

Vorbereitung: Laser B

Christine Dörflinger und Frederik Mayer, Gruppe Do-9

12. Juni 2012

Inhaltsverzeichnis

0	Einleitung	3
1	Optische Fouriertransformation	3
1.1	Fourier-Entwicklung	3
1.2	Fouriertransformation	3
1.3	Versuch	4
2	Anwendungen des Michelson-Interferometers	4
2.1	Interferometrische Beobachtung der sehr geringen magnetostruktiven Längenabhängigkeit vom Magnetfeld bei Nickel	4
2.2	Bestimmung der Wellenlänge des Lichtes durch Verschiebung einer der Spiegel beim Michelson-Interferometer	5
2.3	Demonstration des Dopplereffektes mit Lichtwellen im Falle $v \sim c$	5
2.4	Akustisches Analogon zu Aufgabe 2.3	6
3	Faraday-Effekt und Pockels-Effekt	6
3.1	Intensitätsmodulation über Faraday-Effekt	6
3.2	Bestimmung der Verdet'schen Konstante	7
3.3	Intensitätsmodulation über Pockels-Effekt	7
3.4	Bestimmung der Konstante $k = \frac{\Delta n(E)}{E}$	7
4	Optische Aktivität/Saccharimetrie	8
4.1	Versuche	8
5	Quellen	8

0 Einleitung

Laser ist die Abkürzung von 'Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation', also 'Lichtverstärkung durch stimulierte Emission von Strahlung'. Die theoretische Grundlage für die stimulierte Emission von Strahlung wurde 1917 durch Einstein (Umkehrung der Absorption) gegeben, allerdings erst 1954 experimentell nachgewiesen (Maser: Analogon zum Laser im Mikrowellenbereich) und seit 1960 (Rubinlaser) nutzbar.

1 Optische Fouriertransformation

1.1 Fourier-Entwicklung

Eine Funktion $f(t)$, die eine periodische Schwingung beschreibt, lässt sich durch additive Kombination aus Sinus- und Kosinusfunktionen beschreiben. Mit Periodendauer T ergibt sich die Kreisfrequenz zu $\omega = \frac{2\pi}{T}$.

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos(k\omega t) + b_k \sin(k\omega t)) \quad (1)$$

Die Koeffizienten a_n und b_n berechnen sich folgendermaßen:

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos(k\omega t) dt \quad (2)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin(k\omega t) dt \quad (3)$$

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) dt \quad (4)$$

Für gerade Funktionen verschwinden die Koeffizienten b_n , für ungerade die Koeffizienten a_n .

Da die Reihenentwicklung nur für periodische Funktionen gilt, ist dies unhandlich. Daher wird für andere Funktionen auf die Fouriertransformation verwiesen.

Anschaulich lässt sich also sagen, dass man eine Funktion umso genauer annähern kann, je mehr Ordnungen man bestimmt.

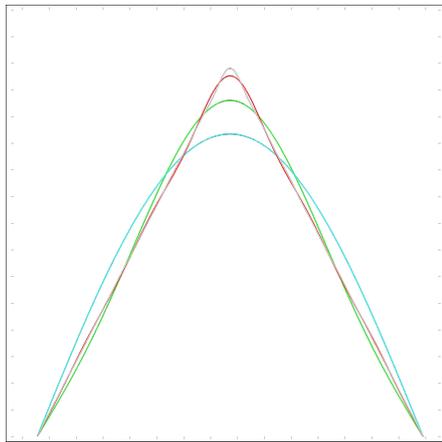


Abbildung 1: Näherungen Dreieck

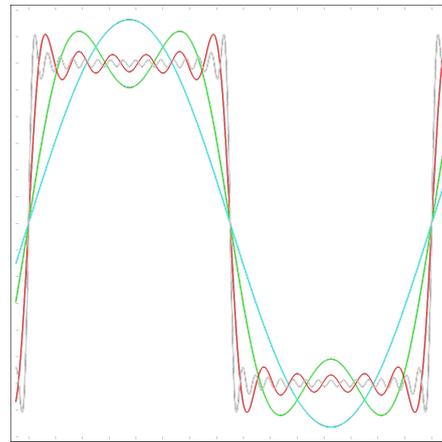


Abbildung 2: Näherungen Rechteck

1.2 Fouriertransformation

Die Fouriertransformation besagt, dass beliebige Funktionen durch Überlagerung von Schwingungen gesehen werden kann. Diese gilt auch für viele nicht periodische Funktionen.

Die Fouriertransformierte ist definiert als:

$$\tilde{f}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega x} f(x) dx \quad (5)$$

Die Rücktransformation ist entsprechend:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega x} \tilde{f}(\omega) d\omega \quad (6)$$

1.3 Versuch

Als Grundlage für diesen Versuch dient die Transmissionsfunktion τ . Es gilt für die Fouriertransformierte:

$$\tilde{\tau}(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ikx} \tau(x) dx \quad (7)$$

$$I \sim |\tilde{\tau}(k)|^2 \quad (8)$$

In diesem Versuch geht es darum, vom Beugungsmuster auf den entsprechenden Spalt zu schließen. Hierfür wird mit einem Phototransistor schrittweise die Intensität an verschiedenen Stellen des Beugungsbilds gemessen. Mit der 'Fast Fourier Transform' wird das so aufgenommene Intensitätsmuster zum Spaltmuster rücktransformiert.

2 Anwendungen des Michelson-Interferometers

Michelson-Interferometer sind folgendermaßen aufgebaut:

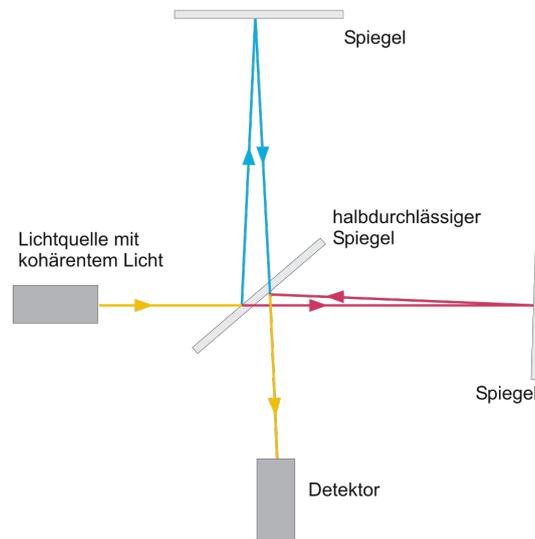


Abbildung 3: Schematischer Aufbau eines Michelson-Interferometers

Ein Lichtstrahl wird von einem halbdurchlässigen Spiegel geteilt, der im Winkel von 45 Grad zur ursprünglichen Ausbreitungsrichtung des Lichtes steht. Die resultierenden Lichtstrahlen werden jeweils wieder von einem Spiegel zurück auf den halbdurchlässigen Spiegel reflektiert. Jeweils ein Teil der beiden Lichtstrahlen, die vom halbdurchlässigen Spiegel transmittiert bzw. reflektiert werden (siehe Skizze), laufen dann 'aufeinander' weiter und können miteinander interferieren. Die sich ergebende Intensität wird von einem Detektor erfasst.

Die Phasenverschiebung der beiden zum Detektor laufenden Lichtstrahlen hängt vom Abstand der beiden reflektierenden Spiegel zum halbdurchlässigen Spiegel ab. Bei Phasenverschiebungen von $\Delta s_{max} = k \cdot \lambda$ ist konstruktive Interferenz zu erwarten, bei Phasenverschiebungen von $\Delta s_{min} = \frac{2k+1}{2} \cdot \lambda$ hingegen destruktive Interferenz.

2.1 Interferometrische Beobachtung der sehr geringen magnetostriktiven Längenabhängigkeit vom Magnetfeld bei Nickel

Wird ein Ferromagnet in ein Magnetfeld gebracht, richten sich die Weißschen Bezirke entlang des Magnetfeldes aus. Dies führt zu einer minimalen elastischen Längenänderung.

Im Versuch wird ein Nickelstab, der mit einer Spule umwickelt ist, untersucht. Auf der Stirnseite des Stabes ist ein Spiegel eines Michelson-Interferometers angebracht. Ändert der Stab seine Länge, sollten am Interferometer Intensitätsmaxima und -minima zu beobachten sein, über die (Anzahl der Durchgänge) die Längenänderung bei Einschalten des Magnetfeldes (Strom durch Spule) errechnet werden kann.

Für die Längenänderung gilt

$$\Delta l = c_{Ni} \cdot l \cdot H \quad (9)$$

wobei c_{Ni} den Magnetostruktionskoeffizienten, l die Länge des Nickelstabs und H die Magnetfeldstärke bezeichnet. Für H gilt (N : Anzahl der Windungen, I : Stromstärke durch Spule, L : Länge der Spule)

$$H = \frac{N \cdot I}{L}. \quad (10)$$

Setzt man H in Δl ein, nimmt an dass $l=L$ gilt und löst nach c_{Ni} auf erhält man:

$$\Delta l = c_{Ni} \cdot N \cdot I \Leftrightarrow c_{Ni} = \frac{\Delta l}{NI} \quad (11)$$

Damit lässt sich der Magnetostruktionskoeffizient berechnen.

2.2 Bestimmung der Wellenlänge des Lichtes durch Verschiebung einer der Spiegel beim Michelson-Interferometer

In diesem Versuch wird ein anderes Michelson-Interferometer verwendet, bei dem ein Spiegel verschoben und diese Verschiebung genau gemessen werden kann. Zur Bestimmung der Wellenlänge des verwendeten Lichtes wird dieser Spiegel verschoben und der Spiegelabstand Δx zwischen zwei Interferenzminima (genauer zu bestimmen als Maxima) gemessen. Wie leicht einzusehen ist, muss für diesen Abstand die Beziehung

$$2 \cdot \Delta x = n \cdot \lambda \Leftrightarrow \lambda = \frac{2\Delta x}{n} \quad (12)$$

gelten. Dabei bezeichnet n eine Nummerierung der Minima (Nullpunkt beliebig). Um möglichst genaue Ergebnisse zu erhalten, werden viele Wertepaare $(\Delta x, n)$ aufgenommen und dann Δx über n aufgetragen. Über einen linearen Fit wird die Steigung des Graphen k bestimmt. Die Wellenlänge ergibt sich dann mit

$$\lambda = 2k \quad (13)$$

2.3 Demonstration des Dopplereffektes mit Lichtwellen im Falle $v \sim c$

Der Dopplereffekt tritt auf, wenn sich Quelle oder Sender einer Welle (zum Beispiel einer elektromagnetischen Welle) aufeinander zubewegen oder sich voneinander entfernen. Bewegen sie sich aufeinander zu, wird die Welle als höherfrequenter wahrgenommen, entfernen sie sich voneinander, wird sie als niederfrequenter wahrgenommen. Diese Frequenzänderung lässt sich durch

$$f = \frac{c \pm v_B}{c \mp v_S} f_0 \quad (14)$$

beschreiben (oben +, unten - bei Nähern, andersrum beim Entfernen). v_B ist dabei die Geschwindigkeit des Beobachters, v_S die des Senders.

Im Versuch wird einer der Spiegel motorgetrieben bewegt. Es soll die resultierende Frequenzänderung Δf bestimmt werden. Der bewegte Spiegel wirkt in diesem Fall sowohl als Sender als auch als Quelle ($v_S = v_B$). Für den Frequenzunterschied ergibt sich dann:

$$\Delta f = f - f_0 = f_0 \cdot \left(\frac{1 \pm \frac{v}{c}}{1 \mp \frac{v}{c}} - 1 \right) = f_0 \cdot \frac{\pm 2\frac{v}{c}}{1 \mp \frac{v}{c}} \approx \pm 2\frac{v}{\lambda} \quad (15)$$

Hier wird die Beziehung $\frac{f_0}{c} = \frac{1}{\lambda}$ und die Näherung $c \gg v$ benutzt.

Am Detektor des Michelson-Interferometers überlagern sich nun die die E-Felder der Elektromagnetischen Wellen folgendermaßen:

$$E = E_0 \cdot \sin(2\pi f_0 t) + E_0 \cdot \sin(2\pi(f_0 + \Delta f)t) = 2E_0 \cdot \cos(\pi \cdot \Delta f \cdot t) \cdot \sin(2\pi t(f_0 + \frac{\Delta f}{2})) \quad (16)$$

Hier wird das Additionstheorem $\sin(x) + \sin(y) = 2\sin(\frac{x+y}{2}) \cdot \cos(\frac{x-y}{2})$ verwendet.

In dieser Formel ist schnell eine Schwebung zu erkennen: Die maximale Intensität schwingt mit $\cos(\pi \cdot \Delta f \cdot t)$; dieser Term bildet eine Einhüllende der eigentlichen Schwingung. Der Frequenzunterschied Δf kann nun bestimmt werden, indem mit einer Stoppuhr der Zeitabstand zwischen n Intensitätsminima dieser Schwebung bestimmt wird (Da die Lichtintensität proportional zu E^2 ist, ist die Lichtintensität dann Null, wenn E auch Null ist). Es gilt dann:

$$n \cdot 2\pi = 2\pi \cdot \Delta f \cdot \Delta t \Leftrightarrow \Delta f = \frac{n}{\Delta t} \quad (17)$$

Mithilfe der Gleichung $\Delta f \approx \pm 2 \frac{v}{\lambda}$ lässt sich nun auf die Geschwindigkeit des Spiegels schließen:

$$v = \frac{\Delta f \cdot \lambda}{2} = \frac{n \cdot \lambda}{2 \cdot \Delta t} \quad (18)$$

Somit kann die Geschwindigkeit des Spiegels genau bestimmt werden.

2.4 Akustisches Analogon zu Aufgabe 2.3

In diesem Versuch soll eine Stimmgabel vom Ohr hin- und wegbewegt werden. Dabei sollte sollte wegen des Dopplereffekts ein höherer Ton zu hören sein, wenn man die Stimmgabel auf das Ohr zubewegt, und ein niedrigerer Ton, wenn die Stimmgabel vom Ohr wegbewegt wird.

Dies soll erneut durchgeführt werden, wenn eine reflektierende Wand in der Nähe ist: Nun sollten wie in Aufgabe 2.3 beim Hin- und Herbewegen Schwebungen zu hören sein, da die von der Wand reflektierte Schallwelle eine andere Frequenz hat, als die, die direkt von der Stimmgabel ins Ohr gelangt.

3 Faraday-Effekt und Pockels-Effekt

Die folgenden Versuche behandeln zwei Effekte, über die beide die Polarisationsrichtung von Licht verändert werden können:

- (a) **Faraday-Effekt:** Hier wird die Polarisationsrichtung einer polarisierten elektromagnetischen Welle beim Durchgang durch ein transparentes Medium gedreht. Dies geschieht meistens dann, wenn dielektrische Materialien magnetischen Feldern parallel oder antiparallel zur Ausbreitungsrichtung ausgesetzt werden. Die Drehung wird mit größeren Magnetfeldern stärker.

Die resultierende Drehung wird durch die Gleichung

$$\beta = V \cdot d \cdot B \quad (19)$$

beschrieben, wobei β den Drehwinkel, V die Verdetkonstante (abh. von Medium und λ), d die Länge des Mediums und B die magnetische Flussdichte bezeichnet.

Die Drehung ist dann mathematisch negativ (Rechtsdrehung), wenn die Verdetkonstante positiv und das Magnetfeld parallel zur Ausbreitungsrichtung ausgerichtet ist. Ein negatives V oder ein antiparallel ausgerichtetes Magnetfeld führt zu einer mathematisch positiven Drehung. Das bedeutet, dass sich der Drehwinkel bei zweimaligem Durchgang verdoppelt.

- (b) **Pockels-Effekt:** Dieser Effekt tritt bei Kristallen auf und bewirkt, dass entweder ein isotroper Kristall in einem elektrischen Feld doppelbrechend wird oder dass ein doppelbrechender Kristall seine Doppelbrechung verändert.

Die Brechzahldifferenz zwischen schneller und langsamer optischer Achse wird durch die Formel

$$\Delta n = -\frac{1}{2} n_0^3 r_{eff} E = k \cdot E \quad (20)$$

beschrieben, wobei n_0 den unmodifizierten Brechungsindex, E das elektrische Feld und r_{eff} den effektiven elektro-optischen Tensor bezeichnet. Da Δn linear proportional zum äußeren Elektrischen Feld E ist, bezeichnet man den Effekt auch als linearen optoelektrischen Effekt.

3.1 Intensitätsmodulation über Faraday-Effekt

In diesem Versuch soll die Intensität eines Laserstrahls durch den Faraday-Effekt moduliert werden. Dazu wird linear polarisiertes Laserlicht durch einen Bleisilikatglasstab geschickt, der sich in einem longitudinalen Magnetfeld befindet. Die Spannung am Bleisilikatglasstab wird von einem MP3-Player erzeugt. Das resultierende Magnetfeld und damit der für das Licht resultierende Drehwinkel ist also zeitlich nicht konstant, die Polarisationsrichtung wird (abhängig von der Musik) gedreht.

Dies ändert jedoch noch nichts an der Intensität. Um eine Intensitätsmodulation zu erreichen, wird der Laserstrahl nun anschließend durch einen Polarisationsfilter geleitet. Für die Intensität nach dem Polarisationsfilter gilt die Beziehung $I = I_0 \cdot \cos^2(\alpha)$, womit die Intensität nach dem Polarisationsfilter von der Polarisationsrichtung des einfallenden Lichts abhängt. Die günstigste Stellung des Polarisationsfilters befindet sich in der Nähe des Intensitätsminimums.

Der Lichtstrahl soll nun auf eine Fozelle geleitet werden, die eine intensitätsabhängige Spannung ausgibt. Diese wird verstärkt und an einen Lautsprecher geleitet. Es sollte Musik zu hören sein.

Dabei sollte zu hören sein, dass hohe Frequenzen bei der Übertragung benachteiligt werden. Dies liegt daran, dass bei der Erzeugung des Magnetfelds in der Spule Selbstinduktion auftritt, und damit hohe Frequenzen hier herausgefiltert werden (Lenz'sche Regel).

3.2 Bestimmung der Verdet'schen Konstante

In diesem Versuch soll die in der Formel für den Drehwinkel beim Faraday-Effekt auftretende Verdet'sche Konstante bestimmt werden. Dazu wird diese Formel umgestellt:

$$V = \frac{\alpha}{B \cdot l} \quad (21)$$

Dazu wird die Spule um den Bleisilikatglasstab mit Gleichstrom betrieben und so ein konstantes B-Feld erzeugt. Um V zu bestimmen, muss der Drehwinkel α gemessen werden. Es kann nun entweder direkt der Drehwinkel mit einem Polarisationsfilter gemessen oder über die Intensitätsverhältnisse mit $\alpha = \arccos(\sqrt{\frac{I}{I_0}})$ berechnet werden. Die Stärke des Magnetfelds kann leicht über den Spulenstrom und die Länge der Spule berechnet werden; die Länge des Glasstabes soll gemessen werden.

Es sind keine sonderlich genauen Ergebnisse zu erwarten, da der Drehwinkel nur sehr klein ist.

3.3 Intensitätsmodulation über Pockels-Effekt

Nun soll linear polarisiertes Laserlicht zuerst durch zwei Linsen und dann durch einen Lithiumniobat-Kristall geschickt werden, der einem äußeren Elektrischen Feld ausgesetzt ist, das um 45° gegen die Polarisationsrichtung des Laserlichts gedreht ist. Das Elektrische Feld wird wieder durch die Ausgangsspannung eines MP3-Players, die verstärkt wird, gespeist. Hinter dem Kristall ist ein Polarisationsfilter angebracht, der um 90° gegen die ursprüngliche Polarisationsrichtung des Laserlichtes gedreht ist.

Durch das Elektrische Feld entsteht im Kristall nun eine schnelle optische Achse entlang des Feldes, die anderen optischen Achsen bleiben unverändert. Dadurch entsteht beim Lichtstrahl eine Phasenverschiebung (und damit eine Änderung der Polarisationsrichtung) zwischen der E-Feld-Komponente entlang der optisch schnellen Achse und der Komponente entlang der optisch langsamen Achse.

Bislang hat der aus dem Kristall wieder austretende Lichtstrahl jedoch noch eine unveränderte Intensität. Eine Intensität, die vom angelegten Elektrischen Feld und damit von der Eingangsspannung abhängt, erreicht man durch den Polarisationsfilter, der hinter dem Kristall angebracht ist. Dieser ist um 90° gegenüber der ursprünglichen Polarisationsrichtung des Lichtes gedreht. Das bedeutet, dass ohne angelegte Spannung (und damit ohne Doppelbrechung \rightarrow keine Änderung der Polarisationsrichtung) die Intensität nach dem Polfilter Null ist. Die Intensität nach dem Polfilter ist dann ungleich Null, wenn eine Spannung angelegt und damit die Polarisationsrichtung gedreht wird.

Wie bei der Intensitätsmodulation über den Faraday-Effekt soll nun das optische Signal über einen Lautsprecher ausgegeben werden.

Außerdem soll das aus dem Polarisationsfilter austretende Licht auf einen Schirm projiziert werden. Darauf wird eine Hyperbelstruktur zu beobachten sein. Diese Hyperbelstruktur ist darauf zurückzuführen, dass Lichtstrahlen (durch die vor dem Kristall befindlichen Linsen) in unterschiedlichen Winkeln auf den Kristall treffen und dadurch unterschiedlich gebrochen werden.

3.4 Bestimmung der Konstante $k = \frac{\Delta n(E)}{E}$

Um k zu bestimmen, wird hier der selbe Versuchsaufbau wie in der vorhergehenden Aufgabe verwendet, nur dass hier konstante Spannungen an die Pockelszelle angelegt werden.

Für die Brechzahldifferenz gilt (wie oben bereits beschrieben):

$$\Delta n(E) = k \cdot E = k \cdot \frac{U}{d} \quad (22)$$

Außerdem gilt für die Phasendifferenz zwischen ordentlichem und außerordentlichem Lichtstrahl nach dem Durchgang durch ein doppelbrechendes Medium der Länge s:

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \cdot (n_{ao} - n_o) \cdot s = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta n \cdot s \quad (23)$$

Setzt man Δn ein, so erhält man:

$$\phi = \frac{2\pi s k U}{\lambda_0 d} \quad (24)$$

Auflösen nach U, ableiten nach ϕ :

$$\frac{dU}{d\phi} = \frac{\lambda_0 d}{2\pi s k} \quad (25)$$

Bei einer Phasenverschiebung von $\phi = \pi$ (dann interferiert das Licht destruktiv) ergibt sich aus obiger Gleichung die sogenannte Halbwellenspannung

$$U_{HW} = \frac{\lambda_0 d}{2s k} \quad (26)$$

Also gilt:

$$k = \frac{\lambda_0 d}{2s \cdot U_{HW}} \quad (27)$$

Im Versuch soll nun die an die Pockelszelle angelegte Spannung von -2000V bis 2000V variiert werden. Dabei werden wegen der auftretenden Interferenz immer wieder Intensitätsmaxima und Intensitätsminima zu beobachten sein. Deren Ordnung und die zugehörigen Spannungen werden notiert. Die Halbwellenspannung U_{HW} ist die Steigung des sich ergebenden Spannungs-Ordnungs-Graphen.

Alle restlichen zur Berechnung von k benötigten Größen können leicht gemessen werden.

4 Optische Aktivität/Saccharimetrie

Optisch aktive Materialien können ohne äußeres B-Feld die Polarisation von Licht ändern. Messbar wird dieser Effekt am einfachsten mit linear polarisiertem Licht. Optisch aktiv sind solche Materialien, die chirale Moleküle enthalten. Hierbei bezeichnet Chiralität die 'Händigkeit': Moleküle können zwar die gleiche Summenformel aufweisen, aber räumlich anders angeordnet sein.

Als Drehwinkel α wird der Winkel bezeichnet, um den die Polarisation beim Durchdringen eines optisch aktiven Materials gedreht wurde.

Als Drehvermögen wird bezeichnet (k: Konzentration, l: Weglänge durch Material):

$$[\alpha] = \frac{\alpha}{k \cdot l} \quad (28)$$

Als 'enantiomorph' werden Molekülpaare bezeichnet, bei denen das eine die gespiegelte Variante des anderen darstellt. Bei solchen Molekülpaaren ist der Betrag der Drehung gleich, aber die Richtung verschieden. Gibt es beide Molekülsorten in einem Material, wird der Drehwinkel verringert. Bei gleichen Mengen ist $\alpha = 0$.

4.1 Versuche

1. Zunächst soll anhand einer Haushaltszuckerlösung das Drehvermögen und Drehrichtung bei verschiedenen Konzentrationen untersucht werden.
Außer von der Konzentration ist α abhängig vom Weg durch das optisch aktive Material und vom Drehvermögen (Materialeigenschaft).
2. Im Vergleich zur Haushaltszuckerlösung wird nun das Drehvermögen einer Sorbose-Lösung (entgegengesetzt drehend) untersucht.

5 Quellen

- <http://de.wikipedia.org/wiki/Fourierreihe>
- http://de.wikipedia.org/wiki/Optische_Aktivit%C3%A4t
- Schematischer Aufbau Michelson-Interferometer: <http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/3/32/Michelson-Morley.svg/1000px-Michelson-Morley.svg.png>