maximum ($E_P = 662\text{keV}$) des Photopeaks, das oben schon zur Energieskalierung verwendet wurde, und die Halbwertsbreite

ΔE_P der Gauß-förmigen Verteilung. Die Auflösung lässt sich nun errechnen:

$$n_e = \left(\frac{E_P}{\Delta E_P} \right)^2 = \left(\frac{662 \text{ keV}}{(683,60 - 640,85) \text{ keV}} \right)^2 = 239.13$$

Hierbei ist aber darauf zu achten, dass wir die Werte dem Spektrum entnommen haben und somit bei diesem von einer Gauß-Verteilung des Photopeaks ausgehen.

Nun soll auch noch die Linearität des Detektors überprüft werden, hierfür sollen wir die aus den Spektren ermittelten Daten über die theoretischen Werte auftragen, und eine lineare Regression durchführen. Wir nehmen dabei für die Rückstreupeaks den Theoriewert mit der niedrigeren Abweichung, wohl wissend, dass das Ergebnis so leicht beeinflusst wird.



Linearität des Detektors - exp. Werte über theo. Werte

Wie man sieht ist der Detektor doch sehr schön linear. Das widerlegt die oben aufgestellte These, jedoch ist zu beachten, dass bei kleinen Energien sich Abweichungen stärker ausprägen.

2 Aktivität des Cs-137-Präparates

In diesem Teilversuch sollten wir die Aktivität von Cäsium 137 bestimmen. Hierzu führten wir mehrere Messungen bei unterschiedlichen Abständen des Präparates vom Detektor für je $T = 60$ Sekunden durch. Anhand der Summe der gemessenen Impulse in dieser Zeit ermittelten wir die Zählrate. Die Aktivität lässt sich mit Totzeitkorrektur

durch folgende Formel bestimmen:

$$A = \frac{N}{T \cdot (1 - \tau) \cdot \omega}$$

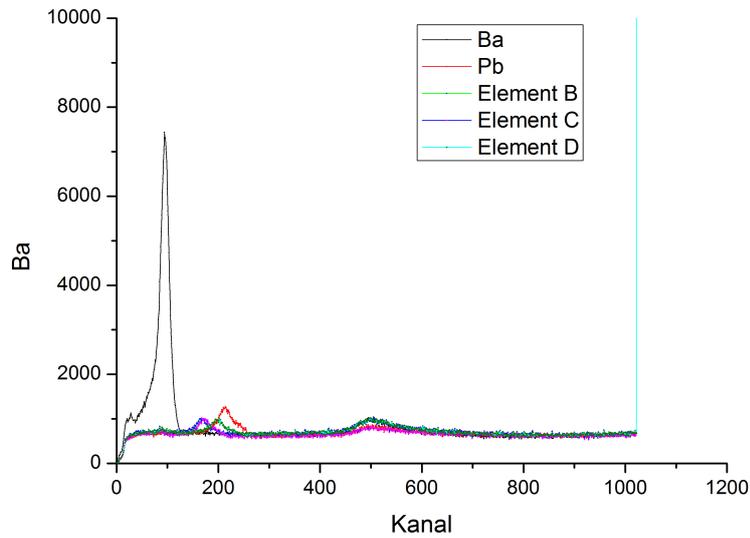
Messwerte:

| Abstand [cm] | Totzeit(τ) | Impulse(N) | Detektionswskt.(ω) | Aktivität [$\frac{1}{s}$] |
|--------------|-------------------|----------------|-----------------------------|-----------------------------|
| 0 | 0,66 | 530702 | 0,180 | 144526,7 |
| 1,5 | 0,36 | 294157 | 0,030 | 255344,6 |
| 3 | 0,21 | 169608 | 0,011 | 325293,4 |
| 4 | 0,15 | 118882 | 0,008 | 291277,5 |
| 6 | 0,08 | 70699 | 0,004 | 320191,7 |

Die so ermittelte Aktivität des Cs-137-Präparates müsste eigentlich bei jeder Messung ungefähr gleich sein. Wir verzichten hier außerdem auf eine Bildung des Mittelwerts der Messungen, wie von der Aufgabenstellung gefordert, da dies unserer Meinung nach nicht wirklich sinnvoll bei diesen voneinander abweichenden Werten ist. Die Abweichungen führen wir auf das Diagramm zur Bestimmung der Detektionswahrscheinlichkeit zurück, da dessen schlechte Auflösung und die logarithmische Achsenskalierung leicht die Möglichkeit bietet bei kleinen Ablesefehlern einen relativ großen Fehler zu verursachen. Zudem ist die Abstandsbestimmung vom Detektor zur Strahlungsquelle ungenau, da wir nur mit einem Geo-Dreieck den Abstand vom Detektor zur Probe messen konnten, und wir nicht wissen, wie tief der Strahler in die Probe eingelassen ist. Diese Ungenauigkeit wirkt sich wiederum auf das Ablesen der Werte aus dem Diagramm aus.

3 Röntgenemission

Bei diesem Versuch sollten wir mit Hilfe der Röntgenemission die Ordnungszahl von unbekanntem Elementen ermitteln. Hierfür stellten wir die Beschleunigungsspannung am SEV des Detektors so ein, dass der Röntgenpeak von Cs-137 besser aufgelöst wurde, dabei war wieder darauf zu achten, dass die angelegte Spannung nicht in die Sättigung ging. Anschließend nahmen wir Spektren im 1024-Kanalbetrieb auf, mit einer Messdauer von 300 Sekunden.



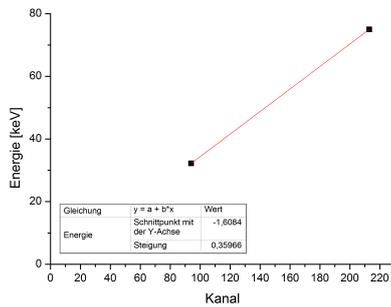
Spektren der Röntgenstrahlung der untersuchten Elemente

3.1 Energiekalibration

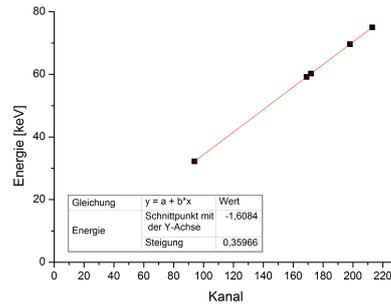
Zur Kalibrierung der Energie nutzen wir aus, dass unsere erste Messung ohne bestrahltes Element, aufgrund des typischen Cs-137-Zerfalles, Barium-137 mit seinem Röntgenpeak ($32,2\text{keV}$) darstellt. Außerdem erhielten wir eine Bestrahlungsprobe, von der wir wissen, dass sie Blei mit einem Röntgenpeak bei $75,0\text{keV}$ enthält. Mit diesen Angaben können wir nun den jeweiligen Kanälen einen Energiewert zuweisen.

| | Theorie | Kanal |
|----|----------|-------|
| Ba | 32,2 keV | 94 |
| Pb | 75 keV | 213 |

Wir erstellen nun ein Diagramm, in dem die Energie der Röntgenpeaks über die Kanalnummer aufgetragen wird.



Graph 3.1.1: Ermittelte Gerade zwischen den Kalibrierungselementen



Graph 3.1.1: Ermittelte gerade mit allen Elementen

3.2 Unbekannte Elemente bestimmen

Zur Bestimmung der Ordnungszahl der unbekanntenen Elemente ermitteln wir nun, an welchem Kanal der Messung der Röntgenpeak sein Maximum hat. Diesen Kanälen können wir mit Hilfe der Gleichung der Ausgleichsgeraden einen Energiewert zuordnen, welchen wir mit der in der Aufgabenstellung gegebenen Tabelle einem Element zuordnen können.

| Probe | Kanal | Energie [keV] |
|-----------|-------|---------------|
| Element B | 169 | 59,17 |
| Element C | 172 | 60,25 |
| Element D | 198 | 69,60 |

Diese Werte können wir nun anhand der Tabelle einem Element zuordnen.

- **Element B:** Die Energie des Röntgenpeaks hier beträgt $59,17\text{keV}$, mit der Tabelle abgeglichen kann man nun sagen, dass Element B Wolfram ist, dessen Röntgenpeak bei $59,3\text{keV}$ liegt.
- **Element C:** Die Energie dieses Röntgenpeaks liegt bei $60,25\text{keV}$ welcher am ehesten wieder Wolfram entsprechen müsste.
- **Element D:** Der Röntgenpeak liegt hier bei einer Energie von $69,6\text{keV}$ was am ehesten auf Gold (Au) mit einem Wert von $68,8\text{keV}$ zutrifft.

Als Hinweis auf die gesuchten Elemente erhielten wir jedoch von unserer Betreuerin müsste das Element B eigentlich Tantal (Ta) sein, mit einem Röntgenpeak bei $57,5\text{keV}$ und Element C müsste eigentlich Wolfram sein. Nimmt man nun Gold als Referenzwert bei dieser Messung, und betrachtet dessen Abweichung vom Theoriewert, so machen die oben genannten eigentlichen Zuordnungen mehr Sinn, wenn man als Offset von den Werten jeweils 1keV abzieht erhält man ungefähr die Erwartungswerte der gesuchten Elemente. Dieser Offset könnte daraus resultieren, dass das Moseley-Gesetz, nach dem

unsere Bestimmung näherungsweise durchgeführt wurde nicht ganz linear ist. Jedoch gehen wir davon aus, dass noch weitere uns nicht bekannte Faktoren ebenfalls zu dieser Abweichung beitragen.

4 Statistik

4.1 Statistische Verteilung

Für den letzten Versuchsteil wechselten wir zu Cassy-Lab1 und führten eine Untergrundstrahlungsmessung durch. Hierbei wurde auf 256 Kanälen 150 Spektren bei einer Messdauer von jeweils 1s aufgenommen. Danach haben wir, wie in der Aufgabenstellung verlangt, zwei Stichproben ausgewählt: Die erste, bei der wir einen Mittelwert aller Summen von etwa 3 erhielten und bei der zweiten haben wir alle Messungen zusammen genommen. Für die Stichprobe A haben wir dafür die Messungen 50 bis 64 genommen und erhielten einen Mittelwert von etwa 2,97.

4.2 Statistische Größen

Wir haben nun mit den bereits in der Vorbereitung geschriebenen Formeln jeweils für die Stichproben A und B den Mittelwert x_m , die Standardabweichung s der Einzelmesswerte und die Standardabweichung s_{xm} des Mittelwertes berechnet und erhielten dabei folgende Ergebnisse:

| | Stichprobe A | Stichprobe B |
|--------------|--------------|--------------|
| x_m | 2,97 | 27,22 |
| s | 1,85 | 6,29 |
| s_{xm} | 0,15 | 0,51 |
| $\sqrt{x_m}$ | 1,72 | 5,22 |

Man erkennt also, dass weder bei der Stichprobe A noch bei der Stichprobe B die Standardabweichung s gleich der Wurzel des Mittelwertes ist. Wir haben bei A eine Abweichung von etwa 7,56% und bei B eine von 20,50%, womit eher noch A eine Poisson-Verteilung aufweist.

4.3 Häufigkeitsverteilung

Wir haben nun mit unserem Plotter Origin die Stichproben als Häufigkeitsverteilungen mittels eines Balkendiagramms graphisch dargestellt und dabei die in der Vorleitung bereits beschriebenen Formeln für die Gauß- und Poisson-Verteilung darübergelegt. Bei der Stichprobe B haben wir dazu noch jeweils einen Parameter verändert, damit die Kurve unserer Meinung nach besser die Werte umrandete. Wir erhielten dabei folgende Diagramme:

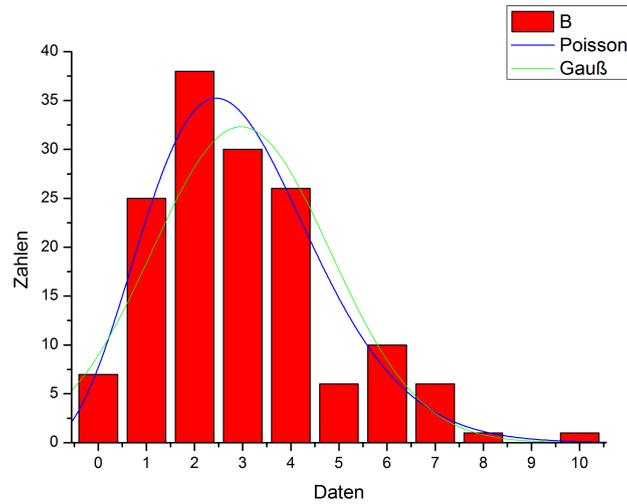


Abbildung 1: Stichprobe A

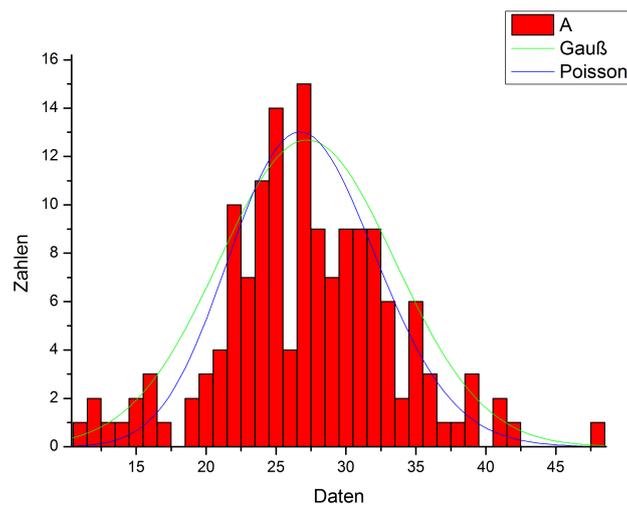


Abbildung 2: Stichprobe B

4.4 χ^2 -Test

Wir haben nun noch für beide Stichproben den χ^2 -Test durchgeführt, um zu vergleichen wie gut unsere Messwerte mit den Erwartungen der beiden angelegten Kurven übereinstimmen. Wir haben dazu die ebenfalls bereits in der Vorbereitung hergeleitete Formel $\chi^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(P_{i,t} - P_{i,e})^2}{P_{i,e}}$ benutzt und erhielten für die Stichprobe A folgende Er-

gebnisse:

| Klassen | Gemessen | Poisson | Gauß | Chi-Poisson | Chi-Gauß |
|---------|----------|----------|----------|-------------|----------|
| 0 | 7 | 7,72093 | 8,9537 | 0,06732 | 0,4263 |
| 1 | 25 | 22,90569 | 18,38531 | 0,19149 | 2,37984 |
| 2 | 38 | 33,97716 | 28,20102 | 0,4763 | 3,40484 |
| 3 | 30 | 33,60001 | 32,31349 | 0,38572 | 0,16564 |
| 4 | 26 | 24,92029 | 27,65848 | 0,04678 | 0,09945 |
| 5 | 6 | 14,78621 | 17,68471 | 5,22091 | 7,72037 |
| 6 | 10 | 7,31104 | 8,44681 | 0,98899 | 0,2856 |
| 7 | 6 | 3,09852 | 3,01379 | 2,71696 | 2,95888 |
| >=8 | 2 | 1,14905 | 0,80326 | 0,63019 | 1,78294 |
| | | | Summe | 10,72466 | 19,22386 |

Abbildung 3: Stichprobe A

Die dritte und vierte Zeile entspricht in der Tabelle dabei den theoretisch zu erwarteten Wert durch die angepasste Kurve. Da wir neun verschiedene Klassen haben, ergibt sich für unsere Freiheitsgrade $FG = 9 - 1 = 8$. Schaut man sich nun die in der Vorbereitungshilfe gegebene Tabelle an, so erkennt man, dass dort für ein Signifikanzniveau von 5% ein Wert von 15,51 steht. Vergleicht man dies mit unseren Werten, so erkennt man dass vor allem die Poisson-Verteilung unter diesem Wert liegt, während die Gauß-Verteilung darüber liegt. Wir haben demnach also bei der Stichprobe A eher eine Poisson-Verteilung, was nicht unbedingt zu erwarten war, da uns die 7%-Abweichung aus dem vorherigen Aufgabenteil doch viel erschien.

Äquivalent sind wir nun auch bei der Stichprobe B vorgegangen und erhielten folgende Ergebnisse:

| Klassen | Gemessen | Poisson | Gauß | Chi-Poisson | Chi-Gauß |
|---------|----------|----------|-----------|-------------|----------|
| >18 | 11 | 2,37816 | 3,24883 | 31,25788 | 18,49299 |
| 19 | 2 | 3,40702 | 4,05012 | 0,58107 | 1,03774 |
| 20 | 3 | 4,63696 | 4,92299 | 0,57789 | 0,75115 |
| 21 | 4 | 6,01038 | 5,8346 | 0,67244 | 0,57686 |
| 22 | 10 | 7,43648 | 6,74238 | 0,8837 | 1,57394 |
| 23 | 7 | 8,80091 | 7,59689 | 0,36852 | 0,0469 |
| 24 | 11 | 9,9817 | 8,34602 | 0,10388 | 0,84395 |
| 25 | 14 | 10,86808 | 8,94012 | 0,90254 | 2,86376 |
| 26 | 4 | 11,37804 | 9,33745 | 4,78426 | 3,05098 |
| 27 | 15 | 11,47075 | 9,50897 | 1,08586 | 3,17084 |
| 28 | 9 | 11,15121 | 9,44189 | 0,415 | 0,02068 |
| 29 | 7 | 10,46676 | 9,14125 | 1,14825 | 0,50157 |
| 30 | 9 | 9,49684 | 8,62924 | 0,02599 | 0,01593 |
| 31 | 9 | 8,33884 | 7,94255 | 0,05242 | 0,14079 |
| 32 | 9 | 7,09322 | 7,128 | 0,51257 | 0,49163 |
| 33 | 6 | 5,85083 | 6,2373 | 0,0038 | 0,00903 |
| 34 | 2 | 4,68411 | 5,32164 | 1,53806 | 2,07329 |
| 35 | 6 | 3,6429 | 4,42706 | 1,52514 | 0,55887 |
| 36 | 3 | 2,75444 | 3,59092 | 0,02189 | 0,09724 |
| 37 | 1 | 2,02637 | 2,83999 | 0,51986 | 1,1921 |
| 38 | 1 | 1,45152 | 2,19002 | 0,14045 | 0,64664 |
| >=39 | 7 | 1,01309 | 1,64665 | 35,38007 | 17,40411 |
| | | | Summe | 82,50154 | 55,56099 |
| | | | Ohne Rand | 15,86359 | 19,66389 |

Da wir hier jeweils einen Parameter geändert haben, müssen wir hier zusätzlich von unseren Freiheitsgraden eins abziehen. Wir erhalten demzufolge $FG = 22 - 1 - 1 = 20$. Schauen wir wiederum die Tabelle an, so erkennt man, dass unsere Werte sogar größer sind, als die der letzten Zeile. Die Gauß-Verteilung hat aber immer noch einen deutlich geringeren Wert als die Poisson-Verteilung, weshalb die Gauß-Verteilung sinnvoller ist, wenn man den ganzen Bereich betrachtet.

Lässt man jedoch die äußeren beiden Werte weg, so hat man zwar zwei Freiheitsgrade weniger, dafür aber ein sehr viel geringeres χ^2 . Hier liegen beide Werte unter 28,87, erstaunlicherweise ist hierfür sogar dann die Poisson-Verteilung besser geeignet.

Wir schließen also daraus, dass die Poisson-Verteilung besser geeignet ist, wenn man weniger Werte hat, die zudem zentriert sind, während für eine breitere Verteilung die Gauß-Verteilung besser ist.