

Auswertung: Laser B

Christine Dörflinger und Frederik Mayer, Gruppe Do-9

27. Juni 2012

Inhaltsverzeichnis

1	Optische Fouriertransformation	3
2	Anwendungen des Michelson-Interferometers	3
2.1	Interferometrische Beobachtung der magnetostriktiven Längenabhängigkeit vom Magnetfeld bei Nickel	3
2.1.1	Berechnung von c_{Ni} :	3
2.1.2	Fehlerbetrachtung	4
2.2	Bestimmung der Wellenlänge des Lichts durch Verschiebung einer der Spiegel beim Michelson-Interferometer	4
2.2.1	Berechnung der Wellenlänge λ	4
2.2.2	Fehlerbetrachtung	6
2.3	Demonstration des Dopplereffekts mit Lichtwellen im Falle $v \sim c$	6
2.3.1	Berechnung der Geschwindigkeit v	6
2.3.2	Fehlerbetrachtung	7
2.4	Akustisches Analogon	7
3	Faraday-Effekt und Pockels-Effekt	8
3.1	Intensitätsmodulation über Faraday-Effekt	8
3.2	Bestimmung der Verdet'schen Konstante	8
3.2.1	Auswertung	8
3.2.2	Fehlerbetrachtung	9
3.3	Intensitätsmodulation über Pockels-Effekt	9
3.4	Bestimmung der Konstante $k = \frac{\Delta n(E)}{E}$	10
3.4.1	Auswertung	10
3.4.2	Fehlerbetrachtung	11
4	Optische Aktivität / Saccharimetrie	11
4.1	Haushaltszuckerlösung	12
4.2	Sorbose-Lösung	14

1 Optische Fouriertransformation

Wie in der Vorbereitung beschrieben wurde hier die Beugungsfigur eines Spalts untersucht. Hierfür wurde die Intensität an verschiedenen Positionen via Phototransistor bestimmt (Bewegung durch Schrittmotor). Die Rücktransformation erfolgte nun mittels Computer:

Für die Spaltbreite konnte so $d_{\text{mess}} = 0.356\text{mm}$ bestimmt werden, was um ca 12% von der Herstellerangabe von $d = 0.4\text{mm}$ abweicht. Der Ungenauigkeit der der Messung liegt vermutlich an der Messmethode: Es wurden nur wenige Messpunkte aufgenommen.

2 Anwendungen des Michelson-Interferometers

2.1 Interferometrische Beobachtung der magnetostriktiven Längenabhängigkeit vom Magnetfeld bei Nickel

In diesem Versuchsteil ging es darum, die Längenänderung Δl eines Nickelstabs bei angelegtem Magnetfeld zu zeigen. Das Magnetfeld wurde im Versuch durch eine Spule ($N=2000$ Windungen) erzeugt. Somit ist die Längenänderung proportional zum angelegten Strom. An den Stab wurde ein Spiegel eines Michelson-Interferometers angebracht und die Stromstärke I bei den Minima bestimmt.

2.1.1 Berechnung von c_{Ni} :

Für die Wellenlänge wird, wie in Aufgabe 2.2 berechnet $\bar{\lambda}_{1,2} = (647 \pm 18)\text{nm}$ verwendet.

Aus der Vorbereitung:

$$\Delta l = c_{\text{Ni}} \cdot l \cdot H \quad (1)$$

Unter der Annahme $l=L$ ergibt sich H zu:

$$H = \frac{NI}{L} = \frac{NI}{l} \quad (2)$$

Für Minima gilt: $\Delta l = \frac{m\lambda}{2}$. Damit ergibt sich:

$$c_{\text{Ni}} \cdot l \cdot H = \frac{m\lambda}{2} \implies c_{\text{Ni}} = \frac{m\lambda}{2lH} = \frac{m\lambda}{2NI} \quad (3)$$

Zur Auswertung wird die Formel als Geradengleichung umgeschrieben:

$$m = \frac{2 \cdot c_{\text{Ni}} \cdot N}{\lambda} I \quad (4)$$

Unsere Messung wurde mit Matlab ausgewertet. Aus der Steigung $a = 11.07\text{A}^{-1}$ der geplotteten Geraden lässt sich c_{Ni} folgendermaßen berechnen:

$$a = \frac{2 \cdot c_{\text{Ni}} \cdot N}{\lambda} \implies c_{\text{Ni}} = a \cdot \frac{\lambda}{2N} = 1.791 \cdot 10^{-9} \frac{\text{m}}{\text{A}} \quad (5)$$

Die Messung wurde graphisch dargestellt: Es wurden folgende Ablesefehler (siehe Fehlerbalken) angenommen: $\sigma_I = 0.01\text{A}$ und $\sigma_m = 0.5$.

Hierbei ist anzumerken, dass m für die Minima ganzzahlig ist und man mit σ_m nur ausdrückt, dass Fehler beim Finden des Minimums aufgetreten sein könnten. Es bedeutet also nicht, dass es etwas wie ein '3.3. Minimum' gibt.

Durch die Fehlerbalken in beide Achsenrichtungen wird ein Quadrat markiert in dem der 'wahre' Wert liegt. In der Messung 2.1 verläuft die Regressionsgerade durch alle solchen 'Quadrate'.

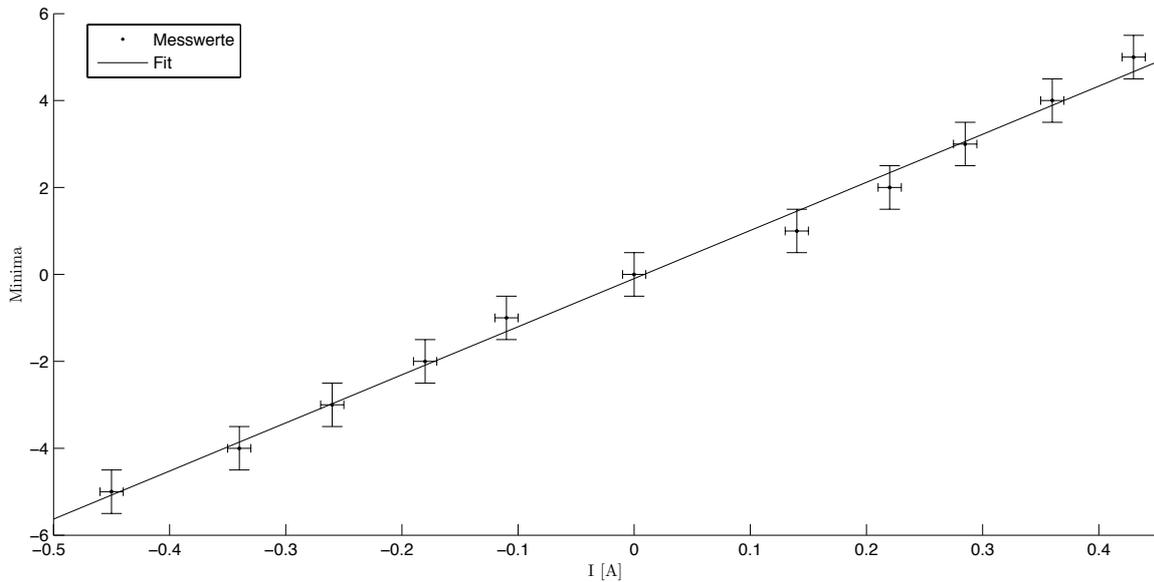


Abbildung 1: Darstellung der Ergebnisse aus 2.1 mit Steigung $a = (11.07 \pm 0.62)\text{A}^{-1}$

Tabelle 1: Messergebnisse 2.1

Minimum-Nr.	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
I in mA	-450	-340	-260	-180	-110	0	140	220	285	360	430

2.1.2 Fehlerbetrachtung

- Mit Matlab erhielten wir den Fehler der Steigung $\sigma_a = 0.62\text{A}^{-1}$: Die Steigung a liegt zu 95% innerhalb der dadurch gegebenen Grenzen (Konfidenzintervall).
- Aus Aufgabe 2.2 verwenden wir $\sigma_{\lambda_{1,2}} = 20\text{nm}$.

Der Fehler von c_{Ni} berechnet sich aus:

$$\sigma_{c_{\text{Ni}}} = \sqrt{\left(\frac{\partial c_{\text{Ni}}}{\partial a}\right)^2 \sigma_a^2 + \left(\frac{\partial c_{\text{Ni}}}{\partial \lambda_{1,2}}\right)^2 \sigma_{\lambda_{1,2}}^2} = \frac{1}{2N} \sqrt{\lambda^2 \sigma_a^2 + a^2 \sigma_{\lambda_{1,2}}^2} = 0.112 \cdot 10^{-9} \frac{\text{m}}{\text{A}} \quad (6)$$

Wir erhielten also einen Magnetostruktionskoeffizienten von:

$$c_{\text{Ni}} = (1.8 \pm 0.1) \cdot 10^{-9} \frac{\text{m}}{\text{A}}$$

Es ist jedoch zu beachten, dass mit steigendem Spulenstrom auch zunehmend Wärme erzeugt und an den Nickelstab weitergeleitet wird. Dies führt auch zu einer thermischen Ausdehnung des Stabes. Im Versuch wurde dies nicht beachtet und stellt also einen systematischen Fehler dar. Durch eine geeignete Isolierung oder eine Spule mit größerem Durchmesser könnte man diesen Fehler allerdings leicht minimieren.

2.2 Bestimmung der Wellenlänge des Lichts durch Verschiebung einer der Spiegel beim Michelson-Interferometer

In diesem Versuch sollte die Wellenlänge des Lasers bestimmt werden. Dazu wurde ein Michelson-Interferometer verwendet, bei dem ein Spiegel beweglich ist. Der Spiegel wurde zwischen 5 Minima um Δx verschoben.

2.2.1 Berechnung der Wellenlänge λ

Wie in der Vorbereitung gezeigt berechnet sich die Wellenlänge aus:

$$\lambda = \frac{2\Delta x}{n} \longrightarrow \Delta x = \frac{\lambda}{2} \cdot n \quad (7)$$

Somit lässt sich die Wellenlänge λ aus der Steigung a folgendermaßen berechnen:

$$a = \frac{\lambda}{2} \implies \lambda = 2 \cdot a \quad (8)$$

- Messung 1: $\lambda_1 = 0.323\mu\text{m} \cdot 2 = 646\text{nm}$
- Messung 2: $\lambda_2 = 0.324\mu\text{m} \cdot 2 = 648\text{nm}$
- Mittelwert: $\bar{\lambda}_{1,2} = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2} = 647\text{nm}$

Die Messung wurde graphisch dargestellt: Hierbei wurden Ablesefehler (siehe Fehlerbalken) angenommen: $\sigma_{\Delta x} = 0.3\mu\text{m}$ und $\sigma_n = 0.5$. Man sieht, dass die Regressionsgeraden bei beiden Messungen durch alle 'Quadrate', die durch die Fehlerbalken begrenzt werden, geht.

Tabelle 2: Messergebnisse 2.2: 1.Messreihe

Minimum-Nr.	0	5	10	15	20	25	30	35	40
Δx in μm	0	1,9	3,5	5	6,9	8,1	10	11,5	13

Tabelle 3: Messergebnisse 2.2: 2. Messreihe

Minimum-Nr.	0	5	10	15	20	25	30	35	40
Δx in μm	0	1,9	3,5	5,1	6,8	8,5	10	11,5	13

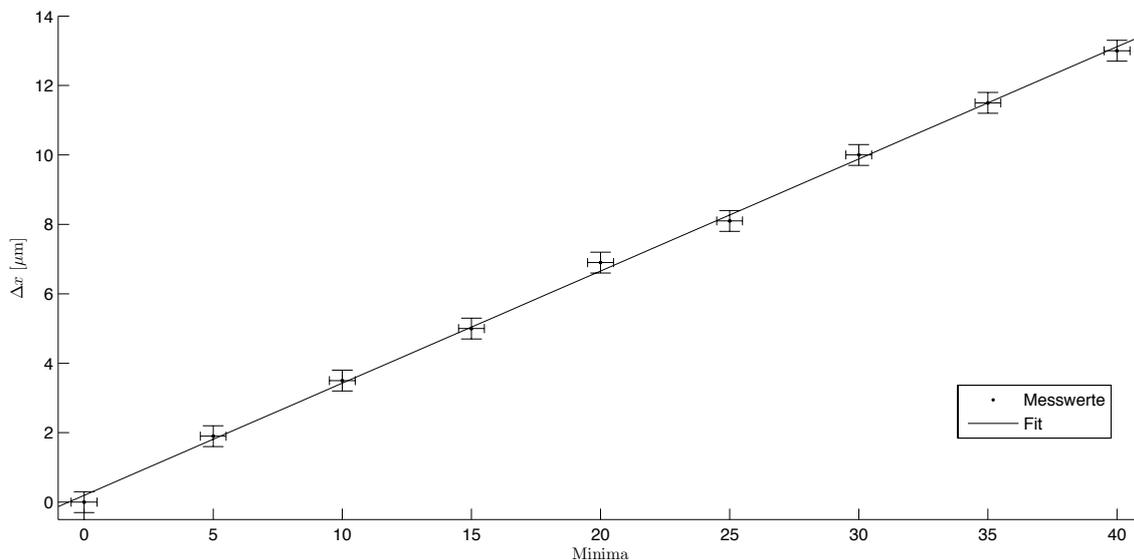


Abbildung 2: Darstellung der 1. Messreihe aus 2.2: Steigung $a_1 = (0.323 \pm 0.0095)\mu\text{m}$

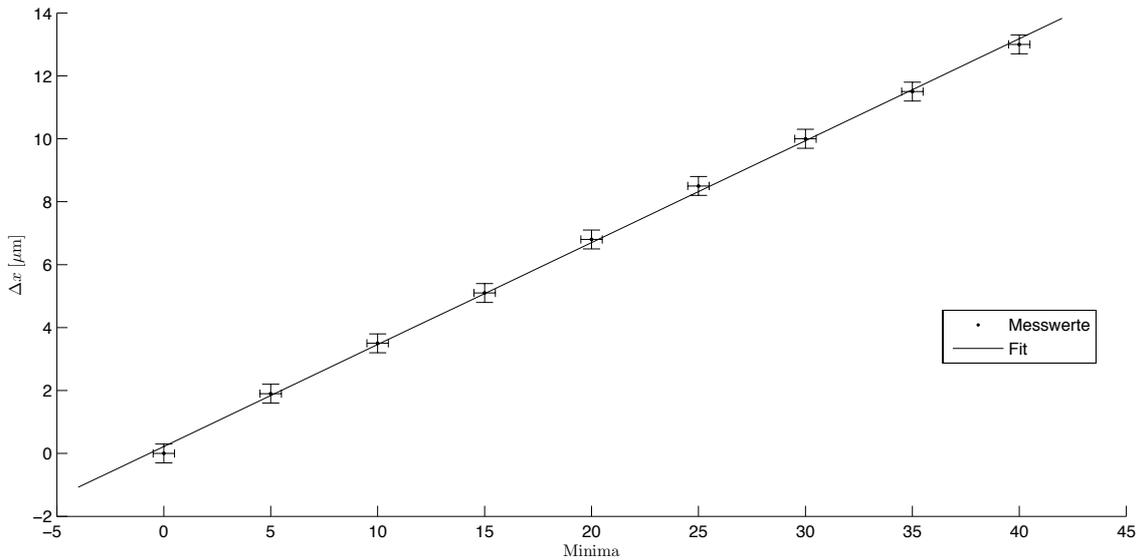


Abbildung 3: Darstellung der 2. Messreihe aus 2.2: Steigung $a_2 = (0.324 \pm 0.0085)\mu\text{m}$

2.2.2 Fehlerbetrachtung

Die Fehler der Steigung $\sigma_{a,i}$ erhielten wir von Matlab: Die Steigung a liegt zu 95% innerhalb der dadurch gegebenen Grenzen (Konfidenzintervall). Damit lässt sich berechnen:

$$\sigma_\lambda = \sqrt{\left(\frac{\partial\lambda}{\partial a}\right)^2 \sigma_a^2} = \sqrt{4 \cdot \sigma_a^2} = 2 \cdot \sigma_a \quad (9)$$

- $\sigma_{\lambda_1} = 2 \cdot \sigma_{a,1} = 2 \cdot 0.0095\mu\text{m} = 0.019\mu\text{m} = 19\text{nm}$
- $\sigma_{\lambda_2} = 2 \cdot \sigma_{a,2} = 2 \cdot 0.0085\mu\text{m} = 0.017\mu\text{m} = 17\text{nm}$

Damit lassen sich unsere Messwerte darstellen:

- Messung 1: $\lambda_1 = (646 \pm 19)\text{nm}$
- Messung 2: $\lambda_2 = (648 \pm 17)\text{nm}$

In der Versuchsbeschreibung ist die Wellenlänge mit $\lambda_{\text{th}} = 632.8\text{nm}$ angegeben. Somit stimmen beide Messwerte mit dem theoretischen Wert überein.

Für den Fehler von dem berechneten Mittelwert wird die Größtfehlerabschätzung verwendet, da zwei mal die gleiche Messung durchgeführt wurde und sie somit von gleichen Bedingungen abhängt.

$$\sigma_{\bar{\lambda}_{1,2}} = \left| \frac{\partial \bar{\lambda}_{1,2}}{\partial \lambda_1} \right| \cdot \sigma_{\lambda_1} + \left| \frac{\partial \bar{\lambda}_{1,2}}{\partial \lambda_2} \right| \cdot \sigma_{\lambda_2} = \frac{1}{2}(17\text{nm} + 19\text{nm}) = 18\text{nm} \quad (10)$$

$$\bar{\lambda}_{1,2} = (647 \pm 18)\text{nm}$$

2.3 Demonstration des Dopplereffekts mit Lichtwellen im Falle $v \sim c$

In dieser Teilaufgabe wurde einer der Spiegel des Michelson-Interferometers mit einem Motor bewegt. Dabei haben wir 2 Messreihen aufgenommen: Wir stoppten die Zeit bis zum 10. und bis zum 20. Minimum.

2.3.1 Berechnung der Geschwindigkeit v

Die Geschwindigkeit v wurde wie in der Vorbereitung für jede einzelne Messung berechnet.

$$v = \frac{n\lambda}{2\Delta t} \quad (11)$$

Als Mittelwert über alle so gemessenen Werte v_i erhielten wir:

$$\bar{v} = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 v_i = 2.21399 \cdot 10^{-07} \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (12)$$

Zum Vergleich maßen wir die Zeit, die das Verstellrad für einen Umlauf (50 μm) benötigt:

- 1. Messung: $t_1 = 162.14\text{s} \rightarrow v_1 = \frac{50 \cdot 10^{-6} \text{m}}{162.14\text{s}} = 3.084 \cdot 10^{-7} \frac{\text{m}}{\text{s}}$
- 2. Messung: $t_2 = 162.45\text{s} \rightarrow v_2 = \frac{50 \cdot 10^{-6} \text{m}}{162.45\text{s}} = 3.078 \cdot 10^{-7} \frac{\text{m}}{\text{s}}$
- Mittelwert: $\bar{v}_{\text{ref}} = 3.081 \cdot 10^{-7} \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Tabelle 4: Messwerte und Geschwindigkeiten v aus 2.3

Minimum-Nr.	10	10	10	10	10	20	20	20
t in s	10,81	11,04	10,24	10,35	10,42	21,06	20,49	21,59
v in $\frac{\text{m}}{\text{s}}$	2,16004E-07	2,12E-07	2,28E-07	2,26E-07	2,24E-07	2,22E-07	2,28E-07	2,16E-07

2.3.2 Fehlerbetrachtung

Für diesen Versuch müssen wir den Fehler des Mittelwerts ausrechnen. Dazu wird die Abweichung der Messwerte verwendet:

$$s_v = \sqrt{\frac{1}{7} \sum_{i=1}^8 (v_i - \bar{v})^2} = 2.22254 \cdot 10^{-7} \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (13)$$

Damit lässt sich dann die Abweichung des Mittelwerts berechnen (zu 95% befindet sich der Messwert innerhalb von dem dadurch bestimmten Intervall):

$$s_{\bar{v}} = \frac{s_v}{\sqrt{8}} = 0.78586 \cdot 10^{-7} \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (14)$$

Der Fehler von den Werten aus der Radbewegung ergibt sich aus deren Mittelwert (analog zu 2.2): Die statistischen Fehler der einzelnen Messungen ergeben sich mit geschätztem $\sigma_t = 1\text{s}$ und $v = \frac{s}{t}$:

$$\sigma_{v_i} = \sqrt{\left(\frac{\partial v}{\partial t_i}\right)^2 \sigma_{t_i}^2} = \frac{s}{t_i^2} \sigma_t \quad (15)$$

- $\sigma_{v_1} = 0.002 \cdot 10^{-7} \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow v_1 = (3.084 \pm 0.002) \cdot 10^{-7} \frac{\text{m}}{\text{s}}$
- $\sigma_{v_2} = 0.002 \cdot 10^{-7} \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow v_2 = (3.078 \pm 0.002) \cdot 10^{-7} \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$$\sigma_{\bar{v}_{\text{ref}}} = \left| \frac{\partial \bar{v}_{\text{ref}}}{\partial v_1} \right| \cdot \sigma_{v_1} + \left| \frac{\partial \bar{v}_{\text{ref}}}{\partial v_2} \right| \cdot \sigma_{v_2} = \frac{1}{2} (2 \cdot 0.002 \cdot 10^{-7} \frac{\text{m}}{\text{s}}) = 0.002 \cdot 10^{-7} \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (16)$$

Somit stimmt unser Messwert für die Geschwindigkeit $v = (2.2 \pm 0.8) \cdot 10^{-7} \frac{\text{m}}{\text{s}}$ gerade so mit dem Referenzwert von $\bar{v}_{\text{ref}} = (3.081 \pm 0.002) \cdot 10^{-7} \frac{\text{m}}{\text{s}}$ überein.

Möglicherweise ist die Angabe von 50 μm Spiegelbewegung pro Umdrehung nicht ganz genau. Außerdem ist fragwürdig ob die Konstruktion Motor mit Riemen um das Verstellrad eine 'gleichförmige' Bewegung hinbekommt. Es ist anzunehmen, dass die so entstandenen systematischen Fehler das Messergebnis wesentlich beeinflussen.

2.4 Akustisches Analogon

Eine Stimmgabel wurde angeschlagen und zunächst zum Ohr hin- und vom Ohr wegbewegt.

Unsere Erwartungen konnten bestätigt werden: Beim Hinbewegen wurde der Ton höher, beim Wegbewegen wurde er niedriger (Dopplereffekt).

War eine reflektierende Wand in der Nähe der Stimmgabel, waren erwartungsgemäß Schwebungen zu hören, ins Ohr treffende direkt von der Stimmgabel emittierte Schallwellen und an der Wand reflektierte Schallwellen (die unterschiedliche Frequenzen besitzen) sich überlagerten.

3 Faraday-Effekt und Pockels-Effekt

3.1 Intensitätsmodulation über Faraday-Effekt

In diesem Versuch sollte die Intensität eines Laserstrahls durch den Faraday-Effekt moduliert werden, um ein Audiosignal zu übertragen: Dazu wurde das Signal mit einer Photodiode und einem Verstärker umgewandelt und über einen Lautsprecher ausgegeben.

Dazu wurde linear polarisiertes Laserlicht durch einen Bleisilikatglasstab geschickt, der sich in einem longitudinalen Magnetfeld befand. Die Stärke des Magnetfeldes wurde über das Ausgangssignal eines MP3-Players gesteuert. Die Drehung der Polarisationssebene nach dem Durchgang des Laserstrahls durch den Glasstab ist linear proportional zur Stärke des Magnetfeldes (Faraday-Effekt) und damit auch zur Ausgangsspannung des MP3-Players.

Die Spannungsabhängige Drehung der Polarisationssebene konnte nun ausgenutzt werden, um die Intensität des Laserstrahls zu modulieren: Dazu bauten wir in den Strahlengang (nach dem Glasstab, vor der Photodiode) einen Polarisationsfilter als Analysator ein und drehten ihn so hin, dass das Signal möglichst gut übertragen wurde. Bei falscher Drehung des Polarisationsfilters hörte man nur ein Rauschen.

Es deutlich zu hören, dass hohe Frequenzen bei der Übertragung deutlich benachteiligt wurden. Dies kommt dadurch zustande, dass bei der Erzeugung des Magnetfeldes Selbstinduktion auftritt, und damit hohe Frequenzen herausgefiltert werden (Lenz'sche Regel).

3.2 Bestimmung der Verdet'schen Konstante

3.2.1 Auswertung

In diesem Versuch sollte die Verdetsche Konstante $V = \frac{\Delta\alpha}{B \cdot l}$ (α Drehwinkel, B mag. Flussdichte, l Länge des Stabes) des Bleisilikatglasstabes ermittelt werden. Dazu wurde der Drehwinkel in Abhängigkeit vom an die Spule angelegten Strom gemessen. Die Änderung des Drehwinkels wurde bestimmt, indem mit einem Polarisationsfilter die Stellung gesucht wurde, bei der die Intensität des Laserstrahls minimal wurde.

Es ergaben sich folgende Messwerte:

Tabelle 5: Aufgenommene Messwerte

Winkel α in $^\circ$	157	158	159	160	160,5	161,5	162,5
I in A	3	2	1	0	-1	-2	-3

Da für das äußere Magnetfeld die Formel

$$B = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{L_{Spule}} \quad (17)$$

gilt, ergibt sich nach Einsetzen in die Formel für die Verdet'sche Konstante:

$$V = \frac{\sigma\alpha}{B \cdot l} = \frac{\Delta\alpha}{\mu_0 \cdot N \cdot I} \quad (18)$$

Dabei bezeichnet N die Windungszahl der Spule und μ_0 die Magnetische Feldkonstante.

Nun korrigierten wir den Drehwinkel um die Nullstellung (160°) und multiplizierten ihn mit (-1) , da die Winkelskala Polarisationsfilter auf der Seite des Schirmes war. Dann trugen wir den Drehwinkel über der Stromstärke auf, um die Steigung $\frac{\alpha}{I}$ zu bestimmen.

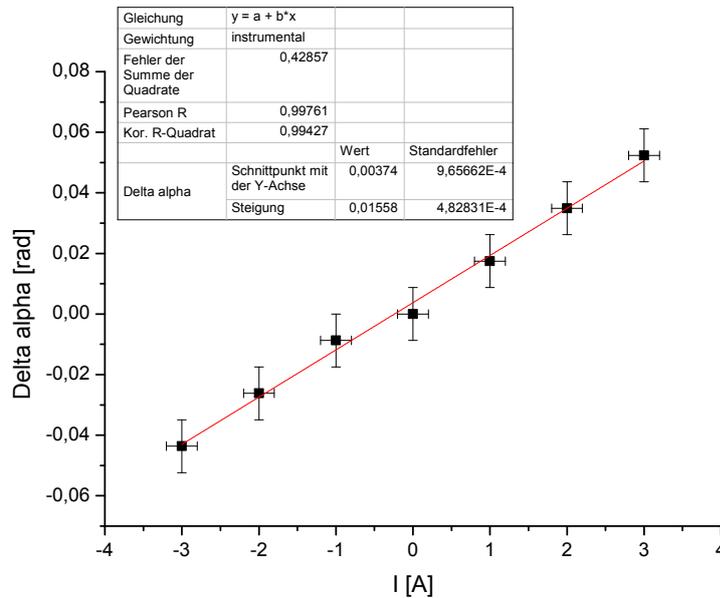


Abbildung 4: Auftragung $\Delta\alpha$ über I . Für den Fehler auf I wurden 0.2 A angenommen, für den Fehler auf $\Delta\alpha$ 0.5° .

Damit ergab sich eine Steigung von $k = \frac{\alpha}{I} = (0.0156 \pm 0.0005) \frac{\text{rad}}{\text{A}}$. Diese kann in obige Formel zur Berechnung von V eingesetzt werden:

$$\Rightarrow V = \frac{k}{\mu_0 \cdot N} = \frac{0.01558 \frac{\text{rad}}{\text{A}}}{12.566 \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2} \cdot 800} = \boxed{15.50 \frac{\text{rad}}{\text{Tm}}} \quad (19)$$

Die Verdet'sche Konstante ist positiv, es findet also eine Rechtsdrehung der Polarisationssebene (in Ausbreitungsrichtung) statt. Dies ist auch direkt aus den Messdaten schnell ersichtlich.

3.2.2 Fehlerbetrachtung

Um den statistischen Fehler auf die Verdet'sche Konstante zu berechnen, verwenden wir das Gauß'sche Fehlerfortpflanzungsgesetz:

$$\sigma V = \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial k}\right) (\sigma k)^2} = \frac{\sigma k}{\mu_0 N} = \frac{0.00048 \frac{\text{rad}}{\text{A}}}{12.566 \cdot 10^{-7} \cdot 800} = \boxed{0.477 \frac{\text{rad}}{\text{Tm}}} \quad (20)$$

Es ergibt sich also

$$\boxed{V = (15.5 \pm 0.5) \frac{\text{rad}}{\text{Tm}}} \quad (21)$$

Es bleibt anzumerken, dass die Verdet'sche Konstante wellenlängen- und temperaturabhängig ist. Die Temperaturabhängigkeit wurde nicht beachtet: Da sich der Bleiglassilikatstab über die Spule mit der Zeit sicherlich leicht erwärmt, ergibt sich hieraus ein systematischer Fehler. Zudem wurde angenommen, dass die magnetische Flussdichte im gesamten Glasstab gleich ist, da mit der Näherung für lange Magnetfeldspulen gerechnet wurde. Da aber die Spule aber nur so lang wie der Glasstab ist, ist das Magnetfeld an den Rändern sicherlich schwächer. Eine Lösung hierfür wäre es, eine längere Spule zu verwenden.

3.3 Intensitätsmodulation über Pockels-Effekt

In dieser Aufgabe sollte wie in Aufgabe 3.1 eine Intensitätsmodulation eines Laserstrahls durchgeführt werden, um ein Audiosignal zu übertragen. Dies geschah hier jedoch über den Pockels-Effekt.

Beim Pockelseffekt verändern Materialien, die einem äußeren Elektrischen Feld ausgesetzt werden, ihre doppelbrechenden Eigenschaften. Ein Laserstrahl, der durch ein doppelbrechendes Material hindurchgeht, wird polarisiert, da die Elektrischen Felder entlang der optischen Achse und senkrecht zur optischen Achse beim Durchgang eine Phasenverschiebung erfahren.

Bei einem bereits polarisierten Laserstrahl wird die Polarisationssebene also gedreht. Diese Drehung ist proportional zum äußeren angelegten Elektrischen Feld und damit proportional zur an die im Versuch verwendete Pockels-Zelle angelegte Spannung. Analog zu Aufgabe 3.1 kann eine solche Drehung der Polarisationssebene zur Intensitätsmodulation genutzt werden, indem ein Polarisationsfilter in den Strahlengang eingebracht wird.

Im Vergleich mit Aufgabe 3.1 war das übertragene Tonsignal hier deutlich klarer.

3.4 Bestimmung der Konstante $k = \frac{\Delta n(E)}{E}$

3.4.1 Auswertung

An die Pockelszelle wurden nun Spannungen von -2000V bis 2000V angelegt. Wegen der Interferenz zwischen außerordentlichem und ordentlichem Strahl traten bei Variation der Spannungen immer Maxima und Minima auf. Diese wurden der Reihe nach durchnummeriert (unabhängig davon ob Max. oder Min.) und die zugehörigen Spannungen gemessen.

Tabelle 6: Extremstellen und ihre zugeordneten Nummern. Da die zweite Messreihe von 0 bis -2000V ihre erste Extremstelle nicht bei 0 sondern bei -107 V hatte, wurden auf alle Werte dieser Messreihe 107 V addiert, um beide Messreihen in einem Schaubild auftragen zu können.

Nummer	Spannung in V
-4	-1559
-3	-1178
-2	-787
-1	-406
0	0
1	300
2	721
3	1108
4	1501
5	1790

Wie in der Vorbereitung bereits hergeleitet lässt sich k über

$$k = \frac{\lambda_0 \cdot d}{2s \cdot U_{HW}} \quad (22)$$

berechnen. Dabei ist λ_0 die Wellenlänge des Lichtes im Vakuum, d der Abstand der Kondensatorplatten in der Pockelszelle, s die Länge der Pockelszelle und U_{HW} die Halbwellenspannung. Diese ist die Steigung des Spannungs-Ordnungs-Schaubildes:

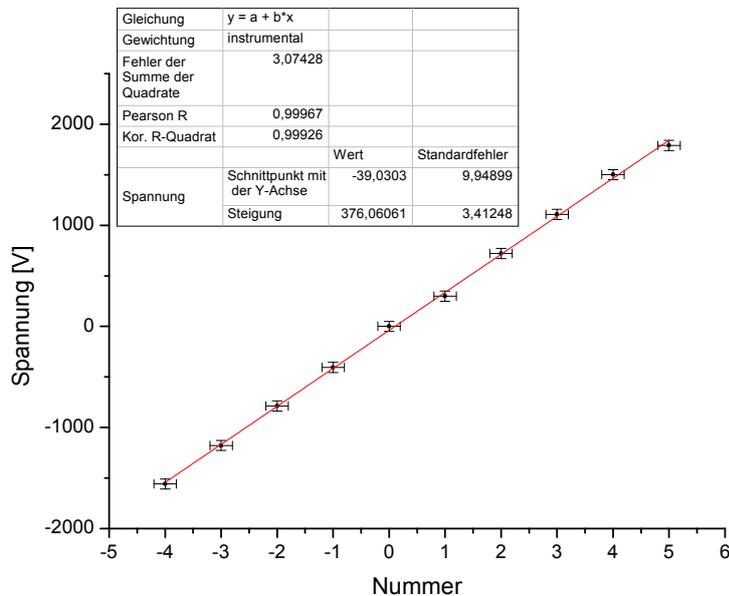


Abbildung 5: Auftragung der Spannungen über den zugeordneten Nummern. Auf die Spannung wurde ein Fehler von $\pm 30V$ angenommen, auf die Nummer ein Fehler von ± 0.2 .

Die Halbwellenspannung ist also $U_{HW} = (376.1 \pm 3.4)V$. In der Versuchsbeschreibung finden sich außerdem $\lambda_0 = 632.8nm$, $d = 2mm$, $s = 20mm$. Aus vorherigen Aufgaben ist $\lambda_0 = (647 \pm 20)nm$ bekannt. Damit:

$$k = \frac{\lambda_0 \cdot d}{2s \cdot U_{HW}} = \frac{647nm \cdot 2mm}{2 \cdot 20mm \cdot 376.06V} = \boxed{8.60 \cdot 10^{-11} \frac{m}{V}} \quad (23)$$

3.4.2 Fehlerbetrachtung

Der statistische Fehler auf k ergibt sich mittels Gauß'schem Fehlerfortpflanzungsgesetz:

$$\begin{aligned} \sigma k &= \sqrt{\left(\frac{\lambda_0 d}{2s \cdot U_{HW}}\right)^2 (\sigma U_{HW})^2 + \left(\frac{d}{2s U_{HW}}\right)^2 \cdot (\sigma \lambda_0)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{647nm \cdot 2mm}{2 \cdot 20mm \cdot (376.1V)^2}\right)^2 (3.4V)^2 + \left(\frac{2mm}{2 \cdot 20mm \cdot 376.1V}\right)^2 \cdot (18nm)^2} = \boxed{2.52 \cdot 10^{-12} \frac{m}{V}} \quad (24) \end{aligned}$$

Mit $\sigma \lambda_0 = 18nm$, $\sigma U_{HW} = 3.4V$

$$\Rightarrow \boxed{k = (8.6 \pm 0.3) \cdot 10^{-11} \frac{m}{V}} \quad (25)$$

Bei der Versuchsdurchführung wurde nicht beachtet, dass sich der Kondensator und damit die Pockels-Zelle mit der Zeit sicherlich leicht erwärmt. Da die Konstante k temperaturabhängig ist, wurde hier ein systematischer Fehler begangen. Zudem wurde die Geometrie der Pockelszelle und des Kondensators nicht untersucht, was beispielsweise Einflüsse auf die Berechnung des Elektrischen Feldes haben könnte: In der Berechnung wurde von einem Plattenkondensator ausgegangen, sodass die Formel $E = \frac{U}{d}$ verwendet werden konnte. Außerdem könnte die Dielektrizitätskonstante ϵ_r mit einbezogen werden.

4 Optische Aktivität / Saccharimetrie

In dieser Aufgabe sollte das Drehvermögen von Zuckerlösungen untersucht werden.

4.1 Haushaltszuckerlösung

In 200ml Wasser wurden 60g Zucker aufgelöst und in eine Glaswanne gefüllt (Breite $b=0.058\text{m}$, Länge $l=0.198\text{m}$. Diese Werte haben in der Annahme, sie auf dem Aufgabenblatt zu finden, leider nicht gemessen. Daher verwenden wir die Werte, die auch in Altprotokollen zu finden sind, da vermutlich die selbe Wanne verwendet wurde).

Dann wurde ein linear polarisierter Laserstrahl einmal längs und einmal quer durch die Wanne geschickt und die Drehung der Polarisationsrichtung mit einem Polarisationsfilter (Suche nach dem Minimum) bestimmt. Dann wurden immer 100ml Wasser hinzugefügt, umgerührt und wieder beide Werte gemessen.

Es ergaben sich folgende Messwerte:

Tabelle 7: Messwerte. Da die Polarisationsrichtung ohne Zuckerlösung 83 Grad war, wurden die Messwerte um diesen Wert korrigiert. Aus den Messwerten ist direkt ersichtlich, dass die Zuckerlösung rechtsdrehend ist.

m_{Zucker} in g	Vol. in ml	α_{lang} in Grad	α_{kurz} in Grad	Differenz α_{lang} in Grad	Diff. α_{kurz} in Grad
60	200	56,5	70,75	26,5	12,25
60	300	65	76,5	18	6,5
60	400	68	79	15	4
60	500	70,5	80	12,5	3
60	600	73	80	10	3
60	700	74	80,5	9	2,5

Nun soll für beide Messreihen der Drehwinkel jeweils über der Konzentration aufgetragen werden, damit die Steigung h bestimmt werden kann. Diese ist notwendig, um das Drehvermögen von Zucker zu bestimmen: Es gilt

$$[\alpha] = \frac{\alpha}{k \cdot l} \quad (26)$$

wobei $[\alpha]$ das Drehvermögen, k die Konzentration und l die Strecke des Laserstrahls durch die Lösung bezeichnet.

Für die Steigung des Graphen gilt dann

$$h = [\alpha] \cdot l \quad (27)$$

Zunächst sollen jedoch die Konzentrationen ausgerechnet werden. Diese ergeben sich mit $k = \frac{m}{V}$, und die zugehörigen statistische Fehler mit

$$k_0 = \sqrt{\left(\frac{m}{V^2}\right)^2 \cdot (\sigma V)^2} \quad (28)$$

und für die Konzentrationen nach dem Auffüllen mit der Wassermenge $a=100\text{ml}$

$$k_{i+1} = \sqrt{\left(\frac{m_i}{(V_i + a)^2}\right)^2 (\sigma V_i)^2 + \left(\frac{m_i}{(V_i + a)^2}\right)^2 \cdot (\sigma a)^2} \quad (29)$$

Für a und V wurden jeweils Fehler von 5ml angenommen.

Der systematische Fehler auf k errechnet sich mittels arithmetischem Fehlerfortpflanzungsgesetz:

$$\Delta k = \left| \frac{1}{V} \right| \cdot \Delta m \quad (30)$$

Für Δm wurde ein systematischer Fehler von 5g angenommen.

Es ergeben sich die Werte:

Tabelle 8: Konzentrationen, Fehler auf die Konzentrationen für Fehlerbalken

Konzentration $\frac{g}{cm^3}$	stat. Fehler in $\frac{g}{cm^3}$	syst. Fehler in $\frac{g}{cm^3}$
0,30	0,008	0,025
0,20	0,005	0,017
0,15	0,003	0,013
0,12	0,002	0,010
0,10	0,001	0,008
0,09	0,001	0,007

Für den Ablesefehler bei der Winkelmessung wurden 0.5 Grad angenommen. Damit ergeben sich die Schaubilder:

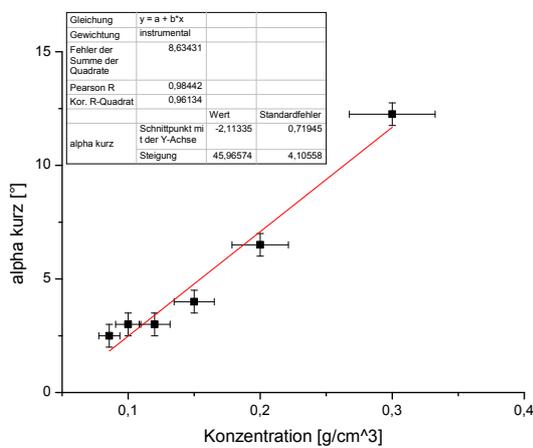


Abbildung 6: Auftragung von α über der Konzentration, kurzer Weg durch die Lösung

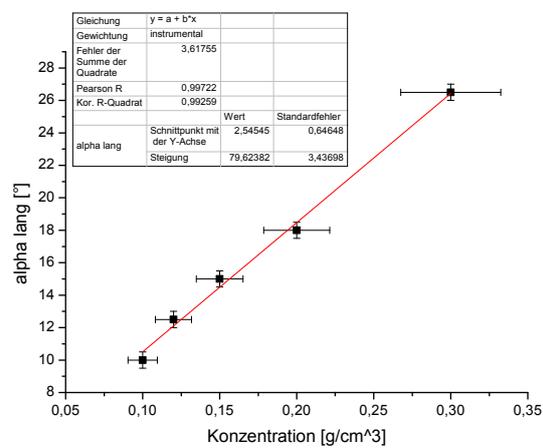


Abbildung 7: Auftragung von α über der Konzentration, langer Weg durch die Lösung

Für die Steigungen ergeben sich also mit Origin $h_{\text{kurz}} = (45.97 \pm 4.11) \frac{^\circ \cdot cm^3}{g}$ und $h_{\text{lang}} = (79.62 \pm 3.44) \frac{^\circ \cdot cm^3}{g}$. Damit lässt sich $[\alpha]$ ausrechnen:

$$[\alpha] = \frac{h}{l} \quad (31)$$

und der zugehörige statistische Fehler ergibt sich mit:

$$\sigma[\alpha] = \sqrt{\left(\frac{1}{l}\right) \cdot (\sigma h)^2 + \left(\frac{h}{l^2}\right)^2 \cdot (\sigma l)^2} \quad (32)$$

Damit:

- $[\alpha]_{\text{lang}} = (402 \pm 20) \frac{^\circ \cdot cm^3}{g \cdot m}$
- $[\alpha]_{\text{kurz}} = (792.59 \pm 98.44) \frac{^\circ \cdot cm^3}{g \cdot m}$

Man sieht, dass die zwei Werte sehr weit auseinander liegen. Möglicherweise haben wir bei der Messung nicht richtig umgerührt oder die zur Berechnung verwendeten Abmessungen des Gefäßes stimmen nicht. Ein weiterer systematischer Fehler tritt beim Abwiegen des Zuckers auf: Die Konzentration der Zuckerlösung weicht dann immer in die selbe Richtung ab. Zudem wurde die Umgebungstemperatur und die Wellenlänge des Lichtes, von denen der spezifische Drehwinkel ebenfalls abhängt, bei der Berechnung

vernachlässigt. Die von uns bestimmten Werte sind also für Wellenlänge und Temperatur spezifisch, wobei die Temperatur überhaupt nicht gemessen wurde.

Der Fehler des Mittelwertes ergibt sich mit

$$\sigma[\alpha] = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_i (\sigma[\alpha]_i)^2} \quad (33)$$

Für den Mittelwert ergibt sich dann
$$[\alpha] = (598 \pm 84) \frac{^\circ \text{cm}^3}{\text{g} \cdot \text{m}}.$$

4.2 Sorbose-Lösung

Analog wie bei der Haushaltszuckerlösung wurde der Drehwinkel auch bei einer Sorboselösung gemessen. Die Konzentration wurde hier allerdings nicht variiert.

Es ergaben sich folgende Werte:

Tabelle 9: Messwerte. Es ist ersichtlich, dass die Sorboselösung linksdrehend ist.

α_{lang} in Grad	α_{kurz} in Grad	Diff. α_{lang} in Grad	α_{lang} in Grad
101	88,5	-18	-5,5

Mit

$$[\alpha] = \frac{\alpha}{k \cdot l}, \quad (34)$$

der Konzentration der Sorboselösung $k = 0.33 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, der Formel für die statistischen Fehler

$$\sigma[\alpha] = \sqrt{\left(\frac{q}{kl}\right)^2 \cdot (\sigma\alpha)^2 + \left(\frac{\alpha}{kl^2}\right)^2 (\sigma l)^2} \quad (35)$$

mit $\sigma\alpha = 0.5^\circ$ und $\sigma l = 0.005\text{m}$ (Fehler der Konzentration nicht bekannt, daher nicht mit einbezogen) ergeben sich

- $[\alpha]_{\text{kurz}} = (-287 \pm 36) \frac{^\circ \text{cm}^3}{\text{m} \cdot \text{g}}$
- $[\alpha]_{\text{lang}} = (-275 \pm 10) \frac{^\circ \text{cm}^3}{\text{m} \cdot \text{g}}$

Daraus ergibt sich ein Mittelwert von $[\alpha] = (-281 \pm 36) \frac{^\circ \text{cm}^3}{\text{m} \cdot \text{g}}$, wobei für den statistischen Fehler wieder der größere der beiden Einzelfehler angenommen wurde. In diesem Versuch treten die selben systematischen Fehler auf wie im vorhergehenden Versuch.