

Versuche P2-32

# **Wärmeleitung und thermoelektrische Effekte**

## **Versuchsvorbereitung**

Marco A. Harrendorf und Thomas Keck, Gruppe: Mo-3  
Karlsruhe Institut für Technologie, Bachelor Physik

Versuchstag: 30.05.2011

# 1 Theoretische Hintergründe

## 1.1 Theoretischer Hintergrund: Elektronengas

Bei dem Begriff Elektronengas handelt sich um eine modellhafte Beschreibung von frei beweglichen Elektronen im Leitungsband von Metallen oder Leitern.

Die frei beweglichen Elektronen in Metallen sind im chemischen Sinne eigentlich kein Gas, allerdings verhalten sich die Elektronen in Leiter ähnlich wie ein Gas, weshalb sich die thermoelektrischen Eigenschaften von Leitern mit diesem Modell beschreiben lassen:

Der durch eine von außen angelegte Potentialdifferenz erzeugte Elektronenstrom kann durch die laminare Strömung eines Gas beschrieben werden. Die mittlere Geschwindigkeit der gerichteten Bewegung der Elektronen lässt sich hierbei mit der mittleren Driftgeschwindigkeit von Gasatomen vergleichen und die Potentialdifferenz entspricht einem Druckgefälle im Leitervolumen.

Weiterhin kann die auf Grund der Coulombwechselwirkung auftretende abstoßende Kraft zwischen den einzelnen Elektronen als der Druck des Elektronengases und die anziehende Kraft zwischen Elektronen und Gitterionen als Gegendruck des Elektronengases aufgefasst werden. Durch diese Annahmen und Analogien kann dann das Verhalten von frei beweglichen Elektronen in Leitern und deren Verhalten selbst mit Hilfe der Thermodynamik modellhaft beschrieben werden.

Bei der nachfolgenden Beschreibung von thermoelektrischen Effekte in Leitern wird das Elektronengas-Modells zugrunde gelegt.

## 1.2 Seebeck-Effekt

Der Seebeck-Effekt beschreibt das Auftreten einer kleinen Spannungsdifferenz  $\Delta U$  in einem Stromkreis aus zwei verschiedenen Leitern in Folge einer Temperaturdifferenz  $\Delta T$  zwischen den Kontaktstellen der beiden Leiter.

Die Spannungsdifferenz  $\Delta U$  lässt sich für kleine Temperaturdifferenzen  $\Delta T$  aus den Seebeck-Koeffizienten  $S_1$ ,  $S_2$  der beiden Leitermaterialien berechnen:

$$\Delta U = (S_2 - S_1) \cdot \Delta T, \quad [S] = \frac{V}{K}$$

Eine modellhafte Beschreibung des Seebeck-Effekts unter Zuhilfenahme des Elektronengases ist möglich:

Im Bereich der Kontaktstelle, an welcher die Temperatur höher als an der anderen Kontaktstelle ist, herrscht ein größerer Druck des Elektronengas als im Bereich der kühleren Kontaktstelle. Durch das vorherrschende Druckgefälle tritt ein Ausgleichsstrom von Elektronen auf, bis sich wieder ein Gleichgewicht ergibt. In diesem Fall wird das Gleichgewicht dadurch erreicht, dass die auf Grund der Elektronenverschiebung auftretende Spannungsdifferenz  $\Delta U$  das durch das Temperaturgefälle  $\Delta T$  erzeugte Druckgefälle gerade aufhebt.

Bei Thermoelementen wird der Seebeck-Effekt zur Wandlung von Wärme in elektrische Energie ausgenutzt.

### 1.3 Peltier-Effekt

Der Peltier-Effekt beschreibt einen Wärmetransport  $\dot{Q}$  in einem Stromkreis aus zwei verschiedenen Leitern in Folge eines äußeren elektrischen Stroms  $I$ .

Man kann den Peltier-Effekt als Umkehrung des Seebeck-Effekts auffassen, wobei zu beachten ist, dass immer beide Effekte – wenn auch in unterschiedlicher Ausprägung – auftreten.

Der Wärmestrom  $\dot{Q}$  ist durch den von außen angelegten elektrischen Strom  $I$  als auch die Peltier-Koeffizienten  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$  der beiden Leitermaterialien gegeben:

$$\dot{Q} = (\Pi_2 - \Pi_1) \cdot I, \quad [\Pi] = \frac{J}{As}$$

Eine modellhafte Beschreibung des Peltier-Effekts unter Zuhilfenahme des Elektronengases ist möglich:

Die Elektronen, die sich im Leitermaterialien mit der höheren Austrittsarbeit befinden, müssen einen höheren Gegendruck aufbringen als die Elektronen, die sich im Leitermaterial mit der niedrigeren Austrittsarbeit befinden. An der Kontaktstelle mit dem höheren Gegendruck kommt es infolgedessen zu einer Erwärmung, während es an der Kontaktstelle mit dem niedrigeren Gegendruck zu einer Abkühlung kommt. Die elektrische Energie wird also für den Wärmetransport von einer Kontaktstelle zur anderen Kontaktstelle genutzt.

Allerdings ist zu berücksichtigen, dass auf Grund des Elektronenflusses zusätzlich noch Joulesche Reibungswärme an beiden Kontaktstellen entsteht, wodurch in der Gesamtbilanz ein Teil der elektrischen Energie als Wärme “verloren” geht.

Bei Peltierelementen wird der Peltier-Effekt zum Transport von Wärme mit Hilfe von elektrischer Energie ausgenutzt.

## 2 Versuch 1: Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit von Kupfer, Stahl und Messing

### 2.1 Ziel des Versuchs

In diesem Versuch soll unter Zuhilfenahme von Thermoelementen die Wärmeleitfähigkeit von Kupfer und Stahl sowie eventuell von Messing – falls noch genügend Zeit bleibt – bestimmt werden.

### 2.2 Versuchsaufbau

Die Probestäbe mit dem jeweiligen Material, für das die Wärmeleitfähigkeit  $\kappa$  bestimmt werden soll, werden auf der einen Seite mit einer Heizwicklung versehen und auf dieser Seite aufgeheizt. Die andere Seite der Probestäbe wird fortwährend mit fließendem Kühlwasser auf niedrigerer Temperatur gehalten.

In die in den Probestäben angebrachten drei Bohrungen wird jeweils ein Thermoelement gesteckt, wobei die zweite Kontaktstelle der Thermoelemente durch ein Eiswasser-Bad auf konstanter Temperatur  $\theta_{Eis} = 0\text{ }^\circ\text{C}$  gehalten wird.

### 2.3 Versuchsdurchführung

Für verschiedene an der Heizwicklung eingestellte Heizspannungen  $U_H$  wird die Temperaturdifferenz  $\Delta T$  gemessen, wobei die Heizspannung den Wert von  $U_{H,max} = 13\text{ V}$  nicht überschreiten darf.

Zu erwarten ist, dass sich in Kupfer Temperaturdifferenzen  $\Delta T_{Cu}$  zwischen 8 und 10 Kelvin einstellen, während sich in Stahl eine Temperaturdifferenz  $\Delta T_{Stahl}$  von etwa 30 Kelvin einstellt.

Da es relativ lange dauert, bis sich ein Temperaturgleichgewicht einstellt und die Temperatur  $T_i$  (mit  $i = 1, 2, 3$ ) am jeweiligen Thermoelement (1, 2 bzw. 3) abgelesen werden kann, wird in [Aufgabenstellung] empfohlen, nach dem Versuchsaufbau bereits mit dem nächsten Versuch zu beginnen.

### 2.4 Theoretischer Hintergrund: Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit

Die Wärmestromdichte  $\vec{w}$  im jeweiligen Material ist gegeben durch den Temperaturgradienten  $\vec{\nabla}T$  und die Proportionalitätskonstante  $\lambda$ , die sogenannte Wärmeleitfähigkeit.

$$\vec{w} = -\lambda \cdot \vec{\nabla}T \quad (1)$$

Der Temperaturgradient  $\vec{\nabla}T$  lässt sich für lange Stäbe wie folgt nähern:

$$\vec{\nabla}T \approx \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

Hierbei ist die Entfernung zwischen den Fühlspitzen zweier Thermoelemente durch  $\Delta x$  und die Temperaturdifferenz zwischen den beiden Thermoelementen durch  $\Delta T$  gegeben.

Auf Grund des Seebeck-Effektes und die Verwendung von Thermoelementen kann die Temperaturdifferenz  $\Delta T$  zwischen den beiden Thermoelementen als Spannungsdifferenz  $\Delta U_T$  gemessen werden, sofern der Seebeck-Koeffizient  $S$  für das jeweilige Probematerial bekannt ist.

Es gilt also:

$$\frac{\Delta T}{\Delta x} = \frac{\Delta U_T}{S} \cdot \frac{1}{\Delta x} \quad (2)$$

Weiterhin lässt sich der Betrag der Wärmestromdichte  $w$  durch die zugeführte elektrische Heizleistung  $P_H$ , die durch die Heizspannung  $U_H$  und den Heizstrom  $I_H$  festgelegt ist, und die Querschnittsfläche  $A$  des zylinderförmigen Probestabes, der den Radius  $r$  besitzt, ausdrücken:

$$\begin{aligned} w &= \frac{P_H}{A} \quad \text{mit } A = \pi \cdot r^2 \\ &= \frac{U_H \cdot I_H}{\pi \cdot r^2} \end{aligned} \quad (3)$$

Setzt man die Gleichungen 2 und 3 in Gleichung 1 ein und formt um, so erhält man folgende Formel für die Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$ :

$$\lambda = - \frac{U_H \cdot I_H}{\pi \cdot r^2} \cdot \frac{S}{\Delta U_T} \cdot \Delta x$$

## 3 Versuch 2: Peltier-Effekt

### 3.1 Versuch 2.1: Messen der sich einstellenden Temperaturdifferenz an einem Peltier-Kühlblock für verschiedene Peltierströme

#### 3.1.1 Ziel des Versuchs

In diesem Versuch soll für verschiedene an einem Peltier-Kühlblock eingestellte Peltierströme  $I_P$  die sich einstellende Temperaturdifferenz  $dT$  gemessen werden.

#### 3.1.2 Versuchsaufbau

Ein Peltier-Block wird an eine Stromquelle angeschlossen, über die sich die Stromstärke durch den Peltier-Kühlblock  $I_P$  regeln lässt, wobei die Stromstärke  $I_{P,max} \sim 20 A$  beträgt.

Die eine Seite des Peltier-Blocks wird mit Hilfe von Kühlwasser auf konstanter Temperatur gehalten, während die andere Seite des Blocks nur gegen Wärmezufuhr von außen isoliert ist.

#### 3.1.3 Versuchsdurchführung

Mit Hilfe eines an beiden Seiten des Peltier-Blocks angeschlossenen Thermoelements wird die Temperaturdifferenz  $dT$  gemessen.

Handelsübliche Peltier-Kühlelemente erreichen in der Regel eine Temperaturdifferenz  $dT$  zwischen 60 und 100 Kelvin.

### 3.2 Versuch 2.2: Messen der Kälteleistung und der elektrischen Leistung eines Peltier-Kühlblocks für verschiedene Peltierströme

#### 3.2.1 Ziel des Versuchs

In diesem Versuch die Kälteleistung  $Q$  und die elektrische Leistung  $P$  eines Peltier-Blocks in Abhängigkeit vom Peltierstrom  $I_P$  bestimmt werden. Daraus soll dann die Leistungsziffern  $\epsilon = \frac{Q}{P}$  für die verschiedenen Peltierströme  $I_P$  berechnet werden und in einem Schaubild über dem Peltierstrom  $I_P$  aufgetragen werden.

#### 3.2.2 Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau ist analog zum Versuchsaufbau in Kapitel 3.1.2.

#### 3.2.3 Versuchsdurchführung

Bei einer Temperaturdifferenz  $\Delta T = 3 K$  wird der Strom  $I_P$  und die Spannung  $U_P$  des Peltierblocks für verschiedene Ströme  $I_H$  und Spannungen  $U_H$  durch die Heizspule gemessen. Falls die Zeit noch ausreicht, soll zusätzlich noch bei einer Temperaturdifferenz  $\Delta T = 6 K$  gemessen werden.

### 3.2.4 Theoretischer Hintergrund: Bestimmung der Leistungsziffer

Die Kälteleistung  $Q$  des Peltier-Blocks entspricht der elektrischen Heizleistung  $P_H$ , sobald sich durch das „Gegenheizen“ auf der kalten Seite des Peltier-Blocks eine konstante Temperaturdifferenz  $\Delta T$  eingestellt hat.

$$\begin{aligned} Q &= P_H \\ &= U_H \cdot I_H \end{aligned}$$

Die elektrische Leistung  $P$  lässt sich aus der Spannung  $U_P$  und dem Strom  $I_P$ , mit dem der Peltier-Block betrieben wird, ermitteln.

$$P = U_P \cdot I_P$$

Für die Leistungsziffer  $\epsilon$  ergibt sich dann:

$$\begin{aligned} \epsilon &= \frac{Q}{P} \\ &= \frac{U_H \cdot I_H}{U_P \cdot I_P} \end{aligned}$$

## **4 Versuch 3: Thermostrom durch ein niederohmiges Thermoelement**

### **4.1 Demonstration des an einem niederohmigen Thermoelements erreichbaren, sehr hohen Thermostroms durch dessen magnetische Wirkung**

#### **4.1.1 Ziel des Versuchs**

Im Rahmen dieses Versuches soll demonstriert werden, dass der auf Grund eines Temperaturgefälles  $\Delta T$  erzeugte Thermostrom  $I_T$  durch ein Thermoelement ausreichend ist, um ein 5 Kilogramm schweres Gewicht mittels eines Elektromagneten halten zu können.

#### **4.1.2 Versuchsaufbau und Versuchsdurchführung**

Eine Kontaktseite des Thermoelements wird mit einem Bunsenbrenner geheizt, die andere Seite wird mit Eiswasser gekühlt.

Die Abgriffe für den Strom durch das Thermoelement werden durch ein Kabel miteinander verbunden, wobei das Kabel einmal um ein Eisenjoch geschlagen wird.

Zur Demonstration der Kraftwirkung durch das Magnetfeld wird – sobald die Temperaturdifferenz zwischen den beiden Kontaktseiten groß genug ist – das Gewichtsstück unter das Eisenjoch gehängt.

### **4.2 Vergleich der im Experiment beobachteten Tragkraft des Elektromagneten mit einem berechneten Wert**

#### **4.2.1 Ziel des Versuchs**

In diesem Versuch soll die Tragkraft des Elektromagneten experimentell bestimmt werden und mit einem näherungsweise berechneten Wert verglichen werden.

#### **4.2.2 Versuchsaufbau und Versuchsdurchführung**

Eine Kontaktseite des Thermoelements wird mit einem Bunsenbrenner geheizt, die andere Seite wird mit Eiswasser gekühlt.

Die Abgriffe für den Strom durch das Thermoelement werden durch ein Kabel miteinander verbunden, wobei das Kabel einmal um ein Eisenjoch geschlagen wird.

Bei einer genügend großen Temperaturdifferenz  $\Delta T$  wird das Gewicht unter den Elektromagneten gehängt. Anschließend wird die Temperaturdifferenz  $\Delta T$  solange reduziert, bis das Gewicht herunterfällt. In diesem Augenblick wird die über dem Thermoelement liegende Thermospannung  $U_T$  gemessen.

#### **4.2.3 Theoretischer Hintergrund: Berechnung der Tragkraft**

Die Tragkraft des Elektromagneten lässt sich experimentell bestimmen, indem man das 5 Kilogramm schwere Gewicht bei einer großen Temperaturdifferenz  $\Delta T$  unter den Elektromagneten

hängt und dann die Temperaturdifferenz  $\Delta T$  soweit verringert, bis das Gewicht auf Grund der Schwerkraft herunterfällt. In diesem Augenblick kompensiert die Gewichtskraft  $F_G$  gerade die Tragkraft des Elektromagneten  $F_T$ . Die Tragkraft  $F_T$  lässt sich also mit Hilfe der Erdbeschleunigung  $g = 9.81 \frac{m}{s^2}$  und der Masse  $m = 5 \text{ kg}$  berechnen:

$$\begin{aligned} F_T &= F_G \\ &= m \cdot g \\ &= 49.1 \text{ N} \end{aligned}$$

Andererseits hängt die Tragkraft des Elektromagneten  $F_T$  von der Größe der Thermospannung  $U_T$  ab. Diese ist wiederum durch die Temperaturdifferenz  $\Delta T$  zwischen den beiden Kontaktstellen des Thermoelements gegeben, wobei eine kleinere Temperaturdifferenz  $\Delta T$  zu einer kleineren Thermospannung  $U_T$  führt.

Aus dem Widerstand des Thermoelements  $R_T$ , der durch den spezifischen Widerstand von Kupfer  $\rho_{Cu} = 1.678 \cdot 10^{-2} \frac{\omega \cdot mm^2}{m}$ , den Querschnitt  $A_T$  und die Länge  $l$  des Thermoelements wie folgt gegeben ist,

$$R_T = \frac{\rho_{Cu} \cdot l}{A_T}$$

und der Thermospannung  $U_T$  ergibt sich der Strom durch das Thermoelement, der sogenannte Thermostrom  $I_T$ .

$$\begin{aligned} I_T &= \frac{U_T}{R_T} \\ &= \frac{U_T \cdot A_T}{\rho_{Cu} \cdot l} \end{aligned}$$

Unter Verwendung des Thermostroms  $I_T$  und des Radius  $r$  der Leiterschleifen des Elektromagneten lässt sich die magnetische Flussdichte  $B$  des Elektromagneten näherungsweise berechnen.

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_0 \cdot \mu_r}{2 \cdot r} \cdot I_T \quad \text{mit } \mu_r = 500 \\ &= \frac{\mu_0 \cdot \mu_r}{2 \cdot r} \cdot \frac{U_T \cdot A_T}{\rho_{Cu} \cdot l} \end{aligned}$$

Für die Tragkraft  $F_T$  des Elektromagneten gilt:

$$\begin{aligned} F_T &= \frac{1}{2} \cdot \frac{A_j}{\mu_0} \cdot B^2 \\ &= \frac{\mu_0 \cdot \mu_r^2}{8 \cdot r^2} \cdot \frac{A_j \cdot A_T^2}{\rho_{Cu}^2 \cdot l^2} \cdot U_T^2 \end{aligned}$$

Hierbei ist die Auflagefläche des Eisenjochs durch  $A_j$  gegeben.

## **Literatur**

[Aufgabenstellung] Aufgabenstellung zu dem Versuch P2-32

[Vorbereitungshilfe] Vorbereitungshilfe zu dem Versuch P2-32