

Auswertung

Kreisel

Carsten Röttele Stefan Schierle

Versuchsdatum: 26.06.2012

Inhaltsverzeichnis

1 Drehimpulserhaltung	2
2 Freie Achsen	2
3 Kräftefreier Kreisel	2
4 Dämpfung des Kreisels	4
5 Einfluss äußerer Drehmomente	5
6 Hauptträgheitsmomente	7
6.1 Berechnung von Θ_z	8
6.2 Berechnung von Θ_x und Θ_y	10
6.2.1 Θ_x :	10
6.2.2 Θ_y :	11
6.3 Masse des Rotors	12
7 Kreisel im beschleunigten System	13

1 Drehimpulserhaltung

Zum Anfang haben wir als erstes die Drehimpulserhaltung bewiesen und gezeigt. Hierzu hat sich eine Person auf einen ruhenden Drehschemel gesetzt und bekam einen Kreisel in die Hand. Hielt sie diesen nun senkrecht nach oben, sodass das Rad keine z-Komponente des Drehimpulses erhält, so passiert nichts. Als die Person jedoch angefangen hat das Rad langsam zu drehen, so fing der Schemel an sich in die entgegengesetzte Richtung des Rades im Kreisels zu drehen. Die Geschwindigkeit war hierbei am schnellsten, wenn das Rad horizontal gehalten wurde, da dann, wie bereits in der Vorbereitung erwähnt, der komplette Drehimpuls des Kreisels in die z-Richtung zeigt.

Außerdem wurde gezeigt, dass wenn sich die Person von selber drehte, es einen Unterschied macht, wie weit sie die Füße und Hände auseinander streckte. So war die Drehung bei ausgestreckten Armen und Beinen viel langsamer, als wenn sie beide nahe am Körper hatte. Auch dies ist ein typischer Versuch zur Demonstration für die Drehimpulserhaltung, da man in diesem Fall ein größeres Trägheitsmoment hat, weshalb die Winkelgeschwindigkeit aufgrund der Erhaltung kleiner werden muss.

2 Freie Achsen

Beim nächsten Versuchsteil haben wir eine quaderförmige Zigarrenkiste, bei welcher an den jeweiligen drei Drehachsen Ösen angebracht waren, an einen Elektromotor gehängt, um es rotieren zu lassen.

Als wir den Quader um seine Achse mit dem größten Trägheitsmoment gehängt haben, konnten wir feststellen, dass wie bereits in der Vorbereitung vermutet, die Rotation stabil war.

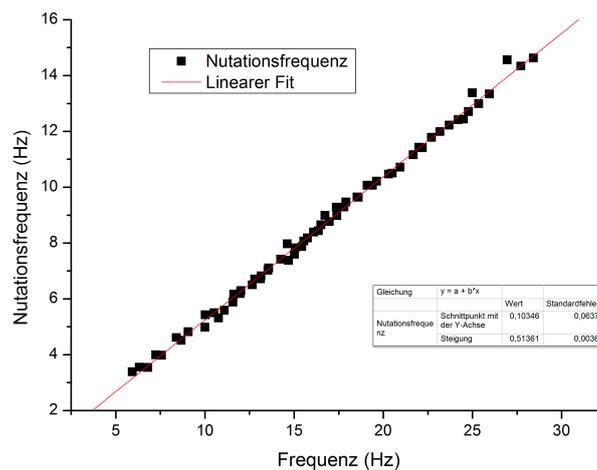
Als wir jedoch die Rotation um die Achse mit dem kleinsten Trägheitsmoment machten, mussten wir feststellen, dass sich, vor allem bei einer höheren Frequenz, die Kiste drehte, sodass sie sich wieder um die Achse mit dem größten Trägheitsmoment drehte. Der Grund hierfür ist vermutlich der Versuchsaufbau, welcher äußere Drehmomente zulässt, wovon wir in der Vorbereitung aber nicht ausgehen, da wir dort unsere DGI hergeleitet haben im drehmomentfreien Fall.

Im dritten Fall, also bei der Rotation um die mittlere Achse kam es zu starken Schwankungen, wobei sich auch hier eine Rotation um die größte Achse einstellte, die hier aber nicht mehr stabil, sondern instabil war. Dies deckt sich also mit unseren Erwartungen, weshalb das Experiment insgesamt erfolgreich war.

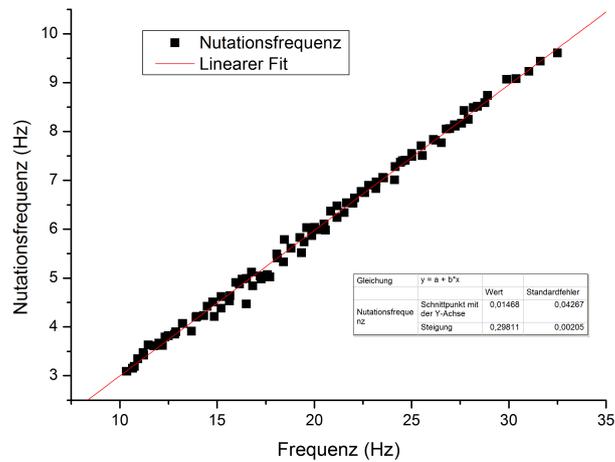
3 Kräftefreier Kreisel

Im dritten Aufgabenteil haben wir erstmals den eigentlichen Kreisel benutzt. Hierzu haben wir uns zuerst einmal mit dem Versuchsaufbau auseinandergesetzt, bzw. wie man genau den Kreisel in Bewegung setzen muss und vor allem an welche Position man die Photosensoren stellen muss, damit diese die richtige Frequenz messen.

Nachdem wir einen kurzen Testlauf gemacht hatten, brachten wir nun den Kreisel mit einem Antriebsmotor auf eine Frequenz von etwas über 25 Hz. Da wir in diesem Versuch die Nutationsfrequenz messen sollten, haben wir nun auf den äußeren Kardanrahmen jeweils feste Schläge gegeben, damit der Kreisel überhaupt für eine kurze Zeit eine Nutation durchführte. Eine weitere Schwierigkeit bestand darin die Photosensoren immer richtig auszurichten, da sich auch der Kardanrahmen durch die Schläge immer ein bisschen drehte. weshalb wir ihn immer wieder neu ausrichten mussten, damit die Nutationsfrequenz messbar war. Außerdem zeigte der Frequenzzähler nicht immer einen konstanten Wert an, oft auch den doppelten Wert, da der Photosensor bei einer zu starken Schwingung zwei Signale pro Durchgang erzeugte. So konnte es passieren, dass als wir den Frequenzzähler stoppten, um einen Wert abzulesen, ein komplett falscher Wert angezeigt wurde. Diese Probleme wurden vor allem bei niedrigen Frequenzen größer, weshalb wir unsere Messungen irgendwann abbrechen bevor der Kreisel komplett ruhte. Wir führten nun immer etwa bei einer Verringerung der Frequenz, um etwa 0,5 Hz eine Messung durch und wiederholten die ganze Messung zweimal. Tragen wir nun die Werte von unserem Messprotokoll in ein Schaubild, so erhalten wir folgenden Graphen:



Man erkennt deutlich den zu erwarteten linearen Zusammenhang mit der von unserem Plotter Origin angegebenen Steigung von $m_1 = 0,514 \pm 0,004$. Der hintere Term entspricht dem systematischem Fehler, der uns auch direkt von Origin angegeben wird. Als nächstes haben wir an den äußeren Kardanrahmen zwei Zusatzgewichte mit jeweils einer Masse von 1 kg angebracht und mit genau der selben Vorgehensweise zweimal eine Messreihe aufgenommen. Hierzu erhielten wir den folgenden Graphen:

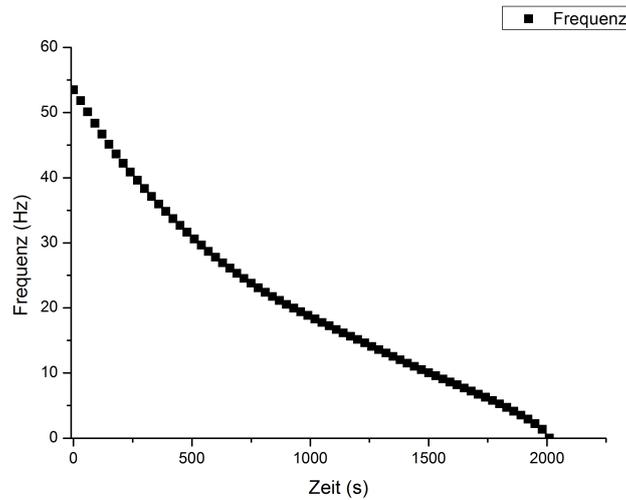


Man erkennt auch hier wieder den linearen Zusammenhang, wenn auch mit einer bisschen mehr Streuung, da es hier noch schwieriger war eine Nutation zu erzeugen, weil einerseits die Nutation schneller abebbte und auch der Kardanrahmen sich mehr verschob, da wir größeren Druck ausüben musste, damit eine Nutation entstand, was natürlich schwierig für die Position des Photosensors war. Man sieht anhand der ausgegeben Steigung von $m_2 = 0,298 \pm 0,002$, das wie erwartet mit dem durch die Gewichte größeren Trägheitsmoment auch die Nutationsfrequenz abnimmt.

Beide Werte werden wir später zur Bestimmung der Trägheitsmomente des Kreisels benötigen, was in der sechsten Aufgabe geschehen wird.

4 Dämpfung des Kreisels

Weil sich unser im Versuch benutzter Kreisel schneller dämpft, haben ir von unserem Betreuer die Anweisung bekommen, den Kreisel maximal zu beschleunigen. Wir erreichten dabei eine Frequenz von etwa 53,5 Hz. Wir nahmen nun alle 30 s einen Messwert für die Frequenz des sich abbremsenden Kreisels, welcher nach 33 Minuten und 30 Sekunden vollständig zur Ruhe gekommen war. Tragen wir nun bei unseren die Frequenz über die Zeit auf, so erhält man folgendes Diagramm:



Man sieht, dass der Kreisel nicht komplett, wie in der Vorbereitung erwartet, exponentiell gedämpft wird. Die Kurve deutet zwar am Anfang noch darauf hin, doch ab ca. dreiviertel der Zeit macht die Kurve noch einmal einen Knick und die Frequenz geht plötzlich schneller gegen null. Dieser Effekt beruht wahrscheinlich darauf, dass der Kreisel nicht perfekt aufgebaut ist und somit die Lagerreibung bei kleinen Frequenzen des Kreisels zu groß wird, weshalb die Frequenz schneller gegen null geht.

5 Einfluss äußerer Drehmomente

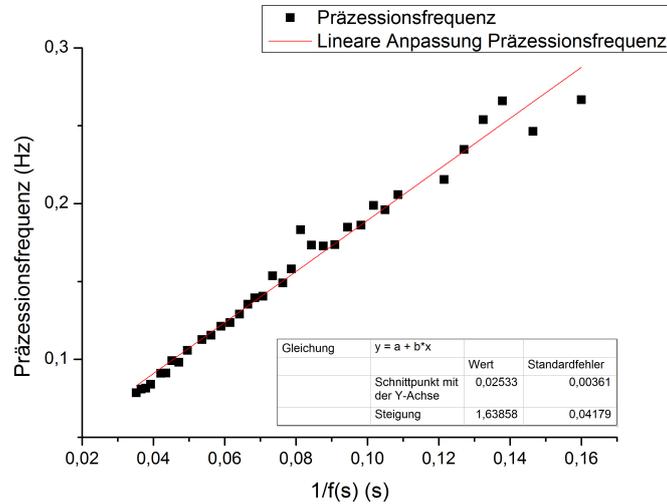
Bei diesem Versuch ergänzten wir den Kardankreisel um einen Gewichtsstab, den wir am äußeren Kardanrahmen anschraubten. In der zweiten Messreihe befestigten wir zusätzlich noch ein Gewicht an einem von uns gewählten Abstand vom Kreiselschwerpunkt am Gewichtsstab. Den Kreisel beschleunigten wir auf eine Frequenz von ca. 25 Hz, und führten nun Messungen durch. Aufgrund der Dämpfung des Kreisels änderte sich die Drehfrequenz des Kreisels selbstständig, jedoch nehmen wir bei den Messungen für die Drehfrequenz während der Präzessionsbewegung den Mittelwert der zuvor und danach gemessenen Drehfrequenzen an, da die Dämpfung auch während des Präzessionsumlaufes die Drehfrequenz verringert. Wir bestimmten die Präzessionsfrequenz für einen kompletten Umlauf des Kreisels, wobei hier schon erwähnt sei, dass hierbei ein nicht gerade geringes Fehlerpotential aufgrund der Nutation und der menschlichen Reaktion liegt.

Die Präzession resultiert aus dem, durch den Gewichtsstab, gestörten Kräftegleichgewicht des Kreisels in Ruhe. Dadurch wirkt ein äußeres Drehmoment.

Wir führten nun möglichst viele Messungen durch, um den Einfluss statistischer Ausreißer auf das Messergebnis zu minimieren.

Die im Messprotokoll aufgenommenen Daten trugen wir nun wie in der Aufgabenstellung gefordert in einem Diagramm auf, jedoch ist in diesem Fall eine Proportiona-

lität von $f_P \sim \frac{1}{f}$, wie in der Vorbereitung gezeigt zu erwarten. Daher trugen wir die Präzessionsfrequenz über die reziproke Drehfrequenz für beide gemessenen Fälle auf.



Messung der Präzessionsfrequenz nur mit Gewichtsstab ($f_P = \frac{m_3}{f}$)

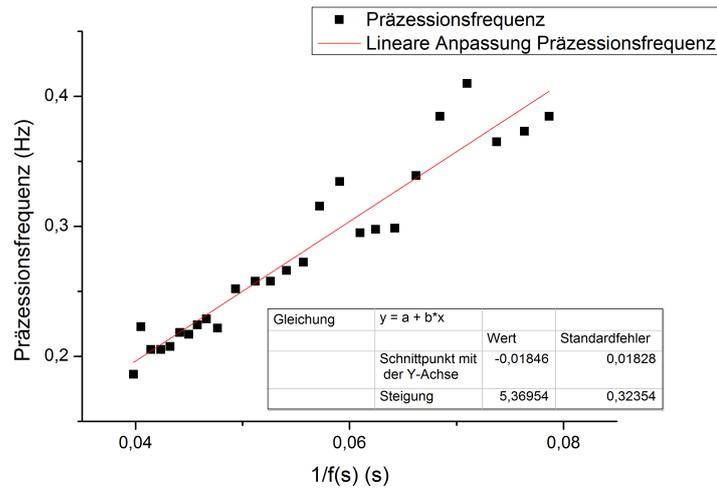
Hier kann man auch schon erkennen, dass bei den Gemessenen Werten eine gewisse Streuung für die niedrigeren Drehfrequenzen vorliegt, was an der bereits oben erwähnten Fehlerquelle liegt, da bei diesen Frequenzen die beim Freigeben des Pendels für einen Umlauf eine stärkere Nutationsbewegung hervorrief.

Für Aufgabe 6 benötigen wir außerdem die Geradensteigung der Ausgleichsgeraden.

$$m_3 = 1,84 \pm 0,08 \frac{1}{s^2}$$

Analog wurde auch bei der weiten Messung verfahren, bei der am Gewichtsstab noch ein Zusatzgewicht angebracht war.

Wie erwartet stellte sich aufgrund der veränderten Masse, und dem damit erhöhten wirkenden Drehmoment eine größere Präzessionsfrequenz ein.



Messung der Präzessionsfrequenz mit Gewichtsstab und Zusatzgewicht ($f_P = \frac{m_4}{f}$)

In diesem Fall ist eine noch stärkere Streuung vorhanden, da die Probleme der Nutation durch das Gewicht hier früher eintreten.

Die Steigung der Geraden beträgt in diesem Fall:

$$m_4 = 5,370 \pm 0,324 \frac{1}{s^2}$$

6 Hauptträgheitsmomente

Nun sollen die Hauptträgheitsmomente des Kreisels mit Hilfe der in Aufgabe 3 und Aufgabe 5 gewonnenen Werte bestimmen.

In den folgenden Rechnungen verwendeten wir die von uns bestimmten Werte, sowie die auf dem Aufgabenblatt angegebenen Größen und deren systematische Toleranzen:

Ermittelte Steigungen	
Aufgabe 3 (ohne Gewichte)	$m_1 = 0,514 \pm 0,004 \frac{1}{s^2}$
Aufgabe 3 (mit Gewichten)	$m_2 = 0,298 \pm 0,002 \frac{1}{s^2}$
Aufgabe 5 (nur Gewichtsstab)	$m_3 = 1,639 \pm 0,042 \frac{1}{s^2}$
Aufgabe 5 (Stab mit Zusatzgewicht)	$m_4 = 5,370 \pm 0,324 \frac{1}{s^2}$

Massen:	
Masse der Zylinder (Aufgabe 3)	$m_{Zyl.} = 1,000 \pm 0,001 \text{ kg}$
Aufschraubbarer Stab (Aufgabe 5)	$m_{Stab} = 0,330 \pm 0,001 \text{ kg}$
Zusatzgewicht (Aufgabe 5)	$m_{Gew.} = 0,375 \pm 0,001 \text{ kg}$

Strecken: (Kreiselschwerpunkt:= KS.)	
KS. - Aufscharaubbares Zylindergewicht	$r_{Zyl.} = 0,1490 \pm 0,0010 \text{ m}$
KS. - Außenrand innerer Kardanrahmen	$r_{I.Rahmen} = 0,1091 \pm 0,0003 \text{ m}$
Durchmesser Zylindergewichte (A. 3)	$d_{Zylinder} = 0,0400 \pm 0,0001 \text{ m}$
Rotordurchmesser	$d_{Rotor} = 0,1350 \pm 0,0001 \text{ m}$

6.1 Berechnung von Θ_z

Zu Beginn errechnen wir mit Hilfe der in Aufgabe 5 gewonnenen Werte das Trägheitsmoment in z-Richtung (Θ_z):

In der Vorbereitung wurde bereits in Aufgabe 5 $\omega_p = \frac{r \cdot m_{Stab} \cdot g}{\Theta_z \omega}$ hergeleitet, woraus sich nun leicht die Präzessionsfrequenz $f_p = \frac{\omega_p}{2\pi}$ errechnen lässt.

$$f_p = \frac{r \cdot m_{Stab} \cdot g}{4\pi^2 \Theta_z} \frac{1}{f}$$

Der vordere Bruch lässt sich durch die Steigung der Graphen aus Aufgabe 5 ermitteln. Da wir in Aufgabe 5 zwei Messungen durchgeführt haben, können wir nun für ein besseres Ergebnis aus beiden das Trägheitsmoment bestimmen und anschließend den Mittelwert der beiden annehmen.

- **Mit Gewichtsstab:**

Mit der Steigung der Ausgleichsgeraden und dem ersten Term der obigen Gleichung können wir nun nach kurzem trivialen Umformen das Trägheitsmoment bestimmen. Jedoch muss man hier noch den gemessenen Abstand des Schwerpunkts des Gewichtsstabes vom Kardanrahmen $r_{Sp.} = 0,2125 \pm 0,001m$ kennen:

$$\begin{aligned} \Theta_{z1} &= \frac{(r_{I.Rahmen}) + r_{Sp.} \cdot m_{Stab} \cdot g}{m_3} \\ &= 0,0161m^2kg \end{aligned}$$

Wir können hierfür gleich die Fehlerbetrachtung durchführen.

Statistischer Fehler:

Den statistischen Fehler der zur Rechnung verwendeten Steigung haben wir den Daten der Ausgleichsgeraden für m_3 im Graphen entnommen. Jedoch muss hier eine Fehlerfortpflanzung durchgeführt werden, damit wir den statistischen Fehler von Θ_{z1} erhalten.

$$\begin{aligned} \sigma(\Theta_{z1}) &= \sqrt{\left(\frac{\partial \Theta_{z1}}{\partial m_3}\right) \cdot \sigma^2(m_3)} \\ &= 0,0004m^2kg \end{aligned}$$

Systematischer Fehler:

$$\begin{aligned}\Delta\Theta_{z1} &= \left| \frac{\partial\Theta_{z1}}{\partial m_{Stab}} \right| \Delta m_{Stab} + \left| \frac{\partial\Theta_{z1}}{\partial r_{Sp}} \right| \Delta r_{Sp} + \left| \frac{\partial\Theta_{z1}}{\partial r_{I.Rahmen}} \right| \Delta r_{I.Rahmen} \\ &= 0,0001m^2kg\end{aligned}$$

So erhalten wir:

$$\Theta_{z1} = (0,0161 \pm 0,0004 \pm 0,0001)m^2kg$$

- **Mit Gewichtsstab und Zusatzgewicht:**

Die Rechnung hier verläuft analog zu der bereits durchgeführten, jedoch muss hier beachtet werden, dass durch das zusätzliche Gewicht der Steinersche Satz wiederholt Anwendung findet und zwar bei der Entfernung des Zusatzgewichtes ($r_{Zg} = 0,35 \pm 0,001m$).

$$\begin{aligned}\Theta_{z2} &= \frac{(r_{I.Rahmen} + r_{Sp}) \cdot m_{Stab} \cdot g + (r_{I.Rahmen} + r_{Zg}) \cdot m_{Gew.} \cdot g}{4\pi^2 \cdot m_3} \\ &= 0,0129m^2kg\end{aligned}$$

Statistischer Fehler:

$$\begin{aligned}\sigma(\Theta_{z2}) &= \sqrt{\left(\frac{\partial\Theta_{z2}}{\partial m_4} \right)^2 \cdot \sigma^2(m_4)} \\ &= 0,0008m^2kg\end{aligned}$$

Systematischer Fehler:

$$\begin{aligned}\Delta\Theta_{z2} &= \left| \frac{\partial\Theta_{z2}}{\partial m_{Stab}} \right| \Delta m_{Stab} + \left| \frac{\partial\Theta_{z2}}{\partial r_{Sp}} \right| \Delta r_{Sp} + \left| \frac{\partial\Theta_{z2}}{\partial r_{I.Rahmen}} \right| \Delta r_{I.Rahmen} \\ &\quad + \left| \frac{\partial\Theta_{z2}}{\partial r_{Zg}} \right| \Delta r_{Zg} + \left| \frac{\partial\Theta_{z2}}{\partial m_{Gew.}} \right| \Delta m_{Gew.} \\ &= 0,0001m^2kg\end{aligned}$$

So erhalten wir:

$$\Theta_{z1} = (0,0129 \pm 0,0008 \pm 0,0001)m^2kg$$

Bildet man nun den Mittelwert aus den beiden Messungen, so erhalten wir für das Trägheitsmoment in z-Richtung:

$$\Theta_z = (0,0145 \pm 0,0006 \pm 0,0001)m^2kg$$

6.2 Berechnung von Θ_x und Θ_y

Es sollen ebenfalls die Trägheitsmomente der anderen beiden Hauptträgheitsachsen ermittelt werden. Hierfür bedienen wir uns der in Aufgabe 3 ermittelten Steigungen der linearen Regressionen und der bereits in der Vorbereitung aufgeführten Formel $\omega_N = \frac{\Theta_z}{\sqrt{\Theta_x \cdot \Theta_y}} \cdot \omega$. Durch Umformen dieser Formel erhalten wir nun die folgende Beziehung, deren vorderer Term jeweils wieder der Steigung der Ausgleichsgeraden entspricht. Die Messung haben wir wiederum für die geforderten zwei Fälle durchgeführt:

- **Ohne Gewichte:**

$$f_N = \frac{\Theta_z}{\sqrt{\Theta_x \cdot \Theta_y}} \cdot f$$

- **Mit Gewichten:**

$$f_N = \frac{\Theta_z}{\sqrt{(\Theta_x + \Theta_{Zyl.}) \cdot \Theta_y}} \cdot f$$

Nun muss in diesem Fall noch das Trägheitsmoment beider Gewichte ($\Theta_{Zyl.}$) ermittelt werden. Dieses lässt sich mit Hilfe der gegebenen Abmessungen und dem Steinerschen Verschiebungssatz einfach berechnen.

$$\begin{aligned} \Theta_{Zyl.} &= 2 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot m_{Zyl.} \cdot \left(\frac{d_{Zyl.}}{2} \right)^2 + m_{Zyl.} \cdot \left(r_{Zyl.} + \frac{d_{Zyl.}}{2} \right)^2 \right) \\ &= 0,0575 m^2 kg \end{aligned}$$

Für diese neue Größe muss jedoch für den angegebenen systematischen Fehler eine Fehlerfortpflanzung durchgeführt werden, da dieser in der anschließenden Fehlerrechnung benötigt wird.

$$\begin{aligned} \Delta(\Theta_{Zyl.}) &= \left| \frac{\partial \Theta_{Zyl.}}{\partial m_{Zyl.}} \right| \cdot \Delta m_{Zyl.} + \left| \frac{\partial \Theta_{Zyl.}}{\partial r_{Zyl.}} \right| \cdot \Delta r_{Zyl.} + \left| \frac{\partial \Theta_{Zyl.}}{\partial d_{Zyl.}} \right| \cdot \Delta d_{Zyl.} \\ &= 0,0008 m^2 kg \end{aligned}$$

Somit gilt nun $\Theta_{Zyl.} = (0,0575 \pm 0,0008) m^2 kg$

6.2.1 Θ_x :

Nun können wir die beiden oben gegebenen Formeln so umformen, dass nur noch Θ_x die einzige noch nicht bekannte Variable ist. Hierfür teilen wir jeweils die beiden obigen Gleichungen durch einander, und setzen einmal den Bruch und einmal die Steigung ein. Da $\frac{f_N}{f_N} = 1$ ist, können wir beide Fälle miteinander gleichsetzen. Durch das Teilen fällt Θ_y aus den Gleichungen heraus, und wir erhalten eine lösbare Gleichung für Θ_x .

$$\begin{aligned} \frac{m_1}{m_2} &= \frac{\sqrt{\Theta_x + \Theta_{Zyl.}}}{\Theta_x} \\ \Theta_x &= \frac{\Theta_{Zyl.}}{\frac{m_1^2}{m_2^2} - 1} \end{aligned}$$

Setzt man nun in diese Formel alle bekannten Werte ein, und rechnet sie aus, so erhalten wir $\Theta_x = 0,0291m^2kg$. Für diesen Wert benötigen wir noch den statistischen und systematischen Fehler.

Statistischer Fehler:

Auch hier muss man den aus der in Aufgabe 3 durchgeführten Bestimmung der Steigung m resultierenden statistischen Fehler mit berücksichtigen.

$$\begin{aligned} \sigma(\Theta_x) &= \sqrt{\left(\frac{\partial\Theta_x}{\partial m_1}\right)^2 \cdot \sigma^2(m_1) + \left(\frac{\partial\Theta_x}{\partial m_2}\right)^2 \cdot \sigma^2(m_2)} \\ &= 0,0009m^2kg \end{aligned}$$

Systematischer Fehler:

$$\begin{aligned} \Delta(\Theta_x) &= \left| \frac{\partial\Theta_x}{\partial\Theta_{Zyl.}} \right| \cdot \Delta(\Theta_{Zyl.}) \\ &= 0,0004m^2kg \end{aligned}$$

So erhalten wir einen Wert für Θ_x mit Fehlerangabe:

$$\Theta_x = (0,0291 \pm 0,0009 \pm 0,0004)m^2kg$$

6.2.2 Θ_y :

Da wir bereits Θ_x kennen, können wir dieses in folgende Beziehung einsetzen und somit Θ_y ermitteln.

$$\begin{aligned} m_1 &= \frac{\Theta_z}{\sqrt{\Theta_x \cdot \Theta_y}} \\ \Rightarrow \Theta_y &= \frac{\Theta_z^2}{m_1^2 \cdot \Theta_x} \\ &= 0,0273m^2kg \end{aligned}$$

Auch hier muss nun eine Fehlerbetrachtung durchgeführt werden.

Statistischer Fehler:

$$\begin{aligned} \sigma(\Theta_y) &= \sqrt{\left(\frac{\partial\Theta_y}{\partial m_1}\right)^2 \cdot \sigma^2(m_1) + \left(\frac{\partial\Theta_y}{\partial\Theta_x}\right)^2 \cdot \sigma^2(\Theta_x) + \left(\frac{\partial\Theta_y}{\partial\Theta_z}\right)^2 \cdot \sigma^2(\Theta_z)} \\ &= 0,0025m^2kg \end{aligned}$$

Systematischer Fehler:

$$\begin{aligned}\Delta(\Theta_y) &= \left| \frac{\partial \Theta_y}{\partial \Theta_x} \right| \cdot \Delta(\Theta_x) + \left| \frac{\partial \Theta_y}{\partial \Theta_z} \right| \cdot \Delta(\Theta_z) \\ &= 0,0008 m^2 kg\end{aligned}$$

So erhalten wir auch für Θ_y :

$$\Theta_y = (0,0273 \pm 0,0025 \pm 0,0008) m^2 kg$$

Vergleicht man nun die Trägheitsmomente in x- und y-Richtung, so stellt man fest, dass sich diese im Vergleich zu Θ_z nur geringfügig voneinander unterscheiden. Dies ist auch wenig verwunderlich, da diese allein wegen der Symmetrie des Kreisels im Idealfall gleich sein müssten. Die Abweichungen von Θ_x und Θ_y liegen, sogar noch in deren Fehlerbereich, wobei weiterhin erwähnt werden sollte, dass die in der Vorbereitung angeführten Korrekturterme, welche die Aufhängungsrahmen des Kardankreisels berücksichtigen in der hier durchgeführten Messung keine Berücksichtigung fanden und somit das absolute Ergebnis einer weiteren nicht bekannten Abweichung unterliegt.

Es liegt leider kein offizieller Wert zum Vergleichen des Trägheitsmomentes Θ_z vor, daher können wir hier keine genaue Aussage über die Qualität der durchgeführten Messung, sowie die des Ergebnisses für Θ_z machen. Des Weiteren bleibt auch nur anzumerken, dass trotz teils starker Nutation des Kreisels bei der Präzessionsmessung in Aufgabe 5 doch nur ein relativ geringer statistischer Fehler auftritt.

Vergleicht man nun abschließend die Trägheitsmomente Θ_x und Θ_y mit dem in z-Richtung, also in Richtung der Rotationsachse, so fällt auf, dass es sich bei dem im Versuch verwendeten Kiesel aufgrund der Beziehung $\Theta_x = \Theta_y > \Theta_z$ um einen verlängerten Kiesel handelt.

6.3 Masse des Rotors

Außerdem soll noch in diesem Aufgabenteil eine Abschätzung für die Masse des Rotors abgegeben werden. Wie schon in der Vorbereitung erwähnt können wir hierfür einfach die Formel für das Trägheitsmoment eines Zylinders nehmen:

$$\begin{aligned}\theta_z &= \frac{1}{2}MR^2 = \frac{1}{2}M\left(\frac{d_{Rotor}}{2}\right)^2 \\ \rightarrow M &= \frac{8 \cdot \theta_z}{d_{Rotor}^2} = 6,365 kg\end{aligned}$$

Auch hier geben wir wieder den statistischen und den systematischen Fehler an. Zunächst den statistischen mit dem Gaußschen Fehlerfortpflanzungsgesetz:

$$\sigma_M = \sqrt{\left(\frac{\partial M}{\partial \theta_z}\right)^2 \cdot \sigma_{\theta_z}^2} = 0,263kg$$

Und den systematischen Fehler:

$$\Delta M = \left| \frac{\partial M}{\partial r_{Rotor}} \right| \Delta r_{Rotor} + \left| \frac{\partial M}{\partial \theta_z} \right| \Delta \theta_z = 0,053kg$$

Wir erhalten somit für die Masse M des Rotors folgende Abschätzung:

$$M = (6,365 \pm 0,263 \pm 0,053)kg$$

Leider sind uns zum Vergleich dieser Werte keine Angaben gegeben. Wir können nur sagen, dass wir mit unseren Messungen einen Fehler im Bereich von ca. 5,0% bekommen. Natürlich hängt in diesem Fall unser Ergebnis vor allem davon ab, wie gut wir das Trägheitsmoment θ_z gemessen haben, was natürlich auch nur durch einen Mittelwert von zwei Messungen bestimmt worden ist, also auch mit einem Fehler behaftet ist, weshalb dieser Wert mit Vorsicht zu betrachten ist.

7 Kreisel im beschleunigten System

Als letzten Versuch untersuchten wir den Kreiselkompass. Dieser besteht aus einem Kardankreisel, dessen horizontale Ebene durch Federn blockiert ist. Dieser Kardankreisel wurde nun auf einer schiefen Ebene, die auf einem Drehtisch fixiert ist, in Rotation versetzt und anschließend die Drehscheibe durch einen Motor angetrieben.

Schon nach kurzer Zeit konnten wir beobachten, dass sich die Rotationsachse des Kreisels nach oben hin ausrichtet, also nach Norden, wenn man die schiefe Ebene und die Drehscheibe als Globus interpretiert.

Der Grund hierfür ist, wie bereits in der Vorbereitung erwähnt, dass sich durch die Schiefelage des Kreiselsystems und die vom Mittelpunkt der Scheibe abweichende Schwerpunktlage eine Aufspaltung der Winkelgeschwindigkeit der Drehscheibe in senkrechte und parallele Komponente ermöglicht. Die auf den Kreisel wirkende parallele Komponente der Winkelgeschwindigkeit wird durch die horizontale Fixierung egalisiert. Die senkrechte Komponente wirkt nun nur noch auf den Kreisel. Dieser richtet sich nun nach geraumer Zeit im Sinne der Drehimpulserhaltung so aus, dass die Rotationsachse des Kreisels nach Norden zeigt.