Versuche P2-47,48,49

Ideales und Reales Gas
Versuchsauswertung

Marco A. Harrendorf und Thomas Keck, Gruppe: Mo-3
Karlsruhe Institut für Technologie, Bachelor Physik

Versuchstag: 02.05.2011

Inhaltsverzeichnis

1 Versuch 1: Jollysches Gasthermometer

1.1 Versuchsaufbau

Der Versuch war wie in der Vorbereitung beschrieben aufgebaut.

1.2 Versuchsdurchführung

Zu Beginn des Versuchs befand sich das Glasgefäß im thermischen Gleichgewicht mit der Umgebung. Die Zimmertemperatur θ_Z betrug $25.5\ °C$ und der Luftdruck $p_0 = 989\ mbar$.
In der linken, starren Kapillare befand sich ein Dorn, der in einer Höhe von 6.5 cm angebracht war (Zur Höhenbestimmung war eine Messskala an der Messapparatur fest angebracht). Während Umgebungsbedingungen herrschten, wurde die Höhe der rechten, beweglichen Kapillare so gewählt, dass der Stand des flüssigen Quecksilbers in der linken Kapillare gerade bis zum Dorn reichte. Der Flüssigkeitsstand in der rechten Kapillare betrug dann 16 cm. Die Höhendifferenz Δh_0 unter Umgebungsbedingungen ergab sich dann zu $\Delta h_0 = 9.5\ cm$.
Anschließend wurde das Glasgefäß in ein Becherglas mit Eiswasser, dessen Temperatur ziemlich genau $\theta_{Eis} = 0\ °C$ betrug, getaucht, wobei gerade nur die Glaskugel mit Flüssigkeit bedeckt war und die daran anschließende Kapillare frei blieb. Nachdem sich erneut ein thermisches Gleichgewicht eingestellt hatte, wurde wiederum der Flüssigkeitsstand so gewählt, dass der Dorn in der linken Kapillare als Bezugspunkt dienen konnte. Die Höhendifferenz Δh_{Eis} ergab sich dann zu $\Delta h_{Eis} = 3.4\ cm$.
Darauffolgend wurde das Glasgefäß in ein Becherglas eingebracht, in welchem destilliertes Wasser zum Sieden gebracht wurde. Durch Abdecken des Becherglasses und Positionierung der Glaskugel knapp über der Flüssigkeitsschicht konnte sichergestellt werden, dass die Glaskugel vollständig von der dampfförmigen Phase umschlossen war und gleichzeitig der restliche Teil des Glasgefäßes im thermischen Gleichgewicht mit der Umgebung blieb. Die zu diesem Zeitpunkt vorherrschende (Siede-)Temperatur θ_{Sied} konnte an Hand der nun vorliegenden Umgebungsbedingungen ($\theta_Z = 25.5\ °C,\ p_0 = 988\ mbar$) – wie in Abschnitt 1.3.1 beschrieben – bestimmt werden. Nachdem sich ein thermisches Gleichgewicht zwischen Glasgefäß und Dampfphase eingestellt hatte, ergab eine Messung der Höhendifferenz Δh_{Sied} mit dem Dorn als Bezugspunkt $\Delta h_{Sied} = 36.5\ cm$.
Anschließend wurde noch das Volumen der eingetauchten bzw. vom Dampf umschlossenen Glaskugel V (siehe hierzu Abschnitt 1.3.7) sowie das schädliche Volumen v (siehe hierzu Abschnitt 1.3.7) ermittelt.

1.3 Auswertung

1.3.1 Berechnung der Siedetemperatur θ_{Sied}

Während des Versuches wich die Umgebungstemperatur $\theta_Z = 25.5\ °C$ und der Luftdruck $p_0 = 988\ mbar$ von den Normalbedingungen ab, weswegen die Siedetemperatur des Wassers nicht $\theta_{Sied} \neq 100\ °C$ betrug.
Mit der folgenden im Praktikum genannten Formel wurde die richtige Siedetemperatur θ_{Sied}

bestimmt:

$$\theta_{Sied} = 100 + 0.03687 \cdot (p_0 - 760) - 0.000022 \cdot (p_0 - 760)^2 \ ^\circ C$$

Hierbei ist zu beachten, dass der Luftdruck p_0 in Torr eingesetzt werden muss. Ein Millibar (mbar) entspricht hierbei 0.75006 Torr. Weswegen der Luftdruck $p_0 \simeq 741\ Torr$ entspricht. Die Siedetemperatur θ_{Sied} beträgt dann:

$$\begin{aligned}\theta_{Sied} &= 100 + 0.03687 \cdot (741 - 760) - 0.000022 \cdot (741 - 760)^2 \ ^\circ C \\ &= 99.3\,^\circ C\end{aligned}$$

1.3.2 Berechnung des Drucks p_Z

Der Druck p_Z innerhalb des Glasgefäßes bei Zimmertemperatur ($\theta_Z = 25.5\ ^\circ C$) wich vom äußeren Luftdruck p_0 ab, weswegen zu Beginn der Messung eine Höhendifferenz $\Delta h_0 = 9.5\ cm$ gemessen wurde.
Der Druck innerhalb des Glasgefäßes p_Z wurde deshalb aus dem äußeren Luftdruck p_0, der Höhendifferenz Δh_0, der Dichte von Quecksilber $\rho_{Hg} = 13.5459 \cdot 10^3\ \frac{kg}{m^3}$ sowie der Erdbeschleunigung $g = 9.81\ \frac{m}{s^2}$ berechnet:

$$\begin{aligned}p_Z &= p_0 + \rho_{Hg} \cdot g \cdot \Delta h_0 \\ &= 1114\,hPa\end{aligned}$$

1.3.3 Berechnung des Drucks p_{Eis}

Der Druck p_{Eis} innerhalb des Glasgefäßes, der bei einer Temperatur $\theta_{Eis} = 0\ ^\circ C$ auftrat, konnte an Hand der bei dieser Temperatur gemessenen Höhendifferenz $\Delta h_{Eis} = 3.4\ cm$ berechnet werden:

$$\begin{aligned}p_{Eis} &= p_0 + \rho_{Hg} \cdot g\,\Delta h_{Eis} \\ &= 1033\,hPa\end{aligned}$$

1.3.4 Berechnung des Drucks p_{Sied}

Der Druck p_{Sied} innerhalb des Glasgefäßes, der bei einer Temperatur $\theta_{Sied} = 99.3\,^\circ C$ auftrat, konnte an Hand der bei dieser Temperatur gemessenen Höhendifferenz $\Delta h_{Sied} = 36.5\ cm$ berechnet werden:

$$\begin{aligned}p_{Sied} &= p_0 + \rho_{Hg} \cdot g \cdot \Delta h_{Sied} \\ &= 1473\,hPa\end{aligned}$$

1.3.5 Berechnung des Spannungskoeffizienten α aus den einzelnen Messungen

Der Spannungskoeffizient α kann – wenn man den Korrekturterm zunächst vernachlässigt – zweimal bestimmt werden. Zum einen erhält man ihn aus den Messungen bei der Temperatur

$\theta_{Eis} = 0\ °C$ und bei der Zimmertemperatur $\theta_Z = 25.5\ °C$ und zum anderen aus den Messungen bei der Temperatur $\theta_{Sied} = 99.3\ °C$ und bei der Zimmertemperatur $\theta_Z = 25.5 °C$.
Die allgemeine Berechnungsformel für den Spannungskoeffizienten α ergibt sich aus der Vorbereitung und lautet:

$$\alpha = \frac{p_0 + \rho_{Hg} \cdot g \cdot (\Delta h_1 - \Delta h_A)}{p_0 + \rho_{Hg} \cdot g \cdot \Delta h_A} \cdot \frac{1}{\theta_1 - \theta_A} \tag{1}$$

Hierbei finden folgende Werte und Parameter Anwendung:

$\mathrm{p_0}$	Äußerer Luftdruck
ρ_{Hg}	Dichte von Quecksilber
g	Erdbeschleunigung
$\Delta \mathrm{h_1}$	Höhendifferenz bei Temperatur θ_1
$\Delta \mathrm{h_A}$	Höhendifferenz bei Bezugstemperatur θ_{A}
θ_1	Temperatur θ_1
θ_{A}	Bezugstemperatur θ_{A}

Aus dem Spannungskoeffizienten α lässt sich dann die Temperatur des absoluten Nullpunkts in Grad Celsius T_0 an Hand folgender Formel

$$\begin{aligned} \alpha &= -\frac{1}{T_0 + \theta_A} \\ \Rightarrow T_0 &= -\frac{1}{\alpha} - \theta_A \end{aligned} \tag{2}$$

berechnen.

Spannungskoeffizient α_{Eis} für Temperatur θ_{Eis} Für die Messungen bei der Temperatur $\theta_{Eis} = 0\ °C$ und bei der Zimmertemperatur $\theta_Z = 25.5\ °C$ erhält man aus den Gleichungen 1 und 2 folgende Werte für den Spannungskoeffizienten α_{Eis} und den absoluten Nullpunkt $T_{0,Eis}$:

$$\begin{aligned} \alpha_{Eis} &= 2.853 \cdot 10^{-3}\ \frac{1}{K} \\ T_{0,Eis} &= -376.0\ K \end{aligned}$$

Spannungskoeffizient α_{Sied} für Temperatur θ_{Sied} Für die Messungen bei der Temperatur $\theta_{Sied} = 99.3\ °C$ und bei der Zimmertemperatur $\theta_Z = 25.5\ °C$ erhält man aus den Gleichungen 1 und 2 folgende Werte für den Spannungskoeffizienten α_{Sied} und den absoluten Nullpunkt $T_{0,Sied}$:

$$\begin{aligned} \alpha_{Sied} &= 2.828 \cdot 10^{-3}\ \frac{1}{K} \\ T_{0,Eis} &= -379.1\ K \end{aligned}$$

Berechnung der systematischen Unsicherheiten für die einzelnen Spannungskoeffizienten α Für die Berechnung der systematischen Unsicherheiten $\Delta\alpha_{sys,Eis}$ bzw. $\Delta\alpha_{sys,Sied}$ für die Spannungskoeffizienten α_{Eis} bzw. α_{Sied} sowie der systematischen Unsicherheiten für den absoluten Nullpunkt $\Delta T_{0,sys,Eis}$ bzw. $\Delta T_{0,sys,Sied}$ wurde die Gaußsche Fehlerfortpflanzung entsprechend folgender allgemeiner Formel unter Verwendung des selbstentwickelten Programms ScienceEvalutionModule benutzt.

$$\Delta\alpha_{sys} = \sqrt{\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{\partial\alpha}{x_i}\cdot\Delta x_i\right)^2} \qquad \text{mit } \mathrm{x_i} = \text{Messgroesse}$$

Die folgenden Unsicherheiten wurden hierbei berücksichtigt:

- Die Unsicherheit für den äußeren Luftdruck p_0 wurde auf 1 mBar geschätzt.
- Die Unsicherheit für die Höhenbestimmung der Quecksilbersäule bei der Temperatur θ_{Eis} wurde auf 2 mm geschätzt.
- Die Unsicherheit für die Höhenbestimmung der Quecksilbersäule bei der Temperatur θ_{Sied} wurde – wegen der notwendigen Verlängerung der Ableseskala nach oben – auf 5 mm geschätzt.
- Die Unsicherheit für die Höhenbestimmung der Quecksilbersäule bei der Temperatur θ_Z wurde auf 2 mm geschätzt.
- Die Unsicherheit für die Temperatur θ_{Eis} wurde auf 0.5 °C geschätzt.
- Die Unsicherheit für die Temperatur θ_{Sied} wurde auf 0.5 °C geschätzt.
- Die Unsicherheit für die Temperatur θ_Z wurde auf 0.5 °C geschätzt.

Es ergeben sich hieraus dann folgende systematische Unsicherheiten.

$$\Delta\alpha_{sys,Eis} = 1.24\ \cdot 10^{-4}\ \frac{1}{K}$$
$$\Delta T_{0,sys,Eis} = 15.2\ K$$

$$\Delta\alpha_{sys,Sied} = 1.20\cdot 10^{-4}\ \frac{1}{K}$$
$$\Delta T_{0,sys,Sied} = 15.0\ K$$

Berechnung eines gemittelten Spannungskoeffizienten α_{Mit} Durch Mittelwertbildung ließ sich aus den beiden Spannungskoeffizienten α_{Eis} und α_{Sied} der Spannungskoeffizient α_{Mit} sowie dessen systematische Unsicherheit $\Delta\alpha_{sys,Mit}$ bestimmen.
Weiterhin wurde die statistische Unsicherheit $\Delta\alpha_{stat,Mit}$ ermittelt.

$$\alpha_{Mit} \; + \; \Delta\alpha_{sys,Mit} \; + \; \Delta\alpha_{stat,Mit} \; = \; (2.841 \; \pm \; 0.122 \; \pm \; 0.018) \cdot 10^{-3} \, \frac{1}{K}$$

Daraus folgt dann der gemittelte Wert für den absoluten Nullpunkt $T_{0,Mit}$ sowie dessen systematischer Unsicherheit $\Delta T_{0,sys,Mit}$ und statistischer Unsicherheit $\Delta T_{0,stat,Mit}$.

$$T_{0,Mit} \; + \; \Delta T_{0,sys,Mit} \; + \; \Delta T_{0,stat,Mit} \; = \; - \; (377.5 \; \mp \; 15.1 \; \mp 2.2) \, K$$

Fazit Der aus den Einzelmessungen gemittelte Messwert für den Spannungskoeffizienten α und den absoluten Nullpunkt T_0 weicht also vom jeweiligen Literaturwert ($\alpha = \; 3.661 \cdot 10^{-3} \, \frac{1}{K}$ bzw. $T_0 \; = \; -273.15 \; K$) deutlich ab.
Dies lässt sich aber damit begründen, dass jeweils nur ein Messwert verwendet wurde.

1.3.6 Berechnung des Spannungskoeffizienten α_{un} ohne Berücksichtigung des Korrekturterms

Der Spannungskoeffizient α_{un} wurde zunächst ohne Berücksichtigung des Korrekturterms an Hand der in der Vorbereitung erarbeiteten und nachfolgend aufgeführten Formel berechnet:

$$\begin{aligned} \alpha_{un} \; &= \; \frac{\rho_{Hg} \; \cdot \; g \; \cdot \; (\Delta h_{Sied} \; - \; \Delta h_{Eis})}{p_0 \; + \; \rho_{Hg} \; \cdot \; g \; \cdot \; \Delta h_{Eis}} \; \cdot \; \frac{1}{\theta_{Sied} \; - \; \theta_{Eis}} \\ &= 3.820 \cdot 10^{-3} \, \frac{1}{K} \end{aligned}$$

Für den absoluten Nullpunkt $T_{0,un}$ ergibt sich damit folgender Zahlenwert:

$$\begin{aligned} T_{0,un} \; &= \; - \; \frac{1}{\alpha} - \; \theta_Z \\ &= - \; 287.3 \; K \end{aligned}$$

Berechnung der systematischen Unsicherheit für den Spannungskoeffizienten α_{un} Für die Berechnung der systematischen Unsicherheit $\Delta\alpha_{sys,un}$ sowie der systematischen Unsicherheit für den absoluten Nullpunkt $\Delta T_{0,sys,un}$ wurde die Gaußsche Fehlerfortpflanzung entsprechend folgender allgemeiner Formel unter Verwendung des selbstentwickelten Programms ScienceEvaluationModule benutzt.

$$\Delta\alpha_{sys} \; = \; \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \left(\frac{\partial \alpha}{x_i} \; \cdot \Delta x_i \right)^2} \qquad \text{mit } \mathrm{x_i} \; = \; \text{Messgroesse}$$

Die folgenden Unsicherheiten wurden hierbei berücksichtigt:

- Die Unsicherheit für den äußeren Luftdruck p_0 wurde auf 1 mBar geschätzt.
- Die Unsicherheit für die Höhenbestimmung der Quecksilbersäule bei der Temperatur θ_{Eis} wurde auf 2 mm geschätzt.
- Die Unsicherheit für die Höhenbestimmung der Quecksilbersäule bei der Temperatur θ_{Sied} wurde – wegen der notwendigen Verlängerung der Ableseskala nach oben – auf 5 mm geschätzt.
- Die Unsicherheit für die Höhenbestimmung der Quecksilbersäule bei der Temperatur θ_Z wurde auf 2 mm geschätzt.
- Die Unsicherheit für die Temperatur θ_{Eis} wurde auf 0.5 °C geschätzt.
- Die Unsicherheit für die Temperatur θ_{Sied} wurde auf 0.5 °C geschätzt.
- Die Unsicherheit für die Temperatur θ_Z wurde auf 0.5 °C geschätzt.

Es ergibt sich hieraus dann folgende systematische Unsicherheit für den Spannungskoeffizienten α_{un} und den absoluten Nullpunkt $T_{0,un}$.

$$\begin{aligned} \Delta\alpha_{sys,un} &= 1.23 \cdot 10^{-4} \frac{1}{K} \\ \Delta T_{0,sys,un} &= 8.5\ K \end{aligned}$$

Fazit Der durch die Messungen bestimmte Wert für den Spannungskoeffizienten α_{un} sowie dessen systematische Unsicherheit $\Delta\alpha_{sys,un}$ beträgt:

$$\alpha_{un} + \Delta\alpha_{sys,un} = (3.820 \pm 0.123) \cdot 10^{-3} \frac{1}{K}$$

Für den absoluten Nullpunkt $T_{0,un}$ und dessen Unsicherheit $\Delta T_{0,un}$ erhält man daraus:

$$T_{0,un} + \Delta T_{0,un} = -\ (287.3 \mp 8.5)\ K$$

Die beiden Werte liegen also trotz der Berücksichtigung von systematischen Unsicherheiten nicht im Bereich der Literaturwerte ($\alpha = 3.661 \cdot 10^{-3} \frac{1}{K}$ bzw. $T_0 = -273.15\ K$).
Die in der Vorbereitung bereits angesprochene, für diesen Versuch notwendige Voraussetzung, dass die Temperatur des gesamten Gasvolumens gleich ist, konnte also – wie erwartet – nicht erfüllt werden, weswegen die Werte die Wirklichkeit nicht entsprechend wiedergeben können.
Aus diesem Grund wird in Kapitel 1.3.7 der Spannungskoeffizient α unter Berücksichtigung eines Korrekturterms ermittelt.

1.3.7 Berechnung des Spannungskoeffizienten α_{kor} unter Berücksichtigung des Korrekturterms

Für die Berechnung des Spannungskoeffizienten α_{kor} unter Berücksichtigung des in der Vorbereitung hergeleiteten Korrektursterms wurde zunächst das Volumen der Glaskugel V sowie das schädliche Volumen v berechnet und anschließend fand folgende Formel Anwendung:

$$\alpha_{un} = \frac{\rho_{Hg} \cdot g \cdot (\Delta h_{Sied} - \Delta h_{Eis})}{p_0 + \rho_{Hg} \cdot g \cdot \Delta h_{Eis}} \cdot \frac{1}{\theta_{Sied} - \theta_{Eis}} + \frac{p_0 + \rho_{Hg} \cdot g \cdot \Delta h_{Sied}}{p_0 + \rho_{Hg} \cdot g \cdot \Delta h_{Eis}} \cdot \left(\gamma + \frac{1}{\theta_Z} \cdot \frac{v}{V}\right)$$
$$= 4.081 \cdot 10^{-3} \frac{1}{K}$$

Folgende Größen wurden hierzu zusätzlich benutzt:

- Wärmeausdehnungskoeffizient von Glas $\gamma = 1.47 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\mathrm{K}}$
- Zimmertemperatur in Kelvin $\theta_{\mathrm{Z}} = 25.5\ ^{\circ}\mathrm{C}$
- Volumen des Gases im Wasserbad V
- Schädliches Volumen v

Für den absoluten Nullpunkt $T_{0,kor}$ erhält man hieraus dann:

$$T_{0,un} = -\frac{1}{\alpha} - \theta_Z$$
$$= -270.5\ K$$

Berechnung des Volumens der Glaskugel V Für die Berechnung des Volumens der Glaskugel V wurde der Radius derselben r_{Kugel} gemessen zu $r_{Kugel} = 2.8\ cm$. Über die folgende allgemein-bekannte Formel konnte dann das Volumen der Glaskugel V bestimmt werden.

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r_{Kugel}^3$$
$$= 91.95 \cdot 10^{-5} m^3$$

Berechnung des schädlichen Volumens v Für die Berechnung des schädlichen Volumens v wurde zunächst die Länge der Kapillaren l von der Glaskugel bis zum Dorn, der sich in der linken Kapillare auf einer Höhe von 6.5 cm befindet, gemessen. Für die Länge der Kapillaren l ergibt sich:

$$l = 25.5\ cm + 17\ cm + 10\ cm$$
$$= 52.5\ cm$$

Weiterhin wurde der Durchmesser der Kapillaren d_{Kap} zu $d_{Kap} = 1\ mm$ bestimmt.
Die Berechnung des schädlichen Volumens v ergab dann:

$$v = l \cdot \left(\pi \frac{d_{Kap}}{2}\right)^2$$
$$= 4.08 \cdot 10^{-7}\ m^3$$

Berechnung der systematischen Unsicherheit für den Spannungskoeffizienten α_{kor} Für die Berechnung der systematischen Unsicherheit $\Delta\alpha_{sys,kor}$ sowie der systematischen Unsicherheit für den absoluten Nullpunkt $\Delta T_{0,sys,kor}$ wurde die Gaußsche Fehlerfortpflanzung entsprechend folgender allgemeiner Formel unter Verwendung des selbstentwickelten Programms ScienceEvaluationModule benutzt.

$$\Delta\alpha_{sys} = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \left(\frac{\partial\alpha}{x_i} \cdot \Delta x_i \right)^2} \qquad \text{mit } \mathrm{x_i} = \text{Messgroesse}$$

Die folgenden Unsicherheiten wurden hierbei berücksichtigt:

- Die Unsicherheit für den äußeren Luftdruck p_0 wurde auf 1 mBar geschätzt.
- Die Unsicherheit für die Höhenbestimmung der Quecksilbersäule bei der Temperatur θ_{Eis} wurde auf 2 mm geschätzt.
- Die Unsicherheit für die Höhenbestimmung der Quecksilbersäule bei der Temperatur θ_{Sied} wurde – wegen der notwendigen Verlängerung der Ableseskala nach oben – auf 5 mm geschätzt.
- Die Unsicherheit für die Höhenbestimmung der Quecksilbersäule bei der Temperatur θ_Z wurde auf 2 mm geschätzt.
- Die Unsicherheit für die Temperatur θ_{Eis} wurde auf 0.5 °C geschätzt.
- Die Unsicherheit für die Temperatur θ_{Sied} wurde auf 0.5 °C geschätzt.
- Die Unsicherheit für die Temperatur θ_Z wurde auf 0.5 °C geschätzt.
- Die Unsicherheit des bei der Berechnung des Glaskugel-Volumens V verwendeten Radius r_{Kugel} wurde auf 1 mm geschätzt.
- Die Unsicherheit des bei der Berechnung des schädlichen Volumens v verwendeten Länge der inneren Kapillare wurde auf 3 cm geschätzt, da drei Teilstücke mit einer angenommenen Unsicherheit von jeweils 1 cm gemessen wurden.
- Die Unsicherheit des bei der Berechnung des schädlichen Volumens v verwendeten Durchmessers der inneren Kapillare wurde auf 0.5 mm geschätzt.

Es ergibt sich hieraus dann folgende systematische Unsicherheit für den Spannungskoeffizienten α_{kor} und den absoluten Nullpunkt $T_{0,kor}$.

$$\begin{aligned} \Delta\alpha_{sys,kor} &= 1.42 \cdot 10^{-4} \frac{1}{K} \\ \Delta T_{0,sys,kor} &= 8.5\ K \end{aligned}$$

Fazit Der durch die Messungen bestimmte Wert für den Spannungskoeffizienten α_{kor} sowie dessen systematische Unsicherheit $\Delta\alpha_{sys,kor}$ beträgt:

$$\alpha_{kor} + \Delta\alpha_{sys,kor} = (4.081 \pm 0.142) \cdot 10^{-3} \frac{1}{K}$$

Für den absoluten Nullpunkt $T_{0,kor}$ und dessen Unsicherheit $\Delta T_{0,kor}$ erhält man daraus:

$$T_{0,kor} + \Delta T_{0,kor} = -(270.5 \mp 8.5) K$$

Der Wert für den absoluten Nullpunkt entspricht also sehr gut dem Literaturwert ($T_0 = -273.15\ K$), während der Wert für den Spannungskoeffizienten dem Literaturwert ($\alpha = 3.661 \cdot 10^{-3} \frac{1}{K}$) nicht entspricht, da der Literaturwert auf eine Temperatur von 0 °C bezogen ist, im Versuch aber die Zimmertemperatur $\theta_Z = 25.5\ °C$ als Bezugspunkt gewählt wurde.

2 Messung des Isentropenexponenten κ nach Clement-Desormes

2.1 Versuchsaufbau und Durchführung

Der Versuch wurde wie in der Vorbereitung erarbeitet und auf dem Aufgabenblatt beschrieben aufgebaut und durchgeführt. Dabei wurde die Druckdifferenz Δp gegen die, Höhendifferenz Δh ersetzt, da sich der Faktor $\rho_{Quecksilber} \cdot g$ im Bruch herauskürzt. Es wurden 4 normale Messungen durchgeführt und 2 weitere um die Annahme der adiabatischen Entspannung zu überprüfen. Die Wartezeit zwischen Pumpen-Ablesen und Ablassen-Ablesen betrug jeweils mehr als 10 Minuten, der Pegelstand schien sich aber bereits nach 5 Minuten jeweils kaum noch zu ändern.Zur Berechnung von Kappa wurde folgende Formel verwendet:

$$f_i = \frac{\Delta h_1}{\Delta h_1 - \Delta h_2} \tag{3}$$

Die gemessenen Messwerte sind in Tabelle 1 aufgeführt. Zum Auswerten der Messdaten wurde das ScienceEvaluationModule (Eigenentwicklung) verwendet. Alle Berechnungen wurden damit ausgeführt.

2.2 Systematischer Fehler

Mithilfe der Gausschen Fehlerfortpflanzung wurde der systematische Fehler Δf_i jeder einzelnen Messung f_i berechnet.

$$f_i = \frac{\Delta h_1}{\Delta h_1 - \Delta h_2} \tag{4}$$

$$\Delta f_i = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial f_i}{\partial p_i} \cdot \Delta p_i \right)^2} \tag{5}$$

Die systematischen Fehler der Messwerte selbst, gingen in die Berechnung als weitere Parameter p_i ebenfalls ein. Sodass insgesamt für n Parameter und N Messungen die Fehlerfortpflanzung nach Gauss (Formel 5) durchgeführt wurde:

Höhendifferenz 1 $\pm\Delta_{sys}$	Höhendifferenz 2 $\pm\Delta_{sys}$	Kappa $f_i \pm \Delta f_i$
$-4.60 \cdot 10^{-02} \pm 2.00 \cdot 10^{-03}$	$-9.00 \cdot 10^{-03} \pm 2.00 \cdot 10^{-03}$	$1.24 \cdot 10^{+00} \pm 1.09 \cdot 10^{-01}$
$-6.60 \cdot 10^{-02} \pm 2.00 \cdot 10^{-03}$	$-1.00 \cdot 10^{-02} \pm 2.00 \cdot 10^{-03}$	$1.18 \cdot 10^{+00} \pm 6.94 \cdot 10^{-02}$
$-5.00 \cdot 10^{-02} \pm 2.00 \cdot 10^{-03}$	$-1.40 \cdot 10^{-02} \pm 2.00 \cdot 10^{-03}$	$1.39 \cdot 10^{+00} \pm 1.22 \cdot 10^{-01}$
$-9.50 \cdot 10^{-02} \pm 2.00 \cdot 10^{-03}$	$-2.00 \cdot 10^{-02} \pm 2.00 \cdot 10^{-03}$	$1.27 \cdot 10^{+00} \pm 5.47 \cdot 10^{-02}$
$-4.60 \cdot 10^{-02} \pm 2.00 \cdot 10^{-03}$	$-9.00 \cdot 10^{-03} \pm 2.00 \cdot 10^{-03}$	$1.24 \cdot 10^{+00} \pm 1.09 \cdot 10^{-01}$
$-5.50 \cdot 10^{-02} \pm 2.00 \cdot 10^{-03}$	$-3.70 \cdot 10^{-02} \pm 2.00 \cdot 10^{-03}$	$3.06 \cdot 10^{+00} \pm 4.93 \cdot 10^{-01}$

Tabelle 1: Einzelmesswerte: für Höhendifferenz 1 in m^1 für Höhendifferenz 2 in m^1 , mit systematischem Fehler. Sowie die Einzelergebnisse für Kappa in mit resultierendem systematischem Fehler

Dabei wurde ein Ablesefehler der Höhendifferenz von $\Delta h = \pm 2\mathrm{mm}$ abgeschätzt. Die ersten 4 Messungen erfolgten mit einer adiabatischen Entspannungszeit von ca 2.5 Sekunden, die 5. mit 6 Sekunden, die 6. mit 1 Sekunde. Man erkennt in der Tabelle sehr deutlich dass die Ablasszeit von 1 Sekunde nicht ausgereicht hat um den Druck vollständig auszugleichen, das Messergebnis weicht stark von den anderen ab. Bei 6 Sekunden Ablasszeit weicht das Ergebnis nicht von den anderen Messungen ab. Die Erwärmung des Gases ist also auch bei 6 Sekunden Ablasszeit vernachlässigbar. Das Endergebnis wird sowohl mit, als auch ohne dieser beiden letzten Messungen angegeben.

Um den systematischen Fehler $\Delta\bar{f}_{sys}$ des Mittelwerts (Formel 6) zu bestimmen, wurde die Größtfehlerabschätzung auf die Mittelwertsbildung für $\bar{f}$ angewendet (Formel 7). Die Größtfehlerabschätzung wurde gewählt, da die systematischen Fehler der Einzelmessung durchaus korreliert sein könnten.
So wurde immer dasselbe Messinstrumente verwendet, und alle Messungen fanden unter gleichen Umweltbedingungen statt.

$$\bar{f} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i}{n} \tag{6}$$

$$\Delta\bar{f}_{sys} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} \Delta f_i \tag{7}$$

Angewendet auf unsere Datenbasis ergibt dies:

$$\bar{f} \pm \Delta\bar{f}_{sys} = (1.56 \cdot 10^{+00} \pm 1.60 \cdot 10^{-01}) \tag{8}$$

2.3 Statistischer Fehler

Für den statistischen Fehler wurde die Standardabweichung des Mittelwerts $\bar{f}_{stat}$ nach Formel 10 berechnet

$$\sigma_f = \sqrt{\frac{1}{N-1} \cdot \sum_{i=1}^{N} \left(f_i - \bar{f}\right)^2} \tag{9}$$

$$\Delta\bar{f}_{stat} = \frac{\sigma_f}{\sqrt{N}} \tag{10}$$

Die Standardabweichung σ_f ist ein Maß für die Streuung der Messergebnisse um den Mittelwert $\bar{f}$ herum. Im Ergebnis angegeben ist die Standardabweichung des Mittelwerts $\Delta\bar{f}_{stat}$.Dieser Fehler kann, beliebig klein gemacht werden, da der statistische Fehler mit $\sqrt{N}$ sinkt, wobei N die Anzahl der Messungen ist. Die Bedeutung der Standardabweichung liegt vor allem in der Wahrscheinlichkeitsinterpretation der Standardabweichung. Die Wahrscheinlichkeit, dass der wahre Wert der vermessen wurde innerhalb der Standardabweichung des Mittelwerts liegt, ist für die hier verwendete einfache Standardabweichung 67%.

$$\bar{f} \pm \Delta\bar{f}_{stat} = (1.56 \cdot 10^{+00} \pm 3.00 \cdot 10^{-01}) \tag{11}$$

Man erkennt sehr deutlich den Einfluss der letzten Messung, da diese eine hohe Abweichung vom Mittelwert aufweist, im Endresultat wurde deshalb auch der statistische Fehler ohne diese Messung angegeben.

2.4 Messresultat

Das Ergebnis der Messung von Kappa

$$\bar{f} \pm \Delta\bar{f}_{sys} \pm \Delta\bar{f}_{stat} = (1.56 \cdot 10^{+00} \pm 1.60 \cdot 10^{-01} \pm 3.00 \cdot 10^{-01}) \tag{12}$$

Dieses Messergebnis stimmt im Rahmen der Messungenauigkeit mit dem erwarteten Wert $1.40 \cdot 10^{+00}$ überein. Ohne die letzten beiden Messungen ergibt sich:

$$\bar{f} \pm \Delta\bar{f}_{sys} \pm \Delta\bar{f}_{stat} = (1.269 \cdot 10^{+00} \pm 8.898 \cdot 10^{-02} \pm 4.399 \cdot 10^{-02}) \tag{13}$$

Dieses Messergebnis stimmt im Rahmen der Messungenauigkeit ebenfalls überein, besitzt jedoch einen wesentlich geringeren statistischen Fehler und damit eine höhere Aussagekraft.

3 Messung des Isentropenexponenten κ nach Rüchard

3.1 Versuchsaufbau und Durchführung

Der Versuch wurde wie in der Vorbereitung erarbeitet und auf dem Aufgabenblatt beschrieben aufgebaut und durchgeführt. Der Versuch gestaltete mit den vorgefundenen Gerätschaften als schwer durchführbar. Man kann vermuten dass dies an dem recht dreckigen Putztuch am Versuchsplatz lag. Die Messung wurde deshalb schlussendlich mit dem Gerät am Nachbarplatz durchgeführt.Zur Berechnung von Kappa wurde folgende Formel verwendet:

$$f_i = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot \frac{mV}{A^2 p} \tag{14}$$

Die gemessenen Messwerte sind in Tabelle 2 aufgeführt.

3.2 Fehler der Parameter

Für die Fehlerrechnung wurde jeder fehlerbehafteten Größe p_i, der Berechnungsformel für f, ein systematischer Fehler Δp_i zugewiesen:

- p_1 Masse der Stahlkugel -Wert: $(1.67 \cdot 10^{-02} \pm 1.67 \cdot 10^{-05})\mathrm{kg}^1$
- p_2 Volumen des Gefäßes -Wert: $(1.06 \cdot 10^{-02} \pm 3.17 \cdot 10^{-05})\mathrm{m}^3$
- p_3 Querschnittsfläche des Rohres -Wert: $(2.01 \cdot 10^{-04} \pm 2.01 \cdot 10^{-06})\mathrm{m}^2$
- p_4 Luftdruck + Gewichtskraft -Wert: $(9.97 \cdot 10^{+04} \pm 8.24 \cdot 10^{+00})\frac{\mathrm{kg}^1}{\mathrm{m}^1\mathrm{s}^2}$

Der Luftdruck betrug während des Versuches $9.890 \cdot 10^{+04} \pm 1.000 \cdot 10^{+00}\mathrm{pa}$. Zu diesem Druck muss noch der von der Kugel ausgeübte Druck hinzugerechnet werden.

3.3 Systematischer Fehler

Mithilfe der Gausschen Fehlerfortpflanzung wurde der systematische Fehler Δf_i jeder einzelnen Messung f_i berechnet. Die systematischen Fehler der Messwerte selbst, gingen in die Berechnung als weitere Parameter p_i ebenfalls ein. Sodass insgesamt für n Parameter und N Messungen die Fehlerfortpflanzung nach Gauss (Formel 5) durchgeführt wurde:

Periodendauer $\pm\Delta_{sys}$	Kappa $f_i \pm \Delta f_i$
$1.13 \cdot 10^{+00} \pm 6.00 \cdot 10^{-02}$	$1.36 \cdot 10^{+00} \pm 1.47 \cdot 10^{-01}$
$1.15 \cdot 10^{+00} \pm 6.00 \cdot 10^{-02}$	$1.32 \cdot 10^{+00} \pm 1.40 \cdot 10^{-01}$
$1.12 \cdot 10^{+00} \pm 3.00 \cdot 10^{-02}$	$1.38 \cdot 10^{+00} \pm 7.89 \cdot 10^{-02}$
$1.12 \cdot 10^{+00} \pm 3.00 \cdot 10^{-02}$	$1.37 \cdot 10^{+00} \pm 7.85 \cdot 10^{-02}$
$1.13 \cdot 10^{+00} \pm 3.00 \cdot 10^{-02}$	$1.36 \cdot 10^{+00} \pm 7.71 \cdot 10^{-02}$
$1.12 \cdot 10^{+00} \pm 3.00 \cdot 10^{-02}$	$1.39 \cdot 10^{+00} \pm 7.95 \cdot 10^{-02}$
$1.11 \cdot 10^{+00} \pm 3.00 \cdot 10^{-02}$	$1.40 \cdot 10^{+00} \pm 8.03 \cdot 10^{-02}$
$1.09 \cdot 10^{+00} \pm 3.00 \cdot 10^{-02}$	$1.44 \cdot 10^{+00} \pm 8.42 \cdot 10^{-02}$
$1.14 \cdot 10^{+00} \pm 3.00 \cdot 10^{-02}$	$1.33 \cdot 10^{+00} \pm 7.54 \cdot 10^{-02}$
$1.12 \cdot 10^{+00} \pm 3.00 \cdot 10^{-02}$	$1.38 \cdot 10^{+00} \pm 7.93 \cdot 10^{-02}$

Tabelle 2: Einzelmesswerte: für Periodendauer in s^1 , mit systematischem Fehler. Sowie die Einzelergebnisse für Kappa in mit resultierendem systematischem Fehler

Dabei wurde der Fehler der Zeitmessung auf $\pm 0.3\mathrm{s}$ abgeschätzt. In den ersten beiden Messungen wurden 5 Schwingungen, in den restlichen jeweils 10 Schwingungen vermessen, sodass der systematische Fehler der einzelnen Schwingung meist bei $\pm 0.03\mathrm{s}$ liegt.Um den systematischen Fehler $\Delta \bar{f}_{sys}$ des Mittelwerts (Formel 6) zu bestimmen, wurde die Größtfehlerabschätzung auf die Mittelwertsbildung für $\bar{f}$ angewendet (Formel 7). Angewendet auf unsere Datenbasis ergibt dies:

$$\bar{f} \pm \Delta \bar{f}_{sys} = (1.37 \cdot 10^{+00} \pm 9.21 \cdot 10^{-02}) \tag{15}$$

3.4 Statistischer Fehler

Für den statistischen Fehler wurde die Standardabweichung des Mittelwerts $\bar{f}_{stat}$ nach Formel 10 berechnet Für den statistischen Fehler bzw. die Standardabweichung des Mittelwert folgt damit:

$$\bar{f} \pm \Delta\bar{f}_{stat} = (1.37 \cdot 10^{+00} \pm 1.09 \cdot 10^{-02}) \tag{16}$$

Der statistische Fehler ist bei dieser Messung sehr gering, es sind keine Ausreißer dabei, man kann davon ausgehen, dass bei der Durchführung der Messung keine Fehler (z.B. beim Abzählen der Schwingungen) gemacht wurden.

3.5 Messresultat

Das Ergebnis der Messung von Kappa

$$\bar{f} \pm \Delta\bar{f}_{sys} \pm \Delta\bar{f}_{stat} = (1.37 \cdot 10^{+00} \pm 9.21 \cdot 10^{-02} \pm 1.09 \cdot 10^{-02}) \tag{17}$$

Dieses Messergebnis stimmt im Rahmen der Messungenauigkeit mit dem erwarteten Wert $1.40 \cdot 10^{+00}$ überein.

4 Versuch 3: Messen der Dampfdruckkurve von n-Hexan

4.1 Versuchsaufbau

Der Versuch bestand aus einem geschlossenen Glasgefäß sowie einem Kathetometer und einer Messskala zum Ablesen der Höhe von zwei Quecksilber-Flüssigkeitssäulen.
Das Glasgefäß lässt sich unterteilen in eine Glaskugel, die mit n-Hexan gefüllt war und in einem Wasserbad positioniert wurde, sowie zwei senkrecht stehende Kapillargefäße, in denen sich Quecksilber befand.
Weiterhin wurde ein Thermometer auf Höhe der Glaskugel in das Wasserbad eingebracht, um die Temperatur an und innerhalb der Glaskugel bestimmen zu können.

4.2 Versuchsdurchführung

Das Wasserbad und somit die Glaskugel wurde zunächst auf eine Temperatur θ von ca. 5 °C gebracht, um anschließend während des Erwärmvorgangs der Kugel bis hin zur Zimmertemperatur regelmäßig die Temperatur θ und die zugehörige Höhendifferenz Δh ermitteln zu können.
Die Höhendifferenz Δh wurde bestimmt, indem mittels des Kathetometers die Höhe der Quecksilber-Flüssigkeitssäule in der linken Kapillare h_L und die Höhe der Quecksilber-Flüssigkeitssäule in der rechten Kapillare h_R gemessen und deren Differenzwert Δh berechnet wurde.
Nachdem sich das Wasserbad und die Glaskugel wieder bis zur Zimmertemperatur erwärmt hatten, wurde durch Beimischen von Eis die Temperatur bis ca. 0 °C reduziert und wiederum Messwerte während des Abkühlvorgangs aufgenommen.

4.3 Auswertung

4.3.1 Auftragung der Dampfdruckkurve für den Erwärm- und Abkühlvorgang

Zur Überprüfung der Messung sollte die Dampfdruckkurve sowohl für den Erwärmvorgang als auch für den Abkühlvorgang in ein gemeinsames Schaubild eingetragen werden. Entsprechend theoretischer Überlegungen sollten die beiden Kurven dann gleich sein.

In Abbildung 1 ist der Differenzdruck Δp über der Temperatur θ aufgetragen.
Man erkennt sehr gut, dass die Dampfdruckkurven für den Erwärmvorgang und den Abkühlvorgang – von zwei Ausreißern abgesehen – gut übereinstimmen.
Der jeweilige Differenzdruck Δp in Pascal berechnete sich hierbei an Hand folgender Formel aus der zugehörigen Höhendifferenz Δh in Zentimeter sowie dem Umrechnungsfaktor von Torr in Pa $k = 1.3332 \cdot 10^2$:

$$\Delta p = \Delta h \cdot 1.3332 \cdot 10^3 \; [Pa]$$

Die gemessenen und berechneten Zahlenwerte für den Erwärm- und Abkühlvorgang sind in der Tabelle 3 dargestellt.

Vorgang	θ [°C]	h_L [cm]	h_R [cm]	Δh [cm]	Δp [Pa]
Erwärmen	7.4	27.2	30.4	-3.2	-4266.24
Erwärmen	8.4	27.2	30.3	-3.1	-4132.92
Erwärmen	10.0	27.4	30.1	-2.7	-3599.64
Erwärmen	11.6	27.6	29.9	-2.3	-3066.36
Erwärmen	13.0	27.9	29.7	-1.8	-2399.76
Erwärmen	14.9	28.2	29.4	-1.2	-1599.84
Erwärmen	16.0	28.4	29.2	-0.8	-1066.56
Erwärmen	17.1	28.5	29.0	-0.5	-666.60
Erwärmen	18.0	28.7	28.9	-0.2	-266.64
Erwärmen	20.8	29.1	28.4	0.7	933.24
Erwärmen	23.2	29.0	28.0	1.0	1333.20
Erwärmen	25.0	29.9	27.7	2.2	2933.04
Abkühlen	24.2	29.9	27.7	2.2	2933.04
Abkühlen	20.2	28.9	28.2	0.7	933.24
Abkühlen	19.0	28.8	28.7	0.1	133.32
Abkühlen	18.0	28.6	28.9	-0.3	-399.96
Abkühlen	16.0	28.3	29.2	-0.9	-1199.88
Abkühlen	14.0	28.0	29.5	-1.5	-1999.80
Abkühlen	11.8	27.6	30.0	-2.4	-3199.68
Abkühlen	9.0	27.8	30.2	-2.4	-3199.68
Abkühlen	7.0	27.1	30.4	-3.3	-4399.56
Abkühlen	6.0	27.0	30.6	-3.6	-4799.52
Abkühlen	5.0	26.9	30.7	-3.8	-5066.16
Abkühlen	4.0	26.8	30.8	-4.0	-5332.80
Abkühlen	3.4	26.7	30.8	-4.1	-5466.12
Abkühlen	2.0	26.6	30.9	-4.3	-5732.76
Abkühlen	1.0	26.5	31.0	-4.5	-5999.40
Abkühlen	0.4	26.5	31.1	-4.6	-6132.72

Tabelle 3: Gemessene und berechnete Werte für den Versuch 3

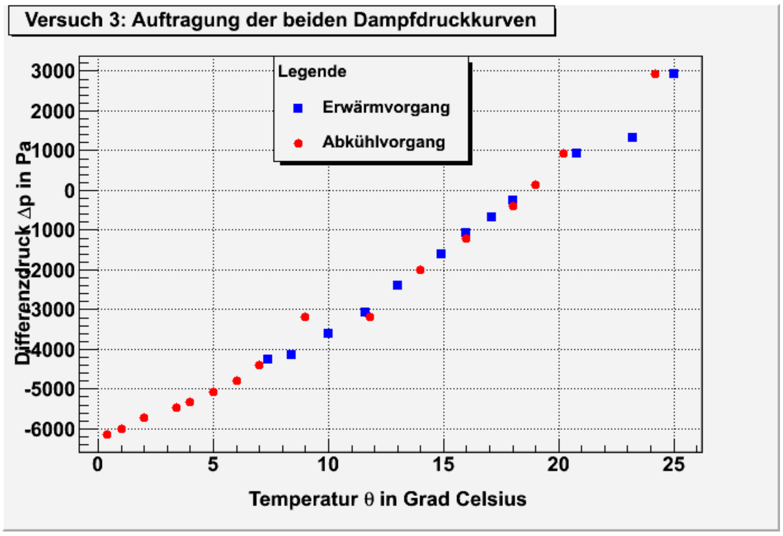

Abbildung 1: Darstellung der Dampfdruckkurven für den Erwärm- und Abkühlvorgang

4.3.2 Berechnung der Verdampfungswärme von n-Hexan

Die Verdampfungswärme Λ wurde bestimmt, indem die folgende in der Vorbereitung hergeleitete Formel verwendet wurde und zwei Regressionsgeraden mittels des Datenanalyse-Pakets Root gezeichnet wurden.

$$\begin{aligned} \ln p &= \ln(p_o + \Delta p) \quad \text{mit } p_0 = 988\,mbar \\ &= -\Lambda \cdot \frac{1}{R \cdot T} + const. \quad \text{mit } R = 8.314472\,\frac{J}{mol \cdot K} \\ \Leftrightarrow y &= a \cdot x + b \end{aligned}$$

Die Verdampfungswärme Λ ergibt sich also direkt als Steigung der jeweiligen Regressionsgeraden.
In der Abbildung 2 sind die Regressionsgeraden und die Messpunkte für den Erwärmvorgang und den Abkühlvorgang eingezeichnet.
Aus der linearen Regression erhält man folgende Verdämpfungswärme Λ_{er} bzw. Λ_{ab} für den Erwärmvorgang bzw. für den Abkühlvorgang sowie deren statistische Unsicherheit $\Delta\Lambda_{stat,er}$ bzw. $\Delta\Lambda_{stat,ab}$.

$$\begin{aligned} \Lambda_{er} + \Delta\Lambda_{stat,er} &= (32.84 \pm 1.03)\,\frac{kJ}{mol} \\ \Lambda_{ab} + \Delta\Lambda_{stat,ab} &= (35.06 \pm 0.71)\,\frac{kJ}{mol} \end{aligned}$$

Durch Mittelwertbildung ergibt sich dann folgender Zahlenwert für die Verdampfungswärme Λ von n-Hexan:

$$\Lambda + \Delta\Lambda_{stat} = (33.95 \pm 0.87)\,\frac{kJ}{mol}$$

Dieser Zahlenwert weicht vom Literaturwert ($\Lambda = 28.85 \frac{kJ}{mol}$ nach [n-Hexan]) um 17.6 % ab, allerdings ist der Literaturwert auch auf den Normaldrucksiedepunkt bezogen, der im Versuch nicht erreicht wurde.

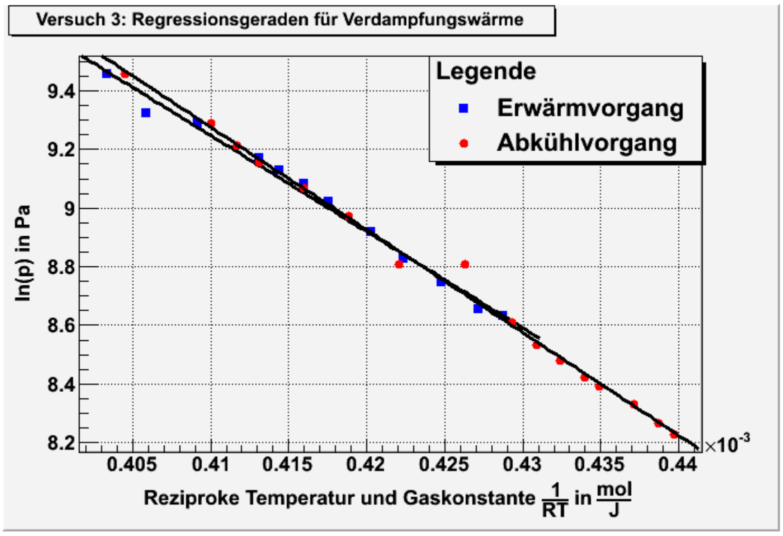

Abbildung 2: Darstellung der Regressionsgeraden für die Bestimmung der Verdampfungswärme

Literatur

[Aufgabenstellung] Aufgabenstellung zu den Versuchen P2-47,48,49

[Vorbereitungshilfe] Vorbereitungshilfe zu den Versuchen P2-47,48,49

[Walcher] W. Walcher, Praktikum der Physik, 9. Auflage

[Ruchard] Uni Göttingen, Prinzip der Adiabatenmessung nach Rüchard,https://lp.uni-goettingen.de/get/text/3639 (Stand: 01.05.2011, 20:27 Uhr)

[n-Hexan] Wikipedia: n-Hextan, http://de.wikipedia.org/wiki/N-Hexan (Stand: 01.05.2011, 22:15 Uhr)

[Gasthermometer] Universität Wien, Gasthermometer, https://www.univie.ac.at/physikwiki/index.php/LV005:LV-Uebersicht/Materialien/Gasthermometer (Stand: 01.05.2011, 23:10 Uhr)