

			SS/V	D< <u>0</u> .12./
Praktikum: (X/I	22) (M /I	Di/ M/M)	Gr	uppe-Nr: <u>11</u>
Name:Fleig	Ş V	orname:	Geor	g
Name:Krau	ıse V	orname:	Marc	el
Versuch:	Laser B	(pt/o	hne)	Fehlerrechnung
Betreuer:Sar	ah Wiegele	Durch	geführt	am: 22.05.12
Abgabe am:				
Rückgabe am:		Begrü	Indung	:
2. Abgabe am:				
Ergebnis: (+	/ 0 / -)	Fehlerrech	nung:	ja / nein
Datum:		Handzeiche	en:	
Bemerkungen:				

Zutreffendes einkreisen oder nicht Zutreffendes streichen

vom Betreuer auszufüllen



FAKULTÄT FÜR PHYSIK, Universität Karlsruhe (TH) Physikalisches Praktikum P2 für Physiker und Lehramtskandidaten



Versuch P2-23,24,25: Laser B Raum F1-16

Obwohl A.Einstein schon 1917 von der theoretischen Existenz stimulierter Emission berichtet hat, wurde erst 1954 dieses Phänomen experimentell nachgewiesen. Mit dem darauf basierenden optischen Laser stehen der Forschung und der Technik seit 1960 Lichtquellen zur Verfügung, die sich durch extrem große Kohärenzlänge, sehr gute Parallelität und große 'Energiestromdichte' auszeichnen.

Sie verwenden bei diesem Versuch den Laser als ideale Lichtquelle für Beugungs- und Interferenzexperimente und lernen Anwendungen wie z.B. die Holographie kennen.

SICHERHEITSHINWEISE: DER LASERSTRAHL IST GEFÄHRLICH FÜR DIE AUGEN! NIE DIREKT IN DEN STRAHL HINEINSEHEN! Bei allen Justier- und Aufbauarbeiten Laserschutzbrillen tragen!

Da beim Experimentieren spiegelnde Flächen im Strahl unvermeidlich sind und die Strahllage nicht festliegt, ist besondere Vorsicht geboten. Bleiben Sie beim Experimentieren in der Regel stehen, mit den Augen also weit über der Strahlhöhe. Stark aufgeweitetes oder gestreutes Laserlicht, z.B. von matten Flächen, vom Schirm, vom Hologramm etc., ist bei den verwendeten, relativ schwachen Lasern ungefährlich.

Aufgaben:

1. Messen Sie in einem 'on-line'-Experiment die Beugungsfigur eines Spaltes aus und gewinnen Sie durch Fourier-Transformation ein Bild des Spaltes zurück.

Das Experiment hat demonstrativen Charakter. Es soll mit den übrigen Gruppen gemeinsam und mit Unterstützung des Betreuers ausgeführt werden. Ein Phototransistor mit schmalem Spalt wird rechnergesteuert von einem Schrittmotor durch die Beugungsfigur geführt und die Intensitäten werden gemessen. Der Verstärkungsfaktor eines Vorverstärkers wird dabei rechnergesteuert um bis zu drei Zehnerpotenzen verändert und an die jeweilige Intensität angepaßt. Die intensitätsproportionalen Gleichspannungen werden durch einen Analog-Digital-Wandler (ADC) digitalisiert und im Rechner gespeichert. Das Rechnerprogramm enthält neben den Steuerroutinen (z.B. für den Schrittmotor und für die Verstärkerumschaltung) und den Meßroutinen (z.B. für die A/D-Wandlung nach dem Prinzip der sukzessiven Approximation) auch Auswerteroutinen. Eine dieser Routinen setzt voraus, daß ein Einfachspalt als Beugungsobjekt dient. Dann kann zu den Wurzeln aus der Intensität jeweils das richtige Vorzeichen ergänzt und so eine Amplitudenfigur gewonnen werden. Ein FFT-Programm ('Fast Fourier Transform') transformiert diese dann zurück in ein Spaltbild. Die Darstellungen der Beugungsfigur und des berechneten Spaltbildes am Bildschirm können als Hardcopy am Drucker ausgegeben werden.

Wegen der bei der Messung von Beugungsfiguren komplizierterer Objekte fehlenden Phaseninformation ist das Verfahren der Fourier-Rücktransformation dann nicht so einfach. Über Einzelheiten des Versuchsaufbaus, der Elektronik und des Programms informiert bei Interesse gerne das Personal im Praktikum. Beim Versuch wird aber keine Befassung mit Details erwartet.

2. Anwendungen des Michelson-Interferometers

2.1 Beobachten Sie interferometrisch die sehr geringe magnetostriktive Längenabhängigkeit vom Magnetfeld bei Nickel und bestimmen Sie den Magnetostriktionskoeffizienten. Einer der Interferometerspiegel sitzt bei diesem Interferometer auf der Stirnfläche des untersuchten Ni-Stabes, der von einer Spule umgeben ist. Der Strom durch die Spule soll nicht über 0,5A betragen und jeweils nur kurz eingeschaltet sein, weil sonst die thermische Ausdehnung den Magnetostriktionseffekt überdeckt. Nutzen Sie beide Stromrichtungen.

2.2 Bestimmen Sie aus den beobachteten Änderungen der Interferenzfigur bei gemessener Verschiebung eines der Spiegel die Wellenlänge des Laserlichts. Ab hier wird ein anderes Interferometer als bei 2.1 benutzt! Notieren Sie mehrere Verschiebungen und die zugehörigen Anzahlen von Wechseln in der Interferenzfigur, denn die Auswertung soll mit Ausgleichsrechnung erfolgen.

2.3 Demonstrieren Sie den 'Dopplereffekt' mit Lichtwellen im Falle v ~ c und messen Sie interferometrisch eine extrem geringe Geschwindigkeit. Bewegen Sie dazu motorgetrieben einen der Interferometerspiegel gleichmäßig, und beobachten Sie die resultierende geringe Frequenzänderung Δv anhand des 'Durchlaufens' der Interferenzfigur. Der Betreuer gibt Hinweise zur geeigneten Justierung des Interferometers. Der bewegte Spiegel stellt bei diesem Versuch sowohl einen bewegten Empfänger als auch eine bewegte Quelle dar. Bestimmen Sie Δv durch Auszählen der Intensitätsschwankungen über bekannte Zeiten (Stoppuhr). Berechnen Sie dann aus Δv und λ (Laser) die Spiegelgeschwindigkeit, die Sie zum Vergleich auch auf direkte Weise ermitteln sollen. Daß hier von Dopplereffekt gesprochen wird, obwohl es sich wie bei 2.2 um Änderungen der Interferenzfigur bei veränderter Spiegellage handelt, ist kein Widerspruch sondern eine äquivalente Beschreibung.

2.4 Akustisches Analogon zu 2.3: Bewegen Sie eine schwingende Stimmgabel von Ihrem Ohr weg und auf Ihr Ohr zu und zwar einmal, wenn keine und dann, wenn eine reflektierende Wand in der Nähe ist.

3. Faraday-Effekt und Pockels-Effekt

3.1 Modulieren Sie die Intensität des Laserlichts durch Anwendung des Faraday-Effekts (Magnetooptischer Effekt, Magnetorotation), indem Sie das linear polarisierte Laserlicht erst einen Bleisilikatglasstab im longitudinalen Magnetfeld und dann ein Polarisationsfilter durchlaufen lassen. Die Magnetfeldspule speisen Sie vom Zweitlautsprecher-Ausgang eines MP3-Players. Fangen Sie das modulierte Licht mit dem Photoelement in der Frontplatte des NF-Verstärkers mit Lautsprecher auf. Suchen Sie die günstigste Stellung des Polarisationsfilters (in der Nähe des Intensitätsminimums). Warum werden die hohen Frequenzen hier wohl so deutlich hörbar benachteiligt? Stellen Sie hier und bei den weiteren Aufgaben das Polarisationsfilter an Stellen möglichst großen Strahlquerschnitts auf!

3.2 Bestimmen Sie die Verdetsche Konstante $V = \alpha / B \cdot l$ von Bleisilikatglas. Betreiben Sie dazu die Spule mit Gleichstrom. Wegen der Gefahr der Zerstörung und wegen hinderlicher Strahlkrümmung bei starker Erwärmung sind maximal 3A für kurze Zeit erlaubt. Eventuell sind Abkühlungspausen nötig. Wegen des kleinen Drehwinkels α ist die erreichbare Genauigkeit recht schlecht. Nutzen Sie beide Stromrichtungen aus. So gewinnen Sie immerhin den Faktor 2. Sie können probeweise statt der direkten Winkelmessungen auch Intensitätsmessungen machen und das Malus-sche Gesetz ausnutzen.

3.3 Modulieren Sie die Intensität des Laserlichts durch Anwendung des Pockels-Effekts (linearer elektrooptischer Effekt, induzierte Doppelbrechung, $\Delta n(E) = k \cdot E$), indem Sie das linear polarisierte Laserlicht einen Lithiumniobat-Kristall mit transversalem elektrischen Feld (Feldrichtung 45° gegen die Polarisationsrichtung des Laserlichts gedreht) und ein Polarisationsfilter (90° gegen die Polarisationsrichtung des Laserlichts gedreht) durchlaufen lassen. Die Kondensatorplatten (Elektroden) am Kristall werden an die Serienschaltung von Gleichspannung (wenige 100V) und NF-Spannung (vom Lautsprecher-Ausgang eines MP3-Players über einen Transformator) angeschlossen.

Moduliertes Licht wird mit dem Photoelement in der Frontplatte des NF-Verstärkers mit Lautsprecher an einer günstigen Stelle des Strahlungsfeldes empfangen. Das Laserlicht wird mit einer +10mm-Linse stark divergent gemacht. Dieses divergente Licht wird mit einer +30mm-Linse im Zentrum der Pockelszelle fokussiert, damit es die Zelle ohne Reflexion an den Seitenflächen des Kristalls passiert. Das austretende Licht liefert hinter einem Polarisationsfilter auf einem Schirm ein großflächiges Bild mit Hyperbelstruktur. Erläutern Sie das Zustandekommen dieses Bildes.

3.4 Bestimmen Sie die Konstante $\mathbf{k} = \Delta n(E) / E$ für den Pockels-Effekt bei LiNbO₃ für die Wellenlänge des Laserlichts. Die Anordnung ist die bei 3.3 beschriebene ohne NF-Einkopplung. Variieren Sie die Spannung an der Pockelszelle von -2000V bis +2000V und notieren Sie die Werte, bei denen im Zentrum der Hyperbelfigur Helligkeitsextrema (Maxima oder Minima) auftreten. Numerieren Sie diese Extrema fortlaufend und bestimmen Sie die Steigung der Ausgleichsgeraden 'Spannung über Nummer'. Die Steigung heißt 'Halbwellenspannung'. Sie erhalten daraus d $\mathbf{\phi}$ /dU, die Änderung der Phasenverschiebung

 $\phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n_{ao} - n_o) s = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta n \cdot s$ zwischen ordentlichem und außerordentlichem Strahl längs der Strecke s

mit der Änderung der angelegten Spannung U. Mit der bekannten Vakuumwellenlänge λ_0 des Laserlichts und den bekannten geometrischen Daten des LiNbO₃-Kristalls ergibt sich dann die Konstante k. Beim Messen kann auf ein Photoelement mit Meßinstrument verzichtet und auf das Auge vertraut werden. Beachten Sie, daß der verwendete Kristall auch ohne elektrisches Feld schon doppelbrechend ist. Beachten Sie die Ähnlichkeiten bei der Veränderung der Doppelbrechung bei mechanischer Spannung und bei Einwirkung eines elektrischen Feldes.

4. Optische Aktivität (Saccharimetrie)

4.1 Bestimmen Sie das spezifische optische Drehvermögen $[\alpha] = \alpha / k l$ einer Haushaltszuckerlösung bei verschiedenen Konzentrationen sowie die Drehrichtung. (α in °; k in g/cm³; l in dm)

Zeigen Sie, daß der Drehwinkel α proportional zur Länge 1 des Lichtweges durch die Lösung (nur zwei Meßpunkte: Küvette längs und quer durchstrahlt) und zur Konzentration k (Masse des gelösten Stoffes durch Lösungsvolumen, bis etwa 0,3 g/cm³, Lösungsmittel Wasser, mit höchster Konzentration beginnen) ist. Von welchen weiteren Parametern ist α wohl abhängig? Wenn Sie die Konzentration ändern, während Sie den durchtretenden Laserstrahl beobachten, scheint dieser 'krumme Wege zu gehen'. Beachten Sie Ähnlichkeiten bei der optischen Aktivität und beim Faraday-Effekt.

4.2 Bestimmen Sie das spezifische optische Drehvermögen einer entgegengesetzt drehenden Sorbose-Lösung mit vorgegebener Konzentration.

Spülen Sie vor dem Einfüllen der Sorboselösung die Küvette gründlich. Zuckerreste stören! Verändern Sie hier die Konzentration nicht, und füllen Sie die vergleichsweise teure Lösung in die Flasche zurück.

P 2 / 23 (Kabine 1)	P 2 / 24 (Kabine 2)	P 2 / 25 (Kabine 3)				
Experimentiertisch (mit 3m-Zeißschiene), dazu: diverse Verschiebereiter						
2mW-He-Ne-Laser, 632,8nm (geschlossene Bauweise mit integriertem Netzteil, polarisiert)						
mit Schlüsselschalter	mit Schlüsselschalter mit Kippschalter mit Schlüsselschalter					
 Strahlaufweitungssystem Justieraufbau mit Fassungen Halter für Linsen, Blenden Schirm (groß, weiß) Strahlaufweitungssystem Strahlaufweitungssystem Justieraufbau mit Fassungen Halter für Linsen, Blenden Schirm (groß, weiß) Schirm (groß, weiß) 						
Vielfachmessinstrument VoltcraftVielfachmessinstrument VoltcraftVielfachmessinstrument VoltcraftM-4660AM-46506500						
Amperemeter (Gossen Manometer, ohne Zusatzwiderstände 100mV/1mA {Vorsicht!}, dazu Shunts für 500mA und für 5A zur Messung der Spulenströme)						
Fu	nktionsgenerator FG 800 / 0,2 Hz – 200	KHz				
Netzgerät für die Gleich-spannung an der Pockelszelle, einstellbar bis ca. 2000V, mit integriertemNetzgerät für die Gleich-spannung an der Pockelszelle, einstellbar bis ca. 2000V, -mit integriertemModulationstrafo (Eigenbau)Modulationstrafo (Eigenbau)						
NF-Verstärker für mod. Strahlung / AF-Amplifier						
Stromversorgungsgerät / Labor-Netzgerät (stufenlos einstellbar, kurzzeitig bis 4A)						
Polarisationsfilter (d=10cm, auf Stift, drehbar, mit Winkelskala,						
ni	nicht im unaufgeweiteten Strahl benutzen!)					

ZUBEHÖR: (Das Zubehör befindet sich teils an den Versuchsplätzen, teils im Schrank. Sehr teures Gerät ist nur zweifach für drei Versuchsplätze vorhanden. Absprache zwischen den Gruppen über die Nutzungsreihenfolge ist ist erforderlich.)

Fc	lgende Elemente in 25mm-Fassung	en:		
• • • •	Polarisationsfilter ohne Skala, Spalt 0,4mm, Lochblende 1mm Irisblende Achromat f=10mm, Sammellinsen f=30mm, 60mm und f=150mm. Tischlampe Taschenlampe 2 Laserschutzbrillen	 Polarisationsfilter ohne Skala, Spalt 0,4mm, Lochblende 1mm Irisblende Achromat f=10mm, Sammellinsen f=30mm und f=150mm. Tischlampe Taschenlampe 2 Laserschutzbrillen 	•	Spalt 0,4mm, Irisblende Achromat f=10mm, Sammellinsen f=30mm und f=150mm. Taschenlampe

Im Schrank:

- Lichtdetektor Si-Photoelement (BPW34, kleinflächig, 2,7mm 2,7mm, wird nur im Elementbetrieb verwendet, d.h. ohne Betriebsspannung direkt an Spannungs- oder Strommessgerät angeschlossen. Anschluss an den mit + und - bezeichneten Stiften mit spezieller Leitung) ,einfach vorhanden
- Lichtdetektor Si-Photoelement (d=12mm, wie bei Versuchsteil A), einfach vorhanden
- Lichtdetektor für moduliertes Licht (mit Photoelement 2,7mm 2,7mm, NF-Verstärker und Lautsprecher, Netzbetrieb),
- 3-mal: Michelson-Interferometer (mit Feinverstellung eines Spiegels durch 10:1-Hebeluntersetzung und Mikrometerschraube, dazu aufsteckbare Antriebsrolle für Motorantrieb)
- Jeweils einmal. Michelson-Interferometer (ein Spiegel auf Ni-Stab bzw. Fe-Stab, l=105mm, in Spule n=2000 Wdgn.),
- Synchronmotor (1U/min, mit Antriebsrolle und Gummiriemen für Bewegung des Interferometerspiegels),
- Küvette (198mm•58mm, in Halter auf Stift, für optisch aktive Lösungen ((2 x in Plastik, 1x in Glas)
- Haushaltszucker, 2 Gefäße
- Chemikalienwaage, 1mal Mettler H 315 auf Wägetisch und 3 verschiedene mechanische Waagen
- Bechergläser, Messzylinder, Trichter
- Sorbose-Lösung (optisch aktiv, linksdrehend, k=0,33 g/cm3),
- Faraday-Modulator (Bleisilikatglas in Spule, l=75mm, n=800 Wdgn.)
- Radioapparat (mit Zweitlautsprecherausgang und zugehöriger Anschlussleitung, als Modulationsquelle)
- Lichtdetektor für moduliertes Licht (mit Photoelement 2,7mm x 2,7mm, NF-Verstärker und Lautsprecher, Netzbetrieb)
- Pockelszelle im Drehhalter mit Skala (Winkel zwischen Feld- und Laserpolarisationsrichtung), LiNbO3-Kristall, Höhe = Elektrodenabstand = h = 2mm, Länge = s = 20mm, optische Achse parallel zur Feldrichtung),
- Stimmgabel 1700Hz 2x , Maßband 1x , Stoppuhr 5x
- Aufbau für die optische Bank mit Phototransistor, Schrittmotor und Endschaltern
- Vorverstärker, Schrittmotor- und Relais-Interface.
- 2 Laserschutzbrillen (für Betreuungspersonal)
- Nur 1 –mal vorhanden: Rechner (IBM-kompatibler PC 386SX) mit VGA-Graphikkarte, Graphik-Drucker, Maus, Festplatte, 1,2MB- und 1,44MB-Laufwerk und spezieller Interface-Karte (ADC, DAC, PIO)

Literatur:

Demtröder, *Experimentalphysik 2*, Elektrizität und Optik, Springer-Verlag, 2006 F. Pedrotti et al., *Optik für Ingenieure*, Grundlagen, Springer-Verlag, 2002 Bergmann, Schäfer: *Experimentalphysik*, Bd.3, Optik Landolt - Börnstein, Neue Serie, 1986, Springer – Verlag Band III/19a Hecht, Zajac: *Optics* Koppelmann: *Der Laser - Eine elem. Darst.*, Praxis der Naturwiss., Heft 1/35 (1986), S.37 Mallwitz (Firma Spindler & Hoyer): *Arbeitsunterlagen zum He-Ne-Laser*, Versuche mit kohärentem Licht Kempas (Firma Leybold Didactic), *Elektrisch induzierte Doppelbrechung in einem Kristall*, contact 2/1993 Tradowsky: *Laser, kurz und bündig* Brändli, Dändliker, Hatz: *Laserphysik* Mollwo, Kaule: *Maser und Laser*

Version: März 09

Physikalisches Anfängerpraktikum P2

Versuch: P2-23,24,25 Laser B

Schriftliche Vorbereitung

von

Georg Fleig (georg@leech.it) Marcel Krause (mrrrc@leech.it)

Gruppe: Di-11

Datum der Versuchsdurchführung: 22.05.12

Theoretische Grundlagen

Nachdem wir uns in der Versuchsreihe zu P2-16,17,18 Laser A mit den Grundlagen eines Lasers sowie intensiv mit dessen Beugungseigenschaften beschäftigt haben, werden wir nun in der zweiten Versuchsreihe zum Laser mehr auf dessen Anwendung eingehen. Wir betrachten dazu das mathematische Objekt der Fourier-Transformation in der physikalischen Anwendung. Außerdem beschäftigen wir uns in Versuchen zur Interferometrie, Saccharimetrie und in der Beobachtung des Faraday- und Pockels-Effekts mit der Wechselwirkung des Lasers mit der Umgebung und diversen Medien.

Die wesentlichen Grundlagen und Eigenschaften eines Lasers wurden ausgiebig in der Vorbereitung und Auswertung des Versuchs Laser A diskutiert. Da diese auch für die nachfolgenden Versuche eine wichtige Grundlage darstellen, sei auf dieses Protokoll verwiesen.

Die Rechteck-Funktion und der Kardinalsinus

Im Folgenden benötigen wir zwei spezielle Arten von Funktionen, die Rechteck-Funktion rect und den Kardinalsinus sinc. Erstere ist dabei wie folgt abschnittsweise definiert:

$$\operatorname{rect}(x) := \begin{cases} 1 & , & \text{falls } |x| \le \frac{1}{2} \\ 0 & , & \text{falls } |x| > \frac{1}{2} \end{cases}$$

Das genaue Verhalten an der Stelle $|x| = \frac{1}{2}$ erfreut sich lebhafter mathematischer Diskussion. Im Falle der Signalverarbeitung sei obige Konvention zufriedenstellend.

Den Kardinalsinus definieren wir als:

$$\operatorname{sinc}(x) := \frac{\sin x}{x}$$

Auch hier finden sich, abhängig von der verwendeten Literatur, abweichende Konventionen, die sich in diesem Fall um einen Normierungsfaktor π unterscheiden.

Additionstheoreme der Trigonometrie

Nachfolgend sind zwei Additionstheoreme der Trigonometrie gelistet, die im Folgenden benötigt werden.

$$\sin(x) + \sin(y) = 2\cos\left(\frac{x-y}{2}\right)\sin\left(\frac{x+y}{2}\right)$$
$$\cos^2(x) = \frac{1}{2}\left(\cos(2x) + 1\right)$$

Fouriertransformation

Die Fouriertransformation ist ein mathematisches Objekt aus der Fourier-Analysis. Mit ihrer Hilfe ist es möglich, kontinuierliche, endliche und aperiodisch erscheinende Signale in deren diskretes oder kontinuierliches Spektrum zu überführen. Formal lässt sich dies durch eine Integraltransformation auffassen, welche wir weiter unten näher betrachten wollen. Zunächst soll die mathematische Motivation der Fourier-Analysis geklärt werden.

Die trigonometrischen Funktionen sin und cos stellen in Linearkombinationen einen vollständigen Satz orthogonaler Funktionen dar, nach welchem sich Funktionen f(t) entwickeln lassen. Wir betrachten

zunächst den speziellen Fall, dass f(t) periodisch über eine Periodendauer T sei. Mit Hilfe der Fourier-Synthese lässt sich die Funktion f(t) dann entwickeln zu

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \left(a_k \cos\left(k\omega t\right) + b_k \sin\left(k\omega t\right) \right) \tag{1}$$

wobei die Koeffizienten a_i , b_i der Entwicklung eingeführt wurden. Diese lassen sich bestimmen, indem man (1) zunächst in die Anteile in sin und cos aufteilt, dann mit deren komplex Konjugierten multipliziert und auf beiden Seiten über ein Intervall T integriert. Dabei nutzt man den Orthogonalitätssatz der Entwicklung. Für eine genaue mathematische Ausführung sei auf die im Quellenverzeichnis genannte Literatur verwiesen. Als Koeffizienten ergeben sich so:

$$a_k = \frac{2}{T} \int_{c}^{c+T} dt f(t) \cdot \cos(k\omega t) \quad , \quad b_k = \frac{2}{T} \int_{c}^{c+T} dt f(t) \cdot \sin(k\omega t)$$

Der Koeffizient $c \in \mathbb{R}$ dient einer Verschiebung der Integrationsgrenzen, welche an die Symmetrie des zugrundeliegenden Integranden angepasst werden kann. Die vorkommende Kreisfrequenz ω ist indes über $\omega = \frac{2\pi}{T}$ an die zugrunde liegende Periodendauer (und damit auch an die Grundfrequenz des ursprünglichen Signals) gebunden. Es bietet sich, vor allem aufgrund der auftretenden Integrale, häufig an, die trigonometrischen Funktionen in komplexer Notation zusammenzufassen. Die Fourierreihe (1) wird dann zu

$$f(t) = \sum_{n = -\infty}^{\infty} c_k e^{in\omega t}$$
⁽²⁾

mit den Koeffizienten:

$$c_n = \frac{1}{T} \int\limits_{c}^{c+T} \mathrm{dt} f(t) \cdot e^{-in\omega t}$$

Das durch die Koeffizienten gegebene Spektrum ist im Falle periodischer Funktionen diskret. Wie weiter oben erwähnt, stellen wir durch T-Periodizität eine starke Forderung an die Funktionen f(t). Es ist daher zweckmäßig, eine Verallgemeinerung von (2) für beliebige Funktionen f(t) zu finden. Wir führen dabei den Grenzübergang $T \to \infty$ durch, wodurch das Spektrum kontinuierlich wird. Man wird dabei feststellen, dass die Koeffizienten c_n , die das diskrete Amplitudenspektrum darstellen, im Einzelnen verschwinden.

Deshalb führen wir über die gesamte Summe das kontinuierliche Amplitudendichtespektrum $F(\omega)$ ein. Den Laufindex n fassen wir dabei in ω zu $\omega = n \frac{2\pi}{T}$ zusammen, denn in der Gesamtsumme geht sowohl $T \to \infty$ als auch $n \to \infty$. Der Grenzübergang führt dann zur wohlbekannten Fouriertransformation:

$$F_{\rm f}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} dt f(t) \cdot e^{-i\omega t}$$
(3)

Diese Integraltransformation ist eine bijektive Abbildung, die inverse Transformation existiert und ergibt sich zu:

$$f_{\rm F}(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} dt \ F(\omega) \cdot e^{i\omega t}$$
(4)

Es sei dabei angemerkt, dass die Vorfaktoren in (3) und (4) willkürlich gewählt werden können. Für beliebige, integrable Funktionen f(t) ist (3) nun Fourier-Analyse und (4) Fourier-Synthese.

Man kann die Fouriertransformation auch auf Funktionen $f(\vec{r})$ des Ortes anwenden. Als transformierte Variable ergibt sich dann eine "Ortskreisfrequenz" $\vec{\kappa}$. Ist $\vec{r} \in \mathbb{R}^n$, so ergibt sich in (4) der Vorfaktor $\sqrt{2\pi}^{-n}$ und die Funktionaldeterminante $d^n r$. Dies bietet vor allem in der Optik interessante Möglichkeiten, die wir in Aufgabe 1 noch erläutern werden.

Als abschließendes Beispiel dieser Vorüberlegungen sei noch die eindimensionale, räumliche Fouriertransformation der Rechtecktfunktion rect(x) aufgezeigt. Als Transformierte ergibt sich im wesentlichen die sinc-Funktion $sinc(\kappa)$. Die Transformation ist in den nachfolgenden Schaubildern dargestellt.



Nimmt man das Betragsquadrat der Fouriertransformierten, so stellt man fest, dass dies gerade proportional zum Beugungsbild eines Rechteckspalts in einer Fernfeldnäherung ist. Kennt man also die räumliche Verteilung $f(\vec{r})$ diverser Spalte, Blenden o.Ä., so lässt sich mit Hilfe der Fouriertransformation das zugehörige Beugungsbild des Fernfelds berechnen.

Andererseits kann man unter Kenntnis der Fouriertransformierten eine passende Fourierreihe aufstellen, die einem die Form des Spalts verrät. In unten stehender Skizze ist dies beispielhaft für drei verschiedene Näherungen der Fourierreihe dargestellt. Je mehr Terme man in die Näherung mit einbezieht, desto genauer wird die zugrundeliegende Rechteckfunktion synthetisiert.



Möchte man dabei auf obiges Beispiel der einfachen Rechtecktfunktion zurückgehen, so darf man die Synthese nur im Intervall $[0, \pi]$ durchführen.

Man erkennt in der Skizze bereits bei wenigen Termen die Ausbildung von Peaks an den Sprungstellen der Fouriertransformierten, welche stets etwa 9% vom erwarteten Funktionswert abweichen. Diese Überschwingungen, welche auch bei beliebig genauer Annäherung der Funktion mit endlich vielen Termen nicht verschwinden, werden als Gibbssches Phänomen bezeichnet.

Magnetostriktion

Bringt man einen ferromagnetischen Körper in ein Magnetfeld ein, so richten sich die Weissschen Bezirke des Körpers zum Magnetfeld aus. Bei den meisten Stoffen führt dies zu einer elastischen, isochoren Längenänderung, denn durch das Drehen der magnetischen Dipole in den Weisschen Bezirken findet eine geringe, aber dennoch messbare Änderung der Gesamtlänge statt.

Ist das von außen angelegte Magnetfeld ein Wechselfeld, so wird der ferromagnetische Körper durch Magnetostriktion zu mechanischen Schwingungen angeregt. Diese wiederum regen umgebende Luftmoleküle zu Schwingungen an, die, abhängig vom Frequenzbereich der induzierten mechanischen Schwingungen, im hörbaren Bereich liegen können.

Der Effekt der Magnetostriktion kann einerseits erwünscht sein, wenn man mit Hilfe von Stoffen mit hohem Magnetostriktionskoeffizienten, wie beispielsweise Nickel, Ultraschall erzeugen möchte. Andererseits können die auftretenden Längenänderungen störend sein, wenn sie auf die verwendeten Materialien zerstörend wirken. Auch das berühmte "Netzbrummen" von Transformatoren beruht auf diesem Effekt.

Magnetfeld einer langgezogenen Spule

Eine als lang angenommene Spule der Länge l mit N Windungen, die vom Strom der Stärke I durchflossen wird, verursacht im Vakuum eine magnetische Flussdichte \vec{B} , deren Betrag sich zu

$$B = \mu_0 \frac{N \cdot I}{l}$$

ergibt. In einem magnetisierbaren Medium folgt daraus der Betrag der magnetischen Feldstärke \vec{H} :

$$H = \frac{N \cdot I}{l}$$

Gesetz von Malus

Durchläuft eine linear polarisierte Welle der Intensität I_0 einen idealen Polarisator, der zu einer Referenzachse um den Winkel α verdreht ist, so ergibt sich die durchgelassene Intensität I zu:

$$I = I_0 \cdot \cos^2 \alpha$$

Aufgabe 1: FFT einer Beugungsfigur

In der ersten Aufgabe wollen wir eine konkrete Anwendungsmöglichkeit der Fouriertransformation in der Optik näher betrachten. Mit Hilfe eines Phototransistors messen wir die Beugungsfigur eines Spalts unbekannter Form aus. Die Ausmessung erfolgt dabei computergesteuert über verschiedene Steuer- und Messroutinen. Es ist wichtig anzumerken, dass diese Routinen voraussetzen, dass es sich um einen Einfachspalt handelt. Kompliziertere Spaltbilder können mit den verwendeten Algorithmen kaum bis gar

nicht berechnet werden.

Der Computer berechnet anschließend mit Hilfe einer auf dem "divide et impera"-Prinzip beruhenden fast Fourier transform (FFT) das zugrunde liegende Spaltbild. Diese Möglichkeit ergibt sich, wie wir in den theoretischen Grundlagen angesprochen haben, deshalb, weil die Intensitätsverteilung einer Beugungsfigur im Fernfeld proportional zum Betragsquadrat der Fouriertransformierten des Spaltbilds ist. Die erste Aufgabe hat rein demonstrativen Charakter. Sie soll uns eine der vielen Möglichkeiten computergestützter Optik aufzeigen. Es ist zu erwarten, dass der Computer aus der Intensitätsverteilung mittels FFT das Spaltbild des Einfachspalts einigermaßen genau berechnen wird.

Aufgabe 2: Michelson-Interferometer

Wir werden uns nun in den nachfolgenden Aufgaben im Wesentlichen mit Anwendungen des Michelson-Interferometers beschäftigen. Es soll dabei kurz auf dessen Aufbau, welcher nachfolgend skizziert ist, und auf dessen Funktionsweise eingegangen werden.

Ein Michelson-Interferometer besteht typischerweise aus zwei Spiegeln S_i , einem Strahlteiler ST, einer Strahlungsquelle, welche kohärentes Licht mit ausreichender Kohärenzlänge aussendet sowie einem Detektor, welcher das ausgesandte Licht nach den Reflexionen registrieren kann. Der Ni-Stab, welcher in nachfolgender Skizze angedeutet ist, findet seine Verwendung in Teilaufgabe 2.1. Üblicherweise fixiert man einen der beiden Spiegel, beispielsweise S_1 , und lässt den anderen variabel in einer Achse, die sich parallel zur Quelle befindet.



Ein einzelner Laserstrahl trifft von der Quelle ausgehend auf den Strahlteiler und wird dadurch in zwei Strahlen 1 und 2 aufgeteilt. Das Grundprinzip der Apparatur basiert auf der Interferenz dieser beiden Teilstrahlen am Ort des Detektors. Die Form der Interferenz ist im Wesentlichen von der optischen Wegdifferenz Δs beider Strahlen abhängig. Über

$$\frac{\varphi}{2\pi} = \frac{s}{\lambda}$$

mit der Wellenlänge λ der Strahlung und der Phase φ eines einzelnen Strahls ergibt sich, wenn man annimmt, dass sich alle Teile des Interferometers im selben Medium befinden, die Phasendifferenz zu:

$$\Delta \varphi = 2 \cdot \frac{2\pi}{\lambda} \Delta s \tag{5}$$

Der Faktor 2 ergibt sich aufgrund der Tatsache, dass die Wegdifferenz wegen Hin- und Rücklaufen des Strahls zweimal genommen wird.

Für konstruktive Interferenz ist $\Delta \varphi = 2k\pi$ mit $k \in \mathbb{N}_0$. (5) wird dabei zu:

$$\Delta s = \frac{k\lambda}{2} \tag{6}$$

Für destruktive Interferenz hingegen ist $\Delta \varphi = (2k+1) \cdot \pi$, wodurch sich (5) zu

$$\Delta s = \frac{2k+1}{4} \cdot \lambda \tag{7}$$

ergibt. Das Michelson-Interferometer ist vielseitig verwendbar. Klassisch wurde es im Michelson-Morley-Experiment dazu benutzt, die Brechzahl diverser Medien zu bestimmen, man kann damit allerdings, so wie wir im Zuge dieser Aufgabe, kleinste Abstände ausmessen.

Aufgabe 2.1: Magnetostriktion von Nickel

Wie in den theoretischen Grundlagen angedeutet, besitzt Nickel als ferromagnetischer Stoff ausgeprägte magnetostriktive Eigenschaften. Diese wollen wir nun mit Hilfe des Michelson-Interferometers sichtbar machen und dabei den Magnetostriktionskoeffizienten bestimmen. Dazu befestigen wir einen der beiden Spiegel des Interferometers mit dem unmagnetisierten Nickel-Stab der Länge l_0 und magnetisieren ihn mit einer langen Spule. Im Vergleich zum unmagnetisierten Zustand verändert sich dabei die optische Wegdifferenz Δs beider Teilstrahlen.

Der Zusammenhang zwischen magnetostriktiver Längenänderung Δs und der von außen zugeführten Feldstärke *H* einer langen Spule ergibt sich nach den Vorbemerkungen in den theoretischen Grundlagen zu

$$\Delta s = c_{\text{mag}} \cdot l_0 \cdot H = c_{\text{mag}} \cdot l_0 \cdot \frac{N \cdot I}{l}$$

wobei der Magnetostriktionskoeffizient c_{mag} eingeführt wurde. Umgeformt ergibt sich:

$$\zeta := \frac{l \cdot \Delta s}{l_0 \cdot N} = c_{\text{mag}} \cdot I$$

Im Versuch können wir das Interferometer so einstellen, dass es zu Beginn im entmagnetisierten Zustand ein Extremum der Intensität anzeigt. Dann erhöhen wir den Spulenstrom in diskreten Schritten und registrieren die Anzahl an weiteren Extrema, die wir dadurch beobachten. Gleichungen (6) bzw. (7) liefern dann je nach Wahl der Extrema die optische Wegdifferenz Δs . Tragen wir dann ζ über I auf, so erhalten wir als Steigung einer Ausgleichsgeraden den gesuchten Magnetostriktionskoeffizienten c_{max} .

Es ist im Versuch darauf zu achten, dass eine Stromstärke von $I = \pm 0,5$ A nicht überschritten wird und der Strom außerdem nur kurzzeitig eingeschaltet bleibt, damit der Effekt der Magnetostriktion nicht von thermischen Ausdehnungseffekten überdeckt wird.

Aufgabe 2.2: Wellenlänge des Laserlichts

Da uns als Lichtquelle ein Laser vorliegt, welcher monochromatisches, kohärentes Licht aussendet, ist es naheliegend, mit Hilfe des Michelson-Interferometers dessen emittierte Wellenlänge herauszufinden und mit den Herstellerangaben zu vergleichen. Dies soll Gegenstand dieser Teilaufgabe sein. Wir verwenden für diesen und die nachfolgenden Versuche ein anderes Interferometer als in Aufgabe 2.1, da wir den an einem der Spiegel befestigten Nickel-Stab nicht mehr benötigen.

Wir können die Spiegel des Interferometers so einstellen, dass sich zu Beginn ein Extremum ergibt, beispielsweise ein Maximum. Wir verschieben dann einen der Spiegel um die Strecke Δs und registrieren die Anzahl k der Hell-Dunkel-Durchgänge am Detektor. Die zuvor hergeleitete Formel (6) liefert im Fall von beobachteten Maxima so direkt die verwendete Wellenlänge λ :

$$\lambda = \frac{2\Delta s}{k}$$

Aufgabe 2.3: Dopplereffekt mit Lichtwellen

Als weitere Anwendungsmöglichkeit des Michelson-Interferometers werden wir in den abschließenden beiden Teilaufgaben den Dopplereffekt untersuchen, zunächst unter Verwendung des Laserlichts. Es wird uns dabei mit Hilfe des Interferometers möglich sein, kleinste Geschwindigkeiten zu messen.

Findet zwischen einer Quelle und einem Empfänger einer beliebigen (elektromagnetischen wie auch akustischen) Welle eine Relativbewegung statt, so ändert sich die beim Empfänger gemessene Frequenz $\nu_{\rm E}$ abhängig von der Art der Relativbewegung. Dieses Phänomen nennt man im Allgemeinen den Dopplereffekt. Die nachfolgende Skizze soll dies für ebene Kreiswellen verdeutlichen.



Interpretiert man den zentralen, hellen Punkt als Wellenquelle, die sich nach links bewegt, so erkennt man, dass ein stationärer Beobachter links der Quelle eine höhere Frequenz der emittierten Wellen wahrnehmen würde als ein Beobachter auf der rechten Seite. Im Alltag kennt man diesen Effekt vom Martinshorn von Krankenwagen. Fährt der Krankenwagen auf einen zu, so erscheint der Ton des Martinshorns höher, entfernt sich der Krankenwagen, so erscheint der Ton tiefer. Dies ist ein klassisches Beispiel für den akustischen Dopplereffekt.

Mathematisch lässt sich diese Beobachtung in zwei Formeln fassen, abhängig von der Relativbewegung von Quelle und Sender. Die nachfolgenden Formeln beziehen sich auf den Fall, dass sich sowohl Quelle als auch Sender bewegen. Im Folgenden bezeichnen v_E und v_Q die Geschwindigkeit von Empfänger

und Quelle und ν_Q sowie ν_E die von der Quelle ausgesandte bzw. die beim Empfänger wahrgenommene Frequenz. Letztere ergibt sich dann zu:

$$\nu_{\rm E} = \nu_{\rm Q} \cdot \frac{1 \pm \frac{v_{\rm E}}{c}}{1 \mp \frac{v_{\rm Q}}{c}} \tag{8}$$

Bewegen sich Quelle und Empfänger aufeinander zu, so steht im Zähler das + und im Nenner das -. Entfernen sich Quelle und Empfänger hingegen, sind die Vorzeichen genau umgekehrt.

Im Versuch werden wir einen der Spiegel des Interferometers mit geringer, konstanter Geschwindigkeit vbewegen. Der Spiegel ist so gleichzeitig bewegter Empfänger wie auch bewegte Quelle für das Laserlicht mit $v_Q = v_E = v$, es ist daher zu erwarten, dass sich eine Frequenzverschiebung Δv gegenüber der Frequenz ν_Q der Quelle einstellen wird. Für die Frequenzverschiebung ergibt sich:

$$\Delta \nu = |\nu_{\rm E} - \nu_{\rm Q}| \stackrel{(8)}{=} \nu_{\rm Q} \cdot \left| \frac{1 \pm \frac{v}{c}}{1 \mp \frac{v}{c}} - 1 \right| = \nu_{\rm Q} \cdot \left| \frac{\pm 2\frac{v}{c}}{1 \mp \frac{v}{c}} \right| \stackrel{(*)}{\approx} 2\frac{v}{c} \cdot \nu_{\rm Q} \tag{9}$$

In (*) wurde der Nenner wegen $\frac{v}{c} \ll 1$ in erster Näherung entwickelt. Da wir am Detektor zwei Teilwellen registrieren, die sich nur in der Frequenzverschiebung $\delta \nu$, nicht aber in der Amplitude unterscheiden, finden wir dort Schwebungen vor. Betrachten wir die zeitlich abhängige elektrische Feldstärke E(t) am Detektor, so lässt sich dies mathematisch als Summe zweier Sinusfunktionen auffassen:

$$E(t) = E_0 \cdot \sin(2\pi\nu_Q t) + E_0 \cdot \sin(2\pi(\nu_Q + \Delta\nu)t)$$
$$= 2E_0 \cdot \cos(\pi t \cdot \Delta\nu) \sin(\pi t (2\nu_Q + \Delta\nu))$$

Der vordere trigonometrische Faktor spielt dabei die Rolle der Einhüllenden, ist also der maßgebende Term für die Schwebung und daher der einzige Term, den wir im Folgenden betrachten. Am Detektor registrieren wir stets die Intensität I des Schwebungsanteils der elektromagnetischen Welle. Für diese gilt:

$$I \propto E(t)^2 \propto \cos^2\left(\pi t \cdot \Delta\nu\right) = \frac{1}{2}\left(1 + \cos\left(2\pi t \cdot \Delta\nu\right)\right)$$

Wir können im Versuch beispielsweise die k Maxima bestimmen, die wir am Detektor im Zeitintervall Δt registrieren. Die Intensität I wird immer dann maximal, wenn für $k \in \mathbb{N}$ gilt:

$$2k\pi = 2\pi \cdot \Delta t \cdot \Delta \nu \stackrel{(9)}{\approx} 2\pi \cdot \Delta t \cdot 2\frac{v}{c} \cdot \nu_{\mathbf{Q}} = 2\pi \cdot \Delta t \cdot 2\frac{v}{c} \cdot \frac{c}{\lambda}$$

Damit haben wir eine Bestimmungsgleichung für v gefunden:

$$v = \frac{k\lambda}{2\Delta t}$$

Messen wir also die k Maxima im Zeitabschnitt Δt , so finden wir direkt die gesuchte Geschwindigkeit v des Spiegels.

Aufgabe 2.4: Dopplereffekt mit Schallwellen

Die abschließende Teilaufgabe hat demonstrativen Charakter. Wir werden hier nun den akustischen Dopplereffekt untersuchen, indem den Abstand zwischen einer angeschlagene Stimmgabel von unserem Ohr variieren. Dabei soll der Versuch einmal in unmittelbarer Nähe einer reflektierenden Wand durchgeführt werden, und einmal, wenn keine solche Wand vorhanden ist. Im zweiten Fall werden wir dabei den Dopplereffekt erkennen können, wie er am Beispiel des Martinshorns bereits weiter oben ausgeführt wurde. Im ersten Fall jedoch, wenn zusätzlich eine reflektierende Wand in der Nähe ist, werden wir zusätzlich zum Dopplereffekt analog zu Aufgabe 2.3 Schwebungen registrieren, die aufgrund der Frequenzreinheit einer Stimmgabel deutlich zu hören sein werden.

Aufgabe 3: Faraday-Effekt und Pockels-Effekt

In dieser Aufgabe beschäftigen wir uns nun mit der Wechselwirkung des Laserlichts mit verschiedenen Medien. Dabei wird es uns unter anderem möglich sein, die Intensität des verwendeten Lichts mit Hilfe des Faraday-Effekts und des Pockels-Effekts zu modulieren, die nachfolgend kurz erläutert werden sollen.

Faraday-Effekt

Legt man an ein Medium der Länge d einen zeitlich konstanten, magnetischen Fluss \vec{B} an, und bestrahlt es mit einer polarisierten, elektromagnetischen Welle, so wird man feststellen, dass sich die Polarisationsrichtung nach Durchlaufen des Mediums um einen Winkel α gedreht hat. Diese Erscheinung, die nachfolgend skizziert ist, nennt man, nach ihrem Entdecker, Faraday-Effekt. Historisch lässt sich dieser besonders hervorheben, denn experimentell wurde durch die Beobachtungen erstmalig angedeutet, dass Licht und Magnetismus in einer Relation stehen und keine unabhängigen Phänomene darstellen.



Führt man die vom Medium und von der verwendeten Wellenlänge abhängige Verdet-Konstante V ein, so lässt sich der Drehwinkel α berechnen über:

$$\alpha = V \cdot B \cdot l \tag{10}$$

Pockels-Effekt

Legt man an nicht inversionssymmetrische Kristalle eine Spannung an, so sorgt das dadurch auftretende, elektrische Feld für eine Verschiebung der Kristallelektronen. Sind die Kristalle bereits vor Anlegen der Spannung optisch anisotrop, so entstehen dadurch entweder neue optische Achsen, oder aber bereits vorhandene werden anders ausgerichtet. Dieses Phänomen bezeichnet man als den Pockels-Effekt oder auch den linearen elektrooptischen Effekt. Kristalle, die den Pockels-Effekt aufweisen, sind grundsätzlich auch piezoelektrisch. Man kann die Veränderung der Doppelbrechung also auch durch mechanische Spannung erreichen.

Im optisch anisotropen Medium finden sich bereits vor Anlegen einer äußeren Spannung eine schnelle

sowie eine langsame Achse vor. Dadurch spaltet sich unpolarisiertes, monochromatisches Licht der Wellenlänge λ beim Durchlaufen des Mediums in Anteile der schnellen und in Anteile der langsamen Achse auf. Dadurch entsteht neben dem ordentlichen Strahl, welcher nach dem Snellius-Gesetz gebrochen wird, auch ein außerordentlicher Strahl, welcher diesem Gesetz nicht folgt. Das Schema der Doppelbrechung sei in nachfolgender Skizze kurz aufgeführt.



Legt man von außen nun eine Spannung U an, so kann man bei einem geeigneten Kristall mit dem Brechungsindex n die optische Achse verschieben. Dadurch verändert sich, praktisch verzögerungsfrei, auch die Phasenverschiebung zwischen dem ordentlichen und dem außerordentlichen Strahl. Mathematisch ergibt sich diese Phasenverschiebung φ zu:

$$\delta = 2\pi \cdot r \cdot n_0^3 \cdot \frac{U}{\lambda} \tag{11}$$

Dabei ist r die lineare, elektrooptische Konstante und n_0 der Brechungsindex des unmodifizierten Kristalls. Betrachtet man eine Phasenverschiebung von $\varphi = \pi$, welche einer Halbwellenplatte entspricht, so lässt sich (11) geschickt nach der sogenannten Halbwellenspannung U_{HW} umformen:

$$U_{\rm UW} = \frac{\lambda}{2rn_0^3} \tag{12}$$

Aufgabe 3.1: Intensitätsmodulation mit dem Faraday-Effekt

Wir wollen nun in dieser Teilaufgabe eine Intensitätsmodulation des verwendeten Laserlichts mit Hilfe des Faraday-Effekts durchführen. Als Medium verwenden wir hierbei einen von einer Spule umhüllten Bleisilikatglasstab, bei welchem man den Faraday-Effekt vorfindet, sobald man einen Strom durch die Spule fließen lässt. Der Laserstrahl durchläuft zunächst das Medium und einen Polarisationsfilter und trifft anschließend auf ein Photoelement, welches über geeignete Schaltungen und Verstärker mit einem Lautsprecher verbunden ist. Die nachfolgende Skizze soll den prinzipiellen Versuchsaufbau illustrieren.



Die Spule verbinden wir mit den Zwei-Kanal-Ausgängen eines MP3-Players. Je nach aktuell vom MP3-Player wiedergegebener Frequenz fließen durch die Spule so unterschiedlich starke Ströme, und das Laserlicht wird dementsprechend unterschiedlich durch den Faraday-Effekt gedreht. Da wir nach dem Bleisilikatglasstab noch zusätzlich einen Polarisationsfilter installieren werden, wird nun, je nach Polarisationslichtung, die Intensität unterschiedlich stark gedämpft.

Diese unterschiedlichen Intensitäten werden wir mit Hilfe des Photoelements aufnehmen und dann über den Lautsprecher wiedergeben. Es wird uns so also mit Hilfe des Faraday-Effekts möglich sein, die akustisch-digitalen Signale des MP3-Players in optische Signale umzuwandeln und anschließend wieder in rein akustische Signale umzuwandeln. Wir werden dabei beobachten, dass besonders die hohen Frequenzen deutliche Qualitätsverluste erleiden werden. Dies liegt darin begründet, dass sich der Strom in der Spule, und damit auch der magnetische Fluss, bei hohen Frequenzen sehr schnell ändern.

Gemäß der Lenzschen Regel führen solche Änderungen zunächst einmal zu der Ursache entgegengesetzten Änderungen des Flusses. Bei zu hohen Frequenzen findet so also praktisch immer eine gegenseitige Auslöschung beider Effekte statt, denn die Spule wird aufgrund der Selbstinduktion zu "träge", um der hochfrequenten Wechselspannung zu folgen. Dadurch findet auch keine deutliche Modulation des Laserlichts statt, die später rekonstruiert werden könnte.

Im Versuch ist außerdem darauf zu achten, dass wir den Polarisationsfilter möglichst an Stellen größten Strahlquerschnitts aufstellen und geeignet, das heißt in der Nähe des Intensitätsminimums, "eichen".

Aufgabe 3.2: Verdet-Konstante von Bleisilikatglas

Nachdem wir in Aufgabe 3.1 die Modulation des Laserlichts demonstrativ durchgeführt haben, wollen wir in dieser Aufgabe nun die Verdet-Konstante des Bleisilikatglases bei der verwendeten Wellenlänge des Laserlichts bestimmen. Mit der magnetischen Flussdichte B einer langen, mit der Stromstärke I durchflossenen Spule mit der Länge l_S und der Windungszahl N wird Gleichung (10) zu:

$$\alpha = V \cdot \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{l} \cdot l \stackrel{(*)}{=} V \cdot \mu_0 N I = V \cdot \zeta$$

In (*) wurde dabei genutzt, dass die Spule und der Bleisilikatglasstab dieselbe Länge besitzen. Im Versuch werden wir den Drehwinkel α der Polarisationsebene messen und über der Hilfsgröße ζ auftragen. Als Steigung einer linearen Regression aus diesen Werten erhalten wir dann die Verdet-Konstante V.

Aufgrund der Tatsache, dass der Drehwinkel relativ klein ist, wird sich die Konstante mit nur geringer Genauigkeit feststellen lassen. Es ist überdies hinaus darauf zu achten, dass die Spule mit dem maximalen Strom $I = \pm 3$ A nur für kurze Zeit betrieben werden darf.

Als Alternative zur direkten Winkelmessung könnten wir auch eine Intensitätsmessung durchführen und diese dann nach dem Gesetz von Malus in den Drehwinkel der Polarisationsebene umrechnen. Dazu müssen wir den Polarisator zunächst auf eine Referenzintensität I_0 einstellen. Kommt es durch den Faraday-Effekt zur Drehung der Polarisationsrichtung um den Winkel α , so finden wir hinter dem Polarisator die Intensität I vor. Der Winkel α ergibt sich nach dem Gesetz von Malus dann zu:

$$\alpha = \arccos\left(\sqrt{\frac{I}{I_0}}\right)$$

Aufgabe 3.3: Intensitätsmodulation mit dem Pockels-Effekt

Nachdem wir in Aufgabe 3.1 mit der Intensitätsmodulation durch den Faraday-Effekt beschäftigt haben, lernen wir nun eine weitere Möglichkeit der Modulation durch den Pockels-Effekt kennen. Der Versuchsaufbau ist dabei prinzipiell derselbe wie zuvor, allerdings ersetzen wir den Bleisilikatglasstab mit einer Pockels-Zelle bestehend aus einem Lithiumniobat-Kristall mit angelegten Kondensatorplatten. Die nachfolgende Skizze soll diesen Versuchsaufbau darstellen.



Das der Pockels-Zelle vorangehende Linsensystem dient dabei der möglichst exakten Fokussierung des Laserstrahls auf den Kristall. Das elektrische Feld des Kondensators wird im Wesentlichen durch den Lautsprecher-Ausgang des MP3-Players gesteuert. Es sollte dabei im 45°-Winkel gegen die Polarisationsrichtung des Laserlichts ausgerichtet sein. Der Polarisationsfilter wird so angeordnet, dass sich ohne externe Spannungen an der Pockels-Quelle ein Intensitätsminimum vorfindet.

Zur Auswertung wollen wir dann zum einen wie zuvor das durchgelassene Laserlicht mit einem Photoelement auffangen und über geeignete Schaltungen über einen Lautsprecher als akustisches Signal ausgeben. Zum anderen werden wir auch eine visuelle Auswertung durchführen. Dazu werden wir anstelle des Photoelements einen Schirm anbringen und dort das Laserlicht betrachten. Es ist dabei eine hyperbelförmige Kurve zu erwarten. Diese liegt hauptsächlich an den unterschiedlichen Einfallswinkeln des durch die Linse konzentrierten Laserstrahls, woraus unterschiedliche Brechungen und Propagationen im Kristall resultieren.

Aufgabe 3.4: Konstante des Pockels-Effekts von LiNbO₃

Der Pockels-Effekt sorgt, wie zuvor bereits besprochen, für eine Veränderung des doppelbrechenden Verhaltens von nicht inversionssymmetrischen Kristallen. Dabei gibt es für die schnelle und die langsame Achse zwei verschiedene Brechungsindizes n_{\perp} und n_{\parallel} , deren Differenz Δn proportional zum durch die angelegte Spannung U erzeugten Feld E ist:

$$\Delta n = \Delta n(E) = n_{\perp} - n_{||} = k \cdot E \tag{13}$$

Die so eingeführte Konstante k ist diejenige Konstante des Pockels-Effekts, die wir bestimmen wollen. Dazu betrachten wir nun noch die Phasenverschiebung φ der beiden Teilwellen der Wellenlänge λ , die sich einstellt, wenn die Wellen die Strecke *s* durchlaufen. Beachtet man $E = \frac{U}{d}$ als elektrisches Feld des Plattenkondensators der Pockel-Zelle, wenn *d* den Plattenabstand bezeichne, dann ergibt sich die Phasenverschiebung zu:

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \left(n_{\perp} - n_{||} \right) s = \frac{2\pi}{\lambda} s \Delta n \stackrel{(13)}{=} \frac{2\pi U s}{\lambda d} k$$

Differenzieren wir diese Gleichung einmal nach der Spannung, so erhalten wir:

$$\frac{d\varphi}{dU} = \frac{2\pi s}{\lambda d} k \stackrel{(12)}{=} \frac{\pi}{U_{\rm HW}}$$

Im letzten Schritt der Umformung wurden dabei die Konstanten aus (12) entsprechend angepasst und zusammengefasst. Formen wir diese Gleichung um, so erhalten wir eine Bestimmungsgleichung der gesuchten Konstanten:

$$k = \frac{\lambda d}{2sU_{\rm HW}}$$

Im Versuch wollen wir zunächst die Halbwellenspannung U_{HW} bestimmen. Dazu variieren wir die Spannung U an der Pockels-Zelle im Bereich $U \in [-2000V, 2000V]$ und notieren, bei welchen Spannungen Extrema der Intensität im Zentrum der Hyperbelfigur auftreten. Tragen wir diese Spannungen über der Ordnung des Extremums auf, so können wir durch die Werte eine Ausgleichsgerade legen, deren Steigung gerade U_{HW} ist. Mit obiger Gleichung lässt sich anschließend die Konstante k des Pockels-Effekts des benutzten Kristalls berechnen.

Aufgabe 4: Optische Aktivität und Saccharimetrie

Als abschließende Aufgabe wollen wir uns mit der optischen Aktivität und deren Anwendungsform, der Saccharimetrie, beschäftigen. In den vorangegangen Aufgaben haben wir festgestellt, dass sich die Polarisationsrichtung einer elektromagnetischen Welle durch ein externes elektrisches oder magnetisches Feld verändern lässt. Bei manchen Molekülen, beziehungsweise deren wässrigen Lösungen, funktioniert dies sogar ohne externe Felder. Man spricht dann von optisch aktiven Stoffen.



Um den Mechanismus der optischen Aktivität zu verstehen, betrachten wir zuerst beispielhaft die oben dargestellten Moleküle, welche die gleiche Konstitution, nicht aber die selbe Konfiguration besitzen. Es handelt sich dabei um Enantiomere, die eine Chiralität, also eine Händigkeit, besitzen. Die nachfolgende Skizze soll die optische Aktivität veranschaulichen.



Eine linear polarisierte, elektromagnetische Welle lässt sich stets in zwei zirkular polarisierte Wellen mit unterschiedlichem Drehsinn aufspalten. In optisch aktiven Stoffen wird aufgrund der Chiralität eine der beiden Komponenten bevorzugt, welche sich dann schneller als die andere Komponente durch den Stoff bewegt. Nach Durchlaufen des Mediums bilden beide Komponenten erneut eine linear polarisierte Welle, die aufgrund der veränderten Phasenverschiebung nun um einen Winkel α gegenüber der ursprünglichen verdreht ist.

Mathematisch lässt sich dieser Drehwinkel α beschreiben als

$$\alpha = [\alpha] \cdot k \cdot l = [\alpha] \cdot \zeta \tag{14}$$

wobei $[\alpha]$ das spezifische optische Drehvermögen, k die Massenkonzentration des gelösten Stoffes und l den Lichtweg des Strahls durch die Lösung beschreiben.

Aufgabe 4.1: Optisches Drehvermögen einer Haushaltszuckerlösung

Zunächst betrachten wir die optische Aktivität einer gewöhnlichen Haushaltszuckerlösung mit der Anfangskonzentration $k = 0, 3 g/cm^3$, welche wir in eine Küvette füllen. Wir wollen experimentell die Gültigkeit der Gleichung (14) auf zwei verschiedene Arten bestätigen. Zum einen variieren wir den Lichtweg *l*, indem wir die Küvette einmal längs und einmal quer durchstrahlen, zum anderen variieren wir die Konzentration *k* der Lösung, indem wir diese schrittweise mit Wasser verdünnen.

In beiden Fällen messen wir dafür den Drehwinkel α in Abhängigkeit von l respektive k. Tragen wir diesen dann über ζ auf, so erhalten wir als Steigung einer Ausgleichsgeraden durch alle Messwerte das spezifische optische Drehvermögen $[\alpha]$.

Bei der zweiten Messmethode werden wir feststellen, dass der Laserstrahl bei Verringerung der Konzentration auf krummen Wegen durch die Lösung gehen wird. Dies liegt darin begründet, dass die Änderung der Konzentration nicht instantan erfolgt. Es dauert eine Weile, bis sich das Wasser vollständig mit der konzentrierten Zuckerlösung vermischt, dementsprechend finden sich Konzentrationsgradienten in der Lösung vor.

Der Drehwinkel α könnte noch von weiteren Parametern abhängig sein, die im Versuch allerdings unberücksichtigt bleiben. Dies könnten die Temperatur der Lösung, das verwendete Lösungsmittel oder die Wellenlänge des verwendeten Lichts sein.

Aufgabe 4.2: Optisches Drehvermögen einer Sorboselösung

Wir werden abschließend analog zu Aufgabe 4.1 das spezifische optische Drehvermögen $[\alpha]$ einer Sorboselösung bestimmen. Dabei betrachten wir allerdings nur eine Variation des Lichtwegs l, die Konzentration k der Lösung lassen wir aufgrund des recht hohen Preises der Lösung unverändert. Es ist dabei darauf zu achten, dass wir die Küvette vor dem Einfüllen der Sorboselösung gründlich mit Wasser ausspülen. Die Auswertung erfolgt ebenfalls analog zu Aufgabe 4.1.

Quellenverzeichnis

Vorbereitungshilfe zum Versuch P2-23,24,25 Laser B
Meschede, D.: Gerthsen Physik
Demtröder, W.: Experimentalphysik, Band 2 - Elektrizität und Optik
Bergmann, Schäfer: Lehrbuch der Experimentalphysik, Band 3 - Optik
Zur Fourier-Analysis: Lang, C.B.; Pucker, N.: Mathematische Methoden in der Physik
Schaubild zur Fourier-Transformation der rect-Funktion: http://cnx.org/content/m32899/latest/sinc.png
Schaubild zur Fourier-Synthese der rect-Funktion: http://www.files.chem.vt.edu/chem-ed/data/graphics/fourier-waves.gif
Skizze zum Michelson-Interferometer: http://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Datei:Michelson-Morley.svg
Skizze zum Dopplereffekt: http://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Datei:Doppler_effect.jpg
Skizze zum Faraday-Effekt: http://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Datei:Faraday_effect.svg
Skizze zur Doppelbrechung: http://www.techniklexikon.net/images/d1612_doppelbrechung.gif
Skizze zur optischen Drehung: http://www2.chemie.uni-erlangen.de/projects/vsc/chemie-mediziner-neu/isomerie/bilder/optakt_drehung.gif

Skizze der Enantiomere:

http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/4/4a/Pair_of_enantiomers.png

Physikalisches Anfängerpraktikum P2

Versuch: P2-23,24,25 Laser B

Auswertung

von

Georg Fleig (georg@leech.it) Marcel Krause (mrrrc@leech.it)

Gruppe: Di-11

Datum der Versuchsdurchführung: 22.05.12

Aufgabe 1: FFT einer Beugungsfigur

Ziel der ersten Aufgabe war es, das mathematische Objekt der Fouriertransformation in der physikalischen Praxis zu nutzen. Es handelte sich hierbei um einen reinen Demonstrationsversuch, den unsere Betreuerin zusammen mit uns und den anderen Gruppen durchgeführt hat.

Wir haben einen Einfachspalt mit dem Licht des He-Ne-Lasers beleuchtet und darauf geachtet, den Spalt möglichst gleichmäßig auszuleuchten. Es ergab sich an der Wand das wohlbekannte Beugungsbild des Einfachspalts. Direkt vor der Wand war ein Schrittmotor auf einem Stativ auf der optischen Achse befestigt, mit dessen Hilfe man einen Phototransistor durch das Beugungsbild des Einzelspalts führen konnte. Unsere Betreuerin startete an einem mit dem Schrittmotor und dem Phototransistor verbundenen Computer die Aufnahme des Beugungsbilds mit dem Phototransistor. Der Schrittmotor fuhr dabei den gesamten, zuvor eingestellten Bildbereich einmal von links nach rechts ab. Auf dem Computer ergab sich dann eine Intensitätsverteilung, die qualitativ der unten dargestellten folgte.



Da der Phototransistor nur eine endliche Anzahl an Intensitätswerten aufgenommen hat, muss man sich obiges Bild als kontinuierlichen Grenzfall von unendlich vielen einzelnen, aufgenommenen Messpunkten vorstellen. Der Computer berechnete uns anschließend mittels Fast Fourier Transform ein Abbild des Spaltes, denn wie in den Vorbereitungen angemerkt, ist die Intensitätsverteilung nach einer Beugung proportional zur Fouriertransformierten, daher ist auch die Rücktransformierte des Beugungsbilds proportional zur Form des Beugungsobjekts.

Es war im Programm zusätzlich die Angabe nötig, dass es sich bei dem von uns verwendeten Beugungsobjekt um einen Einfachspalt handelt, denn der Phototransistor misst nur die Intensität $I(x, y) = |E(x, y)|^2$, nicht aber die Feldstärke E(x, y). Es geht daher ein Phasenfaktor verloren, der zur Charakterisierung des Spalts notwendig wäre.

Als Rücktransformierte gab der Computer einen Graph aus, der Ähnlichkeiten mit einer Gaußkurve hatte. Er ist nachfolgend abgedruckt. Es ist dabei zu beachten, dass der ursprünglich dargestellte Graph spiegelsymmetrisch zur im Graphen am linken Rand liegenden y-Achse war. Unsere Betreuerin hat die Anzeige des per FFT erstellten Spaltbilds auf den Bereich x > 0 beschränkt, damit man die Spaltform besser erkennen konnte.



Zu erwarten wäre eigentlich eine Rechteckfunktion gewesen, da diese den Einfachspalt am idealsten beschreibt. Es war am berechneten Spaltbild eine Annäherung an eine solche Rechteckfunktion zu erkennen. Es soll dennoch kurz diskutiert werden, warum das berechnete Spaltbild nicht mit dem realen übereinstimmt.

Zunächst ist es möglich, dass Restlichtquellen die Messung des Phototransistors beeinflusst haben. Außerdem, und dies schätzen wir als größte Fehlerquelle ein, fährt der Schrittmotor nur einen sehr beschränkten Bereich ab. Eventuell vernachlässigte er dadurch weitere Beugungsmaxima, die noch weiter außen lagen.

Die Fouriertransformation ist formal für den ganzen Raum definiert, also von $-\infty$ bis ∞ . Dadurch ergibt sich ein Fehler, der sich in der Fouriertransformation durch fehlende trigonometrische Terme äußert, die den Rechteckspalt eventuell noch schärfer hätten abbilden können.

Trotz dieser Fehler war die Bestimmung der Spaltbreite relativ genau. Da wir dem Programm die Entfernung zwischen Spalt und Phototransistor mitgeteilt haben, war es in der Lage, die ungefähre Spaltbreite anhand des Beugungsbildes zu berechnen. Sie ergab sich zu b = 0,358 mm. Die Literaturangabe für den verwendeten Spalt liegt bei einer Breite von $b_{\text{lit}} = 0,4$ mm. Trotz der recht ungenauen Rücktransformation erhält man so eine gute Abschätzung der Spaltbreite.

Aufgabe 2: Michelson-Interferometer

Im zweiten Versuchsteil beschäftigten wir uns mit Anwendungsmöglichkeiten des Michelson-Interferometers.

Aufgabe 2.1: Magnetostriktion von Eisen

Zunächst haben wir mit Hilfe des in der Vorbereitungshilfe dargestellten Michelson-Interferometers die Magnetostriktion des Eisens untersucht. Obwohl dieser Versuch eigentlich mit einem Nickelstab durchgeführt wird, entschieden wir uns nach Vorschlag unserer Betreuerin für die Versuchsdurchführung mit dem Eisenstab.

Wir haben zunächst den verstellbaren Spiegel des Interferometers so justiert, dass sich ohne an die um den Eisenstab gewickelte Spule angelegte Spannung ein System aus Interferenzringen mit einem Maximum der Intensität im Zentrum an der Wand ergab.

Das Zustandekommen von Ringen lässt sich dadurch erklären, dass es trotz sorgfältiger Justierung kaum

möglich ist, die Strahlen im Interferometer kongruent zueinander auszurichten. Durch minimale Verschiebungen der Strahlen zueinander ergeben sich dann Interferenzringe.

Wir haben nun die Stromstärke *I* durch die um den Eisenstab befestigte Spule kontinuierlich erhöht. Dadurch verschob sich aufgrund der Magnetostriktion der zweite, im Interferometer befindliche Spiegel, denn dieser war mit dem Eisenstab verbunden. Der Radius aller Extrema der Intensität verkleinerte sich dadurch kontinuierlich, sodass sich schon nach einer vergleichsweise geringen Stromstärke in der Mitte ein Minimum der Intensität befand.

Wir erhöhten die Stromstärke nun so lange, bis sich die erste Beugungsordnung, also der erste Ring maximaler Intensität außerhalb des Zentrums, in das Zentrum selbst zusammengezogen hatte. Dies wiederholten wir für drei weitere Ordnungen k. Anschließend haben wir die Messung mit umgekehrter Polung wiederholt. Es ergaben sich so die nachfolgend dargestellten Messwerte.

Ordnung k	l in mA	ζ in nm
-4	-440	-0,633
-3	-310	-0,475
-2	-260	-0,316
-1	-180	-0,158
0	0	0,000
1	38	0,158
2	180	0,316
3	350	0,475
4	480	0,633

Der in der Tabelle bereits berechnete Faktor ζ ergab sich nach Herleitung in der Vorbereitung zu

$$\zeta := \frac{l \cdot \Delta s}{l_0 \cdot N} = c_{\text{mag}} \cdot I$$

Die Länge l der Spule und die Länge l_0 des Eisenstabs sind identisch zu $l = l_0 = 105 \text{ mm}$, daher kürzen sich die beiden Faktoren in obiger Gleichung heraus. Da wir uns für die Beobachtung von Maxima entschieden haben, setzen wir Gleichung (6) aus der Vorbereitung ein und erhalten so schließlich:

$$\zeta = \frac{k\lambda}{2N} = c_{\text{mag}} \cdot I$$

Die Wellenlänge des He-Ne-Lasers ist zu $\lambda = 632, 8 \text{ nm}$ angegeben und die Spule hatte N = 2000Windungen. Mit diesen Angaben haben wir für jede Ordnung k den entsprechenden ζ -Wert berechnet. Anschließend haben wir ζ über I aufgetragen und an die Werte eine lineare Regression durchgeführt. Das Schaubild ist nachfolgend zu sehen.



Die Steigung c_{mag} der Ausgleichgsgeraden ist dann gerade der gesuchte Magnetostriktionskoeffizient von Eisen. Er ergab sich bei uns zu:

$$c_{\text{mag}} = 1,381 \cdot 10^{-3} \,\frac{\text{nm}}{\text{mA}} = 1,381 \cdot 10^{-9} \,\frac{\text{m}}{\text{A}}$$

Leider war es uns trotz intensiver Recherche nicht möglich, einen Literaturwert für den Magnetostriktionskoeffizienten von Eisen zu ermitteln. Wir wissen allerdings, dass der entsprechende Koeffizient für Nickel ebenfalls im Größenordnungsbereich des von uns ermittelten liegt, daher gehen wir davon aus, dass wir durch die Messung zumindest in der richtigen Größenordnung des Magnetostriktionskoeffizienten liegen.

Aufgabe 2.2: Wellenlänge des Laserlichts

In dieser und den nachfolgenden zwei Teilaufgaben verwendeten wir nun ein anderes Michelson-Interferometer als zuvor. Durch eine Mechanik war einer der beiden Spiegel mit einer Mikrometerschraube verbunden, durch deren Verdrehung man den Spiegel vor- und zurückfahren konnte.

Die Mikrometerschraube lies sich an einen externen Motor anschließen, sodass man eine kontinuierliche Translation des Spiegels erreichen konnte. Die Skalierung an der Mikrometerschraube entsprach gleichzeitig auch dem Weg, den der Spiegel bezogen auf einen Nullpunkt zurücklegte.

Wir haben den Spiegel zu Beginn so eingestellt, dass sich an der Wand Interferenzstreifen ergaben. Mit einem Stift haben wir einen zentral gelegenen Streifen markiert und dann den Motor eingeschaltet. Durch die Translation des Spiegels veränderte sich die optische Wegdifferenz der Teilstrahlen und das Interferenzmuster veränderte sich stetig. Die Streifen "wanderten" zur Seite.

Wir haben nun die Anzahl k der Maxima gemessen, die die von uns zuvor markierte Stelle passierten, bis sich der Spiegel um die Strecke Δs verschoben hatte. Nachfolgend sind die von uns aufgenommenen Messwerte abgedruckt.

Messung	Δs in µm	k	λ in nm	Mittelwert in nm	
1	10,0	32	625,0		
2	15,0	44	681,8	637,6	
3	10,0	33	606,1		

Die Wellenlänge kann man mit jedem Messwertepaar wie in der Vorbereitung gezeigt direkt über

$$\lambda = \frac{2\Delta s}{k}$$

berechnen. Da wir nach Absprache mit der Betreuerin nur drei Messungen durchgeführt haben, entschieden wir uns zur Bildung des arithmetischen Mittels dieser drei Messwerte. Wir erhielten so als gemessene Wellenlänge des Lasers:

 $\lambda=637,6\,\mathrm{nm}$

Die Abweichung vom Literaturwert $\lambda_{\text{lit}} = 632,8 \text{ nm}$ beträgt nur etwa 0,76%. Die Abweichung lässt sich hauptsächlich auf die schwierige Zählung der Maxima zurückführen, denn die Streifen auf dem Schirm waren außerordentlich dünn, sodass sich nicht exakt ausmachen lies, wann ein Maxima unsere Markierung passierte.

Außerdem ist die Translation des Spiegels über den Motor recht ungenau, denn je nach im Triebriemen des Motors vorhandener Spannung konnte es durchaus vorkommen, dass der Riemen durchrutschte. Dadurch wurde der Spiegel eventuell nicht gleichmäßig verschoben.

Aufgabe 2.3: Dopplereffekt mit Lichtwellen

Als nächste Anwendungsmöglichkeit des Michelson-Interferometers haben wir die Messungen kleinster Geschwindigkeiten betrachten. Wir nutzten dazu, wie in der Vorbereitung ausgiebig diskutiert, den Dopplereffekt und die Tatsache, dass der kontinuierlich verschobene Spiegel sowohl Empfänger als auch Quelle für das Laserlicht ist.

Wir haben mit Hilfe der selben Markierung wie zuvor die Anzahl k der Maxima bestimmt, welche die Markierung im Zeitintervall Δt passiert haben. Zusätzlich haben wir die Wegdifferenz Δs des Spiegels von seiner ursprünglichen bis zur nach der Zeit Δt eingenommenen Position bestimmt.

Um die Genauigkeit zu erhöhen, haben wir die Messung insgesamt acht Mal durchgeführt. Unsere Messergebnisse finden sich in nachfolgender Tabelle.

Messung	∆t in s	k	Δs in µm	v _{direkt} in nm/s	v _{doppler} in nm/s
1	15,9	17	5,0	315,1	338,9
2	15,1	15	5,0	331,1	314,3
3	15,4	15	5,0	324,0	307,6
4	14,8	16	5,0	337,6	341,8
5	15,7	17	5,0	319,3	343,5
6	14,0	14	5,0	356,1	315,5
7	15,3	15	5,0	325,9	309,4
8	14,5	14	5,0	344,8	305,5

Wie in der Vorbereitung hergeleitet können wir nun mit Hilfe der Gleichung

$$v_{\text{doppler}} = \frac{k\lambda}{2\Delta t}$$

direkt die Geschwindigkeit des Spiegels berechnen, die sich durch die Messung mit Hilfe des Dopplereffekts gibt. Zum Vergleich haben wir außerdem für jede Messung die Geschwindigkeit direkt über

$$v_{\text{direkt}} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

bestimmt. Die so errechneten Werte finden sich ebenfalls in obiger Tabelle. Da sich unsere gemessenen Zeitintervalle in allen Messungen kaum voneinander unterscheiden, wäre eine lineare Regression zur endgültigen Spiegelgeschwindigkeit nicht sinnvoll. Wir haben uns daher entschieden, das arithmetische Mittel aller berechneten Werte zu bilden. Wir erhielten so für die über den Dopplereffekt bestimmte Geschwindigkeit den Wert:

$$v_{\text{doppler}} = 322, 1 \, \frac{\text{nm}}{\text{s}}$$

Als Referenz gilt die direkt ermittelte Geschwindigkeit:

$$v_{\text{direkt}} = 331, 8 \, \frac{\text{nm}}{\text{s}}$$

Wie man sieht, stimmen die beiden Geschwindigkeiten einigermaßen überein, sodass wir davon ausgehen können, dass sie Messung korrekte Ergebnisse liefert. Die von uns durch diese Versuchsreihen bestimmte Geschwindigkeit ist extrem klein. Es ist somit eindrucksvoll gezeigt, dass man mit Hilfe eines Interferometers die Messung kleinster Geschwindigkeiten durchführen kann.

Aufgabe 2.4: Dopplereffekt mit Schallwellen

Nachdem wir uns zuvor mit dem optischen Dopplereffekt zur Geschwindigkeitsmessung beschäftigt haben, haben wir uns im letzten Teilversuch noch mit dem akustischen Dopplereffekt auseinandergesetzt. Die von uns durchgeführten Versuche hatten hier einen rein demonstrativen Charakter.

Der Experimentator stand zunächst entfernt von einer Wand am einen Ende der Versuchskammer. Die Stimmgabel wurde dann angeschlagen und zügig auf das Ohr des Experimentators zu- und anschließend von ihm wegbewegt. Es war für ihn dann zu hören, dass die wahrgenommene Frequenz bei Verringerung der Distanz zwischen Stimmgabel und Ohr höher, bei Erhöhung der Distanz wiederum niedriger als die eigentliche Frequenz der Stimmgabel war.

Dadurch konnten wir den akustischen Dopplereffekt, wie in der Vorbereitung bereits besprochen, bestätigen. Wir wiederholten den Versuch noch einmal, allerdings befand sich der Experimentator dieses Mal nah an einer Wand. Die Stimmgabel wurde erneut angeschlagen und zwischen der Wand und dem Ohr des Experimentators rasch hin- und herbewegt.

Auch hier ergab sich für den Experimentator wieder eine Veränderung der wahrgenommenen Frequenz analog wie im Versuch zuvor. Zusätzlich registrierte er aber nur eine Schwebung, da sich durch die Reflexion der Schwallwellen an der Wand stehende Wellen ausbilden konnten. Es ergaben sich so deutlich hörbare Schwingungen in der Lautstärke. Auch dieser Befund deckte sich mit unseren Erwartungen.

Aufgabe 3: Faraday-Effekt und Pockels-Effekt

Aufgabe 3.1: Intensitätsmodulation mit dem Faraday-Effekt

Dieser Demonstrationsversuch wurde von einer Partnergruppe entsprechend wie in der Vorbereitung beschrieben aufgebaut. Mit Hilfe des Faraday-Effekts wollten wir ein Audiosignal als Lichtwelle über eine gewisse Distanz transportieren und dort als hörbaren Ton ausgeben. Als Spannungsquelle der Spule, die den Bleisilikatstab umschloss, diente ein MP3-Player. Dieser veränderte je nach abgespielter Frequenz die Spannung an der Spule. So wurde die Intensität des Lasers ständig verändert und nach einer gewissen Distanz von einem NF-Verstärker aufgefangen. Dort wurde das abgespielte Lied durch den internen Lautsprecher wiedergegeben.

Trotz eines leichten Rauschens und des etwas dumpfen Klanges, konnten wir verifizieren, dass es sich dabei um das am MP3-Player abgespielte Lied handelte. Aber gerade bei hohen Frequenzen versagte die Apparatur bei der Übertragung, da die Spule nur träge reagierte und die Intensitätsmodulation so nicht richtig weitergeben konnte. Unterbrachen wir den Lichtweg zwischen Bleisilikatstab und dem Auffänger, verstummte wie erwartet die Musik.

Aufgabe 3.2: Verdet-Konstante von Bleisilikatglas

Um die Verdet-Konstante V von Bleisilikatglas zu bestimmen, richteten wir den Polarisator zunächst ohne angelegte Spannung an der Spule so aus, dass wir auf einem Schirm dahinter ein Intensitätsminimum vorfanden. Der dabei eingestellte Winkel betrug $\theta = 83, 5^{\circ}$ und war damit der Ausgangspunkt für die weiteren Messungen. Anstelle des MP3-Players schlossen wir nun eine Spannungsquelle an und variierten den Spulenstrom zwischen $I = \pm 3$ A. Nach jeder Änderung des Stroms stellen wir den Winkel des Polarisators neu ein, um wieder ein Intensitätsminimum zu erzeugen. Die Winkeldifferenz gegenüber dem ursprünglichen Winkel wurde aufgenommen.

In der Vorbereitung wurde folgende Gleichung hergeleitet:

$$\alpha = V \cdot \mu_0 N I = V \cdot \zeta$$

Mit der Windungszahl N = 800 haben wir nun alle Messgrößen, die benötigt werden, um die Verdet-Konstante zu bestimmen. Dazu tragen wir den Drehwinkel α des Polarisators über ζ . Im Folgenden sind die Messwerte dargestellt und anschließend in einem Schaubild aufgetragen.

l in A	αin°	α in rad	ζ in Tm
-3	-2,0	-3,5E-02	-3,0E-03
-2	-1,3	-2,2E-02	-2,0E-03
-1	-0,8	-1,3E-02	-1,0E-03
0	0,0	0,0E+00	0,0E+00
1	1,5	2,6E-02	1,0E-03
2	2,0	3,5E-02	2,0E-03
3	3,0	5,2E-02	3,0E-03



Die Steigung der linearen Regression entspricht unserer gesuchten Größe. Damit erhalten wir für die Verdet-Konstante von Bleisilikatglas:

$$V = 14,73 \,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{T \ m}}$$

Aufgabe 3.3: Intensitätsmodulation mit dem Pockels-Effekt

Zur Untersuchung des Pockels-Effekts ersetzten wir den Faraday-Modulator aus Aufgabe 3.1 mit einer Pockelszelle aus einem Lithiumniobat-Kristall. Der Effekt selbst wurde bereits ausführlich in der Vorbereitung von uns diskutiert. Als Spannungsquelle des Kondensators der Zelle diente wieder ein MP3-Player. Ansonsten entsprach der Aufbau dem aus Aufgabe 3.1. Durch die Intensitätsmodulation war es uns nun wieder möglich ein elektrisches Signal als Licht durch den Raum zu transportieren, mit einem NF-Verstärker aufzunehmen und in ein akustisches Signal umzuwandeln.

Im Vergleich zum Faraday-Effekt war die Übertragungsqualität wesentlich schlechter, was sich durch starkes Rauschen auszeichnete. Eine Erklärung hierfür konnten wir leider nicht finden.

Aufgabe 3.4: Konstante des Pockels-Effekts von LiNbO₃

Schließlich sollten wir noch die Konstante k des Pockels-Effekts bestimmen. Dazu ersetzten wir den MP3-Player als Spannungsquelle mit einem Netzgerät, das Spannungen bis zu 2000 V lieferte. Die Photodiode ersetzten wir durch einen einfachen Schirm, auf welchem wir die Intensitätsverteilung beobachten konnten. Ohne eine angelegte Spannung an dem Kondensator der Pockelszelle, war bereits folgendes Bild zu sehen, welches durch den Kristall erzeugt wurde:



Da die Entstehung dieser Hyperbeln nicht trivial ist und das auch nicht Ziel des Versuches ist, diese zu erklären, verzichten wir hier auf eine genauere Begründung; es sei auf die gängige Literatur verwiesen. Durch schrittweises Erhöhen der Spannung, veränderte sich das Bild so weit, bis in der Mitte der Hyperbeln ein Intensitätsminimum zu sehen war. Weiteres Erhöhen erzeugte wieder ein Maximum. Wir maßen nun die Spannungen, bei welchen sich neue Extrema ausbildeten. Nachstehend sind die Messwerte aufgelistet.

Extremum	Spannung in V
-5	-1923
-4	-1554
-3	-1143
-2	-791
-1	-297
0	0
1	292
2	687
3	1050
4	1398
5	1777

Durch Auftragen der Spannung über der Ordnung der Extrema, können wir zunächst die Halbwellenspannung $U_{\rm HW}$ bestimmen.



Die Steigung der Ausgleichsgeraden entspricht der gesuchten Halbwellenspannung:

$$U_{\rm HW} = 367, 56 \, {\rm V}$$

Um schließlich auf die Konstante k zu schließen, wurde in der Vorbereitung bereits folgender Zusammenhang hergeleitet:

$$k = \frac{\lambda d}{2sU_{\rm HW}}$$

Mit der Länge s = 20 mm des Lithiumniobatkristalls, der Wellenlänge $\lambda = 632, 8 \text{ nm}$ des Lasers und dem Abstand d = 2 mm der Kondensatorplatten haben wir alle Größen gegeben, die zur Berechnung von k nötig sind. So erhalten wir

$$k = 86,08\,\frac{\mathrm{pm}}{\mathrm{V}}$$

für die Konstante des Pockels-Effekts von LiNbO₃.

Aufgabe 4: Optische Aktivität und Saccharimetrie

In diesem letzten Versuchsteil bestrahlten wir chirale Stoffe in wässriger Lösung. Dabei ging es uns darum, die optische Aktivität sowie den Drehsinn der Stoffe zu untersuchen. Wie bereits in der Vorbereitung erläutert, kommt es beim Durchgang durch das optisch aktive Medium zu einer Drehung der Polarisationsrichtung des einfallenden Lichtes. Der mathematische Zusammenhang für den Drehwinkel α , aus der Vorbereitung entnommen:

$$\alpha = [\alpha] \cdot k \cdot l = [\alpha] \cdot \zeta$$

Dabei bezeichnet $[\alpha]$ das spezifische optische Drehvermögen, k die Massenkonzentration des gelösten Stoffes und l den Lichtweg des Strahls durch die Lösung.

Um überhaupt eine Drehung der Polarisationsrichtung feststellen zu können, installierten wir zwischen Schirm und Medium einen Polarisator. Diesen stellten wir zunächst bei leerer Küvette so ein, dass die Intensität auf dem Schirm ein Minimum annahm. Das war bei $\theta = 84,0^{\circ}$ der Fall. Diesen Wert haben wir als Ausgangspunkt für die weiteren Winkelmessungen gewählt und die Messwerte in den Tabellen bereits entsprechend korrigiert.

Wir variierten k durch Verdünnen und l durch Drehen der Küvette. So erhielten wir einige Drehwinkel α für verschiedene Parameter k und l. Wir haben die Werte des Drehwinkels über ζ aufgetragen und so das spezifische optische Drehvermögen $[\alpha]$ bestimmt.

Aufgabe 4.1: Optisches Drehvermögen einer Haushaltszuckerlösung

Zuerst führten wir die Untersuchungen mit einer Saccharoselösung durch. Wir starteten mit einer Anfangskonzentration von $k = 0, 3 g/cm^3$, die später für weitere Messreihen verdünnt wurde. Beim Verdünnen konnten wir den in der Vorbereitung angesprochenen Effekt der Strahlkrümmung deutlich beobachten. Erst als wir mit einem Löffel den Konzentrationsgradienten auflösten, war wieder ein gerader Strahl zu sehen. Dieser war auf der Strecke im Medium gut sichtbar, da ein Teil des Lichtes an den den im Wasser gelösten Molekülen gestreut wurde.



Nachstehend sind die Messwerte aufgelistet und entsprechend in einem Schaubild aufgetragen

k in g/cm ³	l in mm	ζ in gm/cm³	αin°
0,30	58	0,02	-8,5
0,30	198	0,06	-31,5
0,20	58	0,01	-7,5
0,20	198	0,04	-22,0
0,15	58	0,01	-5,0
0,15	198	0,03	-18,0



Der lineare Zusammenhang zwischen Drehwinkel und Konzentration k bzw. Länge l des Lichtweges ist hier direkt ersichtlich. Die Messpunkte weichen dennoch etwas von der Geraden ab, was unter anderem daran liegen könnte, dass auch Temperatur und verwendete Wellenlänge eine Rolle bei der optischen Aktivität spielen. Außerdem konnten wir wegen der ungenauen Waage die geforderten Konzentrationen nicht optimal herstellen.

Durch lineare Regression erhalten wir über den Wert der Steigung direkt den Wert für das spezifische optische Drehvermögen $[\alpha]$. Dieses beträgt im Falle der Saccharose

$$[\alpha] = -527,48 \,\frac{^{\circ} \,\mathrm{cm}^3}{\mathrm{g}\,\mathrm{m}}$$

Damit konnten wir nachweisen, dass Saccharose optisch rechtsdrehend ist.

Als Literaturwert für die spezifische optische Aktivität von Saccharose fanden wir in der Vorbereitungshilfe den Wert

$$[\alpha]_{\rm lit} = -664 \, \frac{^\circ \, \rm cm^3}{\rm g \, m}$$

Die Abweichung zwischen dem von uns bestimmten und dem Literaturwert beträgt -20,56%. Wir erklären uns dies mit den bereits oben angeführten Fehlerquellen. Außerdem war es sehr schwierig, den genauen Drehwinkel auszumachen, da die Einstellung des Polarisators stets nach einem Intensitätsminimum erfolgte, welches wir mit bloßem Auge feststellten. Daher dürfte sich hier ein recht großer statistischer Fehler ergeben.

Aufgabe 4.2: Optisches Drehvermögen einer Sorboselösung

Durch Vorgehen nach dem gleichen Schema haben wir so auch die spezifische optische Aktivität einer bereits vorgemischten Sorboselösung untersucht. Da diser Stoff sehr teuer ist, wurde die Konzentration von uns nicht verändert, was allerdings auch den Nachteil mit sich brachte, dass die bereitgestellte Lösung bereits durch sämtliche Vorgänger verunreinigt wurde, was deutlich an den Schwebstoffen in der Lösung erkennbar war. Wir konnten also nur die Weglänge *l* durch Drehen der Küvette variieren. Die Messwerte, sowie das zugehörige Schaubild, sind im Folgenden dargestellt.

k in g/cm³	l in mm	ζ in gm/cm³	α in °
0,00	0	0,00	0
0,33	58	0,02	89,0
0,33	198	0,07	103,5



Aufgrund der Tatsache, dass wir nur zwei Messwerte aufgenommen haben, haben wir noch den Ursprung als dritten Messpunkt hinzugefügt. Dies ist vor allem im Hinblick auf die lineare Regression sinnvoll. Wieder erhalten wir direkt aus der Steigung der Ausgleichsgeraden den Wert für die spezifische optische Aktivität

$$[\alpha] = 301, 29 \, \frac{^\circ \, \mathrm{cm}^3}{\mathrm{g} \; \mathrm{m}}$$

Auffallend ist hier das umgekehrte Vorzeichen im Gegensatz zur Saccharose. Das bedeutet, dass Sorbose optisch linksdrehend ist. Als Literaturwert fanden wir für die Sorbose in der Vorbereitungshilfe:

$$[\alpha]_{\rm lit} = 427 \, \frac{^{\circ} \, \rm cm^3}{\rm g \, m}$$

Die Abweichung beträgt hier -29,44% und ist damit noch größer als in Aufgabe 4.1. Zusätzlich zu den dort angesprochenen Fehlern kommt hier erschwerend hinzu, dass die Sorboselösung nie neu angerührt, sondern stets in den Aufbewahrungsbehälter zurückgeschüttet und wiederverwendet wird. Die so vorliegende Lösung war bei uns bereits dermaßen verschmutzt, dass wir bereits bei der Durchführung mit ungenauen Ergebnissen gerechnet haben.