

Vorbereitung

Gammaspektroskopie und Statistik

Stefan Schierle Carsten Röttele

Versuchsdatum: 05. 06. 2012

Inhaltsverzeichnis

1	Impulshöhenspektrum	7
1.1	Impulshöhenspektrum der γ -Strahlung von Cs-137 - Einkanalbetrieb . . .	7
1.2	Impulshöhenspektrum Cs-137, Co-60, Na-22 und Untergrundspektrum - Vielkanalbetrieb	7
1.3	Deutung der Spektren	7
2	Aktivität des Cs-137-Präparates	7
3	Röntgenemission	8
3.1	Energiekalibration	8
3.2	Unbekanntes Element bestimmen	8
4	Statistik	8
4.1	Statistische Verteilung	8
4.2	Statistische Größen	8
4.3	Häufigkeitsverteilung	9
4.4	χ^2 -Test	9

Grundlagen

Zu Beginn einige Begriffserklärungen und theoretische Hintergrundinformationen.

Strahlungsarten

Bei radioaktiven Zerfällen von Atomen können die dabei entstehenden emittierten Strahlungen in drei Strahlungsarten unterschieden werden:

- **α -Strahlung:**

Bei der α -Strahlung handelt es sich um ein doppelt ionisiertes Heliumatom, also ein zweifach positiv geladenes Teilchen, bestehend aus zwei Protonen und zwei Neutronen.

- **β -Strahlung:**

Die β -Strahlung ist ebenfalls eine Teilchenstrahlung, es wird je nach Zerfallsart ein Elektron (bei β^-) oder ein Positron mit einem Elektron-Neutrino (bei β^+) ausgesandt. Die zugehörigen Zerfälle sind bei der β^- -Strahlung die Umwandlung eines Protons zu einem Neutron und bei der β^+ -Strahlung die Umwandlung eines Neutrons zu einem Proton.

- **γ -Strahlung:**

Die γ -Strahlung besteht nicht wie die beiden anderen Strahlungstypen aus geladenen Teilchen, sondern aus einem γ -Quant. Dieses Photon wird beim Sprung eines angeregten Atoms, das aufgrund eines vorhergehenden β -Zerfalls noch in einem angeregten Zustand ist, auf das Grundniveau emittiert. Diese hochfrequenten Photonen haben eine wesentlich höhere Eindringtiefe, als die Teilchenstrahlungen α und β , da sie weniger stark mit anderen Teilchen wechselwirken.

In dem von uns durchzuführenden Versuch untersuchen wir nur die γ -Strahlung von ^{60}Co , ^{137}Cs und ^{22}Na .

Wechselwirkungen von γ -Strahlung mit Materie

Da die ungeladenen γ -Quanten nicht direkt Atome ionisieren können und keine Coulombwechselwirkungen erzeugen, muss deren Nachweis durch vorhergehende Wechselwirkungen mit Materie erfolgen.

Photoeffekt

Beim Photoeffekt absorbiert ein Atom ein einfallendes Elektron, und emittiert aufgrund des Stoßprozesses ein Elektron.

Damit der Photoeffekt überhaupt stattfinden kann, muss jedoch die Energie des Photons mindestens genau so groß sein wie die Bindungsenergie des getroffenen Elektrons, dessen Bindungsenergie von der jeweiligen Schale abhängt. Der Anteil der Photonenenergie, der nicht für das Ablösen benötigt wird, geht in kinetische Energie über. Damit gilt:

$$E_\gamma = E_{Abl.} + E_{kin,e^-} = \nu \cdot h$$

Da bei dem Stoßprozess die Impulserhaltung gelten muss, und das Photon nach dem Stoß vollständig absorbiert wurde, benötigt der Vorgang einen Partner zur Aufnahme des "Rückstoßes". Diese Rolle übernimmt der Atomkern. Aus diesem Grund werden am ehesten die kernnahen Elektronen des Atoms abgelöst. Die Elektronen auf höheren Energieniveaus rücken nun in die Lücke der inneren Schale nach, dabei wird wiederum ein Photon emittiert, das erneut ein Elektron ablösen kann, wenn dessen Energie größer ist, als die Ablöseenergie.

Aufgrund der höheren Wahrscheinlichkeit bei größerer Wellenlänge ein Elektron zu treffen tritt der Photoeffekt großteils bei γ -Quanten mit geringer Energie auf, sowie bei Atomen mit hoher Kernladungszahl, da hier mehr Elektronen vorhanden sind.

Comptonstreuung

Bei der Comptonstreuung überträgt das γ -Quant einen Teil seines Impulses auf ein sehr schwach gebundenes Elektron eines Atoms. Dieses "quasifreie" Elektron erhält einen Teil der Energie des Photons und verlässt die Atomhülle. Durch den unelastischen Stoß verliert das Photon an Energie und ändert seine Richtung. Der maximale Energieübertrag liegt bei einem Streuwinkel des Photons von 180° .

Paarbildung

Die Paarbildung besteht aus einer Wechselwirkung mit dem Atomkern, nicht wie bisher mit den Elektronen.

Ein Photon kann ab der Energie von $1,22\text{MeV}$ ein Positron und ein Elektron (beide Ruhemasse 511MeV) bilden. Da sich ein Positron und ein Elektron aber nach kürzester Zeit wieder auslöschen, wenn sie sich nicht schnell genug voneinander wegbewegen, entsteht bei der Auslöschung sogenannte "Vernichtungsstrahlung", zwei Photonen mit der Energie von je 511MeV mit entgegengesetzter Ausbreitungsrichtung. Diese Photonen können nun wieder einen Photoeffekt oder eine Comptonstreuung auslösen.

Zur Paarbildung benötigt man γ -Quanten mit sehr hoher Energie, die wir bei unseren Präparaten im Versuch nur schwer erreichen.

Funktionsweise eines Detektors

Für die Spektroskopie von Gamma-Quanten verwendet man, wie hier in unserem Versuch einen Szintillationsdetektor, der im Wesentlichen aus zwei Teilen besteht.

Zuerst benötigt man einen Detektor-Kristall, mit dessen Atomen die Gamma-Quanten wie bereits oben beschrieben wechselwirken können. Dieser Szintillator sollte unter anderem folgende Voraussetzungen erfüllen. Erstens sollte die Dicke so gewählt sein, dass die Gamma-Quanten mit einer angemessenen Wahrscheinlichkeit mit dem meist verwendeten anorganischen Einkristall wechselwirken. Dann sollte auch noch gewährleistet sein,

dass die angeregten Energieniveaus der Szintillationsmaterie möglichst kurzlebig sind, damit eine zeitliche Verfälschung der Messung möglichst gering ist. Zudem ist es sinnvoll, dass die emittierten Photonen auch durch eine Photokathode nachgewiesen werden können.

Beim nachfolgenden Graphen kann man weitere Zusammenhänge der Nachweiswahrscheinlichkeit beim Szintillator, in diesem Fall ein NaJ-Kristall mit Ø1“, erkennen. Dort wurde der Quotient von nachgewiesenen Quanten durch emittierte Quanten über die Energie der Gamma-Quanten aufgetragen. Die weiteren geschwungenen Linien geben den Abstand der Probe vom Szintillator an.

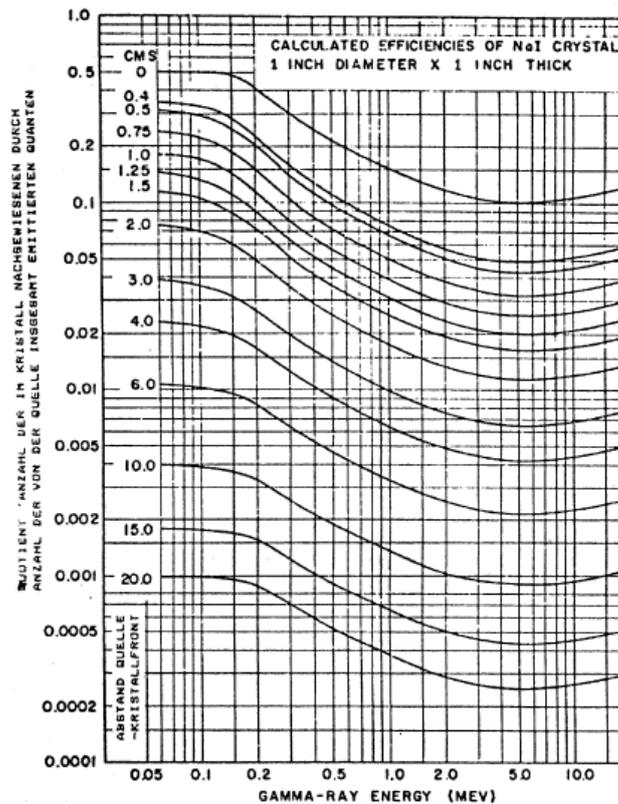


Diagramm zur Ermittlung der Nachweiswahrscheinlichkeit

Dem Szintillator ist ein Photomultiplier angehängt, der durch Dynoden die vom Szintillator emittierten Photonen vervielfältigt, damit man diese besser messen kann. Durch das Auftreffen des Photons auf die Photokathode wird hier ein Elektron abgelöst, das zur ersten Dynode hin beschleunigt wird. Durch diese Erhöhung der Energie ist das Elektron nun in der Lage an der nächsten Dynode drei bis fünf mal mehr Elektronen abzulösen. Diese werden wieder hin zur nächsten Dynode beschleunigt, was dort ebenfalls mehr Elektronen ablöst. Wiederholt man den Vorgang, durch das Anordnen mehrerer Dynoden hinter einander, kann man eine Verstärkung des Elektronenstroms der Größenordnung 10^5 bis 10^9 erzeugen, so lässt sich die erzeugte Spannung gut messen.

Spektrum

Zur Ermittlung des Spektrums eines Gamma-Strahlers trägt man in einem Graphen die relative Häufigkeit der emittierten Quanten über deren gemessene Energie auf.

Hierbei kann man das Spektrum mit zwei Methoden ermitteln, die Einkanalmessung und die Vielkanalmessung.

- **Einkanalmessung:** Hierbei misst man am Szintillator bei jeweils konstanten Spannungsstufen (bei der Messung betrachtete Intervalle der Spannung U bis $U + \Delta U$) die Anzahl der erzeugten elektrischen Impulse in einem festgelegten Zeitraum. Dies wiederholt man nun einige Male bei den jeweiligen anderen Spannungsstufen. Dabei muss man berücksichtigen, dass die Zeitfenster und das nicht gleichzeitige Messen an allen Spannungswerten die Messung verfälschen kann. Eine unverfälschte Messung kann man erhalten, wenn man die Messzeit sehr klein gegenüber der Halbwertszeit wählt.
- **Vielkanalmessung:** Diese funktioniert fast genau so, wie die Einkanalmessung, jedoch werden hier die Spannungsintervalle gleichzeitig gemessen.

Die so ermittelten Spektren können verschiedene typische Verläufe aufweisen:

- **Photopeak:** Ein Photopeak entsteht, wenn ein Gamma-Quant einen Photoeffekt auslöst. Hierbei ist eigentlich ein senkrechter Strich im Spektrum zu erwarten, jedoch wird sich eher aufgrund der Messungenauigkeit eine Gaußkurve einstellen.
- **Comptonkante:** Eine Comptonkante wird durch die Comptonstreuung eines Gamma-Quants erzeugt. Die an das Elektron übertragene Energie ist vom Rückstreuwinkel des Photons abhängig, daher erreicht diese ihr Maximum bei

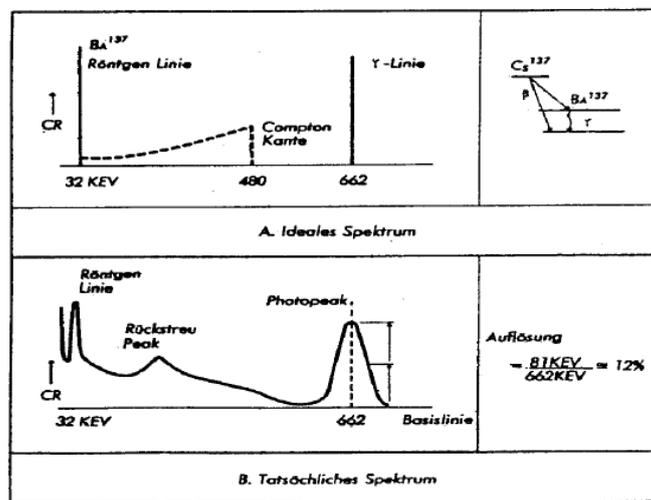
$$E_{CK} = \frac{E_{\gamma}}{1 + \frac{m_0 \cdot c^2}{2 \cdot E_{\gamma}}}$$

- **Rückstreupeak:** Rückstreupeaks sind eher ein Fehler im gemessenen Spektrum, da die Strahlungsquelle in alle Richtungen abstrahlt, können die Gamma-Quanten auch außerhalb des Szintillators mit Materie wechselwirken. Findet nun so eine Comptonstreuung statt, so liegt der Rückstreupeak bei der Differenz von $E_{\gamma} - E_{CK}$ und nun lässt sich die Energie des Rückstreupeaks wie folgt berechnen:

$$E'_{\gamma} = \frac{E_{\gamma}}{1 + \frac{E_{\gamma}}{m_0 c^2} \cdot (1 - \cos \Theta)}$$

- **Escape-Peak:** Escape-Peaks können entstehen, wenn eines oder beide der bei der Paarbildung entstandenen Photonen aus dem Szintillationsmaterial entweichen, ohne mit diesem wechselzuwirken. So wird eine wesentlich niedrigere Energie gemessen.

- **Röntgenlinie:** Eine Röntgenlinie entsteht, wenn aus der Folge eines β -Zerfalls analog zum Photoeffekt ein Elektron einer äußeren Schale auf eine nicht voll besetzte innere Schale springt. Dabei wird ein Photon im Röntgenbereich freigesetzt. Die Photonenenergie ist charakteristisch für den jeweiligen Stoff.
- **Pile-Up:** Der Pile-Up ist ein Effekt, der aus der begrenzten Zeitauflösung des Szintillators entsteht, da kurz aufeinanderfolgende Photonen aus dem Szintillator jeweils Elektronen aus der Photokathode lösen und diese durch den Photomultiplier gemeinsam verstärkt und an der Anode als ein energetisch größerer Impuls gedeutet werden.
Die sogenannte **Totzeit** ist die Zeitspanne, die mindestens vom Detektor benötigt wird, damit man zwei Photonen am erzeugten Impuls unterscheiden kann.



Beispielspektren zur Veranschaulichung

Nun kann man die theoretischen Erwartungswerte der Peaks und Kanten der von uns im Versuch verwendeten Strahler mit obigen Formeln ermitteln:

Element	Photopeak keV	Comptonkante keV	Rückstreupeak keV
Co-60 (1)	1173	963,2	209,8
Co-60 (2)	1333	1118,6	214,4
Cs-137	662	477,7	184,3
Na-22 (1)	511	340,7	170,3
Na-22 (2)	1275	1026,2	212,8

1 Impulshöhenspektrum

1.1 Impulshöhenspektrum der γ -Strahlung von Cs-137 - Einkanalbetrieb

Hier sollte das Spektrum von Cs-137 nach dem Einkanalmeßverfahren ermittelt werden. Das bedeutet nach dem bereits beschriebenen Verfahren soll die Spannung in 50 Intervalle zerlegt werden und bei einer Messdauer von 10 Sekunden das Impulshöhenspektrum ermittelt werden.

Allerdings ist hierbei die Auflösung sehr gering gewählt.

1.2 Impulshöhenspektrum Cs-137, Co-60, Na-22 und Untergrundspektrum - Vielkanalbetrieb

Nun soll mit Hilfe des 1024-Kanalbetriebs das Impulshöhenspektrum von Cs-137, Co-60 und Na-22, sowie das Untergrundspektrum, Messung ohne Strahlungsquelle zur eventuellen Korrektur, ermittelt werden.

1.3 Deutung der Spektren

Die aus den vorhergehenden Aufgaben ermittelten Spektren sollen nun nach den bereits beschriebenen Wechselwirkungen untersucht werden. Dazu soll die Skalierung der Energieachse mit Hilfe des Photopeaks des Cs-137-Präparates erfolgen.

Nun kann man die gemessenen Werte für die Comptonkante und Rückstreupeak mit den bereits ermittelten Theoriewerten vergleichen.

Zudem soll die Elektronenanzahl der von der Photokathode beim Photopeak des Cs-137-Präparates emittierten Elektronen abgeschätzt werden. Diese charakterisiert die Auflösung des Detektors. Die Anzahl der Elektronen lässt sich durch die Detektorauflösung ermitteln, die den Mindestabstand von zwei Energien angibt, bei dem man noch zwischen zwei Peaks unterscheiden kann.

$$n_e = \left(\frac{E_P}{\Delta E_P} \right)^2$$

Dabei ist ΔE_P die Halbwertsbreite der Gaußverteilung des Photopeaks.

Zuletzt soll die Linearität des Detektors mit Hilfe der ermittelten Spektren überprüft werden.

2 Aktivität des Cs-137-Präparates

Die Aktivität A ist definiert als die Anzahl der Zerfälle pro Zeiteinheit. Da die Erfassung aller Zerfälle nicht realisierbar ist, muss man auf das Diagramm zur Ermittlung der Nachweiswahrscheinlichkeit (siehe oben) zurückgreifen, da hier bereits berücksichtigt ist, dass nicht alle Quanten vom Szintillator erfasst werden können. Aus diesem Diagramm

kann man die Absorptionswahrscheinlichkeit (q) entnehmen, und dann die Aktivität berechnen:

$$A = \frac{N}{t \cdot q}$$

Für ein repräsentatives Ergebnis soll die Messung für mindestens drei unterschiedliche Abstände durchgeführt werden und dann der Mittelwert gebildet werden.

3 Röntgenemission

Durch die Röntgenemission kann man auf die Ordnungszahl einer nicht strahlenden Probe schließen.

3.1 Energiekalibration

Die Energiekalibrierung soll mit den bekannten Elementen Ba und $Pb - K_\alpha$ geschehen. Deren durch die Röntgenlinie messbare Energie soll gegen Z^2 aufgetragen werden.

3.2 Unbekanntes Element bestimmen

Durch die Kalibrierung sollten wir nun in der Lage sein, ein uns unbekanntes schweres Material zu bestimmen.

4 Statistik

4.1 Statistische Verteilung

Dieser Versuch dient dem Nachweis, dass die radioaktiven Zerfälle der Untergrundstrahlung zufällig verteilt sind. Hierfür sollen wir wie in der Aufgabenstellung beschrieben 2 Messreihen mit 150 Spektren und 256 Kanälen nach zwei vorgegebenen unterschiedlichen Schemen erstellen.

4.2 Statistische Größen

Nun sollen folgende statistische Größen ermittelt werden:

- **Mittelwert x_m :** (Messwerte x_i , Anzahl der Messungen N)

$$x_m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

- **Standardabweichung s :**

$$s = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - x_m)^2}$$

- **Standardabweichung des Mittelwerts s_{xm} :**

$$s_{xm} = \frac{s}{\sqrt{N}}$$

Es soll außerdem noch überprüft werden, ob die zu erwartende Poisson-Verteilung gegeben ist. Hierfür muss die Standardabweichung der Messwerte gleich der Wurzel des Mittelwerts sein.

$$s = \sqrt{x_m}$$

4.3 Häufigkeitsverteilung

Nun sollen unsere Stichproben von 4.1 graphisch als Häufigkeitsverteilung dargestellt werden. Außerdem soll in den Graphen die Poisson-Verteilung und die Gauß-Verteilung eingetragen werden.

Gauß-Verteilung:

$$f(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot s} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{k - x_m}{s}\right)^2\right)$$

Poisson-Verteilung:

$$f(k) = \frac{x_m^k}{k!} \exp(-x_m)$$

Außerdem soll verglichen werden, ab wann man die Poisson-Verteilung mit der Gauß-Verteilung angenähert werden darf.

4.4 χ^2 -Test

Durch den Chi-Quadrat-Test soll überprüft werden, ob und welche der Verteilungstheorien mit der Stichprobe a) aus 4.1 übereinstimmen.

Hierfür unterteilt man die Messung in N Klassen, Häufigkeitsgruppen, und bestimmt deren theoretische $P_{i,t}$ und experimentelle $P_{i,e}$ Häufigkeit. Mit der folgenden Gleichung lässt sich nun χ^2 berechnen.

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(P_{i,t} - P_{i,e})^2}{P_{i,e}}$$

Die so erhaltenen Werte für χ^2 kann man nun unter Berücksichtigung der Freiheitsgrade ($FG = N - 1$) und einer Irrtumswahrscheinlichkeit α mit den Werten der nachfolgenden Tabelle vergleichen. Ist der ermittelte Wert größer oder gleich dem der Tabelle, so ist die theoretische Vorhersage nicht korrekt.

FG	5 %	1 %	0,1 %
1	3,84	6,63	10,83
2	5,99	9,21	13,82
3	7,81	11,35	16,27
4	9,49	13,28	18,47
5	11,07	15,09	20,52
6	12,59	16,81	22,46
7	14,07	18,48	24,32
8	15,51	20,09	26,13
9	16,92	21,67	27,88
10	18,31	23,21	29,59
11	19,68	24,72	31,26
12	21,03	26,22	32,91
13	22,36	27,69	34,53
14	23,68	29,14	36,12
15	25,00	30,58	37,70
16	26,30	32,00	39,25
17	27,59	33,41	40,79
18	28,87	34,81	42,31
19	30,14	36,19	43,82
20	31,41	37,57	45,31
21	32,67	38,93	46,80
22	33,92	40,29	48,27
23	35,17	41,64	49,73
24	36,42	42,98	51,18
25	37,65	44,31	52,62
26	38,89	45,64	54,05
27	40,11	46,96	55,48
28	41,34	48,28	56,89
29	42,56	49,59	58,30
30	43,77	50,89	59,70